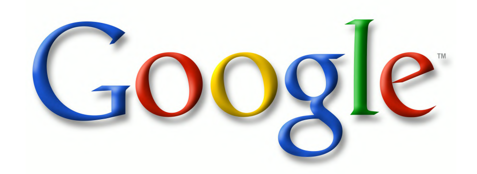
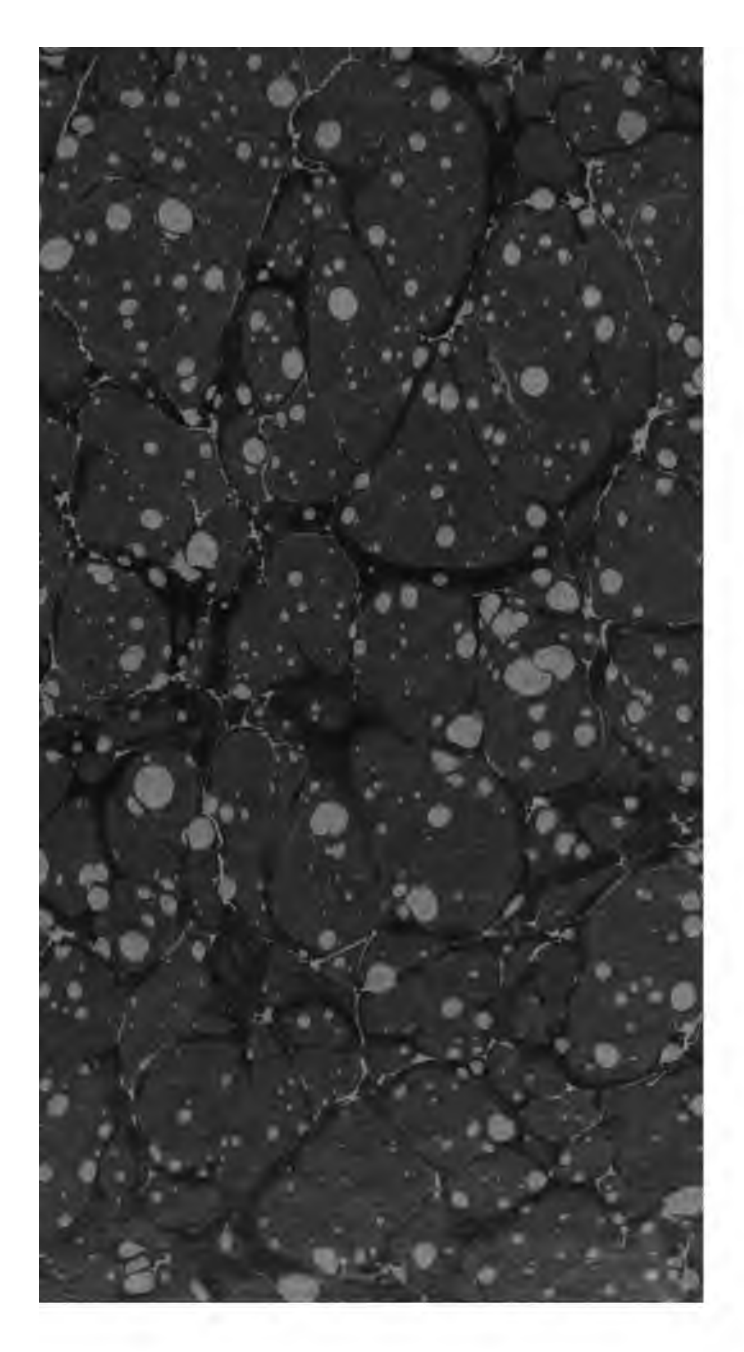
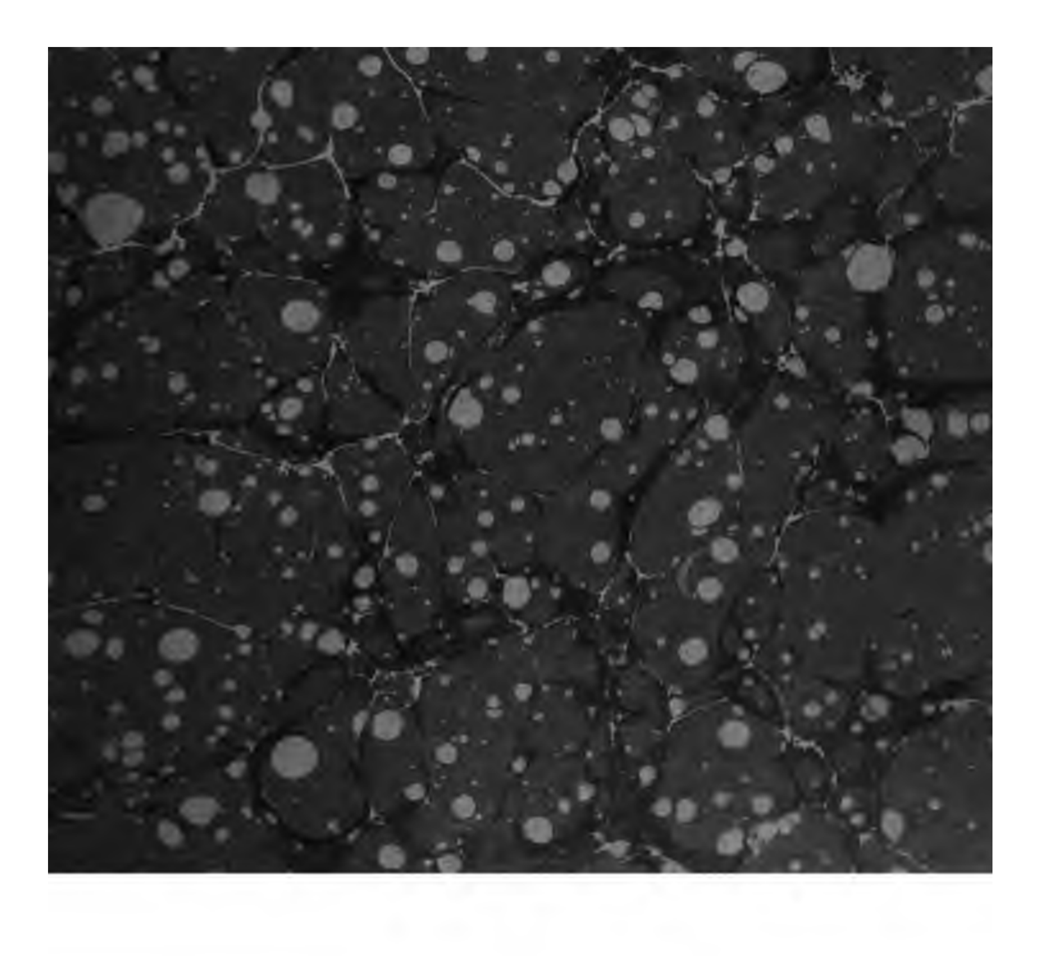














1903. № 9.

ANNALEN
DER
PHYSIK.

BEGRÜNDET UND FORTGEFÜHRT DURCH

F. A. C. GREN, L. W. GILBERT, J. C. POGGENDORFF, G. UND E. WIEDEMANN.

VIERTE FOLGE.

BAND 12. HEFT 1.

DER GANZEN REIHE 317. BANDES 1. HEFT.

UNTER MITWIRKUNG

DER DEUTSCHEN PHYSIKALISCHEN GESELLSCHAFT

UND INSBESONDERE VON

M. PLANCK

HERAUSGEGEBEN VON

PAUL DRUDE.



LEIPZIG, 1903.
VERLAG VON JOHANN AMBROSIUS BARTH.
ROSSPLATZ 17.

Inhalt.

Manuskripte sind an den Herausgeber, **Professor Dr. P. Drude,** zu senden. Seine Adresse ist **Giessen,** Nahrungsberg 8.

Es wird gebeten, die Manuskripte **druckfertig** einzuliefern und in den Korrekturen den beim Druck für sie verwendeten Raum nicht zu überschreiten.

Die **Zeichnungen** sind in möglichst sorgfältiger Ausführung den Abhandlungen auf besonderen Blättern beizulegen (nicht in das Manuskript selbst einzuzeichnen). Da die Figuren fortan möglichst in den Text eingefügt werden sollen, ist die Stelle des Manuskriptes recht genau anzugeben, wo sie hingehören.

Zitate sind am Rande oder unten auf den Seiten des Manuskriptes (nicht in dem Text selbst) und zwar möglichst in der in den „Fortschritten der Physik" üblichen Form mit Angabe des Namens und Vornamens, der Band-, Seiten- und Jahreszahl aufzuführen.

Die Verlagsbuchhandlung liefert 100 **Sonderabdrücke** jeder Arbeit kostenfrei. Falls ausnahmsweise mehr gewünscht werden, so muß dies bei Rücksendung des ersten Korrekturbogens an die Druckerei auf dessen erster Seite bemerkt werden. Alle anderen, die Sonderabdrücke betreffenden Mitteilungen bittet man an die Verlagsbuchhandlung zu richten.

ANNALEN DER PHYSIK.

VIERTE FOLGE.

BAND 12.

ANNALEN

DER

PHYSIK.

BEGRÜNDET UND FORTGEFÜHRT DURCH

F. A. C. GREN, L. W. GILBERT, J. C. POGGENDORFF, G. UND E. WIEDEMANN.

VIERTE FOLGE.

BAND 12.

DER GANZEN REIHE 317. BAND.

KURATORIUM:

F. KOHLRAUSCH, M. PLANCK, G. QUINCKE, W. C. RÖNTGEN, E. WARBURG.

UNTER MITWIRKUNG

DER DEUTSCHEN PHYSIKALISCHEN GESELLSCHAFT

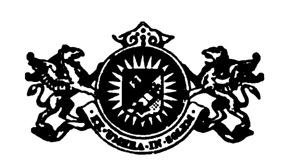
UND INSBESONDERE VON

M. PLANCK

HERAUSGEGEBEN VON

PAUL DRUDE.

MIT DREI FIGURENTAFELN.



LEIPZIG, 1903.

VERLAG VON JOHANN AMBROSIUS BARTH.



Inhalt.

Vierte Folge. Band 12.

Neuntes Heft.

Ausgegeben am 21. Juli 1903.

Zehntes Heft.

Elftes Heft.

Ausgegeben am 22. September 1903.

Zwölftes Heft.

Ausgegeben am 27. Oktober 1903.

Dreizehntes Heft.

Ausgegeben am 24. November 1903.

Nachweis zu den Figurentafeln.

1903. № 9.

ANNALEN DER PHYSIK.

VIERTE FOLGE. BAND 12.

1. *Der Kathodenfall des Glimmstromes als Funktion von Temperatur, Stromstärke und Gasdruck; von J. Stark.*

I. Einleitung und Versuchsanordnung.

§ 1. *Rolle des Kathodenfalles.* — Beim Studium der Entladung der Elektrizität durch verdünnte Gase erkannte man schon früh die Bedeutung der Vorgänge an der Kathode. Hittorf und Goldstein sprachen von einem Übergangswiderstand an der Kathode und sahen in diesem den Grund für die Schwierigkeit der Entladung bei niedrigen Gasdrucken. Man tut vielleicht besser, in diesem Falle das Wort Widerstand zu vermeiden und sich an den Spannungsabfall zu halten. Die Spannungsdifferenz zwischen der Kathode und einem Punkt in der negativen Glimmschicht, der Kathodenfall des Glimmstromes, ist in der Tat ein wichtiger Bestandteil der Elektrodenspannung dieser Stromform. Diese ist in vielen Fällen nahezu gleich jenem.

Der Kathodenfall des Glimmstromes erzeugt sowohl die Kathoden- wie die Kanalstrahlen des Glimmstromes; diese gewinnen ihre kinetische Energie, indem sie jene Spannungsdifferenz frei durchlaufen. Insofern die Röntgenstrahlen von den Kathodenstrahlen erzeugt werden, gewinnt der Kathodenfall für die Konstruktion und den Betrieb von Röntgenröhren Bedeutung. Entsprechend dem in ihnen herrschenden niedrigen Gasdruck wird die auf sie gelegte Elektrodenspannung ausschließlich dazu verwendet, um den Kathodenfall herzustellen.

Erhitzt man die Kathode nicht sekundär bis zur Weißglut, so kann man zwischen zwei feststehenden Elektroden nur über den Glimmstrom hinweg zum Lichtbogen gelangen. Die Existenzbedingung des letzteren, intensive Weißglut und Verdampfung negativer Elektronen an der Kathode, stellt der

Glimmstrom dadurch her, daß er eine Stelle der Kathodenoberfläche in jenen Zustand versetzt durch die elektrische Arbeit in seinem Kathodenfall, nämlich durch das Produkt aus Kathodenfall und der Stromstärke der auf die betreffende Stelle zuschießenden positiven Ionen. Die Zündung des Quecksilberlichtbogens im Vakuum beruht ebenso auf dem Kathodenfall des Glimmstromes, der zwischen Lichtbogenkathode und einer äußeren oder inneren Anode vorübergehend in genügender Stärke hergestellt wird.

§ 2. *Frühere Untersuchungen.* — Hittorf[1]) und Warburg[2]) haben festgestellt, daß zwei Phasen des Kathodenfalles zu unterscheiden sind; solange bei steigender Stromstärke die Grundfläche des negativen Glimmlichtes noch weiter über die Kathodenoberfläche sich ausdehnen kann, ist der Kathodenfall konstant, unabhängig von Stromstärke und Gasdruck; in dieser Phase heißt der Kathodenfall normal. Wenn die Grundfläche nicht mehr sich ausdehnen kann, so wächst der Kathodenfall mit steigender Stromstärke und abnehmendem Gasdruck; er heißt dann abnormal.

G. C. Schmidt[3]) stellte für den abnormalen Kathodenfall die lineare Formel auf $K = a + b\,i$, worin a und b Konstanten sind. Skinner[4]) glaubte durch seine Messungen an Scheibenkathoden die Schmidtsche Formel bestätigen zu können. Eigene über ein großes Druck- und Stromgebiet ausgedehnte Messungen[5]) ergaben mir jedoch, daß zwischen Kathodenfall und Stromstärke keine lineare Beziehung besteht. In einer anderen Mitteilung[6]) wies ich nach, daß auch bereits Hittorfs Messungen gekrümmte K, i-Kurven ergaben und auch die K, i-Punkte Skinners bei ungezwungener Interpolation nicht linear sich aneinander reihen; ich meinte, daß Schmidt seine Formel wohl selbst nur als Interpolationsformel aufgefaßt wissen wolle für die wenigen von ihm veröffentlichten Messungen; diese ergeben allerdings eine geradlinige Beziehung zwischen K und i; sie sind aber

1) W. Hittorf, Wied. Ann. 20. p. 743. 1883.
2) E. Warburg, Wied. Ann. 31. p. 543. 1887.
3) G. C. Schmidt, Ann. d. Phys. 1. p. 625. 1900.
4) Cl. Skinner, Phil. Mag. 2. p. 616. 1901.
5) J. Stark, Physik. Zeitschr. 3. p. 88. 1901.
6) J. Stark, Physik. Zeitschr. 3. p. 274. 1902.

nur bei einem einzigen vielleicht gerade ungünstigen Druck aufgenommen. Neuerdings hat N. Hehl[1]) in seiner Erlanger Dissertation, die nicht eigentlich den Kathodenfall des Glimmstromes zum Gegenstand hatte, eine Messungsreihe mitgeteilt, welche ebenfalls eine geradlinige Beziehung zwischen K und i ergibt. Diese ist wiederum nur bei einem einzigen Druck aufgenommen und zwar bei einem ziemlich hohen, bei welchem die Selbsterwärmung durch den Strom eine geradlinige Beziehung (vgl. unten) vortäuschen kann. Nach meiner Ansicht sind so wenige Messungen nicht ausreichend, um die mathematische Beziehung zwischen zwei physikalischen Größen zu ermitteln, in welcher der als Parameter auftretende Druck ein so großes Variationsgebiet besitzt, in welche außerdem noch die Temperatur als Variable eintritt. Zudem teilt G. C. Schmidt an einer anderen Stelle seiner Abhandlung[2]) selbst eine Messungsreihe über Stromstärke und Kathodenfall mit, welche in der Tat nicht eine Gerade, sondern eine parabolische K, i-Kurve liefert. Auch hat unterdessen H. A. Wilson[3]) gezeigt, daß die lineare Formel wenigstens insofern keine allgemeine Gültigkeit besitzt, als sie die normale Phase des Kathodenfalles nicht darstellt. Nichtsdestoweniger habe ich die Beziehung zwischen Kathodenfall und Stromstärke einer erneuten Untersuchung unter Beobachtung jeder Vorsichtsmaßregel unterzogen. Hierüber soll weiter unten berichtet werden.

Über die Beziehung zwischen Kathodenfall und Temperatur liegen ebenfalls bereits Untersuchungen vor. Nach G. C. Schmidt[4]) ist der normale Kathodenfall unabhängig von der Temperatur; die Grundfläche des negativen Glimmlichtes dehnt sich aus mit steigender Temperatur. Beide Resultate konnte ich ebenfalls bestätigen. G. C. Schmidt teilt dann weiter vier Messungsreihen von K, i-Werten mit, in denen die Temperatur in der Umgebung der Stromröhre 12, 93, 223 bez. 310° war; nach ihnen nimmt der Kathodenfall mit steigender Temperatur erst etwas ab, dann wieder langsam zu. Schmidt teilt zwar nicht ausdrücklich mit, ob sich die Zahlen auf kon-

1) N. Hehl, Dissertation, Erlangen 1902.
2) G. C. Schmidt, l. c. p. 634.
3) H. A. Wilson, Phil. Mag. 4. p. 609. 1902.
4) G. C. Schmidt, l. c. p. 638.

stanten Druck oder konstante Dichte des Gases beziehen. Da er indes nur einen einzigen Druck angibt, so beziehen sie sich wohl auf konstanten Druck. Nun aber ist zu bezweifeln, ob während der Zeit beanspruchenden vier Messungsreihen, in denen insgesamt 26 Ablesungen gemacht wurden, und während des noch längere Zeit beanspruchenden Erhitzens von 12 auf 310^{0} der Gasdruck wirklich konstant geblieben ist. Jedenfalls fand ich nach einer anderen Methode eine andere Beziehung zwischen Kathodenfall und Temperatur.

Während G. C. Schmidt bei den besprochenen Messungen das ganze Gefäß des Glimmstromes durch einen Ofen von außen erhitzte, hat neuerdings Cunningham [1]) die Kathode sekundär allein erhitzt. Diese war ein gitterförmig gebogener dünner Platindraht, gehalten von viermal so starken Zuleitungsdrähten. Indes dürften Cunninghams Messungen kaum eine sichere Grundlage für eine Aussage über die Abhängigkeit des Kathodenfalles von der Temperatur abgeben, da seine Versuchsbedingungen nicht rein waren. Einmal waren die Zuleitungsdrähte nicht in Glas gehüllt; bei kurzem Kathodendunkelraum konnten sie von Glimmlicht bedeckt werden, bei langem nicht. Sodann war die Rückseite des Drahtgitters, das mit seiner Ebene senkrecht zur Rohrachse stand, von der Glaswand nur so weit entfernt, daß sie sich wohl bei kurzem, aber nicht bei langem Dunkelraum mit Glimmlicht bedecken konnte. Endlich war die Sonde, die zur Messung des Kathodenfalles diente, der Kathode so nahe, daß sie bei niedrigen Drucken im Dunkelraum sich befinden mußte, so daß nur ein Teil des Kathodenfalles gemessen wurde.

Schon vor Cunningham wurden von mir Messungen [2]) veröffentlicht, in denen die Kathode sekundär erhitzt wurde; aus ihnen war zu folgern, daß der Kathodenfall mit steigender Temperatur bis zur Hellrotglut zunahm, bei Weißglut aber abnahm.

§. 3. *Versuchsanordnung.* — Da es sich bei der vorliegenden Untersuchung lediglich um den Kathodenfall handelte, so konnte die positive Lichtsäule gemißt werden. Es wurde darum in allen Versuchen die Anode der Kathode so nahe

1) J. A. Cunningham, Phil. Mag. 4. p. 684. 1908.
2) J. Stark, Ann. d. Phys. 3. p. 235. 1900; 8. p. 840. 1902.

ıracht, daß bei den zur Untersuchung gelangenden Drucken positive Lichtsäule ganz fehlte; die Anode war lediglich ; der Anodenschicht bedeckt und auch diese fehlte bei drigen Drucken, bei welchen das Ende der negativen Glimm-icht die Anode umhüllte. Dadurch werden zwei Vorteile eicht. Einmal nimmt an der Bestimmung der Stromstärke r der Kathodenfall teil, nicht auch die auf die positive Licht-ıle entfallende Spannungsdifferenz. Zweitens kann eben des-gen die Elektrodenspannung V hinreichend genau gleich dem thodenfall gesetzt werden; bezeichnet i die Stromstärke, E äußere elektromotorische Kraft, r den außerhalb des Gases genden Ohmschen Widerstand, so gilt $i \cdot r = E - V = E - K$. ,nn darum K nicht direkt bestimmt werden, sondern nur i, läßt es sich graphisch (J. Stark, Elektrizität in Gasen, ipzig 1902. p. 180) leicht indirekt ermitteln.

Als Stromgefäße dienten große Glaskugeln von 1,5 Liter ıalt; die drahtförmige Kathode war radial gestellt und drang ; zum Mittelpunkt vor; ihr gegenüber stand im gleichen ırchmesser kurz aus der Wand hervorragend die Anode; ıkrecht zur Kathode tauchte in das Gefäß nach dem Mittel-nkt zielend eine Metallsonde, die bis auf 2 mm von einem asröhrchen umhüllt war.

Als Stromquelle diente eine Akkumulatorenbatterie. Der romkreis war folgender: positiver Pol, Jodkadmiumwiderstand, ıterbrecher, Anode, Kathode, Telephon, Mikroampèremeter, de, negativer Pol.

Die Sonde war mit dem Knopf eines Braunschen Elektro-ıters verbunden und außerdem über einen Unterbrecher hin-g mit einem multizellularen Elektrometer; dieses diente zur ›ssung des Kathodenfalles bis 400 Volt, jenes zur Messung herer Spannungen. Die Gehäuse der Elektrometer lagen an r Kathode.

Zur Messung der Stromstärke diente ein Spuleninstrument t Spiralfedern und Zeigerablesung. Die Skala besitzt 0 Teilstriche, 1 Teilstrich bedeutet 0,000005 Amp.; durch ırallelschaltung eines Rheostaten lassen sich größere Strom-ärken messen. Die Dämpfung des Instrumentes ist in vor-glicher Weise so bemessen, daß sich der Zeiger ohne hwingen und Kriechen momentan einstellt.

§ 4. *Gasfüllung.* — Es war meine Absicht, die Messungen in möglichst reinem Stickstoff auszuführen. Zu diesem Zweck wurde Stickstoff durch Erhitzen aus Ammoniumnitrit entwickelt, durch eine Lösung von Eisensulfat, durch zwei Flaschen mit alkalischer Pyrogallussäure, durch eine Flasche konzentrierter Schwefelsäure, über Phosphorpentoxyd in die luftleere Pumpe geleitet; hier wurde der Stickstoff nach der Warburgschen Methode von den letzten Spuren von Sauerstoff befreit, bis an Platin der Kathodenfall auf 232 Volt herabsank.

Nun brachte es die Aufgabe der Untersuchung mit sich, daß lange und viele zeitraubende Messungsreihen hergestellt werden mußten. Diese mußten sich, um vergleichbar zu sein, alle auf die gleiche Gasfüllung beziehen. Nun aber stellte sich heraus, daß der auf die oben angegebene Art gereinigte Stickstoff nach einer längeren Messungsreihe wieder unrein geworden war, so daß diese verworfen werden mußte. Es mochte Sauerstoff oder Wasser von den Wänden, dem zur Abhaltung von Quecksilberdampf dienenden Kupfer oder Schwefel von selbst oder durch einen von der Strömung veranlaßten chemischen Prozeß frei geworden sein. Ich verlor viele Mühe und Zeit, meine ursprüngliche Absicht durchzuführen. Es gelang mir aber nicht, für genügend lange Zeit die Reinheit des Stickstoffs aufrecht zu halten.

Aus diesem Grunde entschloß ich mich von vornherein ein Gemisch von Stickstoff und Sauerstoff zu verwenden, so daß während der langen Messungsreihen keine wesentliche Änderung der Art der Gasfüllung eintreten konnte. Die Gesetze, die für das Gasgemisch gelten, behalten ihre Richtigkeit im allgemeinen auch für die einzelnen Komponenten; nur die Konstanten werden andere. Die vorliegende Untersuchung hatte zudem nicht die Aufgabe, die Konstanten eines Gesetzes genau zu messen, sondern eine Erscheinung erst experimentell zu analysieren, die in ihr auftretenden Faktoren aufzusuchen und gesetzmäßige Zusammenhänge zwischen ihnen zu ermitteln.

Es wurde also Luft als Gasfüllung verwendet, in der Nähe des Stromgefäßes wurde sie durch eine mit Phosphorpentoxyd gefüllte Röhre trocken gehalten; außerdem diente ein zweites Phosphorpentoxydgefäß in der Nähe der Pumpe zur Trocknung der Luft.

Quecksilberdampf wurde von dem Stromgefäß durch eine mit Schwefel gefüllte Röhre fern gehalten; sie lag zwischen Gefäß und Pumpe; vor und hinter ihr lag je eine mit oxydfreien Kupferspänen gefüllte Röhre; außerdem sollte noch in der Nähe der Pumpe ein langer Pfropfen von dünnem, blankem Silberblech dem Quecksilberdampf den Weg versperren. Fettdichtungen wurden durchweg vermieden.

Der Gasdruck wurde nach der bekannten Kompressionsmethode bestimmt (El. i. G. p. 18). Sämtliche Messungen wurden bei konstantem Gasdruck vorgenommen (vgl. § 5 Einfluß der Selbstevakuation). In einer Reihe von Messungen wurde die Kathode und damit das angrenzende Gas erwärmt. Um die dadurch bewirkte Drucksteigerung auf einen vernachlässigbaren Wert herabzudrücken, wurde das Stromgefäß in Kommunikation mit den angrenzenden weiten Pump- und Zusatzgefäßen gehalten; von einer störenden Gasentwickelung aus der glühenden Kathode ist in § 13 die Rede.

§ 5. *Fehlerquellen.* — Bei der Untersuchung des Kathodenfalls des Glimmstromes können eine Reihe von Fehlerquellen die Resultate unrein machen. Sie wurden aufgesucht und bei den hier mitgeteilten Messungen vermieden; es sind folgende.

Bei großem Kathodenfall kommt es leicht vor, daß ein Teil des Stromes durch das die Kathode umhüllende von dieser erwärmte Glas in das Vakuum übertritt, so daß die Oberfläche der Kathode vergrößert erscheint. Berührt ferner die Kathode das Glas da, wo es aus diesem hervortritt, und unterliegt die Kathode der Zerstäubung, so belegt sich das Glas mit Metall, und da die Belegung Kontakt mit der Kathode hat, so kann das negative Glimmlicht auch aus diesem Grunde über das Glas sich ausdehnen. Die störende sekundäre Vergrößerung der Kathodenoberfläche läßt sich auf folgende Weise vermeiden. Man befestigt die drahtförmige Kathode, wie Fig. 1 zeigt, vorne in der Achse eines dickeren Drahtes von Kupfer oder Messing. Über diesen letzteren und den Anfang des ersteren schiebt man ein dickwandiges (1,5—2 mm) Glasrohr, so daß



Fig. 1.

zwischen diesem und der aus ihr hervorragenden Kathode keine Berührung vorhanden bleibt. Durch entsprechende Wahl der Dicke des Haltedrahtes macht man den Abstand zwischen Kathode und umhüllendem Glasrohr etwa gleich 0,5 mm. Solange dann der Kathodendunkelraum länger als 0,5 mm ist, kann auf der im Innern des Glasrohres liegenden Fläche das negative Glimmlicht sich nicht ausbilden. Die Kathode kann keinen Kontakt mit dem Zerstäubungsbeleg erhalten; das umhüllende Glasrohr wird nur wenig warm.

Die Stromdichte an der Kathode fällt von ihrem größten Wert zu Null am Rande der Kathode nicht unmittelbar ab, sondern auf einer längeren Strecke. Diese ist um so größer, die Grundfläche zieht sich also um so weiter vor dem begrenzenden Glas zurück, je tiefer der Gasdruck sinkt. Damit nun in die Verkettung von Kathodenfall, Stromstärke und Gasdruck jene Erscheinung nicht störend hereinspielt, hat man sie zurückzudrängen. Die durch sie herbeigeführte Verringerung der Grundfläche des Glimmlichtes ist um so größer, je größer das Verhältnis von Grenzlinie zwischen Glas und Metall und freier Oberfläche der Kathode ist. Am größten ist sie bei einer Scheibenkathode, die normal zur Rohrachse gestellt am Rande von der Glaswand begrenzt ist (vgl. nächste Abhandlung, Fig. 2). Am kleinsten ist sie bei einer langen Drahtkathode, die in einem Glasrohr steckt (Fig. 1). Die hier mitgeteilten Messungen beziehen sich alle auf Drahtkathoden.

Tritt ein fester Körper so nahe an die Kathode heran, daß er bei wachsender Länge des Kathodendunkelraumes in diesen hineinragt, so verhindert er an seinem Orte das Entstehen der negativen Glimmschicht und damit auch das Entstehen des parallelen Stückes der ersten Kathodenschicht (El. i. G., p. 69). Es wird also die Grundfläche des Glimmlichtes durch eine sekundäre Wirkung kleiner. Bei den hier mitgeteilten Messungen waren Glaswand und Sonde der Kathode so ferne, daß sie nie vom Dunkelraum erreicht wurden.

Eine wichtige Bedingung für reine Messungen des Kathodenfalles ist Homogenität der Kathodenoberfläche. An verschiedenen Metallen ist nämlich nicht bloß der normale Kathodenfall, sondern auch die normale Stromdichte und darum auch der abnormale Kathodenfall verschieden groß. Besteht

die Kathode aus zwei Metallen, so bildet sich das negative Glimmlicht erst an dem Metall mit dem kleineren normalen Kathodenfall aus; der Kathodenfall ist erst normal, wird mit steigender Stromstärke abnormal, wenn das eine Metall ganz mit Glimmlicht bedeckt ist. Ist er gleich dem normalen Wert an dem zweiten Metall geworden, so bleibt er wieder normal, bis auch dessen Oberfläche ganz mit Glimmlicht bedeckt ist. Bevor darum eine Kathode in dem Stromgefäß befestigt wird, muß sie nach Tunlichkeit mechanisch oder chemisch oberflächlich gereinigt werden. Ist der Kathodendunkelraum an verschiedenen Stellen ihrer Oberfläche verschieden lang, so ist das ein Zeichen dafür, daß diese nicht rein ist. Die Kathode darf dann nicht zu Messungen verwendet werden. Besonders wenig geeignet für exakte Messungen ist käufliches Aluminium als Kathodenmetall; es birgt vor allem Alkalien in sich, welche den Kathodenfall und die Stromdichte besonders stark verändern. Die unregelmäßig aus ihm hervorbrechenden gelben Fünkchen entsprechen sehr hoher Stromdichte an kleinen unreinen Stellen. Beschickt man Aluminium erst mit sehr hoher Stromdichte und mißt man unmittelbar darauf den normalen Kathodenfall bei normaler Stromdichte, so findet man, offenbar infolge einer chemischen Änderung, für diesen einen kleineren Wert als bei anderer Vorgeschichte. Für die hier mitgeteilten Messungen diente ausschließlich Platin als Kathodenmetall.

Eine weitere Bedingung für reine Messungen ist Stetigkeit des Stromes. Kleine Stromschwankungen sind zulässig; ist dagegen das Telephon laut oder gibt es gar einen Ton von bestimmter Höhe von sich, so zeigt das Elektrometer einen unbrauchbaren Mittelwert des Kathodenfalles an.

Endlich muß während einer Messungsreihe, deren Werte äquikonstant im Gasdruck sein sollen, dieser auch wirklich konstant bleiben. Nun erniedrigt der Glimmstrom durch eine noch nicht klar gestellte Wirkung (El. i. G., p. 499) von selbst den Gasdruck, indem er proportional seiner Stärke Gas bindet. Diese Selbstevakuation kann sich um so bemerkbarer machen, je kleiner die Gasmenge in der Stromröhre und den mit dieser kommunizierenden Gefäßen ist. Ist die Stromröhre klein, so schaltet man an sie noch ein größeres Gefäß an, so daß jene Gasmenge groß wird. Bei den hier mitgeteilten Messungen

war dem verdünnten Gas ein großer Raum gegeben; bei den im Abschnitt III mitgeteilten Messungen war an das 1 Liter haltende Stromgefäß ein zweites gleich großes Gefäß angeschaltet, so daß das verdünnte Gas in diesen und den Gefäßen der Pumpe einen Spielraum von etwa 4 Liter hatte. Selbst während langer Messungsreihen konnte darum die Selbstevakuation den Gasdruck nicht verändern. Zudem wurde immer durch zyklische Variation der Messungen die Konstanz des Druckes konstatiert.

§ 6. *Messung der Temperatur der Kathode.* — In einem Teil der Messungen sollte die Temperatur der Kathode und der anliegenden Gasschicht bestimmt oder sekundär geändert werden. Dies geschah in folgender Weise. Die Fig. 2 zeigt als Kathode einen Platindraht, der an seinen Enden in dickem Kupferdraht hartgelötet war. Über die kupfernen Haltedrähte waren dicke Glasröhrchen geschoben, diese waren in Ansatzröhrchen fest gekittet. Der Platindraht diente als Kathode des Glimmstromes, von dem einen Ende lief dieser zu Telephon, Mikroampèremeter, Erde, negativen Pol. Außerdem war der Platindraht noch in folgenden Stromkreis eingeschaltet: Platindraht, Akkumulatorenbatterie von 10 Volt, Starkstromwiderstand, Präzisionsampèremeter, Unterbrecher, Platindraht. An die Enden des letzteren war außerdem parallel zu ihm ein Präzisionsmillivoltmeter gelegt. So konnte sowohl die Stärke J des aus der Akkumulatorenbatterie unabhängig vom Glimmstrom durch den Draht gesandten Stromes gemessen werden, wie die auf dem Draht liegende Spannungsdifferenz $V = J.r$. Aus der Widerstandszunahme konnte die Temperaturzunahme (Zimmertemperatur 20°) nach der Formel berechnet werden $t = (r - r_{20}) / \alpha . r_{20}$; der Temperaturkoeffizient wurde für das verwendete Platin zu 0,00287 bestimmt.

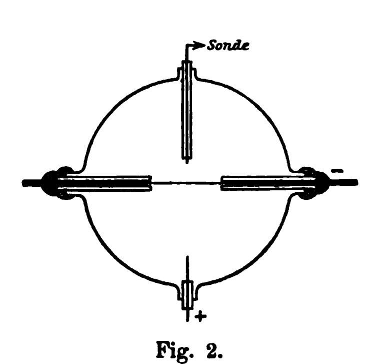


Fig. 2.

r_{20} wurde ermittelt, indem bei offenem Glimmstrom der Platindraht sekundär nur mit einem schwachen Strom J be-

schickt wurde, welcher ihn nicht merklich erwärmte. Wurde dann der Glimmstrom geschlossen, während J unverändert erhalten wurde, so wurde V und damit r infolge der Erwärmung durch den Glimmstrom größer. Aus der Zunahme konnte die von dem Glimmstrom allein hervorgebrachte Temperaturerhöhung bestimmt werden.

Durch Erhöhung der Stromstärke J konnte außerdem die Temperatur des Drahtes beliebig erhöht und gleichzeitig gemessen werden, sowohl bei offenem wie bei geschlossenem Glimmstrom.

Die Schwächen der angewendeten Methode liegen auf der Hand. Erstens gibt sie nur die Temperatur des Gases in unmittelbarer Nähe des Drahtes an. Zweitens liefert sie lediglich eine mittlere Temperatur des Drahtes; dieser ist in seiner Mitte am wärmsten, von da nimmt nach seinen Enden die Temperatur auf die Zimmertemperatur der Kupferdrähte ab. Diesen Schwächen stehen indes die Vorteile gegenüber, daß die Temperatur der Kathode und des anliegenden Gases auf hohe Werte gebracht und schnell hergestellt und bestimmt werden kann.

II. Einfluß der Temperatur auf den kathodischen Teil des Glimmstromes.

§ 7. *Theoretisches.* — An der Kathode des Glimmstromes gilt das Ohmsche Gesetz nicht[1]; die kinetische Energie der Ionen kommt nicht als Wärme des Leiters da zum Vorschein, wo sie vom Spannungsabfall erzeugt wurde. Sowohl die positiven wie die negativen Ionen (Kanal- und Kathodenstrahlen) durchlaufen zum größten Teil den Kathodendunkelraum frei, indem sie aus dem Kathodenfall eine große kinetische Energie gewinnen. Die negativen tragen diese in die negative Glimmschicht und ionisieren und erwärmen hier das Gas; die positiven Ionen tragen sie in die erste Kathodenschicht und erwärmen und ionisieren ihrerseits hier das Gas; zum Teil treffen sie auch die Kathodenoberfläche, ohne zuvor auf ein neutrales Gasmolekül gestoßen zu sein.

1) J. Stark, Ann. d. Phys. 7. p. 932. 1902.

Die erste Kathodenschicht und die Kathodenoberfläche werden also durch die positiven Ionen oder Kanalstrahlen erwärmt, welche ausgehend von der negativen Glimmschicht den Kathodenfall K durchlaufen haben. Ist J_p ihre Stromstärke, so ist die Erwärmung der Kathode um so größer, je größer die elektrische Arbeit an den positiven Ionen $K . J_p$ ist. Die negative Glimmschicht nimmt analog eine um so höhere Temperatur an, je größer die an den negativen Ionen (Kathodenstrahlen) geleistete Arbeit $K . J_n$ ist. Durch die feste Begrenzung durch die Kathodenoberfläche werden die positiven Ionen gezwungen, an ihr Halt zu machen und ihre kinetische Energie in dem beschränkten Raume der ersten Kathodenschicht abzugeben. Die negativen Ionen teilen dagegen ihre Energie einem um so größeren Volumen Gases mit, je weiter sie in dieses vorzudringen vermögen, je niedriger also der Gasdruck ist; desto niedriger wird dann auch die Temperatur der negativen Glimmschicht. So versteht man, daß in der ersten Kathodenschicht der Glimmstrom die höchste Temperatur hervorbringt, daß sie von da weg in die negative Glimmschicht hinein nach dem dunklen Zwischenraum zu abnehmen muß, wie es in der Tat R. W. Wood[1]) experimentell gefunden hat.

In einer bereits erwähnten Mitteilung habe ich unter Annahme konstanter Temperatur für den Kathodenfall K des Glimmstromes folgende Formel angegeben:

$$K = K_n + \frac{k'}{p . f^{1/2}} (i - \varkappa' . p . f)^{1/2}$$

(K_n normaler Kathodenfall, p Gasdruck, i Stromstärke, f Grundfläche des negativen Glimmlichtes, k' und $\varkappa'$ Konstanten). Diese Formel sei vorderhand wenigstens als annähernd richtig und als Ausgangspunkt für weitere Untersuchungen genommen.

K_n ist, wie bereits G. C. Schmidt fand und wie ich neuerdings konstatierte, unabhängig von der Temperatur. Ist die Temperatur von Einfluß auf den abnormalen Kathodenfall, so kann sie bei konstantem Gasdruck an zwei Punkten seines Gesetzes auftreten; sie kann in der Konstante k' und in der Konstante $\varkappa'$ enthalten sein.

---

1) R. W. Wood, Wied. Ann. 59. p. 243. 1896.

§ 8. *Temperatur der Kathode infolge Selbsterwärmung.* — Die folgenden Messungen zeigen, wie der Glimmstrom von selbst ohne äußeres Zutun seine Kathode erwärmt. Sie besitzen natürlich keine allgemeine Gültigkeit für jede Kathode, da deren Temperatur von ihren Dimensionen, ihrem thermischen Leitvermögen und der Temperatur der Umgebung mitbestimmt wird.

Bei den Messungen der nachstehenden Tabelle (p Druck in Millimetern, i Stromstärke in Mikroampère, t Temperatur,

p	i	t
1,18	410	24
1,85	883	54
2,96	1200	80
4,90	2500	130
10,05	5746	232
13,62	8023	280

bezogen auf 20°) war zwar die ganze Kathode mit Glimmlicht bedeckt, der Kathodenfall war aber normal, die Stromdichte also ebenfalls. In der Fig. 3 ist links als Ordinate die Stromstärke — ihr proportional ist die Stromdichte — angetragen, rechts die Temperaturzunahme der Kathode über die Temperatur der Umgebung (20°). Wie man sieht, *nimmt mit wachsendem Gasdruck sowohl die normale Stromdichte wie die Temperatur in der Grundfläche des negativen Glimmlichtes zu, diese jedoch langsamer als jene.* Daß in den Messungen die normale Stromdichte nicht genau proportional dem Gasdruck ist, rührt her von der oben besprochenen Ver-

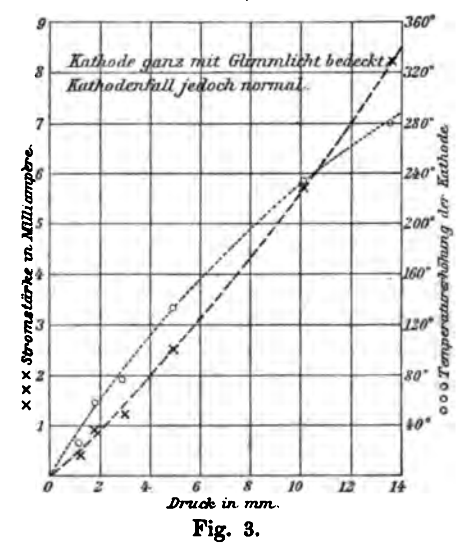


Fig. 3.

kleinerung der Grundfläche des Glimmlichtes bei niedrigem Gasdruck.

Bei den Messungen, die in der Fig. 4 graphisch mitgeteilt sind, war der Kathodenfall abnormal. Angetragen ist als Abszisse die Stromstärke, als Ordinate der Kathodenfall; zu jedem beobachteten Punkt der K, i-Kurven ist die zugehörige Temperatur der Kathode beigeschrieben, die sie allein unter der Wirkung des Glimmstromes ohne sekundäre Erwärmung annahm. Die rechteckeckige Fläche $K.i$ stellt die im Kathodendunkelraum geleistete elektrische Arbeit dar. Wie man sieht, *erwärmt der Glimmstrom seine Kathode von selbst auf eine um so höhere Temperatur, je größer* $K.i$ *ist.*

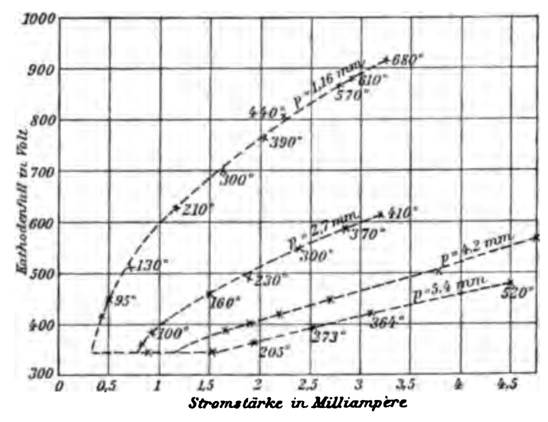


Fig. 4.

§ 9. *Erhöhung des Kathodenfalles durch Selbsterwärmung.* — In den nächsten Paragraphen wird mittels sekundärer Erwärmung der Nachweis geführt werden, daß der Kathodenfall eine Funktion der Temperatur bei konstantem Gasdruck ist. Indes läßt sich schon in folgender Erscheinung der Einfluß der Temperatur erkennen.

Unter der Wirkung des Glimmstromes nimmt die Kathode den stationären Wert ihrer Temperatur nicht unmittelbar nach Stromschluß, sondern allmählich erst eine beobachtbare Zeit danach an. Ist der Kathodenfall eine Funktion der Temperatur, so kann er unmittelbar nach Stromschluß nicht sofort konstant sein, sondern muß sich eine kurze Zeit lang mit

der Temperatur der Kathode verändern. Analoges gilt für die Stromstärke.

Nun ergibt die Beobachtung folgendes. Bei größeren Werten des Produktes aus Kathodenfall und Stromstärke nimmt diese letztere erst einen maximalen Wert an, geht dann erst schnell, dann immer langsamer zurück, um darauf konstant zu werden. Gemäß der oben besprochenen Gleichung $i.r = E - K$ läßt sich für den Kathodenfall ein analoges Verhalten, eine kurzwährende Zunahme nach Stromschluß folgern. Die nachstehende Tabelle (Stromstärke i in Mikroampère) gibt ein Beispiel für diese Erscheinung. Sie erklärt sich offenbar aus der allmählichen Temperaturänderung der Kathode. Wir können daraus schließen, daß *der Glimmstrom seinen Kathodenfall durch Erwärmung der Kathode von selbst erhöht.*

Zeit in Sek.	$p = 0,0709$		$p = 0,1277$	
	i	K	i	K
0	825	1695	1085	1470
15	745	1718	1020	1500
30	730	1724	1006	1510
45	724	1727	999	1515
60	723	1729	996	1518
75	722	1730	995	1520

Die stationären Werte des Kathodenfalles und der Stromstärke sind von den Werten unmittelbar nach Stromschluß beträchtlich verschieden, wenn das Produkt $K.i$ groß ist. Hierfür gibt die nachstehende Tabelle ein Beispiel.

	$p = 0,715$		$p = 0,313$		$p = 0,128$		$p = 0,071$	
	i	K	i	K	i	K	i	K
Nach Schluß	2598	860	575	790	1085	1470	825	1695
Stationär	2370	945	520	760	995	1520	722	1730

§ 10. *Die normale Stromdichte als Funktion der Temperatur.* — Für die normale Stromdichte j_n gilt in Luft $j_n = \varkappa'.p$. Bei konstantem Gasdruck und vollständiger Bedeckung der Kathode wächst die Grundfläche des negativen Glimmlichtes, wenn die Temperatur der Kathode erhöht wird. Da gleich-

zeitig die Stromstärke konstant bleibt, so folgt, daß die normal Stromdichte abnimmt, wenn die Temperatur steigt.

Läßt man das negative Glimmlicht die ganze Oberfläch bedecken, hält aber gleichzeitig den Kathodenfall auf seinen normalen Wert, so darf man die normale Stromdichte pro portional der Stromstärke setzen. Diese Voraussetzung wa bei den in den nachstehenden Tabellen mitgeteilten Messunge erfüllt. Die Temperatur der Kathode wurde auf die oben an gegebene Weise sekundär geändert und gemessen. Der Drucl wurde einmal bei kalter Kathode bestimmt, sodann bei de höchsten Temperatur einer jeden Reihe; im letzten Fall ergal er sich merklich größer, diese Druckerhöhung rührt in zweite Linie her von der Temperaturerhöhung des Gases im Strom gefäß; in erster Linie von einer Gasentwickelung aus der heiße Kathode (vgl. § 13).

Die Temperatur t ist vom Eispunkt ab gerechnet, i ist i Mikroampère gegeben.

$p = 0{,}411\ (0{,}430)$		$p = 1{,}43\ (1{,}51)$		$p = 2{,}35\ (2{,}52)$		$p = 4{,}17\ (4{,}42)$	
t	i	t	i	t	i	t	i
32	470	67	1205	126	2535	169	3766
92	410	109	1017	160	2187	194	3402
220	320	203	909	232	1944	287	3102
365	290	335	678	322	1620	338	2754
505	270	462	610	453	1579	445	2718
611	260	573	563	556	1498	556	2592

In der Fig. 5 sind diese Messungen in Kurven angetragen Fig. 6 gibt die zwei ersten Messungsreihen in günstigeren Maßstabe wieder. An dem Anfang einer jeden Kurve ist de Gasdruck bei kalter Kathode, an dem Ende der Druck ein getragen, welcher während der Bestimmung des letzten Kurven punktes herrschte.

Wie man sieht, *nimmt die normale Dichte des Glimmstrome an der Kathode mit steigender Temperatur der letzteren erst schnell dann langsamer ab.* Wegen der bereits erwähnten Schwäche der Methode die Temperatur herzustellen und zu messen können die Kurven nicht genau die Beziehung zwischen Strom

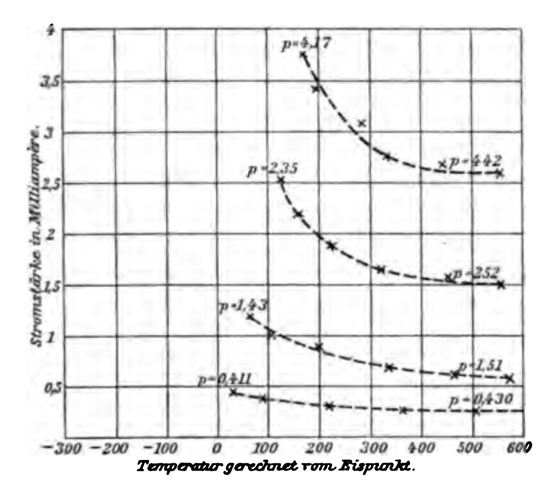

p=4,17
p=4,42
p=2,35
p=2,52
p=1,43
p=1,51
p=0,411
p=0,430
Stromstärke in Milliampère.
Temperatur gerechnet vom Eispunkt.

Fig. 5.

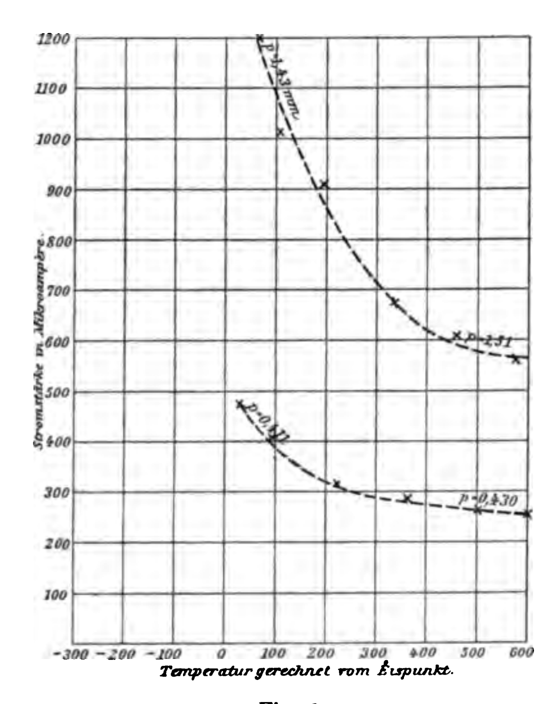

p=1,43 mm
p=1,51
p=0,411
p=0,430
Stromstärke in Mikroampère.
Temperatur gerechnet vom Eispunkt.

Fig. 6.

stärke und Temperatur wiedergeben. Ihr hyperbolischer Charakter macht es indes wahrscheinlich, daß *die normale Stromdichte umgekehrt proportional der absoluten Temperatur T ist.* Man kann also setzen: $j_n = \varkappa . p / T$. Es verdient ausdrücklich darauf aufmerksam gemacht zu werden, daß bei tiefer Temperatur eine kleine Änderung derselben, so allein durch die Selbsterwärmung, eine große Änderung der Stromdichte zur Folge hat.

§ 11. *K, t-Kurven.* — Nach dem vorhergehenden muß das Kathodenfallgesetz wegen der Abhängigkeit der normalen Stromdichte von der Temperatur folgende Form annehmen:

$$K = K_n + \frac{k'}{p . f^{1/2}} \left(i - \frac{\varkappa . p . f}{T} \right)^{1/2}.$$

Demnach nimmt der Kathodenfall mit steigender Temperatur allein schon deswegen zu, weil $\varkappa . p . f / T$ kleiner wird. Es kann indes die Temperatur auch noch in der Konstanten k' enthalten sein. Um dies zu untersuchen, hat man die Stromdichte vielmal über ihren normalen Wert zu erhöhen; dann kann man $\varkappa . p . f / T$ neben i angenähert vernachlässigen; ändert sich dann K immer noch mit der Temperatur bei konstantem Gasdruck, so zeigt sich darin die Abhängigkeit der Konstante k' von der Temperatur an. Die gestellte Forderung war bei den Messungen der nachstehenden Tabelle erfüllt. Den Druck wählte ich hierbei zu dem Zweck relativ hoch ($p = 1,18$ mm), um einen kurzen Kathodendunkelraum zu erhalten, so daß noch auf seiner ganzen Länge angenähert die Temperatur der Kathode vorhanden war. Auch sollte sich mit der Stromstärke der Kathodenfall wenig ändern, um K, t-Werte zu erhalten, die angenähert als äquikonstant in Stromstärke genommen werden können; auch diese Bedingung läßt sich nur bei relativ hohem Gasdruck erfüllen. t ist wieder vom Eispunkt ab gezählt, i in Mikroampère angegeben.

t	i	K	t	i	K	t	i	K
305	345	383	400	645	440	400	930	485
310	341	385	425	643	443	430	926	492
370	337	390	460	642	450	480	920	500
450	333	400	710	633	485	590	911	520
660	330	415	930	627	497	760	902	545
927	330	430	—	—	—	935	898	560
1070	330	435	1120	625	500	1120	898	560

Diese Messungen sind in der Fig. 7 graphisch angetragen. Wie man sieht, ***nimmt der abnormale Kathodenfall mit steigender Temperatur bei sonst konstanten Verhältnissen zu.*** Bei Hellrotglut der Kathode, die bei den letzten Punkten der Kurven vorhanden war, macht sich störend eine sekundäre Wirkung geltend; es tritt nämlich einmal Ionisierung des Gases durch die hoch temperierte Kathode auf, was eine Erniedrigung des Kathodenfalles (El. i. G., p. 47) zur Folge hat; sodann wird auch, wie unten gezeigt werden wird, Gas aus der Kathode frei, was durch Druckerhöhung ebenfalls eine Erniedrigung des Kathodenfalles nach sich zieht. Oberhalb von 750° ist

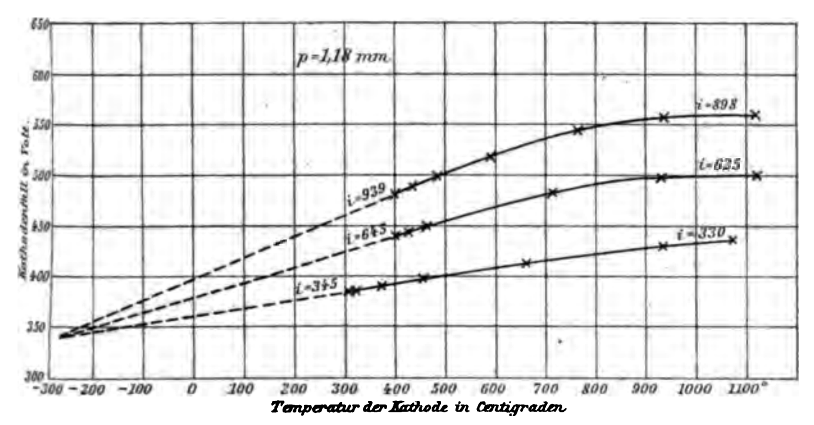


Fig. 7.

also die Voraussetzung konstanter Verhältnisse nicht mehr gewahrt, die über dieser Temperatur liegenden Kurvenstücke sind als unrein von der Diskussion auszuschließen.

Unterhalb von 750° ist, wie die Figur zeigt, der Kathodenfall oder, nach der obigen Darlegung, die Konstante k' eine lineare Funktion der Temperatur. Verlängert man die K, t-Geraden in das Gebiet niedriger Temperaturen, so schneiden sie sich in einem Punkte, dessen Abszisse der absolute Nullpunkt (− 273) ist. Der von t unabhängige normale Kathodenfall K_n war und ist am Platin in Luft in der Regel 340 Volt. Wie man sieht, ***kann darum die Differenz*** $(K - 340) = K - K_n$ ***und damit auch die Konstante*** k' ***proportional der absoluten Temperatur*** T ***gesetzt werden.***

Das Gesetz des Kathodenfalles des Glimmstromes nimmt darum bei Einführung der absoluten Temperatur als einer Variabeln nach den Ergebnissen der experimentellen Untersuchung die Form an:

$$K = K_n + \frac{k \cdot T}{p \cdot f^{1/2}} \left(i - \frac{\varkappa \cdot p \cdot f}{T} \right)^{1/2}.$$

§ 12. *Veränderung der K, i-Kurven durch sekundäre Erwärmung.* — Gemäß der Formel

$$K = K_n + \frac{k \cdot T}{p \cdot f^{1/2}} \left(i - \frac{\varkappa \cdot p \cdot f}{T} \right)^{1/2}$$

ist die K, i-Kurve in der Phase des normalen Kathodenfalles eine Gerade parallel der i-Achse, in der abnormalen Phase ist sie parabolisch gekrümmt. Der Druck werde nun konstant gehalten; einmal werde eine K, i-Kurve aufgenommen, wenn die Kathode sekundär nicht erhitzt wird, sodann eine zweite K, i-Kurve, wenn sie sekundär erhitzt, und zwar mit einem konstant gehaltenen Heizstrom beschickt ist. Die nachstehenden Tabellen enthalten derartige Messungsreihen; der Reihe mit sekundärer Erhitzung ist die Temperatur der Kathode beigesetzt.

$p = 0{,}112$ mm.

Ohne sek. Erwärmung		Mit sekundärer Erwärmung		
i	K	i	K	t
85	595	83	620	525
113	650	112	670	535
167	715	165	730	546
370	915	365	940	578
497	1040	486	1045	610
607	1135	594	1145	624
687	1190	672	1200	637
1189	1450	1180	1500	722
1408	1630	1421	1500	764

$p = 0{,}301$ mm.

Ohne sek. Erwärmung		Mit sekundärer Erwärmung		
i	K	i	K	t
95	380	93	430	430
127	410	125	450	436
190	460	185	500	444
450	590	437	620	471
624	670	608	695	493
775	720	737	745	515
888	770	877	795	538
1897	1140	1897	1140	672
2551	1335	2567	1320	767

In der Fig. 8 sind die vorstehenden Messungsreihen und zwei andere graphisch angetragen. Fig. 9 gibt ebenfalls zwei Messungsreihen von der bezeichneten Art wieder. Die Kurven mit Strichelung sind K, i-Kurven ohne sekundäre Erhitzung,

diejenigen mit Punktierung solche mit sekundärer Erhitzung. Den beobachteten Punkten der letzteren sind die zugehörigen Tem-

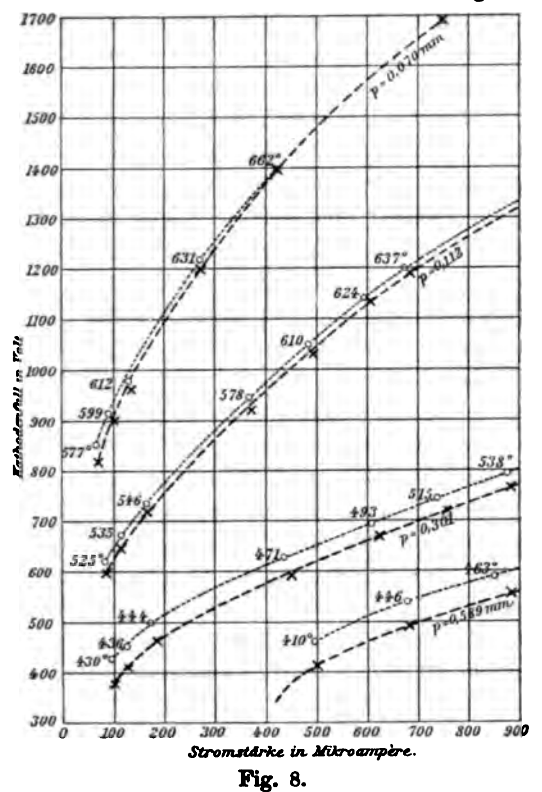


Fig. 8.

Anfänglicher Druck 1,16 mm.

Kathodenfall in Volt.

Stromstärke in Milliampère.

Fig. 9.

peraturen beigesetzt; in Fig. 9 ist auch die Kurve ohne Erhitzung mit den Angaben der Temperatur der Kathode ausgestattet.

Wie man sieht, und wie man nach der obigen Formel zu erwarten hat, bringt sekundäre Erhitzung des Gases bei konstantem Druck in zweierlei Hinsicht eine Veränderung der K, i-Kurve hervor. Erstens verschiebt sie den Scheitelpunkt des parabolischen Kurvenastes oder die Grenzstromstärke $i_0 = \varkappa . p . f / T$ näher an die K-Achse; zweitens vergrößert sie den Parameter $k . T / 2 p . f^{1/2}$ des parabolischen Astes. Bei hohen Temperaturen, oberhalb 750°, nähert sich die punktierte Kurve der gestrichelten und schneidet sie sogar, so daß der Kathodenfall bei sekundärer Erhitzung kleiner wird als ohne dieselbe. Indes ist oberhalb jener Temperatur der von dem gegebenen Kathodenfallgesetz regulierte Verlauf der K, i-Kurve gestört durch zwei sekundäre Wirkungen; nämlich erstens durch die Ionisierung des Gases infolge hoher Temperatur, zweitens infolge Gasentwickelung aus der glühenden Kathode. Beide Wirkungen werden mit wachsender Temperatur stärker und haben eine Erniedrigung des Kathodenfalles zur Folge.

§ 13. *Gasentwickelung aus der glühenden Kathode.* — Eine Gasentwickelung aus der glühenden Kathode offenbart sich bereits in der in § 10 erwähnten manometrisch bestimmten Druckerhöhung. Sie ließ sich auch auf folgende Art nachweisen. Der Widerstand des Heizstromes wurde so klein gewählt, daß er bei geschlossenem Glimmstrom dessen Platindrahtkathode auf Weißglut brachte. Die Stromstärke des Glimmstromes wurde so hoch genommen, daß der Kathodenfall abnormal war. Gemäß der Gleichung $i . r = E - K$ oder $r . d i = - d K$ entspricht eine Zunahme der Stromstärke einer Abnahme des Kathodenfalles; gemäß der Gleichung

$$K = K_n + \frac{k . T}{p . f^{1/2}} \left(i - \frac{\varkappa . p . f}{T} \right)^{1/2}$$

bringt eine Erhöhung der Temperatur eine Vergrößerung des Kathodenfalles, also eine Verkleinerung der Stromstärke hervor; eine Erhöhung des Gasdruckes bewirkt eine Verkleinerung des Kathodenfalles oder Vergrößerung der Stromstärke. Bei hoher Temperatur sind $d K / d T$ und $d i / d T$ klein, dagegen ändert sich der Druck infolge von Gasentwickelung aus der glühenden Kathode beträchtlich. Schließt man den Heizstrom bei geschlossenem Glimmstrom, so steigt die Temperatur und unterhalb von 800° überwiegt ihr Einfluß auf K und i, darüber aber

der Einfluß der Gasentwickelung. Diese Verhältnisse sind aus den Kurven der Fig. 10 zu ersehen. Die links von der i-Achse stehenden Zahlen gehören zur unteren Kurve, die rechtsstehenden zur oberen. Zu den Beobachtungen der vorstehenden Art war nur die Stromstärke oder das Mikroampèremeter geeignet, da sich dessen Zeiger aperiodisch ohne Kriechen einstellte.

§ 14. *Schlußbetrachtung.* — An einer anderen Stelle[1]) habe ich dargelegt, daß die Ionisation an der Kathode des Glimmstromes in der ersten Kathodenschicht und in der negativen Glimmschicht gegeben wird durch den Stoß positiver und

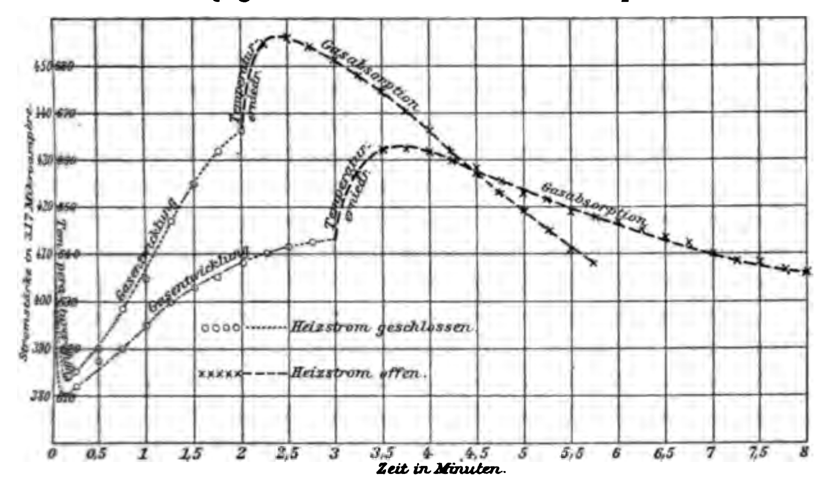


Fig. 10.

negativer Ionen, welche den Kathodenfall ganz oder teilweise durchlaufen haben. Ferner zeigte ich, daß die thermische Geschwindigkeit der neutralen Gasmoleküle klein ist verglichen mit derjenigen der ionisierenden Ionen, so daß man bezüglich der Bewegung der letzteren die neutralen Moleküle bis zur Hellrotglut als ruhend betrachten kann. Für die Bewegung der ionisierenden Ionen ist die Gasdichte oder die spezifische Molekülzahl n_m (Anzahl der Moleküle in der Volumeneinheit) ausschlaggebend. Demnach hat man in dem Kathodenfallgesetz nur die drei Variablen K, i und n_m miteinander zu verknüpfen:

$$K = K_n + \frac{k'}{n_m \cdot f^{1/2}} (i - \varkappa' \cdot n_m \cdot f)^{1/2}.$$

[1]) J. Stark, Ann. d. Phys. 8. p. 432. 1902.

Für n_m kann man Druck (p) und absolute Temperatur (T) einführen gemäß der Gleichung $p = \varkappa'' . n_m . T$. Man erhält so:

$$K = K_n + \frac{k . T}{p . f^{1/2}} \left(i - \frac{\varkappa . p . f}{T} \right)^{1/2},$$

also genau die Beziehung, die auf rein experimentellem Wege gefunden wurde.

Für den Kathodenfall des Glimmstromes sind nach Theorie und Experiment Temperaturerniedrigung und Druckerniedrigung einander äquivalent, wenn sie an der Kathode die gleiche spezifische Molekülzahl herstellen. Sie sind unter dieser Bedingung auch in ihrer Wirkung auf die Dimensionen des Kathodendunkelraumes und der negativen Glimmschicht einander äquivalent. Wie bereits erwähnt, wächst die Grundfläche des negativen Glimmlichtes mit steigender Temperatur, ebenso mit sinkendem Gasdruck. Die Länge des Kathodendunkelraumes und diejenige der negativen Glimmschicht nehmen ebenfalls zu mit steigender Temperatur, wie ich gelegentlich der beschriebenen Versuche oft beobachten konnte; daß sie angenähert umgekehrt proportional dem Gasdruck sind, ist bekannt.

Die beschriebenen Versuche wurden alle bei konstantem Gasdruck angestellt, um den Einfluß der allein variablen Temperatur hervortreten zu lassen. Bei konstanter Gasdichte, also bei konstantem n_m steigt proportional mit der Temperatur der Gasdruck, das Verhältnis p/T ist konstant, und darum *ist bei konstanter spezifischer Molekülzahl der Kathodenfall des Glimmstromes unabhängig von der Temperatur.*

III. Der Kathodenfall als Funktion der Stromstärke und des Druckes.

§ 15. *Die Äquikonstanz.* — Auf Grund früherer Messungen wurde folgende Formel für den Kathodenfall des Glimmstromes aufgestellt:

$$K = K_n + \frac{k'}{p . f^{1/2}} (i - \varkappa' . p . f)^{1/2};$$

hierbei wurde die Temperatur als konstant vorausgesetzt. Ausgehend von dieser Formel wurde im vorhergehenden Abschnitt die Abhängigkeit des Kathodenfalles von der Temperatur ermittelt und dem Kathodenfallgesetz folgende erweiterte Form gegeben:

$$K = K_n + \frac{k . T}{p . f^{1/2}} \left(i - \frac{\varkappa . p . f}{T} \right)^{1/2}.$$

Es erübrigt, die in dieser Formel gegebene Beziehung zwischen Kathodenfall, Stromstärke und Gasdruck neu zu prüfen.

Ist eine physikalische Größe K eine Funktion mehrerer Variablen, so ist die erste Aufgabe der experimentellen Untersuchung, sämtliche K bestimmende Variablen zu ermitteln; das sind in unserem Falle i, p, f, T; wie die nächste Abhandlung zeigen wird, ist hierzu auch noch die magnetische Feldstärke H zu rechnen.

Man kann nun weiter für spezielle Verhältnisse die physikalische Erscheinung verwirklichen, eine Variable i ohne Rücksicht auf die übrigen variieren, die zugehörigen Werte der Funktion K bestimmen und so eine Reihe von K, i-Werten erhalten. Diese kann man in graphischer oder analytischer Interpolation stetig zu einer Kurve oder in einer mathematischen Formel verbinden. Diese hat aber zunächst lediglich die Bedeutung einer Interpolationsformel und nur ein spezielles technisches Interesse. Die wissenschaftliche Analyse hat nach Aufsuchung der Variablen in folgender Weise vorzugehen, um die Funktion K (i, f, p, T) zu ermitteln.

Es sind sämtliche Variablen bis auf eine, beispielsweise T, konstant zu halten; ändert sich ohne äußeres Zutun zusammen mit T noch eine zweite Variable, beispielsweise i, so muß diese Änderung durch eine absichtliche Änderung von i kompensiert werden oder es müssen die Verhältnisse so gewählt werden, daß die ungewollte Änderung von i die K, T-Kurve nicht erheblich stören kann. Auf diese Weise gewinnt man dann eine Reihe von K, T-Werten, die äquikonstant in i, p und f sind. In den K, T-Kurven treten i, p und f als Parameter auf; es sind für weit auseinanderliegende Werte dieser Parameter die zugehörigen K, T-Kurven zu konstruieren, um eine allgemein gültige Beziehung zwischen K und T zu gewinnen.

Um die Beziehung zwischen K und i aufzufinden, sind Messungsreihen von K, i-Werten anzustellen, die äquikonstant in p, f und T sind.

§ 16. *K, i-Kurven.* — Die Messungsreihen, die man erhält, wenn man i variiert und die zugehörigen K-Werte mißt, sind nicht äquikonstant in der Temperatur. Denn wie in § 8 dargelegt wurde, erhöht der Glimmstrom von selbst die Temperatur an der Kathode. Die nachstehenden Messungsreihen

wurden ohne Rücksicht auf die Selbsterwärmung der Kathode an einer 0,67 mm dicken, 26 mm langen Platinkathode aufgenommen. Die Stromstärke ist in Mikroampère angegeben. Der Gasdruck war trotz der Länge der Reihen konstant, ebenso konnte f als konstant betrachtet werden. Der normale Kathodenfall K_n war 395 Volt.

$p = 0,794$		$p = 0,313$		$p = 0,141$		$p = 0,089$	
i	K	i	K	i	K	i	K
20	395	20	395	30	550	15	615
26	395	38	430	40	590	22	650
40	395	56	460	50	610	35	680
87,5	410	81	490	61	630	65	815
120	425	106	520	74	660	85	860
182,5	455	156	570	95	690	120	940
330	495	261	630	135	750	190	1095
407	610	331	665	216	860	242	1180
436,5	520	438	720	267	920	312	1300
530	545	528	765	342	1000	368	1360
630	575	593	800	385	1050	410	1410
755	600	719	860	442	1110	535	1550
910	640	1062	990	520	1180	600	1630
1425	755	1385	1120	691	1320	691	1700
1725	825	1648	1220	808	1420	—	—
2110	905	—	—	950	1550	—	—
2370	945	—	—	—	—	—	—

In der Fig. 11 sind die vorstehenden Messungsreihen graphisch angetragen. Wie bereits bemerkt wurde, sind diese K, i-Kurven nicht äquikonstant in Temperatur; Kathodenfall und Stromstärke wurden erst längere Zeit nach Stromschluß abgelesen, als sie konstant geworden waren; besonders für diejenigen K, i-Punkte, welche Eckpunkte einer großen Fläche $K . i$ sind, ist die Temperaturerhöhung der Kathode infolge der Selbsterwärmung eine beträchtliche. *Indes auch wenn man die Selbsterwärmung der Kathode zuläßt, ordnen sich die K, i-Punkte nicht zu Geraden, sondern zu gekrümmten Linien; die Annäherung der letzteren an Gerade ist um so größer, je größer die Selbsterwärmung der Kathode oder die elektrische Arbeit $K . i$ ist; dies ist besonders bei hohen Gasdrucken der Fall, wie Fig. 4*

zeigt; auf diese Weise vermag die Selbsterwärmung eine geradlinige Beziehung zwischen Stromstärke und Kathodenfall vorzutäuschen. Da die Temperaturerhöhung an der Kathode infolge der Selbsterwärmung eine Erhöhung des Kathodenfalles nach sich zieht, so sind die in Temperatur äquikonstanten K, i-Kurven noch stärker nach unten gekrümmt als die wirklich beobachteten Kurven.

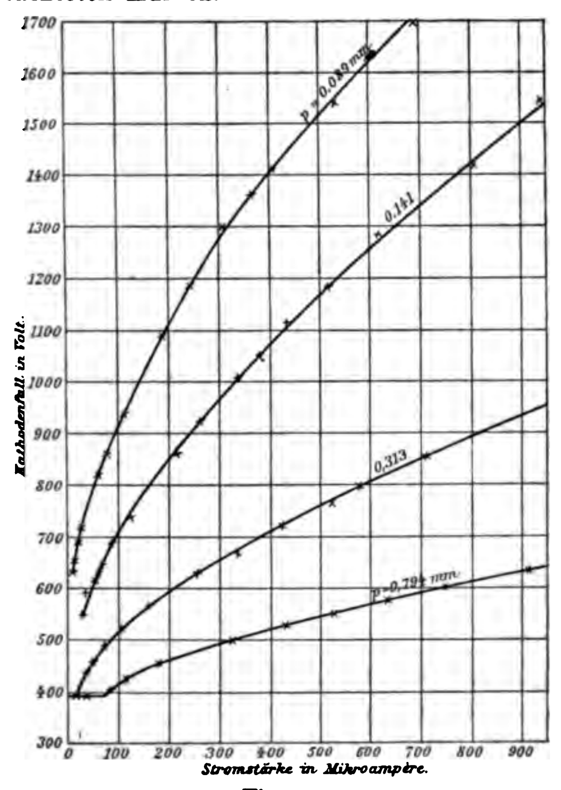


Fig. 11.

Bei kleinen Stromstärken oder genauer bei kleinem Werte der Fläche $K.i$ ist die Temperaturerhöhung an der Kathode gering; es können darum wenigstens die in der Nähe der K-Achse liegenden Stücke der K, i-Kurven als äquikonstant in Temperatur betrachtet werden. Solche angenähert äquikonstante Kurvenstücke gibt für verschiedene Drucke die Fig. 12. Sie wurden für den Zweck des folgenden Paragraphen ermittelt.

§ 17. *K, p-Kurven.* — Um die Beziehung zwischen Kathod
fall und Gasdruck zu finden, hat man K, p-Kurven zu k
struieren, die äquikonstant sind in Stromstärke und Tempera
Sie können aus den Kurven der Fig. 12 erhalten werden,
denen der Gasdruck als Parameter auftritt, indem man
einzelne Stromstärken die Werte des Kathodenfalles der einzel
Kurven aus der Fig. 12 entnimmt. Die Kurven der Fig.
sind auf diese Weise konstruiert. Sie zeigen nahezu den V

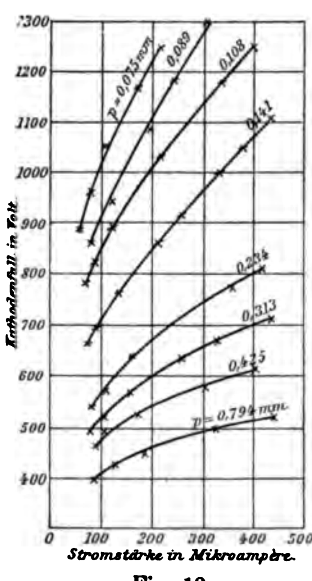


Fig. 12.

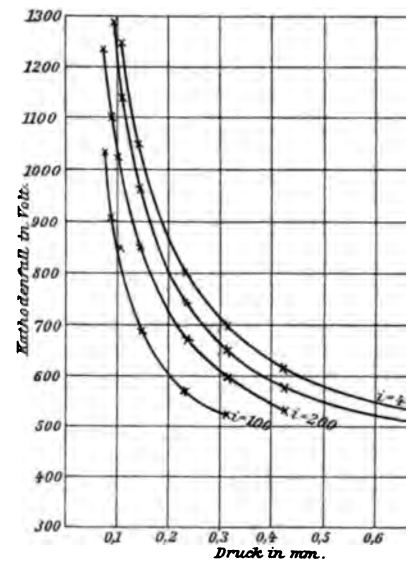


Fig. 13.

lauf von gleichseitigen Hyperbeln, welche die K-Achse und
Gerade $K = 395$ zu Asymptoten haben. Streng hyperboli
sind sie nur in ihrem oberen Ast, in dem unteren treten
an die Gerade $K = 395$ um so näher heran, je mehr sich
Kathodenfall seinem normalen Wert nähert, und fallen schli
lich mit ihr zusammen.

Dies Verhalten ist aus der Formel

$$K = K' + \frac{k \cdot T}{p \cdot f^{1/2}} \left(i - \frac{\varkappa \cdot p \cdot f}{T} \right)^{1/2}$$

zu erwarten, wenn

$$\frac{k \cdot T}{f^{1/2}} = C_1 = \text{konst. und } \frac{\varkappa \cdot f}{T} = C_2 = \text{konst.}$$

ist. Für Werte von i, neben denen $C_2 \cdot p$ zu vernachlässigen ist, also bei beträchtlicher Entfernung des Kathodenfalles von seiner normalen Phase, stellt die Gleichung $(K - K_n) \cdot p = C_1 \cdot i^{1/2}$ eine gleichseitige Hyperbel dar.

Diese letzte Beziehung

$$\frac{(K - K_n) \cdot p}{i^{1/2}} = \text{konst.}$$

ist in der nachstehenden Tabelle analytisch geprüft. Die verwerteten K, i-Punkte sind einerseits genügend weit von der normalen Phase entfernt, andererseits sind sie angenähert äquikonstant in Temperatur.

Druck in mm	$i = 400$		$i = 300$		$i = 200$		$i = 100$	
	K	$(K-395) \cdot p$	K	$(K-395) \cdot p$	K	$(K-395) \cdot p$	K	$(K-395) \cdot p$
0,794	514	85,3	490	75,4	—	—	—	—
0,425	610	91,4	575	76,5	530	57,8	—	—
0,318	695	93,9	650	79,8	595	62,6	515	37,6
0,234	800	94,7	740	80,7	665	63,2	565	37,4
0,141	1050	92,3	965	80,4	850	64,1	690	41,6
0,108	1245	91,8	1135	79,9	1020	70,2	845	48,6
0,089	—	—	1280	78,9	1100	62,7	910	46,8
0,075	—	—	—	—	1230	62,6	1030	47,6
Mittel	—	91,5	—	78,8	—	63,2	—	43,3
$\frac{(K-395) \cdot p}{i^{1/2}}$	—	4,57	—	4,55	—	4,49	—	4,33

§ 18. *Schlußbetrachtung.* — Für trockene, fett- und quecksilberfreie Luft wird nach den vorausgehenden Untersuchungen die Beziehung zwischen Kathodenfall, Stromstärke, Gasdruck und Temperatur genügend genau dargestellt durch die Formel:

$$K = K_n + \frac{k \cdot T}{p \cdot f^{1/2}} \left(i - \frac{\varkappa \cdot p \cdot f}{T}\right)^{1/2}.$$

Für andere Gase ist zunächst ein allgemeineres Gesetz aufzustellen:

$$K = K_n + \frac{k \cdot T^m}{p^m f^q} \left(i - \frac{\varkappa \cdot p^n \cdot f}{T^n}\right)^q.$$

Aufgabe weiterer Untersuchungen ist es, für die verschiedenen reinen Gase die Konstanten K_n, k, $\varkappa$, m, n, q zu bestimmen.

Der Glimmstrom besitzt an seiner Kathode mehrere sehr merkwürdige Eigenschaften, die er mit keiner anderen Form der elektrischen Strömung gemein hat. Die Spannungsdifferenz zwischen seiner Kathode und der negativen Glimmschicht kann nie unter eine bestimmte untere Grenze, den normalen Kathodenfall, sinken, ohne daß der Glimmstrom aufhört zu existieren. Bei einem gewöhnlichen Leiter kann in einem jeden Querschnitt jede beliebig kleine Stromdichte hergestellt werden für den Glimmstrom dagegen besitzt bei einem bestimmten Gasdruck die Stromdichte an der Kathode eine untere Grenze unter die sie nicht erniedrigt werden kann, wenn die elektrische Strömung die Form des Glimmstromes beibehalten soll die Stromdichte J ist darum durch die Formel darzustellen:

$$J = j_n + j = \varkappa \cdot \left(\frac{p}{T}\right)^n + j;$$

für Luft ist $n = 1$.

Da im Kathodendunkelraum des Glimmstromes elektrische Strömung vorhanden ist, so sind dort auch positive und negative Ionen vorhanden. In der Zahl der im Dunkelraum vorhandenen Ionen halten sich zwei entgegengesetzte Wirkungen das Gleichgewicht. Die eine Wirkung, die elektrische Strömung führt beständig negative Ionen von der Kathode weg aus den Dunkelraum heraus in die negative Glimmschicht hinein; ähnliches hat in entgegengesetzter Richtung mit den positiven Ionen, statt. Die andere Wirkung, der Stoß schnell bewegter Ionen schafft beständig neue Ionen aus neutralen Gasteilchen und zwar wirken in der ersten Kathodenschicht die positiven in der negativen Glimmschicht die negativen Ionen als Ionisatoren, nachdem sie zum größten Teil den ganzen Kathodenfall frei durchlaufen und so eine große kinetische Energie angenommen haben. Für die Geschwindigkeit, mit welcher die negativen Ionen die Grenzfläche von Dunkelraum und negativer Glimmschicht durchfliegen, gilt:

$$\tfrac{1}{2}\mu \cdot v_n^2 = \frac{\varepsilon \cdot K}{300},$$

wo μ die Masse, ε die Ionenladung bezeichnet.

Göttingen, März 1903.

(Eingegangen 9. April 1903.)

2. *Der Kathodenfall des Glimmstromes im Magnetfeld; von J. Stark.*

§ 1. *Einleitung.* — Bringt man einen stromdurchflossenen Wismutdraht in ein Magnetfeld, so steigt die Spannungsdifferenz an seinen Enden unter gleichzeitigem Sinken der Stromstärke. Lagert man über die Linien des Glimmstromes räumlich magnetische Kraftlinien, so verändern diese ebenfalls Stromstärke und Elektrodenspannung. Im Wismutdraht ist unabhängig von der Gegenwart eines elektrischen Stromes in allen Punkten Leitfähigkeit vorhanden, die elektrische Strömung hat in ihm in allen Punkten die gleiche Form. Im Glimmstrom durch ein Gas dagegen wird die Ionisation in einem Punkte erst durch den Stoß seiner bewegten Ionen geschaffen, dazu besteht er aus mehreren voneinander beträchtlichen verschiedenen Teilen.

Über den Einfluß des Magnetfeldes auf Elektrodenspannung und Stärke des Glimmstromes sind schon zahlreiche Untersuchungen angestellt worden, die sehr mannigfaltige, scheinbar regellose und widersprechende Resultate lieferten. Am erfolgreichsten war eine Untersuchung von E. Riecke[1]), indem sie die Gesichtspunkte zu einer experimentellen Analyse der Erscheinung fand. Nach E. Riecke setzt sich dier Einfluß eines Magnetfeldes auf die Elektrodenspannung des Glimmstromes aus zwei Teilen zusammen, einer Erhöhung des Spannungsabfalles in der positiven Lichtsäule und einer Erniedrigung des Spannungsabfalles an der Kathode.

Vor längerer Zeit schon stellte ich Messungen über den Kathodenfall des Glimmstromes an; einen kurzen Bericht gab ich über sie bereits an einer anderen Stelle.[2]) Neuerdings habe ich diese Versuche unter verbesserten Umständen wiederholt und weiter geführt.

1) E. Riecke, Ann. d. Phys. 4. p. 592. 1901.
2) J. Stark, Die Elektrizität in Gasen p. 405. Leipzig 1902.

§ 2. *Versuchsanordnung.* — Der Stromkreis setzte sicl bei meinen Versuchen aus folgenden Teilen zusammen: Hoch spannungsbatterie, Jodkadmiumwiderstand, Unterbrecher, Anode Kathode der Stromröhre, Telephon, Mikroampèremeter, Erde Batterie.

Als Gasfüllung diente trockene, fettfreie Luft. Der Gas druck in der Stromröhre wurde nach der Kompressionsmethode [1] bestimmt. Um den störenden Einfluß der Selbstevakuation zı beseitigen, war an die Stromröhre noch ein großes, 1 Lite haltendes Gefäß angeschlossen.

Zur Messung des Kathodenfalles dienten geeignet an gebrachte Sonden, diese waren entweder mit einem Braunschel Elektrometer für hohe Spannungen oder mit einem multizellu laren Elektrometer für niedrige Spannungen verbunden; di Gehäuse der Elektrometer lagen an der Kathode des Glimm stromes.

Das Magnetfeld wurde mittels zweier gleicher Magneti sierungsspulen mit dicken zylindrischen Eisenkernen erzeugt Sie waren hintereinander geschaltet und konaxial so aufgestellt daß zwischen ihnen ein eben hinreichender Zwischenraum bliel zur Aufnahme der Stromröhre. Im Gebiet des Glimmstrome war das Magnetfeld homogen. Die Stärke des Magnetisierungs stromes wurde mit einem Präzisionsampèremeter gemessen Dieses und das Mikroampèremeter waren so weit vom Magnetfel aufgestellt, daß sie nicht gestört wurden.

Die Stärke des Magnetisierungsstromes wurde von 0 bi 10 Amp. variiert; innerhalb dieses Bereiches war die magne tische Feldstärke proportional der Stromstärke. Dies zeig die nachstehende Eichkurve (Fig. 1); sie wurde mit Probespul und ballistischem Galvanometer ermittelt. Die remanente Feld stärke ist in ihr nicht enthalten; diese ist vielmehr als Null punkt angenommen.

§ 3. *Verlauf der kathodischen Stromlinien im Magnetfeld.* — In metallischen und elektrolytischen Leitern erfahren di Stromlinien durch ein Magnetfeld nur insofern eine Änderung als der Halleffekt auftritt. Im Glimmstrom sind sowohl ii dem negativen Glimmlicht wie in der positiven Lichtsäule di

1) El. i. G. p. 18.

Träger des negativen Stromes die kleinmassigen negativen Elektronionen. Diese erfahren einerseits eine große magnetische Ablenkung; andererseits erzeugen sie durch ihren Stoß die Ionisation; wo sie nicht vorhanden sind, ist auch diese und die elektrische Strömung nicht vorhanden. Aus diesen Gründen werden die Linien des Glimmstromes so stark durch ein Magnetfeld beeinflußt.

Für uns kommt hier in erster Linie die Veränderung der Stromlinien an der Kathode in Betraeht. Läuft ein von der Kathode ausgehender Kathodenstrahl, der ja eine Stromlinie darstellt, in der Richtung einer magnetischen Kraftlinie, so

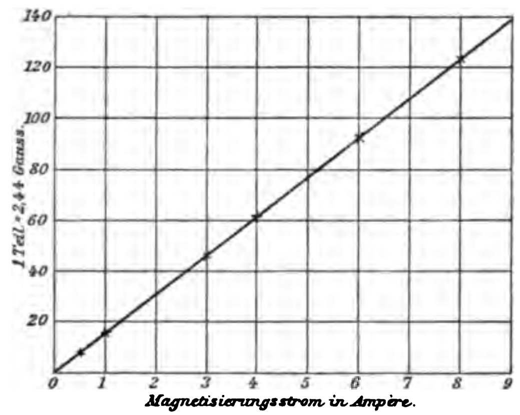


Fig. 1.

erfährt er keine Ablenkung. Dagegen werden die sekundären Strahlen, die durch Zerstreuung der bis dahin unabgelenkten Strahlen im Gase entstehen, am seitlichen Abirren von der primären Strahlenrichtung durch die magnetischen Kraftlinien gehindert, indem sie um diese spiralig gewickelt werden. *Auf diese Weise vermehrt ein Magnetfeld die Zahl der Stromlinien negativer Elektrizität in seiner Richtung; es zwingt sie in seiner Richtung den Querschnitt beizubehalten, den sie in ihrem Ursprung an der Kathode haben.* Infolgedessen vermag das von den Kathodenstrahlen erzeugte negative Glimmlicht weiter in der Richtung des Magnetfeldes vorzudringen und das positive Licht zurückzuschieben.

Besitzen die von der Kathode ausgehenden negativen Strahlen eine Geschwindigkeitskomponente normal zu den

magnetischen Kraftlinien, so werden sie von diesen abgelenkt. Die transversale Bewegung geht in eine kreisförmige um die Kraftlinien über; die Strahlen können sich nicht mittels der transversalen Komponente von der Kathode entfernen, sondern werden in deren Nähe vom Magnetfeld festgehalten und kommen dann hier im Gase zur Absorption. *Indem so ein Magnetfeld transversal laufende Kathodenstrahlenergie in der Nähe der Kathode zur Absorption im Gase bringt, wirkt es wie eine Erhöhung des Gasdruckes*, insofern die Kathodenstrahlen um so näher an der Kathode im Gase absorbiert werden, je größer dessen Druck ist.

Außer der Verstärkung der gleichlaufenden kathodischen Stromlinien und der Zusammendrängung und Krümmung der transversal laufenden, bringt ein Magnetfeld noch eine dritte Wirkung auf die Stromlinien an der Kathode hervor. Wie ich an anderer Stelle[1]) dargelegt habe, bedingen sich erste Kathodenschicht und negative Glimmschicht gegenseitig; da wo ein Teil der einen nicht entstehen kann, vermag in paralleler Lage der entsprechende Teil der anderen auch nicht zu stande zu kommen; wird die eine verschoben, so folgt ihr parallel auch die andere. Nun hindern magnetische Kraftlinien transversale Stromlinien, ihre anfängliche Richtung fortzusetzen, sie zwingen sie ihrer eigenen Richtung zu folgen. Auf diese Weise kann ein Magnetfeld die Stelle verschieben, in welcher die negativen von der Kathode weglaufenden Strahlen in der negativen Glimmschicht im Gas zur Absorption kommen; es kann den Querschnitt der negativen Glimmschicht und damit dann auch die erste Kathodenschicht schmälern. *Ein transversales Magnetfeld vermag also die Basis des Glimmstromes an der Kathode oder die mit Glimmlicht bedeckte Oberfläche der Kathode zu verkleinern.* Beispiele dieser Wirkung wurden bereits an anderer Stelle (El. i. G. p. 402) gegeben. Fig. 5 unten stellt die Erscheinung ebenfalls dar; weiter unten wird noch öfter davon die Rede sein.

In der vorstehenden Wirkung beeinflußt das Magnetfeld die negativen von der Kathode weglaufenden Stromlinien; es ist hierbei angenommen, daß die Wirkung auf die positiven

1) J. Stark, Ann. d. Phys. 7. p. 434. 1902.

Strahlen, welche auf die Kathode zulaufen und in der ersten Kathodenschicht das Gas ionisieren, in gleichem Sinne verläuft oder, wenn entgegengesetzt, doch zurücktritt. Es ist indes auch der Fall möglich, daß die Wirkung auf die Kathodenstrahlen gering ist und *die Wirkung auf die Kanalstrahlen eine Veränderung und zwar eine Verbreiterung der Grundfläche des negativen Glimmlichtes hervorbringt.* Man kann diese unter folgenden Umständen beobachten. Fig. 2 zeigt eine Scheiben-



Fig. 2.



Fig. 3.

kathode, die nahe von der Glaswand umgeben ist. Infolge der positiven Ladung[1]) der Glaswände im Kathodendunkelraum erfahren die auf die Kathode zulaufenden positiven Kanalstrahlen eine Abstoßung nach der Mitte; die Niveauflächen der Spannung sind nicht zur Achse senkrechte Ebenen; die Stromlinien sind etwas gegen die Rohrachse geneigt. Die erste Kathodenschicht ist auf die Mitte der Scheibe beschränkt. Erregt man nun parallel zur Rohrachse, senkrecht zur Scheibenfläche, ein homogenes Magnetfeld, so werden die vom Rande der negativen Glimmschicht nach der Scheibenmitte laufenden Kanalstrahlen vom longitudinalen Magnetfeld an der transversalen Bewegung gehindert und gezwungen, in der Nähe der Rohrwand zu bleiben. Die Folge davon ist eine Verbreiterung der Grundfläche des Glimmlichtes, wie Fig. 3 zeigt.

§ 4. *Anschluß der positiven Lichtsäule an das negative Glimmlicht.* — Da in der positiven Lichtsäule des Glimmstromes die Ionisation durch die negativen von der Kathode herkommenden Elektronionen erzeugt wird, so *muß die positive Lichtsäule immer Anschluß suchen an das Ende der negativen Glimmschicht und jeder einzelne Teil der Lichtsäule an den unmittelbar vorausgehenden von der Kathode herkommenden Teil.* Diese Regel, welche allgemein und auch für den Fall der Gegenwart eines Magnetfeldes gilt, wurde bereits an anderer

1) A. Wehnelt, Ann. d. Phys. 10. p. 542. 1903.

Stelle (El. i. G. p. 403) mit verschiedenartigen Beispielen b legt. Hier seien noch folgende erwähnt.

Die Anode sei eine Scheibe, ihr stehe normal eine Drał kathode gegenüber. Bei höherem Gasdruck und nicht : großer Stromstärke bedeckt das negative Glimmlicht nur ein Teil der Kathode; von der ganzen Vorderseite der Anode ge die positive Lichtsäule aus. Wird parallel zur Drahtkatho ein Magnetfeld erregt, so wird das negative Glimmlicht g wöhnlich vorn an der Spitze der Kathode zu einem dünne diese eng umhüllenden Zylinder zusammengedrängt; gleichzeit wird die positive Lichtsäule zusammengeschnürt. Manchm kommt es auch vor, daß das negative Glimmlicht vom Magne feld an das hintere Ende der Kathode gedrängt wird; es ste dann einen Hohlzylinder dar, der nach der Anode zu offen is analog nimmt dann auch die positive Lichtsäule die Foı eines Hohlzylinders an.

Fig. 4 stellt einen Glimmstrom bei ziemlich hoher Ga verdünnung im Magnetfeld Null dar; das positive Licht i

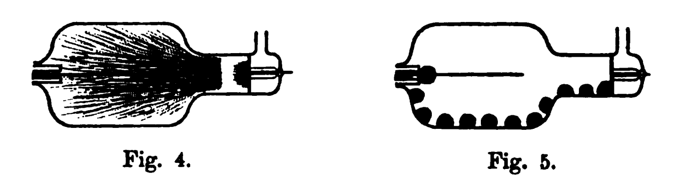


Fig. 4. Fig. 5.

gänzlich in die Anode verschwunden, da bis zu dieser d negative Glimmschicht vordringt. In Fig. 5 ist zu diese Glimmstrom ein transversales Magnetfeld erregt. Nunme bedeckt das negative Glimmlicht nur mehr einen kleinen T der Kathode, es ist stark verkürzt und nach unten an d Glaswand gedrängt. Da, wo hier die negative Glimmschic (erste Schicht an der Kathode) endigt, setzen sich die Stroı linien in einer langen geschichteten, an der Glaswand zusamme gedrängten positiven Lichtsäule fort.

§ 5. *Teilung des negativen Glimmlichtes im Magnetfeld.* Gelegentlich der hier mitgeteilten Messungen beobachtete i innerhalb eines gewissen Bereiches von Stromstärke, Gasdru und magnetischer Feldstärke einen eigenartigen Einfluß d Magnetfeldes auf das negative Glimmlicht.

Die Kathode sei ein 3—4 cm langer Draht. Wie Fig. 6 zeigt[1]), bedeckt das negative Glimmlicht (erste Kathodenschicht, Dunkelraum, negative Glimmschicht) bei ziemlich niedrigem Gasdruck im Magnetfeld Null gleichmäßig die ganze Oberfläche. Erregt man parallel zur Kathode, also senkrecht zu den von ihr ausgehenden Strahlen ein homogenes Magnetfeld von etwa 190 Gauss, so teilt sich, wie Fig. 7 zeigt, das Glimmlicht in zwei Teile, die durch einen ziemlich lichtlosen Raum voneinander getrennt sind. Über den vorderen auf der Kathodenspitze sitzenden bläulichen (gestrichelt) Teil ist ein rötlicher (punktiert) Ring positiven Lichtes geschoben; dieser stellt die Fortsetzung

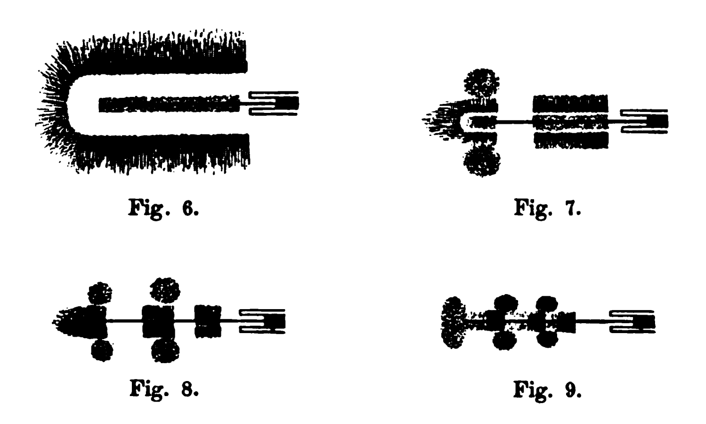


Fig. 6. Fig. 7.

Fig. 8. Fig. 9.

der Stromlinien des hinteren Teiles des Glimmlichtes dar; die zu dem vorderen Teile gehörende positive Lichtsäule ist in der Zeichnung nicht zu sehen, sie beginnt erst in größerem Abstande von der Kathodenspitze.

Eine noch größere magnetische Feldstärke teilt das Glimmlicht in drei, an längeren Kathoden in noch mehr Ringe. Über jeden bläulichen (gestrichelt) Ring negativen Glimmlichtes, ausgenommen über den hintersten Ring ist ein Ring rötlichen (punktiert) positiven Lichtes geschoben (Figg. 8 u. 9). Ein jeder rote Ring gehört als Stromfortsatz zu dem vorhergehenden blauen engeren Ring. In Fig. 9 (Feldstärke etwa

1) Fig. 6, 7, 8, 9 stellen Längsschnitte dar, die räumlichen Lichtgebilde werden durch Rotation um die Achse der Kathode erhalten.

270 Gauss) ist auch das zum vordersten blauen Ring gehörende positive Licht zu sehen.

Bei konstanter magnetischer Feldstärke und konstantem Gasdruck wächst die Zahl der negativen blauen Ringe mit der Stromstärke. Ist von ihnen einmal die ganze Länge der Kathode besetzt, so wächst bei weiter zunehmender Stromstärke die Länge des einzelnen Ringes, es wird hierbei dann unter Umständen die Zahl unstetig wieder kleiner.

Bei konstanter magnetischer Feldstärke und konstanter Stromstärke wächst die Länge des einzelnen blauen Ringes mit sinkendem Gasdruck.

Bei konstanter Stromstärke und konstantem Gasdruck nimmt die Ringlänge ab mit wachsender magnetischer Feldstärke; gleichzeitig wird auch der Durchmesser der blauen negativen wie der roten positiven Ringe kleiner und diese schieben sich näher an ihre zugehörigen negativen Ringe heran. Ferner wird mit wachsender Feldstärke der Abstand des ersten blauen Ringes von dem Ende des die Kathode haltenden Glasrohres größer; die Grundfläche des negativen Glimmlichtes wird also kleiner.

§ 6. *K, i-Kurven im Magnetfeld.* — Bezeichnet K_t den Kathodenfall, i die Stromstärke, p den Gasdruck, f die von Glimmlicht bedeckte Kathodenoberfläche, K_n den normalen Kathodenfall, k und $\varkappa$ Konstanten, so gilt bei konstanter Temperatur (vgl. vorausgehende Abhandlung):

$$K = K_n + \frac{k}{p \cdot f^{1/2}} (i - \varkappa \cdot p \cdot f)^{1/2}.$$

Bei konstantem Gasdruck wird die Beziehung zwischen K und i graphisch durch parabolische Kurven dargestellt. Am geeignetsten für die Prüfung dieser Beziehung sind drahtförmige Kathoden. Unter Beobachtung der in der vorausgehenden Abhandlung angegebenen Vorsichtsmaßregeln habe ich mehrere Messungsreihen über die Beziehung zwischen Kathodenfall und Stromstärke im Magnetfeld angestellt. Das Magnetfeld war hierbei parallel der Drahtkathode aus Platin, stand also senkrecht zu den an dieser entspringenden Strahlen.

Die nachstehenden Tabellen geben mehrere derartige Messungsreihen (i Stromstärke in Mikroampère, K Kathodenfall in Volt, p Druck in Millimetern, H Feldstärke in Gauss).

$p = 0,166.$

$H = 0$		$H = 97$		$H = 190$	
i	K	i	K	i	K
82	550	88	430	90	410
110	585	118	452	122	430
158	630	175	465	180	455
262	720	311	492	322	455
340	780	415	510	435	456
448	850	580	540	616	457
541	895	732	560	786	457
613	920	850	580	920	460

$p = 0,493$

$H = 0$		$H = 190$	
i	K	i	K
122	357	123	350
181	390	183	360
420	475	433	390
580	520	616	402
724	560	783	410
831	590	919	415

In Fig. 10 sind die vorstehenden Messungen in Kurven eingetragen. Wie man aus den Tabellen und den Kurven er-

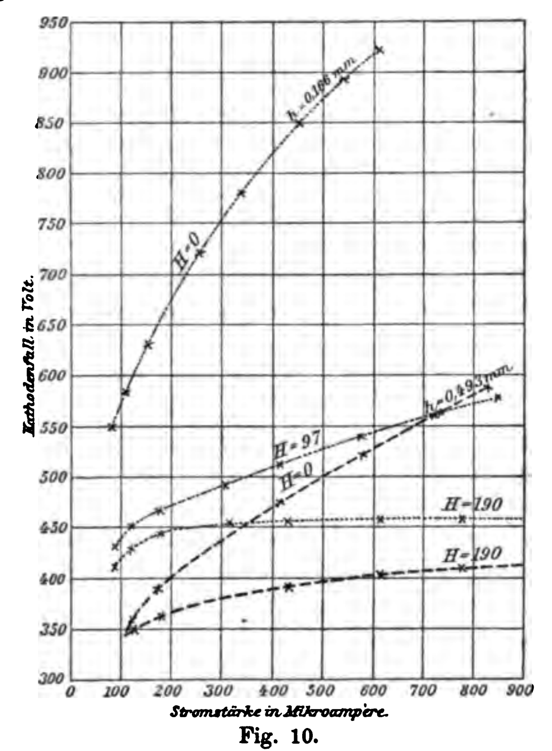


Fig. 10.

sieht, verändert ein transversales Magnetfeld sowohl Kathodenfall wie Stromstärke; die K, i-Kurven erfahren durch ein

Magnetfeld eine Form- und Lageänderung. Die magnetische Feldstärke tritt als variabler Parameter in das Kathodenfallgesetz; es entsteht die Aufgabe, zu untersuchen, welche einzelne Größen in der oben angegebenen Formel Funktionen der magnetischen Feldstärke sind.

§ 7. *Der normale Kathodenfall im Magnetfeld.* — Die Konstante K_n in der obigen Formel für den Kathodenfall, *der normale Kathodenfall,* der unabhängig ist von Stromdichte, Gasdruck und Temperatur, ***ist auch unabhängig von einem Magnetfeld, mag es longitudinal oder transversal zu den kathodischen Stromlinien laufen.***

Diesen Satz habe ich sowohl an Draht- wie an Scheibenkathoden bestätigt. Unter Umständen scheint jedoch ein Magnetfeld den normalen Kathodenfall sowohl zu erniedrigen wie zu erhöhen. Ist nämlich der Glimmstrom im Magnetfeld unstetig, singt also das Telephon, so wächst der Kathodenfall, sowie bei Erregung des Magnetfeldes das Telephon verstummt. Ist umgekehrt der Strom im Magnetfeld Null stetig, so sinkt der Kathodenfall, sowie Erregung des Magnetfeldes ein Singen des Telephons bewirkt. Diese Beobachtungen erklären sich daraus, daß bei pulsierendem Strom das Elektrometer nicht den Maximalwert der Spannung der Sonde, also den normalen Kathodenfall, sondern einen kleineren Mittelwert angibt.

§ 8. *Die Stromdichte im Magnetfeld.* — In der Formel für den Kathodenfall

$$K = K_n + \frac{k}{p \cdot f^{1/4}} (i - \varkappa . p . f)^{1/4}$$

stellt i/f die wirklich vorhandene Stromdichte, $\varkappa . p = j_n$ die normale Stromdichte (El. i. G. p. 128) dar. *Die von Glimmlicht bedeckte Oberfläche f der Kathode ist,* wie oben bereits dargelegt wurde, eine *Funktion der magnetischen Feldstärcke H und zwar wird f in einem transversalen Magnetfeld kleiner mit wachsendem H, in einem longitudialen Magnetfeld, das senkrecht zu einer eng umwandeten Scheibenkathode steht, wird f größer mit wachsendem H.* Im ersten Falle wird gleichzeitig die Stromstärke i größer; darum *wird durch ein transversales Magnetfeld die Stromdichte $j = i/f$ vergrößert.* Im zweiten Falle wird gleichzeitig mit f auch i größer und zwar etwas schneller als f; darum *wird auch durch ein longitudinales Magnetfeld die Strom-*

dichte erhöht, aber beträchtlich weniger als durch ein transversales.

Genaue Messungen der Grundfläche f im Magnetfelde lassen sich schwer anstellen; einmal ist nämlich im Magnetfeld die Grenze zwischen bedeckt und unbedeckt unschärfer als ohne Magnetfeld; sodann *wird durch das Magnetfeld die Verteilung der Stromdichte in der Regel ungleichmäßig,* wie es beispielsweise in der oben beschriebenen Erscheinung der Teilung des negativen Glimmlichtes in einzelne Ringe der Fall ist.

Das Vorstehende gilt allgemein und darum auch für die normale Stromdichte $j_n = \varkappa . p$; auch *die normale Stromdichte wird durch ein transversales Magnetfeld vergrößert.* Dies kann man am besten an einer drahtförmigen Kathode beobachten, die parallel zum Magnetfeld gestellt ist. Bedeckt im Feld Null das negative Glimmlicht nur einen Teil der Kathodenoberfläche, so zieht sich seine Grundfläche zusammen, sowie das Magnetfeld erregt wird, und zwar um so mehr, je größer die magnetische Feldstärke und je kleiner der Gasdruck ist. Wenn $j_n = \varkappa . p$ von einem Magnetfeld abhängig ist, so kann dies nur daher rühren, *daß die Konstante $\varkappa$ eine Funktion der Feldstärke H ist.* Dies ist auf Grund folgender Überlegung verständlich. Die normale Stromdichte j_n ist um so größer, je größer die Zahl der Zusammenstöße der Kathodenstrahlen mit neutralen Gasteilchen in der Nähe der Kathode ist, also in je größerer Nähe der Kathode die Kathodenstrahlenergie vom Gase absorbiert wird. Nun aber bewirkt, wie oben dargelegt wurde, ein transversales Magnetfeld in der Tat, daß die Kathodenstrahlenergie in größerer Nähe der Kathode absorbiert wird. Je niedriger der Gasdruck ist, desto länger wird das Glimmlicht, desto weiter entfernt sich also ohne Magnetfeld die Kathodenstrahlenergie von der Kathode; desto mehr erhöht dann auch ein transversales Magnetfeld die Stromdichte.

In der Formel des Kathodenfalles bezeichnet der größte Wert von $\varkappa . p . f$, der Wert, für den die Grundfläche mit wachsender Stromstärke nicht mehr zunehmen kann, diejenige Stromstärke, welche die Grenze bildet zwischen normalem und abnormalem Kathodenfall oder zwischen dem geraden und dem

parabolischen Teil der K, i-Kurven. Nun lassen schon die gestrichelten Kurven der Fig. 10 erkennen, daß dieser Punkt durch ein transversales Magnetfeld nicht verschoben wird. In der Tat konnte ich nie beobachten, daß der abnormale Kathodenfall durch das Magnetfeld auf den Wert des normalen erniedrigt wurde. *Die Grenzstromstärke* $\varkappa . p . f$ *zwischen normalem und abnormalem Kathodenfall ist also von einem transversalen Magnetfeld unabhängig.* Dies erklärt sich daraus, daß in $\varkappa . p . f$ sowohl $\varkappa$ wie f eine Funktion der Feldstärke ist, und zwar nimmt $\varkappa$ zu, f ab mit wachsender Feldstärke.

§ 9. *Kathodenstrahlen normal zum Magnetfeld, Glaswand entfernt.* — Indem die Glaswand die Ausbreitung des negativen Glimmlichtes hindert, stört sie die normale Entwickelung der Erscheinungen an der Kathode. Um die Kathodenstrahlen entfernt von der Glaswand und zugleich normal zu magnetischen Kraftlinien verlaufen zu lassen, wählt man am besten eine von einem Glasröhrchen gehaltene Drahtkathode, bringt sie radial in einem weiten kugelförmigen oder axial in einem weiten zylindrischen Stromgefäß an; das homogene Magnetfeld läßt man parallel zur Drahtachse, also senkrecht zu den von seiner Oberfläche ausgehenden Kathodenstrahlen laufen.

Durch ein Magnetfeld wird sowohl die Stromstärke wie der Kathodenfall geändert; zur Analyse der Beziehung zwischen Kathodenfall und Feldstärke ist es notwendig, äquikonstante Wertereihen beider Größen zu gewinnen. In der Formel

$$K = K_n + \frac{k}{p . f^{1/4}} (i - \varkappa . p . f)^{1/4}$$

ist K_n, p und $\varkappa . p . f$ unabhängig von H; f ist eine Funktion von H, kann aber nicht konstant gehalten werden. Um wenigstens i und damit $(i - \varkappa . p . f)$ konstant zu halten, wurden für jeden einzelnen in Messung gezogenen Wert von H zwei oder drei Wertepaare von K und i ermittelt. Diese wurden dann wie in Fig. 10 graphisch angetragen und durch graphische Interpolation zu Kurvenstücken verbunden. Aus diesen wurden dann die zu einem und demselben Werte von i gehörigen Werte von K für verschiedene Werte von H entnommen.

In den nachstehenden Tabellen sind mehrere Messungsreihen der bezeichneten Art mitgeteilt. Statt der magnetischen

Feldstärke selbst ist der ihr proportionale Magnetisierungsstrom J eingetragen.

J	p = 0,163		p = 0,056				p = 0,031			
	i	K	i	K	i	K	i	K	i	K
0	320	810	243	990	367	1195	133	1380	190	1495
0,5	328	755	273	910	418	1070	194	1185	303	1305
1	333	650	320	795	517	915	255	1005	403	1125
1,5	—	—	—	—	—	—	260	1000	413	1125
3,2	413	490	342	740	565	855	240	1060	375	1210
5	415	480	335	775	560	880	225	1115	350	1260
7	415	480	328	795	558	895	222	1150	345	1280
10	407	520	327	795	558	895	215	1170	338	1295

In der Fig. 11 sind, um ein Beispiel zu geben, die vorstehenden Werte von Magnetisierungsstrom J und Kathoden-

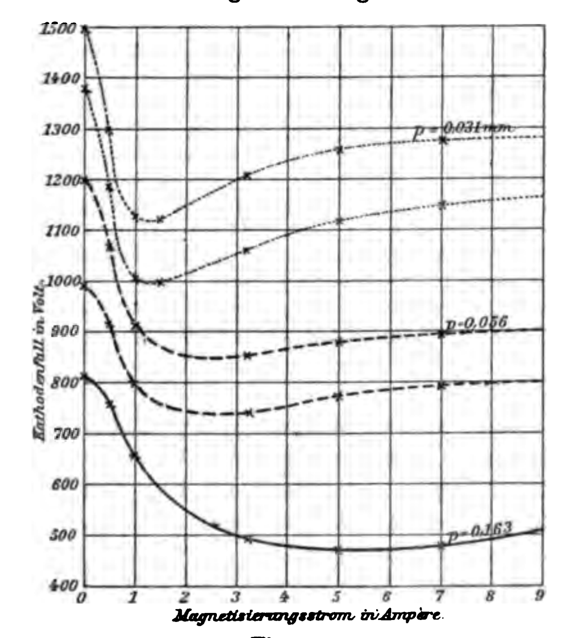


Fig. 11.

fall K in Kurven eingetragen ohne Berücksichtigung des Wertes der Stromstärke; diese Kurven sind darum nicht äquikonstant in Stromstärke. Dagegen ist dies der Fall bei den Kurven

der Fig. 12, die auf die oben angegebene Weise durch graphische Interpolation aus den K, i-Kurven für verschiedene H-Werte gewonnen wurden. Ebenfalls sind die K, J-Kurven in den Figg. 13 u. 14 äquikonstant in der Stromstärke i. Es erübrigt sich, die zugehörigen Messungsreihen mitzuteilen. Es sei nur bemerkt, daß bei ihnen nicht zwei K, i-Punkte für jede Kurve wie in den mitgeteilten Tabellen, sondern drei Punkte ermittelt wurden.

Wie man sieht, besteht eine jede K, J-Kurve aus einem absteigenden und einem aufsteigenden Ast, auf jenem nimmt

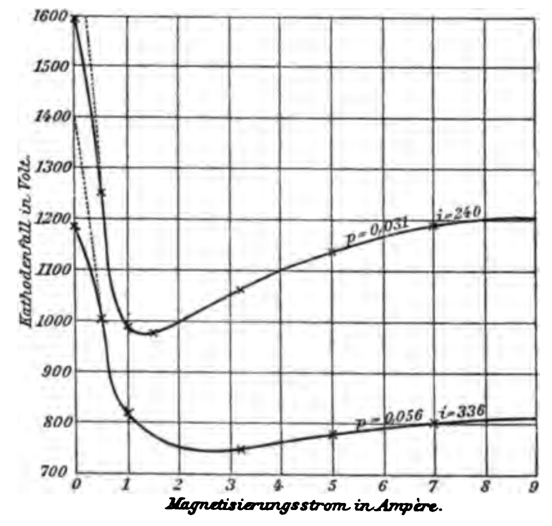


Fig. 12.

der Kathodenfall ab mit steigender Feldstärke, auf diesem nimmt er zu, ohne indes seinen Wert für $H = 0$ zu erreichen; zwischen ihnen liegt ein Minimum des Kathodenfalles.

Der absteigende Ast besitzt einen Wendepunkt, indem der Kathodenfall mit wachsendem Magnetisierungsstrom erst langsam, dann schnell, dann wieder langsamer abnimmt. Diese Erscheinung dürfte sich in folgender Weise erklären. In den Figg. 11 u. 12 ist nicht die wirkliche magnetische Feldstärke H selbst, sondern nur die magnetisierende Stromstärke J angetragen. Nun ist mit Rücksicht auf den remanenten Magnetismus zu setzen $H = H_0 + C \,.\, J$, wo H_0 die remanente Feldstärke, C einen

Proportionalitätsfaktor bedeutet. Neben großen Werten von J kann H_0 vernachlässigt werden, nicht aber mehr in der Nähe von $J = 0$. Für $J = 0$ ist darum K bereits beträchtlich kleiner als für $H = 0$. In den Figg. 12, 13 u. 14 ist darum in Extrapolation durch Punktierung der Verlauf der K, J-Kurven angedeutet für den Fall, daß J auch in der Nähe von Null H genau mäße.

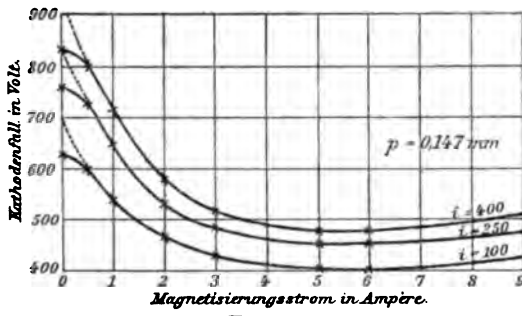


Fig. 13.

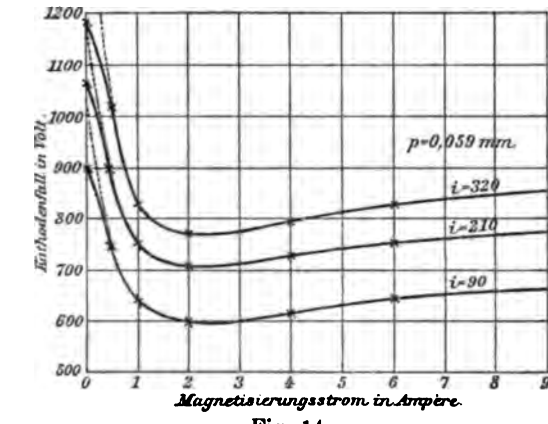


Fig 14.

An den Kurven fällt weiter auf, daß der Wert der Feldstärke J, für welchen der Kathodenfall ein Minimum hat, unabhängig von der Stromstärke ist. Die Bedingung für dieses Minimum ist:

$$\frac{dK}{dH} = (i - \varkappa . p . f)^{1/2} \frac{d}{dH}\left(\frac{k}{p . f^{1/2}}\right) + \frac{k}{p . f^{1/2}} \frac{d}{dH}(i - \varkappa . p . f)^{1/2} = 0.$$

Nun war bei meiner Versuchsanordnung die Anode der ne Glimmschicht so nahe, daß die positive Lichtsäule sov Magnetfeld Null wie in dem erregten Magnetfeld fehlte ; lief an der Anode parallel den Stromlinien und brachte keine Änderung in dem anodischen Teil der Strömung Aus diesem Grunde war der Kathodenfall K praktisch der Elektrodenspannung[1]; bezeichnet E die äußere (motorische Kraft, r den äußeren Widerstand, so darf diesem Falle setzen $i = (E - K)/r$. Bei Einführung die ziehung erhält man:

$$\frac{dK}{dH} = (i - \varkappa . p . f)^{1/2} \frac{d}{dH}\left(\frac{k}{p . f^{1/2}}\right)$$
$$- \frac{k}{2p . f^{1/2} . r}\left(\frac{E-K}{r} - \varkappa . p . f\right)^{-1/2} \frac{dK}{dH} = 0$$

oder

$$\frac{dK}{dH} = \frac{(i - \varkappa . p . f)^{1/2} \frac{d}{dH}\left(\frac{k}{p . f^{1/2}}\right)}{1 + \frac{k}{2p . f^{1/2} . r}\left(\frac{E-K}{r} - \varkappa . p . f\right)^{-1/2}} = 0 .$$

Diese Gleichung wird nur erfüllt, wenn

$$\frac{d}{dH}\left(\frac{k}{p . f^{1/2}}\right) = 0$$

ist. In dieser Bedingung ist aber die Stromstärke nicl enthalten. Aus diesem Grunde ist diejenige magnetisch stärke, welche das Minimum d thodenfalles herstellt, unter den ge Versuchsbedingungen unabhängig Stromstärke.

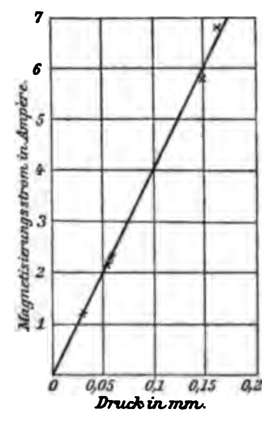


Fig. 15.

In Fig. 15 ist als Abszis Druck angetragen, als Ordinate d Feldstärke (gemessen in J), wel Minimum des Kathodenfalles h Wie man sieht, besteht zwischen Größen Proportionalität.

Es ist zu vermuten, daß d Äste der K, J-Kurven zwei Wir des Magnetfeldes auf den Kath entsprechen; die eine Wirkung mi

1) J. Stark, Physik. Zeitschr. 3. p. 88. 1901.

dem absteigenden Ast den Kathodenfall erniedrigen, die andere ihn auf dem aufsteigenden Ast erhöhen; für kleine Feldstärken überwiegt jene, für große diese Wirkung. Nach dem in § 3 u. 8 Gesagten ist es leicht, diese zwei Wirkungen zu erkennen. Erstens werden die Kathodenstrahlen in größerer Nähe der Kathode zur Absorption gebracht, ähnlich wie bei höherem Gasdruck; *die Konstante k nimmt also ab mit steigender Magnetfeldstärke und zwar erst rasch, dann langsam, der Differentialquotient dk/dH hat also negatives Vorziehen. Zweitens verkleinert ein transversales Magnetfeld die Grundfläche des negativen Glimmlichtes und zwar um so mehr, je niedriger der Gasdruck ist; der Differentialquotient df/dH ist also ebenfalls negativ.* Da k im Zähler, f im Nenner in der Formel des Kathodenfalles steht, so nimmt dieser ab infolge Verkleinerung von k, er nimmt indes zu infolge Verkleinerung von f. Die Bedingungsgleichung für das Minimum

$$\frac{d}{dH}\left(\frac{k}{p\,.\,f^{1/2}}\right) = 0 = f^{-1/2}\frac{dk}{dH} - \frac{k}{2}f^{-3/2}\frac{df}{dH}$$

kann erfüllt werden, da die in ihr vorkommenden zwei Differentialquotienten gleiches Vorzeichen haben. Da df/dH für kleine Werte von H um so größer ist, je kleiner der Gasdruck ist, so wird das Minimum für um so kleinere Feldstärken erreicht, je niedriger der Gasdruck ist.

§ 10. *Kathodenstrahlen normal zum Magnetfeld, Glaswand nahe.* — Eine Röhre von der in Fig. 4 gezeichneten Form wurde in ein transversales Magnetfeld gebracht; als Kathode diente die Scheibenelektrode, welche normal zur Rohrachse stand und mit ihrem Rand die Glaswand berührte.

Wie bereits dargelegt wurde und wie aus Fig. 5 ersichtlich ist, bringt auch hier das transversale Magnetfeld eine Verkleinerung von f hervor. Die Kathodenstrahlen werden durch die transversale Feldstärke ebenfalls verkürzt und gehindert, von der Kathode sich weit zu entfernen. Während indes ihre Energie bei entfernter Glaswand im Gas absorbiert wird, wodurch k abnimmt, wird sie bei naher Glaswand zum größeren Teil an dieser, zum kleineren Teil im Gas in der Nähe der Kathode absorbiert. Aus diesem Grunde *wird bei naher Glaswand k durch ein transversales Magnetfeld nur wenig oder gar nicht verkleinert.*

Aus dem Vorstehenden erklärt sich folgende Abhängigkeit des Kathodenfalles von einer transversalen Feldstärke bei naher Glaswand. *Wächst die Feldstärke langsam von Null ausgehend, so nimmt der Kathodenfall erst ein wenig bis zu einem Minimum ab und steigt dann rasch mit wachsender Feldstärke zu sehr hohen Werten an.*

§ 11. *Kathodenstrahlen parallel zum Magnetfeld.* — Es ist schwer eine Versuchsanordnung zu finden, in welcher sämtliche von der Kathode ausgehende Strahlen die gleiche Richtung besitzen. Diese Bedingung ist nämlich zu erfüllen, um den Einfluß des Magnetfeldes auf den Kathodenfall bei räumlichem Zusammenfallen von Kraftlinien und Kathodenstrahlen isoliert für sich zu untersuchen.

Wählt man als Kathode eine Kreisscheibe, die wie in Figg. 2 und 4 normal zur Achse des Glasrohres steht und an diesem eng anliegt, so laufen die Kathodenstrahlen wohl bei höherem Gasdruck, also kleiner Länge des Kathodendunkelraumes, alle parallel der Rohrachse; bei niedrigen Gasdrucken gehen sie indes nur von der Mitte der Scheibe aus und sind infolge der Wandladung etwas gegen die Rohrachse geneigt (Fig. 2).

Erregt man im ersten Fall ein Magnetfeld senkrecht zu der Scheibenkathode, also parallel zu den Kathodenstrahlen, so ändert sich der Kathodenfall nicht, auch wenn dieser bereits abnormal ist. *Laufen also die Kathodenstrahlen parallel dem Magnetfeld, so ist der Kathodenfall unabhängig von der magnetischen Feldstärke.*

Im zweiten Falle, bei niedrigem Gasdruck, besitzen die Kathoden- und Kanalstrahlen eine kleine Geschwindigkeitskomponente normal zu dem Magnetfeld. Es tritt nunmehr die oben § 3 besprochene Erscheinung auf, daß die Grundfläche f des Glimmlichtes durch ein paralleles Magnetfeld vergrößert wird. Von dem Einfluß des Magnetfeldes auf den Kathodenfall

$$K = K_n + \frac{k}{p \cdot f^{1/2}} (i - \varkappa . p . f)^{1/2}$$

in diesem Falle geben die nachstehenden Tabellen ein Beispiel.

$p = 0{,}313$				$p = 0{,}133$				$p = 0{,}081$				$p = 0{,}047$					
i	*K*	*i*	*K*	*i*	*K*	*i*	*K*	*i*	*K*	*i*	*K*	*i*	*K*	*i*	*K*	*i*	*K*
199	320	473	340	164	640	347	820	87	870	238	1160	31	1420	70	1700	135	1830
200	315	474	334	166	620	349	800	92	825	247	1130	38	1310	83	1640	167	1790
200	305	475	327	174	580	362	760	103	700	280	1000	58	980	155	1420	290	1730
201	295	476	320	176	550	375	720	109	630	308	920	67	830	203	1270	440	1650
202	292	477	310	—	—	—	—	111	600	324	860	70	780	230	1165	535	1590
—	—	—	—	180	510	386	670	112	590	330	835	—	—	—	—	—	—
202	286	479	290	—	—	—	—	113	590	335	820	73	720	253	1060	650	1530
202	280	479	290	180	500	390	650	113	590	337	810	—	—	—	—	—	—
—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	73	710	265	1020	707	1470
202	280	479	290	180	495	392	625	113	590	338	800	—	—	—	—	—	—
202	280	479	290	—	—	—	—	113	590	338	800	73	710	270	990	745	1420

Die K, J-Kurven der Fig. 16 sind auf Grund der vorstehenden Tabellen nach der oben angegebenen Art konstruiert; sie sind äquikonstant in Stromstärke.

Wie aus den Tabellen und Kurven zu ersehen ist, nimmt der Kathodenfall mit wachsender Feldstärke ab, um schließlich einen konstanten Wert anzunehmen; gleichzeitig wird auch f größer und schließlich ebenfalls konstant. Der konstante Wert wird, wie die drei obersten im Druck äquikonstanten Kurven ersehen lassen und leicht zu verstehen ist, für um so größere Feldstärken erreicht, je größer die Strahlengeschwindigkeit ist. In der Konstanz des Kathodenfalles bei größerer Feldstärke wiederholt sich die bei höheren Drucken auftretende Erscheinung, daß der Kathodenfall unabhängig vom Magnetfeld ist, wenn Kathodenstrahlen und Kraftlinien parallel laufen. Diese letztere Bedingung ist nämlich bei größerer Feldstärke erfüllt.

§ 12. *Kathodenstrahlen geneigt zum Magnetfeld.* — Die in §§ 9, 10 und 11 besprochenen Fälle einer Einwirkung des Magnetfeldes auf den Kathodenfall des Glimmstromes stellen einfache und ausgezeichnete Fälle der Erscheinung dar. Sie schließen alle übrigen Fälle in kontinuierlichem Übergang oder in Übereinanderlagerung der in ihnen isolierten Wirkungen zwischen sich. Es kann kein wissenschaftliches Interesse bieten, die verwickelten Erscheinungen zu beschreiben, die ein Magnet-

3. *Beiträge zu der Lehre von der Luftelektrizität von Eduard Riecke.*

(Aus den Nachrichten der K. Gesellschaft der Wissenschaften zu Göttingen Mathematisch-physikalische Klasse. Heft 1 u. 2. 1903.)

I. Über die Zerstreuung der Elektrizität in abgeschlossenen Räumen.

In der öffentlichen Sitzung der K. Ges. d. Wiss. zu Göttingen am 15. November des vergangenen Jahres habe ich über „neuere Anschauungen der Elektrizitätslehre mit besonderer Beziehung auf Probleme der Luftelektrizität“ gesprochen. Der allgemeine Teil des Vortrages betraf die Gegenstände, die ich in meinem Lehrbuche der Physik (2. Aufl.) im achten Buche des zweiten Bandes behandelt habe; der spezielle Teil beschäftigte sich mit Anwendungen der allgemeinen Theorie auf einzelne Fragen der luftelektrischen Forschung; er beruhte auf Rechnungen, zu denen ich eben durch die Ausarbeitung des Vortrages veranlaßt worden war. Ich hatte ursprünglich die Absicht, jene Rechnungen in Anmerkungen zu dem Vortrage zu veröffentlichen. Da aber der wesentliche Inhalt des Vortrages an anderer Stelle erscheinen wird, so ziehe ich vor, jene Rechnungen in selbständiger Weise mitzuteilen.

1. *Grundgleichungen der Theorie der Zerstreuung.* Die Dichte der positiven Ionen in dem den Zerstreuungskörper umgebenden Luftraum sei $\overset{+}{N}$, die der negativen $\overset{-}{N}$; die geordneten Geschwindigkeiten der Ionen, wie sie durch äußere Kräfte oder durch Konzentrationsunterschiede erzeugt werden, seien $\overset{+}{\mathfrak{g}}$ und $\overset{-}{\mathfrak{g}}$, ihre Komponenten nach den Achsen eines rechtwinkligen Koordinatensystems $\overset{+}{\mathfrak{g}}_x$, $\overset{+}{\mathfrak{g}}_y$, $\overset{+}{\mathfrak{g}}_z$ und $\overset{-}{\mathfrak{g}}_x$, $\overset{-}{\mathfrak{g}}_y$, $\overset{-}{\mathfrak{g}}_z$. Die Zahl der Ionen, welche in einem ccm in jeder Sekunde neu entstehen, sei q, die Zahl der in derselben Zeit durch Wieder-

vereinigung verschwindenden $\alpha \overset{+}{N} \overset{-}{N}$. Dann ergeben sich die Gleichungen:

$$\frac{\partial \overset{+}{N}}{\partial t} = -\left\{\frac{\partial (\overset{++}{N \mathfrak{g}_x})}{\partial x} + \frac{\partial (\overset{++}{N_y \mathfrak{g}_y})}{\partial y} + \frac{\partial \overset{++}{N_z \mathfrak{g}_z})}{\partial z}\right\} + q - \alpha \overset{+}{N} \overset{-}{N},$$

$$\frac{\partial \overset{-}{N}}{\partial t} = -\left\{\frac{(\partial \overset{--}{N \mathfrak{g}_x})}{\partial x} + \frac{\partial (\overset{--}{N_y \mathfrak{g}_y})}{\partial y} + \frac{\partial \overset{--}{N_z \mathfrak{g}_z})}{\partial z}\right\} + q - \alpha \overset{+}{N} \overset{-}{N}.$$

Die in Betracht kommende äußere Kraft sei eine elektrische, welche von der Ladung eines Zerstreuungskörpers und von der verschiedenen räumlichen Dichte der positiven und der negativen Ionen erzeugt wird. Ihre Komponenten seien $\mathfrak{F}_x, \mathfrak{F}_y, \mathfrak{F}_z$; die absoluten Beweglichkeiten der Ionen seien U und V, ihre Diffusionskoeffizienten $\overset{+}{k}$ und $\overset{-}{k}$, v bezeichne die Lichtgeschwindigkeit. Dann ist:

$$\overset{++}{N \mathfrak{g}_x} = v\, U \overset{+}{N} \mathfrak{F}_x - \overset{+}{k} \frac{\partial \overset{+}{N}}{\partial x}, \quad \overset{--}{N \mathfrak{g}_x} = -v\, V \overset{-}{N} \mathfrak{F}_x - \overset{-}{k} \frac{\partial \overset{-}{N}}{\partial x}.$$

. . . .

Substituieren wir diese Ausdrücke in den vorhergehenden Gleichungen, so ergibt sich:

$$\frac{\partial \overset{+}{N}}{\partial t} = -v\, U \operatorname{div}(\overset{+}{N} \mathfrak{F}) + \overset{+}{k} \Delta \overset{+}{N} + q - \alpha \overset{+}{N} \overset{-}{N},$$

$$\frac{\partial \overset{-}{N}}{\partial t} = \quad v\, V \operatorname{div}(\overset{-}{N} \mathfrak{F}) + \overset{-}{k} \Delta \overset{-}{N} + q - \alpha \overset{+}{N} \overset{-}{N},$$

Die *Ladung des Ions*, das elektrische Elementarquantum in elektrostatischem Maße sei ε; die Komponenten der in demselben Maße gemessenen *galvanischen Strömung* seien $\mathfrak{c}_x, \mathfrak{c}_y, \mathfrak{c}_z$. Dann gelten noch die Beziehungen:

$$\operatorname{div} \mathfrak{F} = 4\pi\, \varepsilon (\overset{+}{N} - \overset{-}{N})$$

$$\varepsilon\, v (U \overset{+}{N} + V \overset{-}{N}) \mathfrak{F}_x - \varepsilon \frac{\partial}{\partial x} (\overset{+}{k} \overset{+}{N} - \overset{-}{k} \overset{-}{N}) = \mathfrak{c}_x,$$

. . . .

2. *Der Sättigungsstrom.* Wir betrachten einen schalenförmigen Raum, der zwischen einem inneren positiv geladenen Konduktor und einem äußeren zur Erde abgeleiteten eingeschlossen ist. Das Volumen des Hohlraumes sei Ω; dann entstehen in ihm

in einer Sekunde $q\Omega$ positive und ebensoviel negative Ionen Wir setzen voraus, daß die Ionen in dem elektrischen Feld so schnell verschoben werden, daß der Ionenverlust durch Wiedervereinigung und durch Diffusion vernachlässigt werden kann. Sobald ein stationärer Zustand sich eingestellt hat müssen alle in einer Sekunde entstandenen positiven Ionen in derselben Zeit durch den äußeren, alle negativen Ionen durch den inneren Konduktor abgeschieden werden. Die Dichte der negativen Ionen an der Oberfläche des inneren Konduktors se $\bar{N}_i$, ihre Geschwindigkeit in der Richtung der inneren Normale $\bar{\mathfrak{g}}_i$ ebenso sei die Dichte der positiven Ionen an der äußeren Oberfläche $\overset{+}{N}_a$, ihre Geschwindigkeit in der Richtung der äußeren Normale $\overset{+}{\mathfrak{g}}_a$; $d\sigma_i$ und $d\sigma_a$ seien Elemente der Oberflächen. Dann ergeben sich die Gleichungen:

$$\Omega q = \int \bar{N}_i \bar{\mathfrak{g}}_i \, d\sigma_i = \int \overset{+}{N}_a \overset{+}{\mathfrak{g}}_a \, d\sigma_a .$$

Die Mengen von negativer und von positiver Elektrizität die in einer Sekunde an den inneren und an den äußeren Konduktor abgegeben werden, sind gleich $s\,\Omega q$. Bezeichnen wir durch $\mathfrak{C}$ den in elektrostatischem Maße gemessenen *Sättigungsstrom*, so ist:

$$\mathfrak{C} = s\,\Omega q = s \int \bar{N}_i \bar{\mathfrak{g}}_i \, d\sigma_i = s \int \overset{+}{N}_a \overset{+}{\mathfrak{g}}_a \, d\sigma_a .$$

Ist die Dichte der negativen Ionen an der Oberfläche des inneren Konduktors konstant, so ist $\mathfrak{C} = s\,\bar{N}_i \int \bar{\mathfrak{g}}_i \, d\sigma_i$. Die elektrische Kraft an der Oberfläche des Konduktors sei $\mathfrak{F}_i$ dann ist $\bar{\mathfrak{g}}_i = v\,V\mathfrak{F}_i$, und

$$\mathfrak{C} = v\,V s\,\bar{N}_i \int \mathfrak{F}_i \, d\sigma_i$$

$$\mathfrak{C} = 4\pi\,v\,V s\,\mathfrak{e}\,\bar{N}_i ,$$

wenn $\mathfrak{e}$ *die Ladung des inneren Konduktors* bezeichnet. Umgekehrt ergibt sich:

$$\bar{N}_i = \frac{\mathfrak{C}}{4\pi\,v\,V s\,\mathfrak{e}} ;$$

die Dichte der Ionen ist der Ladung des Konduktors umgekehrt proportional.

3. *Der Fall kugelförmiger Konduktoren.* Die beiden im vorhergehenden betrachteten Konduktoren seien konzentrische Kugeln von den Halbmessern r_i und r_a. Alle in den Gleichungen enthaltenen veränderlichen Größen sind dann Funktionen des Abstandes r von dem gemeinsamen Mittelpunkte der beiden Kugeln. Bei *Vernachlässigung der Diffusion* ergeben sich die Gleichungen:

$$\operatorname{div} \mathfrak{F} = 4\pi \varepsilon (\overset{+}{N} - \overset{-}{N}),$$

$$\varepsilon \nu (U \overset{+}{N} + V \overset{-}{N}) \mathfrak{F} = \mathfrak{c}.$$

Daraus folgt

$$\overset{+}{N} \mathfrak{F} = \frac{\mathfrak{c}}{\varepsilon \nu (U + V)} + \frac{V}{U + V} \cdot \frac{\mathfrak{F} \operatorname{div} \mathfrak{F}}{4\pi \varepsilon},$$

$$\overset{-}{N} \mathfrak{F} = \frac{\mathfrak{c}}{\varepsilon \nu (U + V)} - \frac{U}{U + V} \cdot \frac{\mathfrak{F} \operatorname{div} \mathfrak{F}}{4\pi \varepsilon}.$$

Substituiert man diese Werte in den Gleichungen:

$$q = \nu\, U \operatorname{div} (\overset{+}{N} \mathfrak{F}) = -\nu\, V \operatorname{div} (\overset{-}{N} \mathfrak{F}),$$

so ergibt sich die Differentialgleichung zur Bestimmung von $\mathfrak{F}$:

$$\operatorname{div} (\mathfrak{F} \operatorname{div} \mathfrak{F}) = 4\pi \varepsilon q \frac{U + V}{\nu\, U V}.$$

Nun ist:

$$\operatorname{div} \mathfrak{F} = \frac{2 \mathfrak{F}}{r} + \frac{d \mathfrak{F}}{d r},$$

$$\operatorname{div} (\mathfrak{F} \operatorname{div} \mathfrak{F}) = \frac{2 \mathfrak{F}^2}{r^2} + \frac{3}{r} \frac{d \mathfrak{F}^2}{d r} + \frac{1}{2} \frac{d^2 \mathfrak{F}^2}{d r^2}.$$

Wir erhalten also für den Fall des Sättigungsstromes die Gleichung:

$$\frac{d^2 \mathfrak{F}^2}{d r^2} + \frac{6}{r} \frac{d \mathfrak{F}^2}{d r} + \frac{4}{r^2} \mathfrak{F}^2 = 8\pi \varepsilon q \frac{U + V}{\nu\, U V}.$$

Das allgemeine Integral ist:

$$\mathfrak{F}^2 = \frac{4\pi \varepsilon q}{9} \frac{U + V}{\nu\, U V} r^2 + \frac{b_1}{r} + \frac{b_4}{r^4},$$

wo b_1 und b_4 Integrationskonstanten sind. Zu ihrer Bestimmung verwenden wir in erster Linie die Bedingung, daß *die Dichte* $\overset{+}{N}_i$ der positiven Ionen an der Oberfläche der inneren Kugel *gleich Null* sein muß. Man hat dann:

$$0 = \frac{c_i}{\varepsilon \nu (U+V) \mathfrak{F}_i} + \frac{V}{U+V} \frac{(\operatorname{div} \mathfrak{F})_i}{4 \pi \varepsilon},$$

$$\bar{N}_i = \frac{c_i}{\varepsilon \nu (U+V) \mathfrak{F}_i} - \frac{U}{U+V} \frac{(\operatorname{div} \mathfrak{F})_i}{4 \pi \varepsilon}.$$

Die Verbindung beider Gleichungen gibt:

$$\bar{N}_i = \frac{c_i}{\varepsilon \nu (U+V) \mathfrak{F}_i}\left(1 + \frac{U}{V}\right) = \frac{c_i}{\varepsilon \nu V \mathfrak{F}_i}.$$

Nun ist:

$$\mathfrak{C} = 4 \pi r_i^2 c_i, \quad \mathfrak{F}_i = \frac{e}{r_i^2},$$

somit:

$$\bar{N}_i = \frac{\mathfrak{C}}{4 \pi \varepsilon \nu V e},$$

in Übereinstimmung mit dem in dem vorhergehenden Abs gefundenen Werte.

Eine *zweite Bedingung*, welcher die Konstanten b_1 u genügen müssen, ist die, daß an der Oberfläche der in Kugel $\mathfrak{F}_i = e/r_i^2$ sein muß.

Daher ergeben sich zur Berechnung von b_1 und l beiden Gleichungen:

$$\frac{b_1}{r_i} + \frac{b_4}{r_i^4} = \frac{e^2}{r_i^4} - \frac{4 \pi \varepsilon q}{9} \frac{U+V}{\nu U V} r_i^2,$$

$$\frac{3}{2} \frac{b_1}{r_i} = - \frac{\mathfrak{C}}{\nu V r_i} - \frac{4 \pi \varepsilon q}{3} \frac{U+V}{\nu U V} r_i^2.$$

Daraus folgt:

$$b_1 = - \frac{2}{3} \frac{\mathfrak{C}}{\nu V} - \frac{8 \pi \varepsilon q}{9} \frac{U+V}{\nu U V} r_i^3,$$

$$b_4 = e^2 + \frac{2 \mathfrak{C} r_i^3}{3 \nu V} + \frac{4 \pi \varepsilon q}{9} \frac{U+V}{\nu U V} r_i^6.$$

Ferner wird:

$$\mathfrak{F}^2 = \frac{e^2}{r^4} - \frac{2}{3} \frac{\mathfrak{C}}{\nu V} \frac{1}{r}\left(1 - \frac{r_i^3}{r^3}\right) + \frac{4 \pi \varepsilon q}{9} \frac{U+V}{\nu U V} r^2 \left(1 - \frac{r_i^3}{r^3}\right)$$

$$\mathfrak{F} \operatorname{div} \mathfrak{F} = - \frac{\mathfrak{C}}{\nu V r^2} + \frac{4 \pi \varepsilon q}{3} \frac{U+V}{\nu U V} r \left(1 - \frac{r_i^3}{r^3}\right),$$

$$\overset{+}{N} \mathfrak{F} = \frac{1}{3} \frac{q}{\nu U} r \left(1 - \frac{r_i^3}{r^3}\right), \quad \bar{N} \mathfrak{F} = \frac{\mathfrak{C}}{4 \pi \varepsilon \nu V r^2} - \frac{1}{3} \frac{q}{\nu V} r \left(1 - \right.$$

Die Bedingung dafür, daß an der Oberfläche der äu Kugel $\bar{N}_a$ *gleich Null* wird, ist danach:

$$\text{(I)} \qquad \mathfrak{C} = \frac{4}{3} \pi \varepsilon q (r_a^3 - r_i^3) = \varepsilon q \Omega,$$

in Übereinstimmung mit dem früher Gefundenen. Benutzen wir diese Beziehung, so ergibt sich:

$$\text{(II)}\quad \begin{cases} \overset{+}{N}\mathfrak{F} = \frac{1}{3}\frac{\mathfrak{C}}{s\nu U\Omega}\, r\left(1-\frac{r_i^3}{r^3}\right), \\ \overset{-}{N}\mathfrak{F} = \frac{1}{3}\frac{\mathfrak{C}}{s\nu V\Omega}\, r\left(\frac{r_a^3}{r^3}-1\right). \end{cases}$$

4. *Theorie einer nicht ganz gesättigten Strömung.* Die allgemeinen Gleichungen

$$\overset{+}{N}-\overset{-}{N}=\frac{\operatorname{div}\mathfrak{F}}{4\pi s},$$

$$s\nu(U\overset{+}{N}+V\overset{-}{N})\mathfrak{F}_x = \mathfrak{c}_x + s\frac{\partial}{\partial x}(\overset{+}{k}\overset{+}{N}-\overset{-}{k}\overset{-}{N}),$$

. . . .

geben:

$$\mathfrak{F}_x\overset{+}{N}=\frac{\mathfrak{c}_x}{\nu s(U+V)}+\frac{V}{U+V}\frac{\mathfrak{F}_x\operatorname{div}\mathfrak{F}}{4\pi s}+\frac{1}{\nu(U+V)}\frac{\partial}{\partial x}(\overset{+}{k}\overset{+}{N}-\overset{-}{k}\overset{-}{N}),$$

$$\mathfrak{F}_x\overset{-}{N}=\frac{\mathfrak{c}_x}{\nu s(U+V)}-\frac{V}{U+V}\frac{\mathfrak{F}_x\operatorname{div}\mathfrak{F}}{4\pi s}+\frac{1}{\nu(U+V)}\frac{\partial}{\partial x}(\overset{+}{k}\overset{+}{N}-\overset{-}{k}\overset{-}{N}).$$

Da im stationären Zustande $\operatorname{div}\mathfrak{c}=0$ ist, so folgt:

$$\operatorname{div}(\overset{+}{N}\mathfrak{F}) = \frac{V}{U+V}\frac{\operatorname{div}(\mathfrak{F}\operatorname{div}\mathfrak{F})}{4\pi s}+\frac{1}{\nu(U+V)}(\overset{+}{k}\Delta\overset{+}{N}-\overset{-}{k}\Delta\overset{-}{N}),$$

$$\operatorname{div}(\overset{-}{N}\mathfrak{F}) = -\frac{V}{U+V}\frac{\operatorname{div}(\mathfrak{F}\operatorname{div}\mathfrak{F})}{4\pi s}+\frac{1}{\nu(U+V)}(\overset{+}{k}\Delta\overset{+}{N}-\overset{-}{k}\Delta\overset{-}{N}).$$

Substituiert man diese Werte in den Gleichungen:

$$\nu U\operatorname{div}(\overset{+}{N}\mathfrak{F}) = q-\alpha\overset{+}{N}\overset{-}{N}+\overset{+}{k}\Delta\overset{+}{N},$$

$$-\nu V\operatorname{div}(\overset{-}{N}\mathfrak{F}) = q-\alpha\overset{+}{N}\overset{-}{N}+\overset{-}{k}\Delta\overset{-}{N},$$

so ergibt sich:

$$\operatorname{div}(\mathfrak{F}\operatorname{div}\mathfrak{F}) = 4\pi s q\frac{U+V}{\nu UV}-4\pi s\alpha\frac{U+V}{\nu UV}\overset{+}{N}\overset{-}{N}$$
$$+\frac{4\pi s}{\nu}\frac{\overset{+}{k}+\overset{-}{k}}{U+V}(\Delta\overset{+}{N}+\Delta\overset{-}{N}).$$

Zur Berechnung der Ionendichten erhält man die Formeln:

$$\overset{+}{N}\mathfrak{F}=\frac{\mathfrak{c}}{s\nu(U+V)}+\frac{V}{U+V}\frac{\mathfrak{F}\operatorname{div}\mathfrak{F}}{4\pi s}+\frac{1}{\nu(U+V)}\frac{d}{dr}(\overset{+}{k}\overset{+}{N}-\overset{-}{k}\overset{-}{N}),$$

$$\overset{-}{N}\mathfrak{F}=\frac{\mathfrak{c}}{s\nu(U+V)}-\frac{U}{U+V}\frac{\mathfrak{F}\operatorname{div}\mathfrak{F}}{4\pi s}+\frac{1}{\nu(U+V)}\frac{d}{dr}(\overset{+}{k}\overset{+}{N}-\overset{-}{k}\overset{-}{N}).$$

In den mit α, mit $\overset{+}{k}$ und mit $\overset{-}{k}$ multiplizierten Glie[
setzen wir an Stelle von $\overset{+}{N}$ und $\overset{-}{N}$ die Werte

$$\overset{+}{N}_0 = \frac{q}{3\,\nu\,U}\frac{r}{\mathfrak{F}_0}\left(1 - \frac{r_i^3}{r^3}\right) \quad \text{und} \quad \overset{-}{N}_0 = \frac{q}{3\,\nu\,V}\frac{r}{\mathfrak{F}_0}\left(\frac{r_a^3}{r^3} - 1\right),$$

welche sich ergeben, wenn der jeweils beobachtete Strom [
der Theorie des Sättigungsstromes berechnet wird. Wir [
halten dann die Gleichungen:

$$\frac{d^2\mathfrak{F}^2}{d r^2} + \frac{6}{r}\frac{d\mathfrak{F}^2}{d r} + \frac{4}{r^2}\mathfrak{F}^2 = 8\,\pi\,\varepsilon\,q\frac{U+V}{\nu\,U\,V} - 8\,\pi\,\varepsilon\,\alpha\frac{U+V}{\nu\,U\,V}\overset{+}{N}_0 \cdot$$

$$+ \frac{8\,\pi\,\varepsilon}{\nu}\frac{\overset{+}{k}+\overset{-}{k}}{U+V}\,\Delta(\overset{+}{N}_0 + \overset{-}{N}_0),$$

$$\overset{+}{N}\mathfrak{F} = \frac{c}{\varepsilon\,\nu\,(U+V)} + \frac{V}{U+V}\frac{\mathfrak{F}\,\mathrm{div}\,\mathfrak{F}}{4\,\pi\,\varepsilon} + \frac{1}{\nu\,(U+V)}\frac{d}{d r}(\overset{+}{k}\overset{+}{N}_0 - \overset{-}{k}\,[$$

$$\overset{-}{N}\mathfrak{F} = \frac{c}{\varepsilon\,\nu\,(U+V)} - \frac{U}{U+V}\frac{\mathfrak{F}\,\mathrm{div}\,\mathfrak{F}}{4\,\pi\,\varepsilon} + \frac{1}{\nu\,(U+V)}\frac{d}{d r}(\overset{+}{k}\overset{+}{N}_0 - \overset{-}{k}\,[$$

Zur Integration setzen wir:

$$\mathfrak{F}^2 = \frac{4\,\pi\,\varepsilon\,q}{9}\frac{U+V}{\nu\,U\,V}r^2 + \frac{\Phi_1}{r} + \frac{\Phi_4}{r^4}.$$

Zur Berechnung von Φ_1 und Φ_4 benützen wir die [
chungen:

$$\frac{d\,\Phi_1}{d r} + \frac{1}{r^3}\frac{d\,\Phi_4}{d r} = 0.$$

$$\frac{d\,\Phi_1}{d r} + \frac{4}{r^3}\frac{d\,\Phi_4}{d r} = 8\,\pi\,\varepsilon\,\alpha\frac{U+V}{\nu\,U\,V}r^2\overset{+}{N}_0\overset{-}{N}_0$$

$$- \frac{8\,\pi\,\varepsilon}{\nu}\frac{\overset{+}{k}+\overset{-}{k}}{U+V}r^2\,\Delta(\overset{+}{N}_0 + \overset{-}{N}_0).$$

Daraus folgt:

$$\Phi_1 = -\frac{8}{3}\pi\,\varepsilon\,\alpha\frac{U+V}{\nu\,U\,V}\int r^2\overset{+}{N}_0\overset{-}{N}_0\,d r + \frac{8\,\pi\,\varepsilon}{3\,\nu}\frac{\overset{+}{k}+\overset{-}{k}}{U+V}\int r^2\,\Delta(\overset{+}{N}_0 + [$$

$$\Phi_4 = \frac{8}{3}\pi\,\varepsilon\,\alpha\frac{U+V}{\nu\,U\,V}\int r^5\overset{+}{N}_0\overset{-}{N}_0\,d r - \frac{8\,\pi\,\varepsilon}{3\,\nu}\frac{\overset{+}{k}+\overset{-}{k}}{U+V}\int r^5\,\Delta(\overset{+}{N}_0 + [$$

Nun ist:

$$\mathfrak{F}\,\mathrm{div}\,\mathfrak{F} = \frac{2\,\mathfrak{F}^2}{r} + \frac{1}{2}\frac{d\,\mathfrak{F}^2}{r} = \frac{4\,\pi\,\varepsilon\,q}{3}\frac{U+V}{\nu\,U\,V}r + \frac{3\,\Phi_1}{2\,r^2},$$

somit:

$$\overset{+}{N}\mathfrak{F} = \frac{c}{s\nu(U+V)} + \frac{q}{3\nu U} r + \frac{3}{8\pi s}\frac{V}{U+V}\frac{\Phi_1}{r^2}$$
$$+ \frac{1}{\nu(U+V)}\frac{d}{dr}(\overset{+}{k}\overset{+}{N}_0 - \overset{-}{k}\overset{-}{N}_0),$$
$$\overset{-}{N}\mathfrak{F} = \frac{c}{s\nu(U+V)} - \frac{q}{3\nu V} r - \frac{3}{8\pi s}\frac{U}{U+V}\frac{\Phi_1}{r^2}$$
$$+ \frac{1}{\nu(U+V)}\frac{d}{dr}(\overset{+}{k}\overset{+}{N}_0 - \overset{-}{k}\overset{-}{N}_0).$$

An der Oberfläche der inneren Kugel setzen wir näherungsweise:

$$0 = (\overset{+}{N}\mathfrak{F})_i = \frac{c_i}{s\nu(U+V)} + \frac{q}{3\nu U} r_i + \frac{3}{8\pi s}\frac{V}{U+V}\frac{\Phi_1^i}{r_i^2}$$
$$+ \frac{1}{\nu(U+V)}\left\{\frac{d}{dr}(\overset{+}{k}\overset{+}{N}_0 - \overset{-}{k}\overset{-}{N}_0)\right\}_i$$

und

$$(\overset{-}{N}\mathfrak{F})_i = \frac{c_i}{s\nu(U+V)} - \frac{q}{3\nu V} r_i - \frac{3}{8\pi s}\frac{U}{U+V}\frac{\Phi_1^i}{r_i^2}$$
$$+ \frac{1}{\nu(U+V)}\left\{\frac{d}{dr}(\overset{+}{k}\overset{+}{N}_0 - \overset{-}{k}\overset{-}{N}_0)\right\}_i.$$

Ihre Verbindung gibt:

$$(\overset{-}{N}\mathfrak{F})_i = \frac{c_i}{\nu s V} + \frac{1}{\nu V}\left\{\frac{d}{dr}(\overset{+}{k}\overset{+}{N}_0 - \overset{-}{k}\overset{-}{N}_0)\right\}_i.$$

Außerdem gilt für $r = r_i$ die Gleichung $\mathfrak{F}_i^2 = e^2/r_i^4$,

$$\frac{e^2}{r_i^4} = \frac{4\pi s q}{9}\frac{U+V}{\nu U V} r_i^2 + \frac{\Phi_1^i}{r_i} - \frac{\Phi_4^i}{r_i^4}.$$

Für Φ_1^i und Φ_4^i ergeben sich daher die Werte:

$$\Phi_1^i = -\frac{8\pi r_i^3 c_i}{3\nu V} - \frac{8\pi s q}{9}\frac{U+V}{\nu U V} r_i^3 - \frac{8\pi s}{3\nu V} r_i^2 \left\{\frac{d}{dr}(\overset{+}{k}\overset{+}{N}_0 - \overset{-}{k}\overset{-}{N}_0)\right\}_i.$$

$$\Phi_4^i = e^2 + \frac{8\pi r_i^5 c_i}{3\nu V} + \frac{4\pi s q}{9}\frac{U+V}{\nu U V} r_i^6 + \frac{8\pi s}{3\nu V} r_i^5 \left\{\frac{d}{dr}(\overset{+}{k}\overset{+}{N}_0 - \overset{-}{k}\overset{-}{N}_0)\right\}_i.$$

Wir setzen dementsprechend:

$$\Phi_1 = \Phi_1^i - \frac{8}{3}\pi s \alpha \frac{U+V}{\nu U V}\int_{r_i}^{r} r^2 \overset{+}{N}_0 \overset{-}{N}_0 \, dr + \frac{8\pi s}{3\nu}\frac{\overset{+}{k}+\overset{-}{k}}{U+V}\int_{r_i}^{r} r^2 \Delta(\overset{+}{N}_0 + \overset{-}{N}_0)\, dr,$$

$$\Phi_4 = \Phi_4^i + \frac{8}{3}\pi s \alpha \frac{U+V}{\nu U V}\int_{r_i}^{r} r^5 \overset{+}{N}_0 \overset{-}{N}_0 \, dr - \frac{8\pi s}{3\nu}\frac{\overset{+}{k}+\overset{-}{k}}{U+V}\int_{r_i}^{r} r^5 \Delta(\overset{+}{N}_0 + \overset{-}{N}_0)\, dr.$$

Mit Hülfe dieser Werte ergibt sich zunächst:

$$\overset{+}{N}\mathfrak{F} = \frac{1}{\varepsilon\nu(U+V)}\frac{r^2 c - r_i^2 c_i}{r^2} + \frac{q}{3\nu U} r\left(1 - \frac{r_i^3}{r^3}\right) - \frac{\alpha}{\nu U}\frac{1}{r^2}\int_{r_i}^{r} r^2 \overset{+}{N}$$

$$+ \frac{1}{\nu(U+V)}\frac{1}{r^2}\left\{r^2 \frac{d}{dr}(\overset{+}{k}\overset{+}{N_0} - \overset{-}{k}\overset{-}{N_0}) - r_i^2\left[\frac{d}{dr}(\overset{+}{k}\overset{+}{N_0} - \overset{-}{k}\overset{-}{N_0}\right.\right.$$

$$+ \frac{V(\overset{+}{k} + \overset{-}{k})}{\nu(U+V)^2}\frac{1}{r^2}\int_{r_i}^{r} r^2 \Delta(\overset{+}{N_0} + \overset{-}{N_0})\,dr,$$

$$\overset{-}{N}\mathfrak{F} = \frac{1}{\varepsilon\nu(U+V)}\frac{r^2 c - r_i^2 c_i}{r^2} + \frac{1}{\varepsilon\nu V}\frac{r_i^2 c_i}{r^2} - \frac{q}{3\nu V} r\left(1 - \frac{r_i^3}{r^3}\right)$$

$$+ \frac{\alpha}{\nu V}\frac{1}{r^2}\int_{r_i}^{r} r^2 \overset{+}{N_0}\overset{-}{N_0}\,d$$

$$+ \frac{1}{\nu(U+V)}\frac{1}{r^2}\left\{r^2 \frac{d}{dr}(\overset{+}{k}\overset{+}{N_0} - \overset{-}{k}\overset{-}{N_0}) - r_i^2\left[\frac{d}{dr}(\overset{+}{k}\overset{+}{N_0} - \overset{-}{k}\right.\right.$$

$$+ \frac{1}{\nu V}\frac{r_i^2}{r^2}\left[\frac{d}{dr}(\overset{+}{k}\overset{+}{N_0} - \overset{-}{k}\overset{-}{N_0})\right]_i - \frac{U(\overset{+}{k} + \overset{-}{k})}{\nu(U+V)^2}\frac{1}{r^2}\int_{r_i}^{r} r^2 \Delta(\overset{+}{N_0} +$$

Die Ausdrücke vereinfachen sich dadurch, daß im tionären Zustande $r^2 c = r_i^2 c_i$ sein muß. Soll ferner für die Dichte der negativen Ionen gleich Null sein, so man nach einer kleinen Umformung:

$$4\pi r_i^2 c_i = \tfrac{4}{3}\pi\varepsilon q(r_a^3 - r_i^3) - 4\pi\varepsilon\alpha\int_{r_i}^{r_a} r^2 \overset{+}{N_0}\overset{-}{N_0}\,dr$$

$$- \frac{4\pi\varepsilon}{U+V}\left\{V r_a^2\left[\frac{d}{dr}(\overset{+}{k}\overset{+}{N_0} - \overset{-}{k}\overset{-}{N_0})\right]_a + U r_i^2\left[\frac{d}{dr}(\overset{+}{k}\overset{+}{N_0} -\right.\right.$$

$$+ 4\pi\varepsilon\frac{UV(\overset{+}{k} + \overset{-}{k})}{(U+V)^2}\int_{r_i}^{r_a} r^2 \Delta(\overset{+}{N_0} + \overset{-}{N_0})\,dr.$$

Nun ist:

$$r^2 \Delta(\overset{+}{N_0} + \overset{-}{N_0}) = \frac{d}{dr}\left(r^2 \frac{d\overset{+}{N_0}}{dr} + r^2 \frac{d\overset{-}{N_0}}{dr}\right),$$

somit:

$$\int_{r_i}^{r_a} r^2 \Delta(\overset{+}{N}_0 + \overset{-}{N}_0)\, dr = r_a^2 \left[\frac{d\overset{+}{N}_0}{dr} + \frac{d\overset{-}{N}_0}{dr}\right]_a - r_i^2 \left[\frac{d\overset{+}{N}_0}{dr} + \frac{d\overset{-}{N}_0}{dr}\right]_i .$$

Mit Benutzung dieser Werte ergibt sich:

$$4\pi r_i^2 c_i = \tfrac{4}{3}\pi \varepsilon q (r_a^3 - r_i^3) - 4\pi\varepsilon\alpha \int_{r_i}^{r_a} r^2 \overset{+}{N}_0 \overset{-}{N}_0\, dr$$
$$+ 4\pi\varepsilon\left\{r_a^2 \overset{-}{k}\left(\frac{d\overset{-}{N}_0}{dr}\right)_a - r_i^2 \overset{+}{k}\left(\frac{d\overset{+}{N}_0}{dr}\right)_i\right\}.$$

Bezeichnet man den Sättigungsstrom mit $\mathfrak{C}_0$, den wirklich beobachteten Strom mit $\mathfrak{C}$, so wird:

$$\text{(III)}\quad \begin{cases} 4\pi\varepsilon\alpha \displaystyle\int_{r_i}^{r_a} r^2 \overset{+}{N}_0 \overset{-}{N}_0\, dr = \mathfrak{C}_0 - \mathfrak{C} \\ \qquad + 4\pi\varepsilon\left\{r_a^2 \overset{-}{k}\left(\dfrac{d\overset{-}{N}_0}{dr}\right)_a - r_i^2 \overset{+}{k}\left(\dfrac{d\overset{+}{N}_0}{dr}\right)_i\right\}. \end{cases}$$

Die Ausdrücke für die Ionendichten können auf die folgende Form gebracht werden:

$$\text{(IV)}\quad \begin{cases} \overset{+}{N}\mathfrak{F} = \dfrac{q}{3\nu U} r\left(1 - \dfrac{r_i^3}{r^3}\right) - \dfrac{\alpha}{\nu U}\dfrac{1}{r^2}\displaystyle\int_{r_i}^{r} r^2 \overset{+}{N}_0 \overset{-}{N}_0\, dr \\ \qquad + \dfrac{\overset{+}{k}}{\nu U}\dfrac{1}{r^2}\left\{r^2 \dfrac{d\overset{+}{N}_0}{dr} - r_i^2\left(\dfrac{d\overset{+}{N}_0}{dr}\right)_i\right\}, \\ \overset{-}{N}\mathfrak{F} = \dfrac{q}{3\nu V} r\left(\dfrac{r_a^3}{r^3} - 1\right) - \dfrac{\alpha}{\nu V}\dfrac{1}{r^2}\displaystyle\int_{r}^{r_a} r^2 \overset{+}{N}_0 \overset{-}{N}_0\, dr \\ \qquad + \dfrac{\overset{-}{k}}{\nu V}\dfrac{1}{r^2}\left\{r_a^2\left(\dfrac{d\overset{-}{N}_0}{dr}\right)_a - r^2 \dfrac{d\overset{-}{N}_0}{dr}\right\}. \end{cases}$$

Die Rechnungen werden dadurch erleichtert, daß man in allen Gliedern, die mit α oder mit k multipliziert sind, an

Stelle von $\mathfrak{F}$ den Wert $\mathfrak{F}' = \mathfrak{e}/r^2$ setzen kann. Zur Bestimmung von α erhält man dann die Gleichung:

$$4\pi\varepsilon\alpha\int_{r_i}^{r} r^2 \overset{+}{N}_0 \overset{-}{N}_0\, dr = \mathfrak{E}_0 - \mathfrak{E} - \frac{4\pi\mathfrak{E}_0}{\nu\mathfrak{e}}\frac{\overset{+}{k}+\overset{-}{k}}{U+V}\frac{r_a^4 + r_i^4}{\Omega}.$$

Für die durch Diffusion bedingten Korrektionsglieder der Werte von $\varepsilon\overset{+}{N}\mathfrak{F}$ und $\varepsilon\overset{-}{N}\mathfrak{F}$ ergeben sich die Ausdrücke:

$$\frac{\varepsilon\overset{+}{k}}{\nu U}\frac{1}{r^2}\left\{r^2\frac{d\overset{+}{N}_0}{dr} - r_i^2\left(\frac{d\overset{+}{N}_0}{dr}\right)_i\right\} = \frac{\overset{+}{k}\mathfrak{E}_0}{\nu^2 U^2\Omega\mathfrak{e}}\frac{r^4 - r_i^4}{r^2},$$

$$\frac{\varepsilon\overset{-}{k}}{\nu V}\frac{1}{r^2}\left\{r_a^2\left(\frac{d\overset{-}{N}_0}{dr}\right)_a - r^2\frac{d\overset{-}{N}_0}{dr}\right\} = -\frac{\overset{-}{k}\mathfrak{E}_0}{\nu^2 V^2\Omega\mathfrak{e}}\frac{r_a^4 - r^4}{r^2}.$$

5. *Die Beobachtungen von Harms.*[1] Zur Prüfung der im vorhergehenden entwickelten Theorie bietet sich ein gutes Material in den Beobachtungen, welche Harms in der Physikalischen Zeitschrift veröffentlicht hat. Sie beziehen sich auf die Zerstreuung der Elektrizität von einer Kugel mit dem Halbmesser $r_i = 2{,}25$ cm, die in einer Glasglocke von 17000 ccm Inhalt aufgehängt war. Die Innenwand der Glocke war mit einem zur Erde abgeleiteten Drahtnetze überkleidet. Ersetzt man die Glocke durch eine Kugel von gleichem Rauminhalte, so ergibt sich für ihren Halbmesser $r_a = 15{,}96$ cm. Die Kapazität der inneren Kugel berechnet sich daraus zu 2,6 cm.

Die Zerstreuung wurde so beobachtet, daß die Kugel wiederholt auf ein bestimmtes Potential geladen, und daß nach Verlauf verschieden großer Zeiten die noch vorhandene Spannung mit dem Elektrometer bestimmt wurde. Harms hat seine Beobachtungen graphisch dargestellt, indem er auf einer horizontalen Linie die Zeiten, senkrecht dazu die Elektrometerausschläge auftrug. Das einem bestimmten Ausschlage s entsprechende Potential ergibt sich nach der Formel $V = 0{,}259 \times s$.

Es wurden nun an die von Harms gezeichnete Kurve an verschiedenen Stellen Tangenten gelegt, und so die verschiedenen Werten von s entsprechenden Werte von ds/dt bestimmt. Diese Werte wurden als Funktionen von s graphisch

---

[1] F. Harms, Phys. Zeitschr. 4. p. 11. 1902.

dargestellt, und es wurde dann eine Kurve gezogen, welche sich den erhaltenen Punkten in stetiger Weise so gut wie möglich anschloß. Eine Zusammenstellung der direkt berechneten und der durch graphische Ausgleichung erhaltenen Werte von ds/dt gibt die folgende Tabelle:

s	230	190	175	150	125	100	75
$\frac{ds}{dt}$ ber.	8,78	8,50	8,18	7,73	7,43	6,88	6,39
$\frac{ds}{dt}$ ausgegl.	8,83	8,47	8,28	7,90	7,45	6,88	6,34

Aus den Werten von s und ds/dt wurde weiter die Ladung $\mathfrak{e}$ der inneren Kugel und die Stärke $\mathfrak{C}$ des Stromes in elektrostatischem Maße berechnet. Es ergab sich hierfür die Tabelle:

s	V (Volt)	$\mathfrak{e}$	$\mathfrak{C}$
230	59,6	0,5205	0,0003330
190	49,2	0,4300	0,0003195
175	45,3	0,3960	0,0003123
150	38,9	0,3395	0,0002980
125	32,4	0,2829	0,0002810
100	25,9	0,2263	0,0002595
75	19,4	0,1697	0,0002391

Der *Sättigungsstrom* $\mathfrak{C}_0$ wurde graphisch ermittelt, indem die für ds/dt gezeichnete Kurve dem Gefühl nach verlängert wurde. Auf diesem Wege, der von einer gewissen Willkür nicht frei zu sprechen ist, wurde für den Sättigungsstrom der Wert

$$\mathfrak{C}_0 = 0{,}0003413$$

in elektrostatischen Einheiten erhalten. Daraus und aus dem Volumen des Hohlraumes ergibt sich

$$\text{(V)} \qquad \underline{\varepsilon q = 201 \times 10^{-10}.}$$

Mit Hülfe der früher angegebenen Formeln wurden nun die Werte von $\mathfrak{F}_0^s$, $\varepsilon \overset{+}{N}_0 \mathfrak{F}_0$, $\varepsilon \overset{-}{N}_0 \mathfrak{F}_0$ und von $\varepsilon \overset{+}{N}_0$ und $\varepsilon \overset{-}{N}_0$ berechnet.

Für den *Koeffizienten der Wiedervereinigung* ergaben sich dann die im folgenden zusammengestellten Werte:

$s =$	230	190	175	150	125	100	75
$\frac{\alpha}{\varepsilon} =$	194 000	406 000	466 000	510 000	495 000	416 000	295 000.

Im Mittel wird:

$$\text{(VI)} \qquad \frac{\alpha}{s} = 397\,000.$$

Dieser Wert ist von einer ganz anderen Größenordnung als der von McClung[1]) gefundene $\alpha/s = 3400$. Über den Grund der außerordentlichen Verschiedenheit vermag ich keine befriedigende Aufklärung zu geben. Ohne Berücksichtigung der Diffusion würde sich für α/ε der Wert 444 000 ergeben.

Wahrscheinlich ist der aus den Beobachtungen extrapolierte Wert des Sättigungsstromes nicht richtig; auch die Lage der an die Harmssche Kurve gezogenen Tangenten dürfte nicht genau genug bestimmt sein. Die numerische Rechnung dient daher mehr als Beispiel für die Anwendung der allgemeinen Formeln. Von den durch sie erhaltenen Werten sind nur die für $s\overset{+}{N}_0$ ziemlich genau richtig, dem für α erhaltenen lege ich kein Gewicht bei.

Mit Benutzung des Wertes $\alpha/\varepsilon = 397\,000$ wurden weiter die Werte von $\mathfrak{F}^2$, $s\overset{+}{N}$ und $s\overset{-}{N}$ berechnet. Die Ergebnisse der Rechnung sind in den folgenden Tabellen zusammengestellt.

I. Dichte der positiven Ionen. Werte von $s\overset{+}{N}_0$ und $s\overset{+}{N}_0 - s\overset{+}{N}$

$r =$	2,25	6	10	13	15,[illegible]
		$s = 230$			
$s\overset{+}{N}_0 \times 10^{10}$	0	64	310	686	12[illegible]
$(s\overset{+}{N}_0 - s\overset{+}{N})\,10^{10}$	0	1	6	28	[illegible]
		$s = 190$			
$s\overset{+}{N}_0 \times 10^{10}$	0	78	376	831	15[illegible]
$(s\overset{+}{N}_0 - s\overset{+}{N})\,10^{10}$	0	1	12	47	[illegible]
		$s = 175$			
$s\overset{+}{N}_0 \times 10^{10}$	0	84	408	902	16[illegible]
$(s\overset{+}{N}_0 - s\overset{+}{N})\,10^{10}$	0	1	16	60	1[illegible]
		$s = 150$			
$s\overset{+}{N}_0 \times 10^{10}$	0	98	476	1050	19[illegible]
$(s\overset{+}{N}_0 - s\overset{+}{N})\,10^{10}$	0	2	28	100	1[illegible]

1) McClung, Phil. Mag. (6) 3. p. 283. 1902.

$r =$	2,25	6	10	13	15,96
		$s = 125$			
$\varepsilon \overset{+}{N} \times 10^{10}$	0	118	571	1260	2330
$(\varepsilon \overset{+}{N}_0 - \varepsilon \overset{+}{N}) \times 10^{10}$	0	4	48	170	306
		$s = 100$			
$\varepsilon \overset{+}{N}_0 \times 10^{10}$	0	148	715	1580	2900
$(\varepsilon \overset{+}{N}_0 - \varepsilon \overset{+}{N})\, 10^{10}$	0	8	90	328	615
		$s = 75$			
$\varepsilon \overset{+}{N}_0 \times 10^{10}$	0	197	954	2100	3850
$(\varepsilon \overset{+}{N}_0 - \varepsilon \overset{+}{N})\, 10^{10}$	0	18	224	784	1420

II. Dichte der negativen Ionen. Werte von $\varepsilon \bar{N}_0$ und $\varepsilon \bar{N}_0 - \varepsilon \bar{N}$.

$r =$	2,25	6	10	13	15,96
		$s = 230$			
$\varepsilon \bar{N}_0 \times 10^{10}$	903	857	683	416	0
$(\varepsilon \bar{N}_0 - \varepsilon \bar{N})\, 10^{10}$	35	34	31	15	0
		$s = 190$			
$\varepsilon \bar{N}_0 \times 10^{10}$	1090	1040	827	504	0
$(\varepsilon \bar{N}_0 - \varepsilon \bar{N})\, 10^{10}$	60	59	51	25	0
		$s = 175$			
$\varepsilon \bar{N}_0 \times 10^{10}$	1190	1130	898	547	0
$(\varepsilon \bar{N}_0 - \varepsilon \bar{N})\, 10^{10}$	78	77	67	35	0
		$s = 150$			
$\varepsilon \bar{N}_0 \times 10^{10}$	1380	1315	1050	639	0
$(\varepsilon \bar{N}_0 - \varepsilon \bar{N})\, 10^{10}$	125	124	107	60	0
		$s = 125$			
$\varepsilon \bar{N}_0 \times 10^{10}$	1660	1580	1260	766	0
$(\varepsilon \bar{N}_0 - \varepsilon \bar{N})\, 10^{10}$	220	218	187	97	0
		$s = 100$			
$\varepsilon \bar{N}_0 \times 10^{10}$	2080	1970	1570	958	0
$(\varepsilon \bar{N}_0 - \varepsilon \bar{N})\, 10^{10}$	455	440	328	210	0
		$s = 75$			
$\varepsilon \bar{N}_0 \times 10^{10}$	2770	2630	2100	1280	0
$(\varepsilon \bar{N}_0 - \varepsilon \bar{N}_0) \times 10^{10}$	1020	1010	880	550	0

Ein Teil dieser Resultate ist in der beigegebene graphisch dargestellt; die Kurven 1, 2, 3 beziehen sich Dichte der positiven Ionen, die Kurven 4, 5, 6 auf negativen. Die ausgezogenen Kurven geben die We $\varepsilon \overset{+}{N}$ und $\varepsilon \overset{-}{N}$, die gestrichelten die von $\varepsilon \overset{+}{N}_0$ und $\varepsilon \overset{-}{N}$ Kurven 1 und 4 gehören zu $s = 230$, die Kurven 2 u $s = 175$, die Kurven 3 und 6 zu $s = 125$.

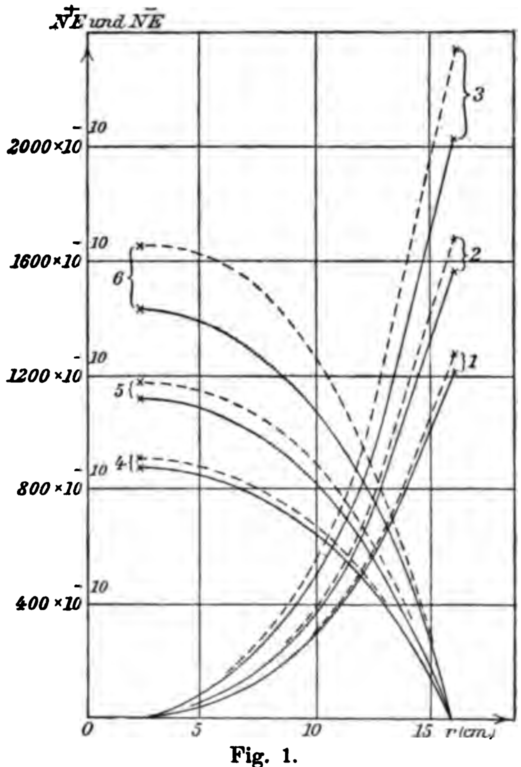


Fig. 1.

Würde man bei der Berechnung an Stelle des $a = 397000 \times \varepsilon$ den Wert $\alpha = 3400 \times \varepsilon$ benutzen, s der Unterschied zwischen den ausgezogenen und den ge ten Kurven beinahe völlig verschwinden.

6. *Zerstreuung in größeren Räumen.* Die Gleichu

$$\mathfrak{E} = \mathfrak{E}_0 - 4\pi \varepsilon \alpha \int_{r_i}^{r_a} r^2 \overset{+}{N}_0 \overset{-}{N}_0 \, dr - \frac{4\pi \mathfrak{E}_0}{r \varepsilon} \frac{\overset{+}{k} + \overset{-}{k}}{U + V} \cdot \frac{r_a^4 -}{\mathfrak{I}}$$

zeigt, daß Abweichungen von dem Zustande des Sättigungsstromes aus zwei verschiedenen Gründen eintreten können; entweder weil bei gegebenem Raume Ω die Ladung $\mathfrak{e}$ zu klein wird, oder weil bei gegebener Ladung $\mathfrak{e}$ der Raum zu groß wird. Die bei den Versuchen von Harms hervortretenden Abweichungen werden wir dem ersten Falle unterordnen. Man kann aber leicht zeigen, daß der zweite Fall in gewisser Weise auf den ersten reduziert und mit diesem verglichen werden kann. Wir gehen zu diesem Zwecke aus von den Gleichungen:

$$s\overset{+}{N}_0 = \frac{q\,s}{3\,\nu\,U}\,\frac{1}{r^2\,\mathfrak{F}_0}\,(r^3 - r_i^3), \quad s\overset{-}{N}_0 = \frac{q\,s}{3\,\nu\,V}\,\frac{1}{r^2\,\mathfrak{F}_0}\,(r_a^3 - r^3).$$

Die Werte von $\mathfrak{F}_0^2$ unterscheiden sich im allgemeinen nur sehr wenig von $\mathfrak{e}^2/r^4$. Bei den Beobachtungen von Harms[1]) beträgt für $s = 230$ die Abweichung weniger als $^1/_{800}$, für $s = 125$ weniger als $^1/_{100}$. Wir können daher für die folgende Betrachtung ohne Bedenken

$$\mathfrak{F}_0 = \frac{\mathfrak{e}}{r^2}$$

setzen und erhalten dann:

$$s\overset{+}{N}_0 = \frac{q\,s}{3\,\nu\,U\,\mathfrak{e}}\,(r^3 - r_i^3), \quad s\overset{-}{N} = \frac{q\,s}{3\,\nu\,V\,\mathfrak{e}}\,(r_a^3 - r^3).$$

Multiplizieren wir Zähler und Nenner dieser Ausdrücke mit dem Faktor x^3, so ergibt sich:

$$s\overset{+}{N}_0 = \frac{q\,s}{3\,\nu\,U\,x^3\,\mathfrak{e}}\,(x^3\,r^3 - x^3\,r_i^3), \quad s\overset{-}{N} = \frac{q\,s}{3\,\nu\,V\,x^3\,\mathfrak{e}}\,(x^3\,r_a^3 - x^3\,r^3).$$

---

1) Man kann vermuten, daß die aus Beobachtungen von Harms abgeleiteten Resultate noch durch einen anderen Umstand beeinflußt werden, auf dessen Bedeutung ich erst nachträglich aufmerksam wurde. Die Bedingungen $\overset{+}{N}_i = 0$ und $\overset{-}{N}_a = 0$ lassen sich bei einem nichtgesättigten Strome nur näherungsweise erfüllen; in Wirklichkeit sind bei einem solchen $\overset{-}{N}_i$ und $\overset{+}{N}_a$ nicht Null, sondern besitzen gewisse, allerdings nur kleine Werte. Die aus den Beobachtungen von Harms abgeleiteten Zahlen werden durch die Berücksichtigung dieses Umstandes nur sehr wenig geändert. Insbesondere wird der Wert von α in ungünstigem Sinne beeinflußt; er wird größer, nämlich gleich der Zahl 440 000, die sich ergibt, wenn die Diffusionsglieder weggelassen werden.

Setzen wir:

$$\mathfrak{E} = x^3 \mathfrak{e}, \quad R = x r,$$

so ergeben sich die Formeln:

$$\varepsilon \overset{+}{N}_0 = \frac{q \varepsilon}{3 \nu U \mathfrak{E}} (R^3 - R_i^3), \quad \varepsilon \overset{-}{N}_0 = \frac{q \varepsilon}{3 \nu V \mathfrak{E}} (R_a^3 - R^3).$$

Bei ähnlichen Hohlräumen, die zwischen konzentrische Kugeln eingeschlossen sind, haben die Ionendichten an entsprechen den Punkten gleiche Werte, wenn die Ladungen der innere Kugeln sich verhalten wie die Inhalte der Räume.

Wollte man in einem Hohlraume, der von zwei konzer trischen Kugeln von den Halbmessern $R_i = 22{,}5$ cm un $R_a = 160$ cm begrenzt ist, die Ionendichten erhalten, die w bei der Berechnung der Versuche von Harms für $s = 2$[illegible] gefunden haben, so müßte die Ladung der inneren Kugel a 520 elektrostatische Einheiten, ihr Potential auf 5960 Vc gebracht werden.

II. Über die Zerstreuung in gleichmäßig bewegter Luft.

1. *Bewegung positiver Ionen.* In einem unbegrenzten Raum in dem die Luft mit konstanter Geschwindigkeit und in u veränderlicher Richtung strömt, werde eine mit der Menge von negativer Elektrizität geladene Kugel aufgestellt.

Den Mittelpunkt der Kugel machen wir zum Anfangspun eines rechtwinkligen Koordinatensystems, dessen x-Achse paral der Richtung der Luftbewegung sei. Wir betrachten ein *po tives Ion,* das sich in der Ebene $x y$ an der durch die Koor naten x und y bestimmten Stelle befinde. Wir setzen vorau daß dieses Ion an der Bewegung der Luft teilnehme, daß ab zu der hierdurch bestimmten Geschwindigkeit noch die G schwindigkeiten hinzukommen, die von der Ladung $\mathfrak{e}$ erzeu werden. Die Luft ströme mit der Geschwindigkeit $\mathfrak{u}$ in d entgegengesetzten Richtung der x-Achse. Dann ergeben si für die Geschwindigkeiten des Ions die Gleichungen:

$$\frac{dx}{dt} = -\mathfrak{u} - v U \mathfrak{e} \frac{x}{r^3},$$

$$\frac{dy}{dt} = \quad - v U \mathfrak{e} \frac{y}{-}.$$

Daraus folgt:

$$y\frac{dx}{dt} = \frac{\partial}{\partial y}\left\{\nu U \mathfrak{e}\frac{x}{r} - \tfrac{1}{2}\mathfrak{u}y^2\right\},$$

$$y\frac{dy}{dt} = -\frac{\partial}{\partial x}\left\{\nu U \mathfrak{e}\frac{x}{r} - \tfrac{1}{2}\mathfrak{u}y^2\right\}.$$

Setzen wir

$$\psi = \nu U \mathfrak{e}\frac{x}{r} - \tfrac{1}{2}\mathfrak{u}y^2,$$

so wird:

$$y\left(\frac{\partial\psi}{\partial x}\cdot\frac{dx}{dt} + \frac{\partial\psi}{\partial y}\cdot\frac{dy}{dt}\right) = 0,$$

d. h. die Gleichung

$$\nu U \mathfrak{e}\frac{x}{r} - \tfrac{1}{2}\mathfrak{u}y^2 = \text{Konst.}$$

gibt die Strömungskurve des betrachteten Ions. Setzen wir $x = r\cos\varphi$, so kommt die Gleichung auf die Form:

$$\nu U \mathfrak{e}\cos\varphi - \tfrac{1}{2}\mathfrak{u}y^2 = \text{Konst.}$$

Nun habe das Ion in sehr großer Entfernung von der Zerstreuungskugel, d. h. für $\varphi = 0$ den Abstand b von der x-Achse. Führen wir diesen Abstand an Stelle der Konstanten in die vorhergehende Gleichung ein, so ergibt sich:

$$b^2 - y^2 = \frac{2\nu U\mathfrak{e}}{\mathfrak{u}}(1 - \cos\varphi),$$

oder:

$$b^2 - r^2\sin^2\varphi = \frac{2\nu U\mathfrak{e}}{\mathfrak{u}}(1 - \cos\varphi).$$

Für $\varphi = \pi/2$ wird:

$$y^2 = r^2 = b^2 - \frac{2\nu U\mathfrak{e}}{\mathfrak{u}},$$

für $\varphi = \pi$:

$$y^2 = b^2 - \frac{4\nu U\mathfrak{e}}{\mathfrak{u}}.$$

Ferner wird $r = 0$ für

$$\frac{2\nu U\mathfrak{e}}{\mathfrak{u}}\cos\varphi = \frac{2\nu U\mathfrak{e}}{\mathfrak{u}} - b^2.$$

Im besonderen ergeben sich hieraus die folgenden Verhältnisse:

a) Unter den Kurven der ganzen Schar nimmt diejenige eine ausgezeichnete Stellung ein, für welche

$$b^2 = \frac{4\nu U\mathfrak{e}}{\mathfrak{u}}.$$

Ihre Gleichung wird:

$$r^2 \sin^2 \varphi = \frac{2 \nu U e}{\mathfrak{u}} (1 + \cos \varphi).$$

Für $\varphi = \pi/2$ ergibt sich:

$$r^2 = \frac{2 \nu U e}{\mathfrak{u}}.$$

Für $\varphi = \pi$:

$$r^2 = \frac{2 \nu U e}{\mathfrak{u}} \cdot \frac{1 + \cos \varphi}{\sin^2 \varphi} = \frac{\nu U e}{\mathfrak{u}}.$$

b) Ist $b^2 > 4 \nu U e/\mathfrak{u}$, so hat die Gleichung

$$\cos \varphi = 1 - \frac{b^2}{2 \nu U e/\mathfrak{u}}$$

keine reelle Lösung mehr; die Bahnen der Teilchen, für $b^2 > 4 \nu U e/\mathfrak{u}$ ist, gehen also nicht mehr durch den A punkt des Koordinatensystems.

Für $\varphi = \pi$ wird:

$$y^2 = b^2 - \frac{4 \nu U e}{\mathfrak{u}}.$$

c) Ist $b^2 = 2 \nu U e/\mathfrak{u}$, so ist $y = 0$ für $\varphi = \pi/2$; d sprechende Bahnkurve berührt im Anfangspunkte die y-

d) Ist

$$\frac{4 \nu U e}{\mathfrak{u}} > b^2 > \frac{2 \nu U e}{\mathfrak{u}},$$

so mündet die Kurve im Anfangspunkte des Koord systems unter einem Winkel, der bestimmt ist dur Gleichung

$$\cos \varphi = - \frac{b^2}{2 \nu U e/\mathfrak{u}} + 1;$$

sie schneidet die y-Achse in einem Punkte für den

$$y^2 = b^2 - \frac{2 \nu U e}{\mathfrak{u}}.$$

e) Ist

$$\frac{2 \nu U e}{\mathfrak{u}} > b^2 > 0,$$

so wird $r = 0$ für

$$\cos \varphi = 1 - \frac{b^2}{2 \nu U e/\mathfrak{u}}.$$

Ein zweiter Schnittpunkt mit der y-Achse ist nic handen.

2. *Bahn eines negativen Ions.* Die Gleichungen für die Geschwindigkeit sind:

$$\frac{dx}{dt} = -\mathfrak{u} + \nu V \mathfrak{e} \frac{r}{r^3},$$

$$\frac{dy}{dt} = \nu V \mathfrak{e} \frac{y}{r^3}.$$

$$y\frac{dx}{dt} = -\frac{\partial}{\partial y}\left\{\nu V \mathfrak{e} \frac{x}{r} + \tfrac{1}{2}\mathfrak{u} y^2\right\},$$

$$y\frac{dy}{dt} = \frac{\partial}{\partial x}\left\{\nu V \mathfrak{e} \frac{x}{r} + \tfrac{1}{2}\mathfrak{u} y^2\right\}.$$

Die Gleichung der Bahnkurve ist:

$$\nu V \mathfrak{e} \cos\varphi + \tfrac{1}{2}\mathfrak{u} y^2 = \text{Konst.}$$

Setzen wir wieder für $\varphi = 0$ den Abstand $y = b$, so ergibt sich:

$$y^2 - b^2 = \frac{2\nu V \mathfrak{e}}{\mathfrak{u}}(1 - \cos\varphi).$$

Eine ausgezeichnete Rolle spielt die Kurve, für welche $b = 0$ ist. Ihre Gleichung wird:

$$y^2 = \frac{2\nu V \mathfrak{e}}{\mathfrak{u}}(1 - \cos\varphi),$$

also wird für $\varphi = \pi/2$: $y^2 = \frac{2\nu V\mathfrak{e}}{\mathfrak{u}}$,

für $\varphi = \pi$: $y^2 = \frac{4\nu V\mathfrak{e}}{\mathfrak{u}}$.

Endlich wird für $\varphi = 0$:

$$y = 0 \quad \text{und} \quad r^2 = \frac{\nu V \mathfrak{e}}{\mathfrak{u}}.$$

Für irgend einen anderen Wert von b wird:

$$y^2 = b^2 + \frac{2\nu V \mathfrak{e}}{\mathfrak{u}}(1 - \cos\varphi).$$

Von $\varphi = 0$ bis zu $\varphi = \pi$ wächst daher y^2 von b^2 bis zu $b^2 + 4\nu V\mathfrak{e}/\mathfrak{u}$.

3. *Zur Erläuterung der Zeichnung.* Von der Gestalt der Bahnkurven gibt die beigegebene Fig. 2 eine Anschauung. Die ausgezogenen Kurven beziehen sich auf positive, die gestrichelten auf negative Ionen. O bezeichnet den Mittelpunkt der Zerstreuungskugel. Die Kurven ABO und CBO entsprechen dem ausgezeichneten Falle, in dem

$$b^2 = \frac{4\nu U\mathfrak{e}}{\mathfrak{u}}.$$

Es ist also

$$DA = DC = 2\sqrt{\frac{\nu U \mathfrak{e}}{\mathfrak{u}}}.$$

Die Kurven QEF und DEG entsprechen dem Falle
Der Raum FEG würde von den negativen Ionen vollk
entblößt werden, wenn keine Neubildung von Ionen und
Diffusion vorhanden wäre.

4. *Die Zerstreuung.* Läßt man die Kurve AB u
als Achse rotieren, so umschreibt sie den Raum, in w
alle in O endigenden Ionenbahnen enthalten sind. Bes
man um O eine Kugel, deren Halbmesser gleich O
kleiner als OB ist, so werden alle positiven Ionen, d
in dem Raume ABC bewegen, ihre Ladung an die Obe
dieser Kugel abgeben.

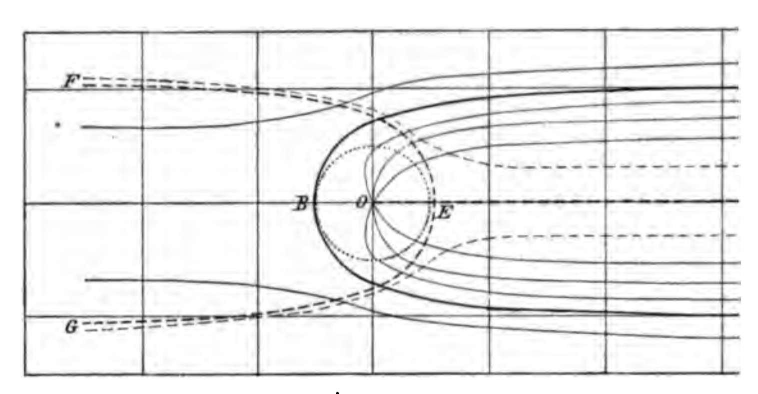


Fig. 2.

In größerem Abstande von O geht die Begrenzu
Raumes ABC in eine Zylinderfläche über, deren Quer
gleich $\pi \times DA^2$ ist. Die Zahl der Ionen, die in einer S
durch den Querschnitt gehen, ist:

$$\pi \times DA^2 \times \mathrm{u} \overset{+}{N}.$$

Hier bezeichnet $\overset{+}{N}$ die Anzahl der positiven Ionen i
Volumeneinheit. Die Menge von positiver Elektrizität,
in 1 sec durch den Querschnitt des Zylinders hindurchge

$$\pi \times DA^2 \times \mathrm{u} \overset{+}{N} \varepsilon.$$

Dieselbe Elektrizitätsmenge muß sich im stationären Zu
in 1 sec auf der Oberfläche der Zerstreuungskugel

schlagen. Ist also e die Größe ihrer negativen Ladung, so ist die Abnahme in 1 sec:

$$\delta e = \pi \times DA^2 \times u \overset{+}{N} \varepsilon ,$$

oder, wenn man für DA seinen Wert setzt:

$$\delta e = 4 \pi v U e \overset{+}{N} \varepsilon .$$

Die Zerstreuung ist unabhängig von der Geschwindigkeit, mit der sich die Luft bewegt.

Derselbe Wert der Zerstreuung ergibt sich in Übereinstimmung hiermit auch für ruhende Luft, wenn man absieht von dem Einflusse der Neubildung und der Diffusion der Ionen. Dieser Einfluß wird im allgemeinen um so mehr hervortreten, je kleiner die Strömungsgeschwindigkeit der Luft ist; er wird am größten bei ruhender Luft.

5. *Numerische Verhältnisse.* Um eine Vorstellung von den Größenverhältnissen zu bekommen, wie sie in der Wirklichkeit möglich sind, setzen wir beispielsweise:

$$e = 1 \text{ und } u = 100 \text{ cm/sec},$$

also

$$e/u = 0{,}01 .$$

Dann wird

$$\begin{aligned} DA = DC &= 4{,}05 \text{ cm}, \\ OB &= 2{,}02 \text{ cm}, \\ \tfrac{1}{2} GF &= 4{,}25 \text{ cm}, \\ O\varepsilon &= 2{,}12 \text{ cm}. \end{aligned}$$

Machen wir den Halbmesser der Zerstreuungskugel gleich OB, so muß ihr Potential auf 148 Volt gebracht werden. Für die Zerstreuung in der freien atmosphärischen Luft ergibt sich aus Beobachtungen, welche Hr. Dr. Cuomo auf Capri angestellt hat, bei positiver Ladung des Zerstreuungskörpers ein mittlerer Wert von 2,85 Proz. in der Minute. Benutzen wir diesen in der Formel

$$\frac{\delta e}{e} = 4 \pi v U . \overset{+}{N} \varepsilon ,$$

so ergibt sich

$$\overset{+}{N} \varepsilon = 977 \times 10^{-10} .$$

Für die Zerstreuung negativer Elektrizität gilt die Formel:

$$\frac{\delta e}{e} = 4\pi v V \overline{N}\dot{\varepsilon}.$$

Nun ist nach den Beobachtungen Cuomos für negative Elektrizität $\delta e / e$ im Mittel gleich 2,87 Proz. in der Minute daraus folgt:

$$\overline{N}\varepsilon = 840 \times 10^{-10}.$$

Für U und V sind hier die Werte $1{,}29 \times 10^{-8}$ und $1{,}51 \times 10^{-8}$ genommen, die sich aus Laboratoriumsversuchen für feuchte Luft ergeben haben.

III. Über die Masse der in der Luft enthaltenen Ionen.

1. *Der Diffusionskoeffizient und die Beweglichkeit der Ionen.* Ein positives Ion befinde sich in einem elektrostatischen Felde von der Intensität $\mathfrak{F}$ in elektrostatischem Maße. Die elektrische Ladung des Ions bezeichnen wir mit ε; die Geschwindigkeit die es unter der Wirkung der elektrischen Kraft erhält, sei $\overset{+}{\mathfrak{g}}$. Dann ist

$$\overset{+}{\mathfrak{g}} = \overset{+}{U}\varepsilon\mathfrak{F}.$$

Im 66. Bande der Wiedemannschen Annalen habe ich eine Theorie der Elektrizitätsleitung in Metallen veröffentlicht deren Resultate auch auf die Ionenleitung der Gase übertragen werden können. Danach hängt der Faktor $\overset{+}{U}$ ab von der mittleren Weglänge, von der Masse und von der molekularen Geschwindigkeit der Ionen. Bezeichnen wir die Masse eines einzelnen positiven Ions mit μ_p, seine mittlere Weglänge mit l_p, seine *molekulare Geschwindigkeit* mit u_p, so ist:

$$\overset{+}{U} = \frac{2}{3}\,\frac{l_p}{\mu_p u_p} = \frac{2}{3}\,\frac{l_p u_p}{\mu_p \mu_p^2}.$$

Die Konstante des Gasgesetzes habe für die positiven Ionen den Wert R_p, dann ist:

$$u_p^2 = 3 R_p T,$$

und:

$$\overset{+}{U} = \frac{2 l_p u_p}{9 \mu_p R_p T}.$$

Die Zahl der positiven Ionen in der Volumeneinheit sei $\overset{+}{N}$; aus dem Gasgesetze folgt dann für den Partialdruck der positiven Ionen der Wert:

$$\overset{+}{p} = \overset{+}{N} \mu_p R_p T.$$

Daher wird:

$$\overset{+}{U} = \tfrac{2}{3} l_p u_p \frac{\overset{+}{N}}{\overset{+}{p}}.$$

Der Faktor $\overset{+}{U}$ steht mit der sogenannten absoluten Beweglichkeit U der positiven Ionen in der Beziehung[1]):

$$\varepsilon \overset{+}{U} = v U,$$

wo v die Lichtgeschwindigkeit bezeichnet. Führen wir in unserer Gleichung an Stelle von $\overset{+}{U}$ diese absolute Beweglichkeit ein, so ergibt sich:

$$U = \tfrac{2}{3} l_p u_p \frac{\varepsilon \overset{+}{N}}{v \overset{+}{p}}.$$

Auf der anderen Seite besteht zwischen dem Diffusionskoeffizienten $\overset{+}{k}$ der positiven Ionen und ihrer absoluten Beweglichkeit die Beziehung[2]):

$$U = \overset{+}{k} \frac{\varepsilon \overset{+}{N}}{v \overset{+}{p}}.$$

Somit erhält man für den Diffusionskoeffizienten den Ausdruck:

$$\overset{+}{k} = \tfrac{2}{3} l_p u_p.$$

Ebenso gilt für die negativen Ionen:

$$\overset{-}{k} = \tfrac{2}{3} l_n u_n.$$

2. *Die molekulare Weglänge der Ionen.* In seiner dynamischen Theorie der Gase hat Maxwell den Fall einer Mischung zweier Gase behandelt und Formeln für die mittleren Weglängen abgeleitet. Bei dem ersten Gase sei die Zahl der Moleküle in der Volumeneinheit N_1, ihr Durchmesser s_1, die mittlere molekulare Geschwindigkeit α_1, die mittlere Weg-

1) E. Riecke, Lehrbuch d. Physik. 2. Aufl., 2. p. 366. 1902.
2) l. c. 2. p. 381.

länge l_1. Für das zweite Gas gelten dieselben Bezeichnungen mit dem Index 2. Dann ist nach Maxwell:

$$\frac{1}{l_1} = \pi\sqrt{2}\, N_1 s_1^2 + \frac{\pi}{4} N_2 (s_1 + s_2)^2 \sqrt{\frac{\alpha_1^2 + \alpha_2^2}{\alpha_1^2}},$$

$$\frac{1}{l_2} = \frac{\pi}{4} N_1 (s_1 + s_2)^2 \sqrt{\frac{\alpha_1^2 + \alpha_2^2}{\alpha_2^2}} + \pi\sqrt{2}\, N_2 s_2^2.$$

Wir werden diese Formeln auf ein ionisiertes Gas anwenden, und zwar zuerst auf das neutrale Gas und auf die in ihm enthaltenen *positiven* Ionen. Für die Moleküle des neutralen Gases brauchen wir die Zeichen N, l, s, α, für die positiven Ionen die Zeichen $\overset{+}{N}$, l_p, s_p, u_p. Nun ist die Dichte der positiven Ionen verschwindend klein gegenüber der Dichte der Gasionen; wir können also die mit $\overset{+}{N}$ behafteten Glieder in den Werten der Weglängen weglassen. Dann ergibt sich:

$$\frac{1}{l} = \pi\sqrt{2}\, N s^2, \quad \frac{1}{l_p} = \frac{\pi}{4} N (s + s_p)^2 \sqrt{\frac{\alpha^2 + u_p^2}{u_p^2}}.$$

Die Weglänge der Gasmoleküle wird durch die Gegenwart der positiven Ionen nicht verändert, wir können für sie den aus der Gastheorie bekannten Wert benutzen. Für das Verhältnis der Weglängen ergibt sich:

$$\frac{l_p}{l} = \frac{4\sqrt{2}}{\left(1 + \frac{s_p}{s}\right)^2} \cdot \sqrt{\frac{u_p^2}{\alpha^2 + u_p^2}}.$$

Außerdem besteht zwischen l_p und u_p noch die Beziehung:

$$l_p u_p = \tfrac{9}{8} \overset{+}{k}.$$

Ebenso ergeben sich für die negativen Ionen die Gleichungen:

$$\frac{l_n}{l} = \frac{4\sqrt{2}}{\left(1 + \frac{s_n}{s}\right)^2} \sqrt{\frac{u_n^2}{\alpha^2 + u_n^2}}.$$

$$l_n u_n = \tfrac{9}{8} \overset{-}{k}.$$

Setzen wir zur Abkürzung:

$$a_p = \tfrac{9}{16}\left(1 + \frac{s_p}{s}\right)^2 \frac{\overset{+}{k}}{l}, \quad a_n = \tfrac{9}{16}\left(1 + \frac{s_n}{s}\right)^2 \frac{\overset{-}{k}}{l},$$

so wird:

$$u_p^2 = a_p^2 + a_p\sqrt{2\alpha^2 + a_p^2}, \quad u_n^2 = a_n^2 + a_n\sqrt{2\alpha^2 + a_n^2}.$$

Diese allgemeinen Gleichungen werden wir nun auf die Ionen der Luft in Anwendung bringen. Für diese ist:

$$\overset{+}{k} = 0{,}0274, \quad \overset{-}{k} = 0{,}0420.$$

Für die mittlere Weglänge der Luftmoleküle setzen wir:

$$l = L = 9{,}1 \times 10^{-6} \text{ cm},$$

für ihre mittlere molekulare Geschwindigkeit:

$$\alpha = 48200 \text{ cm/sec}.$$

Um die Gleichungen zu lösen, nehmen wir für die Verhältnisse s_p/s und s_n/s eine Reihe verschiedener Werte willkürlich an, und berechnen jedesmal die entsprechenden Werte von u_p, l_p und u_n, l_n. Die folgende Tabelle enthält die Resultate einer in dieser Weise durchgeführten Rechnung. Dabei bezeichnet M die mittlere Masse, Ω das mittlere Volumen eines Luftmoleküls; ω_p und ω_n die Volumina der positiven und der negativen Ionen; endlich bedeutet h die Masse des Wasserstoffatomes. Die Massenverhältnisse sind berechnet mit Hülfe der Gleichungen:

$$\mu_p u_p^2 = \mu_n u_n^2 = M\alpha^2;$$

M/h ist gleich 29,3.

$\frac{s_p}{s} = \frac{s_n}{s}$	$\frac{1}{2}$	1	$\frac{3}{2}$	2	4
u_p^2	2744×10^5	5099×10^5	8423×10^5	12973×10^5	51902×10^5
u_n^2	4338×10^5	8238×10^5	15390×10^5	22294×10^5	103210×10^5
u_p	16560	22580	29020	36020	72040
u_n	20830	28700	39230	47210	101590
$l_p \times 10^6$	7,44	5,46	4,25	3,42	1,71
$l_n \times 10^6$	9,07	6,58	4,82	4,00	1,86
l_p/L	0,82	0,60	0,47	0,38	0,19
l_n/L	0,99	0,72	0,53	0,43	0,20
μ_p/h	248	133	81	52	13
μ_n/h	157	82	44	30	6,6
μ_p/M	8,5	4,5	2,8	1,8	0,4
μ_n/M	5,4	2,8	1,5	1,0	0,2
$\frac{\omega_p}{\Omega} = \frac{\omega_n}{\Omega}$	0,125	1	3,375	8	64

Graphisch sind die Resultate in der beigegebenen Fig. 3 dargestellt, die ausgezogenen Kurven beziehen sich auf die positiven, die gestrichelten auf die negativen Ionen. Die Werte s_p/s und s_n/s sind auf der horizontalen Achse abgetragen. Die Kurven 1 geben die Werte von μ_p/M und μ_n/M, die Kurve 2 die Volumenverhältnisse ω_p/Ω und ω_n/Ω. Die Kurven 3 entsprechen den Werten von $u_p \times 10^{-3}$ und $u_n \times 10^{-3}$, die Kurven 4 den Werten von $l_p \times 10^6$ und $l_n \times 10^6$.

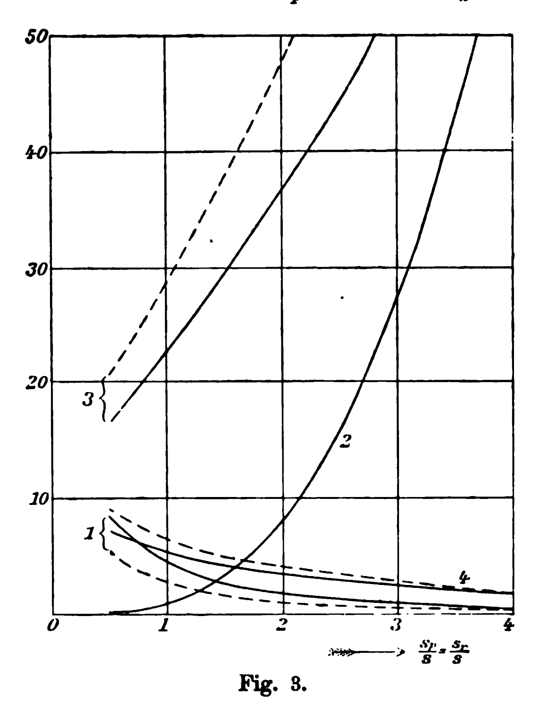


Fig. 3.

3. *Die Masse der Ionen.* Mit Bezug auf die Masse der positiven Ionen ergibt sich aus der Betrachtung der Kurven das Folgende. Bis zu dem Werte $s_p/s = 3$ ist die Masse der positiven Ionen, wie sie aus unseren Rechnungen sich ergibt, größer als die der Luftmoleküle. Für $s_p/s = 3$ wird sie gleich der Masse der letzteren; gleichzeitig wird aber das berechnete Volumen der Ionen 27 mal so groß, als das der Luftmoleküle. Ein solches Verhalten hat sehr wenig Wahrscheinlichkeit für sich. Man kann also mit ziemlicher Sicherheit den Schluß

ziehen, daß *die Masse der positiven Ionen größer als die der Luftmoleküle* ist. Bei den negativen Ionen wird der berechnete Wert von μ_n/M gleich 1 für s_n/s gleich 2, also für $\omega_n/\Omega = 8$. Auch ein solches Verhältnis ist nicht sehr wahrscheinlich, man kann daher umgekehrt als wahrscheinlich betrachten, daß *auch die Masse der negativen Ionen größer als die der Luftmoleküle* ist.

Zu bestimmten Werten für die Massen der Ionen kann man natürlich nur gelangen, wenn man den Gleichungen, die in den beiden ersten Abschnitten aufgestellt worden sind, noch zwei weitere hinzufügt. Die einfachste Annahme, die man zu diesem Zwecke machen kann, ist die, daß die Dichte, das Verhältnis zwischen Masse und Volumen, bei den Ionen dasselbe sei, wie bei der Luft.

Man erhält dann noch die Gleichungen:

$$\frac{\mu_p}{\omega_p} = \frac{M}{\Omega}, \quad \text{oder} \quad \frac{\mu_p}{M} = \frac{\omega_p}{\Omega},$$

und:

$$\frac{\mu_n}{\omega_n} = \frac{M}{\Omega}, \quad \text{oder} \quad \frac{\mu_n}{M} = \frac{\omega_n}{\Omega}.$$

Die entsprechenden Werte von μ_p/M und von μ_n/M werden durch die Schnittpunkte der beiden Kurven 1 mit der Kurve 2 bestimmt. Daraus ergeben sich dann die folgenden Werte der für die positiven und für die negativen Ionen charakteristischen Größen:

$$\frac{s_p}{s} = 1{,}42, \qquad \frac{s_n}{s} = 1{,}27,$$

$$\mu_p/M = 2{,}9, \qquad \mu_n/M = 2{,}0,$$

$$u_p = 28100\,\frac{\text{cm}}{\text{sec}}, \qquad u_n = 33600\,\frac{\text{cm}}{\text{sec}},$$

$$l_p = 4{,}4 \times 10^{-6}; \qquad l_n = 5{,}6 \times 10^{-6}.$$

Von der gemachten Annahme können die wirklichen Verhältnisse nach der einen oder anderen Seite abweichen; doch ist nicht wahrscheinlich, daß dadurch die Größenordnung der berechneten Werte verändert wird.

4. *Über die Masse der durch einen Sättigungsstrom abgeschiedenen Ionen.* Wir betrachten einen geschlossenen Raum von der Größe eines Zimmers. Der Halbmesser einer Kugel von gleichem Rauminhalte betrage 250 cm. Um in diesem

Raume einen wenigstens nahezu gesättigten Strom zu erhalten, müssen wir darin eine Kugel von 35 cm Halbmesser aufstellen und zu einem Potentiale von etwa 17 000 Volt laden.[1]) Das Volumen des Hohlraumes ist gleich $65,3 \times 10^6$ ccm. Setzen wir die Ladung ε des Ions, das elektrische Elementarquantum, nach Planck[2]) gleich $4,69 \times 10^{-10}$, so ergibt sich aus den Versuchen von Harms[3]) für die Zahl der in einer Sekunde in der Volumeneinheit gebildeten Ionen der Wert $q = 43$. Hat die innere Kugel eine negative Ladung, so beträgt die Zahl der positiven Ionen, welche in 1 sec auf ihr abgeschieden werden, $43 \times 65,3 \times 10^6 = 28 \times 18^8$. Die Zahl der Luftmoleküle, die in einem Grammmolekül Luft enthalten sind, beträgt nach Planck $5,57 \times 10^{23}$.[4]) Das mittlere Molekulargewicht der Luft ist gleich 29,3. Somit das mittlere Gewicht eines Luftmoleküls $5,26 \times 10^{-23}$ g, und das Gewicht eines positiven Ions der Luft: $1,55 \times 10^{-22}$ g. In dem betrachteten Raume werden also durch den Sättigungsstrom in 1 sec $43,3 \times 10^{-14}$ g positive Ionen an der inneren Kugel abgeschieden. Sollte die abgeschiedene Menge der Ionen den Betrag von 0,01 mg erreichen, so müßte der Sättigungsstrom während einer Zeit von $2,3 \times 10^7$ sec oder 270 Tagen unterhalten werden. Die Aufgabe, die Masse der Ionen der Luft durch eine direkte Wägung zu bestimmen, dürfte hiernach sehr schwer zu lösen sein.

IV. Über Ionenadsorption an der Oberfläche der Erde.

Wie bei dem Erdmagnetismus, so kann man auch bei der Luftelektrizität zwischen einem beharrlichen Teile der Er

1) Vgl. die Betrachtungen auf p. 67.

2) M. Planck, Ann. d. Phys. 9. p. 641. 1902.

3) F. Harms, Phys. Zeitschr. 4. p. 11. 1902.

4) Ich benütze die Gelegenheit, um einen Rechenfehler auf p. 64 des zweiten Bandes meines Lehrbuches der Physik (II. Aufl.) zu be richtigen. Das Volumen von 2 g Wasserstoff, das Volumen des Gramm moleküls im gasförmigen Zustande, ist dort gleich $1,11 \times 10^4$ ccm ge setzt, statt gleich $2,22 \times 10^4$ ccm. Die Zahl der Gasmoleküle, die be normalem Drucke und bei einer Temperatur von 0° Cels. in einem ccm enthalten sind, berechnet sich dann zu 25×10^{18}. Die Abweichung von der bei Planck angegebenen Zahl (28×10^{18}) erklärt sich aus eine Vernachlässigung, die ich gemacht habe, um die Rechnung zu erleichtern

scheinung und zwischen einem veränderlichen unterscheiden. Nur überwiegen auf dem Gebiete der Luftelektrizität die wechselnden Vorgänge so, daß der bleibende Kern nur schwer zu erkennen ist. Wir nehmen bei den folgenden Betrachtungen an, daß den luftelektrischen Erscheinungen eine zeitlich konstante negative Ladung der Erdoberfläche zu Grunde liege; ihr entspreche eine bestimmte, ebenso unveränderliche Verteilung von positiven und von negativen Ionen in der Luft. Es liegt dann die wohl zuerst von Elster und Geitel aufgeworfene Frage nahe, ob zwischen der negativen Ladung der Erdoberfläche und der Verteilung der positiven und negativen Ionen in der Atmosphäre nicht ein bestimmter Zusammenhang bestehe. In der Tat wird ein solcher wahrscheinlich gemacht durch die sogenannte Adsorption der Ionen.[1]) Wenn wir irgend einen Körper mit einem ionisierten Gase in Berührung bringen, so werden die Ionen infolge ihrer molekularen Bewegung mit seiner Oberfläche zusammenstoßen. Der Ionengehalt der Luft wird dabei verringert, sei es nun, daß die Ionen selbst an der Oberfläche des Körpers haften bleiben, oder daß sie nur ihre elektrische Ladung an dieselbe abgeben. Das Gesetz dieser *Ionenadsorption* kann hypothetisch in folgender Weise formuliert werden. Die Zahl der Ionen, die sich in einer Sekunde auf einem qcm der Oberfläche niederschlagen, ist proportional ihrer molekularen Geschwindigkeit und proportional ihrer Dichte. Wir können hiernach die Zahlen von positiven und von negativen Ionen, die in 1 sec auf einem qcm niedergeschlagen werden, durch die Ausdrücke darstellen:

$$x u_p \overset{+}{n}, \quad y u_n \overset{-}{n}.$$

Hier sind x und y konstante Koeffizienten, die wir als die *Koeffizienten der Adsorption* bezeichnen wollen; u_p und u_n sind die molekularen Geschwindigkeiten, $\overset{+}{n}$ und $\overset{-}{n}$ die Ionendichten. Man kann die vorstehenden Ansätze auf mancherlei andere Formen bringen, wenn man an Stelle von u_p und u_n Größen einführt, die mit ihnen proportional sind, z. B. die absoluten Beweglichkeiten, die Diffusionskoeffizienten. Wir werden diese

1) J. Stark, Die Elektrizität in Gasen p. 373. 1902.

Möglichkeiten nicht verfolgen, sondern bei den ursprünglicl Ansätzen bleiben.

Wenn die negative Ladung der Erdoberfläche auf Ion adsorption beruhen soll, so muß die Adsorption der negati' Ionen größer sein als die der positiven. Sobald aber e negative Ladung sich gebildet hat, tritt zu der Wirkung ‹ Adsorption noch die der elektrischen Verschiebung hinzu.] *gegen* die Erde gerichtete elektrostatische Kraft habe · mittelbar an der Oberfläche den Wert $\mathfrak{E}$. Sie erteilt ‹ positiven Ionen die Geschwindigkeit $c\,U\mathfrak{E}$, den negativen Geschwindigkeit $c\,V\mathfrak{E}$. Hier bedeutet c die Lichtgeschwinc keit, U und V sind die absoluten Beweglichkeiten der Ion Die Produkte $x\,u_p$ und $y\,u_n$ kann man als Geschwindigkei betrachten, die aus der Adsorption resultieren. Bei den p‹ tiven Ionen summieren sich aber die Wirkungen von Adsorpt und von elektrischer Verschiebung, bei den negativen ist di letztere Wirkung der ersteren entgegengerichtet. Somit geben sich für die Mengen der positiven und der negati\ Ionen, die in 1 sec auf einem qcm der Erdoberfläche ı geschieden werden, die Ausdrücke:

$$x\,u_p\overset{+}{n} + c\,U\mathfrak{E}\,.\,\overset{+}{n} \quad \text{und} \quad y\,u_n\overset{-}{n} - c\,V\mathfrak{E}\,.\,\overset{-}{n}$$

Soll die Ladung der Erde keine Änderung erleiden, so müs diese Ausdrücke einander gleich sein, und wir erhalten:

$$c(U\overset{+}{n} + V\overset{-}{n})\mathfrak{E} = y\,u_n\overset{-}{n} - x\,u_p\overset{+}{n}.$$

An Stelle der molekularen Geschwindigkeiten u_p und können wir mit Hülfe der in dem dritten Abschnitte angegebei Formeln die absoluten Beweglichkeiten U und V einführ Setzen wir auf Grund des Avogadroschen Gesetzes:

$$\mu_p R_p = \mu_n R_n = 83 \times 10^6 = P,$$

so wird:

$$u_p = \tfrac{9}{2}\,.\,\frac{c}{\varepsilon}\,.\,P\,T\,.\,\frac{U}{l_p},$$

$$u_n = \tfrac{9}{2}\,.\,\frac{c}{\varepsilon}\,.\,P\,T\,.\,\frac{V}{l_n}\,.$$

Hier bezeichnen l_p und l_n die molekularen Weglängen positiven und der negativen Ionen.

Substituieren wir diese Werte in der vorhergehenden Gleichung, so ergibt sich:

$$\text{(I)} \qquad c(U\overset{+}{n} + V\overset{-}{n})\mathfrak{E} = \tfrac{9}{2} \cdot \frac{e}{\varepsilon} \cdot P\,T \cdot \left(\frac{y\,V\overset{-}{n}}{l_n} - \frac{x\,U\overset{+}{n}}{l_p}\right).$$

Wir nehmen weiter an, daß zwischen den Produkten $U\overset{+}{n}$, $V\overset{-}{n}$ und den Zerstreuungskoeffizienten $\overset{+}{a}$ und $\overset{-}{a}$ die im zweiten Abschnitte abgeleitete Beziehung bestehe:

$$\overset{+}{a} : \overset{-}{a} = V\overset{-}{n} : U\overset{+}{n}.$$

Dann kann man die Gleichung I auch auf die folgende Form bringen:

$$(\overset{-}{a} + \overset{+}{a})\,\mathfrak{E} = \tfrac{9}{2} \cdot \frac{P\,T}{\varepsilon}\left(\frac{y}{l_n}\overset{+}{a} - \frac{x}{l_p}\overset{-}{a}\right)$$

oder

$$\text{(II)} \qquad \mathfrak{E} = \tfrac{9}{2} \cdot \frac{P\,T}{\varepsilon} \cdot \frac{\dfrac{y}{l_n} - \dfrac{x}{l_p}\,\dfrac{\overset{-}{a}}{\overset{+}{a}}}{\dfrac{\overset{-}{a}}{\overset{+}{a}} + 1}.$$

Aus der letzten Gleichung lassen sich zwei allgemeine Folgerungen ziehen:

1. Es muß jedenfalls

$$y > x \cdot \frac{l_n}{l_p} \cdot \frac{\overset{-}{a}}{\overset{+}{a}},$$

der Adsorptionskoeffizient der negativen Ionen größer als der der positiven sein.

2. Die elektrische Kraft und die Dichte der negativen Ladung der Erdoberfläche müssen um so kleiner sein, je mehr die Zerstreuung negativer Ladungen über die positiver überwiegt.

Die Sätze folgen aus der Annahme, daß die negative Ladung der Erdoberfläche eine Folge der Ionenadsorption sei. Man sieht aber leicht, daß noch eine zweite Annahme hinzutreten muß. Die Ionenadsorption bedingt eine fortwährende Abnahme der Ionendichte, soll der betrachtete Zustand ein wirklich stationärer sein, so muß dieser Verlust immer wieder ausgeglichen werden, sei es durch Neubildung von Ionen, sei es durch Diffusion oder durch strömende Bewegungen, welche immer neue Luftmengen von normalem Ionengehalt der Erdoberfläche zuführen.

Es ist von Interesse, die Gleichungen (I) und (II) möglich in numerischer Form zu schreiben·

Bei Gleichung (I) möge für $\mathfrak{E}$ der aus den Beobacht von Elster und Geitel folgende Wert $300\,\mathfrak{E} = 2{,}21$ b werden. Für U und V setzen wir die für feuchte Luft (den Werte $U = 1{,}37$, $V = 1{,}51$. Dann ergibt sich:

$$(\mathrm{I}') \quad 2{,}21 \times (1{,}37\,\overset{+}{n} + 1{,}51\,\overset{-}{n}) = 650 \times 10^{20} \left(1{,}51\,\frac{y}{l_n}\,\overset{-}{n} - 1{,}3\right.$$

Die Zahl der positiven Ionen, die bloß infolge der trischen Anziehung in 1 sec auf einem qcm des Erdl niedergeschlagen werden, beträgt

$$2{,}21 \times 1{,}37 \times \overset{+}{n} = 3{,}02 \times \overset{+}{n};$$

die Menge von positiver Elektrizität, die dadurch in einer Se einem qcm der Erdoberfläche zugeführt wird, $14{,}2 \times \overset{+}{n} \times$ elektrische Einheiten. Dabei kann man für die Dicht konstanten negativen Ladung der Erdoberfläche nach d obachtungen von Elster und Geitel den Wert von 59 : elektrostatischen Einheiten annehmen.

Bei der numerischen Fassung von Gleichung (II) be wir den Wert von $\overset{-}{a}/\overset{+}{a}$, der sich aus den Beobachtung Dr. Cuomo auf Capri ergeben hat,

$$\frac{\overset{-}{a}}{\overset{+}{a}} = 1{,}01.$$

Wir erhalten dann:

$$(\mathrm{II}') \qquad \mathfrak{E} = 1{,}08 \times 10^{20} \left(\frac{y}{l_n} - 1{,}01\,\frac{x}{l_p}\right).$$

Daraus folgt:

$$y = 1{,}01\,\frac{l_n}{l_p}\,x + 0{,}93 \times 10^{-20} \times \mathfrak{E}\,l_n,$$

also da $l_n > l_p$, auch y jedenfalls größer als x.

Eine Prüfung der abgeleiteten Formeln ist nicht m da es an zusammenhängenden Reihen von Messungen f

(Eingegangen 5. Mai 1903.)

4. *Über die Dispersion der sichtbaren und ultravioletten Strahlen in Wasser und Schwefelkohlenstoff bei verschiedenen Temperaturen;*
von Ernst Flatow.

(Auszug aus der Berliner Inaugural-Dissertation.)

Einleitung.

§ 1. Die vorliegende Arbeit verfolgt hauptsächlich den Zweck, den Einfluß der Temperatur auf die Dispersion zu untersuchen. Soweit es sich um den sichtbaren Teil des Spektrums handelt, haben sich zahlreiche Beobachter mit dieser Aufgabe beschäftigt; jedoch lassen sich die von ihnen erhaltenen Resultate theoretisch nicht mit Sicherheit verwerten. Dies ist erst dann möglich, wenn man die Beobachtungen über größere Spektralgebiete ausdehnt und auch die ultravioletten Strahlen mit in den Kreis der Betrachtung zieht. Der erste, der dies getan hat, ist Hr. Micheli [1], welcher verschiedene feste Körper von diesem Standpunkt aus untersucht und bei allen qualitativ dasselbe Verhalten gefunden hat. Es entsteht nun die Frage, ob auch bei den durchsichtigen Flüssigkeiten die Änderung der Dispersion mit der Temperatur von einem gemeinsamen Gesetz beherrscht wird. Aus den früheren, im sichtbaren Gebiet angestellten Beobachtungen läßt sich vermuten, daß in der Tat ein solches Gesetz existiert, welches aber von dem für die festen Körper geltenden abweicht. Die vorliegende Arbeit, die auf Anregung von Hrn. Dr. Martens entstanden ist, führt diese Untersuchung für zwei ausgewählte Flüssigkeiten, Wasser und Schwefelkohlenstoff, durch und bestätigt die ausgesprochene Vermutung.

I. Methoden und Apparate.

§ 2. Um die Brechungsexponenten der untersuchten Flüssigkeiten zu bestimmen, hat der Verfasser die von Hrn. Martens [2])

1) F. J. Micheli, Ann. d. Phys. 4. p. 772. 1901.

2) F. F. Martens, Verhandl. d. Deutsch. Phys. Gesellsch. 3. p. 150. 1902.

angegebene, auf Anwendung eines Zwillingsprismas beruhende Methode benutzt.[1])

Ein aus einer völlig planparallelen Quarzplatte geschnittener Ring r (Fig. 1) wird mit den beiden planparallelen, senkrecht zur Achse geschliffenen Quarzplatten p_1 und p_2 bedeckt. In dem so gebildeten Hohlraum befindet sich die zu untersuchende Flüssigkeit mit dem unbekannten Brechungsexponenten n, und außerdem ein Zwillingsprisma Z aus Quarz (optische Achse ||

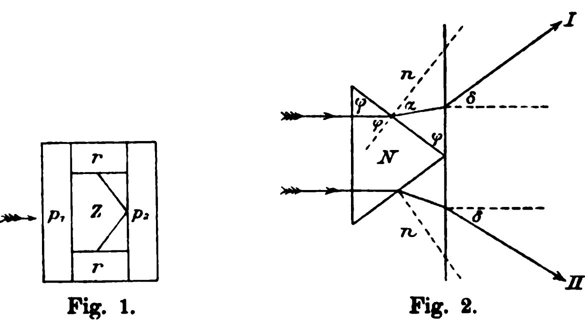


Fig. 1. Fig. 2.

der brechenden Kante) mit dem bekannten Index N, dessen brechende Winkel φ je etwa 30° betragen. Das Prisma wird zwischen den Spektrometerobjektiven so justiert, daß seine brechenden Kanten vertikal stehen.

Das vom Kollimator kommende Strahlenbündel fällt senkrecht auf den Prismenkörper auf und wird beim Durchgang in zwei Bündel I und II (Fig. 2) geteilt, deren Winkelabstand 2δ photographisch gemessen wird.

Erklärt man einen Hülfswinkel ψ durch die Gleichung:

$$\sin\varphi = N \sin\psi \tag{1}$$

und berechnet die Größe α aus der Beziehung

$$\operatorname{tg}\left(\alpha - \frac{\varphi}{2}\right) = \operatorname{tg}\frac{\varphi}{2}\operatorname{tg}\frac{\psi - \delta}{2}\cos\frac{\psi + \delta}{2}, \tag{2}$$

so ergibt sich

$$n = \frac{\sin\psi}{\sin\alpha}. \tag{3}$$

Die beschriebene Methode ist auch auf stark absorbierte Strahlen anwendbar und erlaubt die Exponenten mit einer

1) Über Fehlerquellen, Justierung, Berechnung der absoluten Indizes etc. vgl. die Dissertation.

Genauigkeit von einigen Einheiten der fünften Dezimale zu bestimmen.

Für N wurden die von Hrn. Martens [1]) bestimmten Werte genommen, die bei den verschiedenen Temperaturen mit Hülfe der von Hrn. Micheli [2]) erhaltenen Resultate korrigiert wurden. δ wurde durch Drehung der Kamera und Ausmessung der photographischen Platte auf der Teilmaschine bestimmt.

§ 3. Für die Beobachtungen stand das von Hrn. Martens [3]) beschriebene Spektrometer zur Verfügung. Um die Messungen bei verschiedenen Temperaturen vornehmen zu können, benutzte ich ein von Schmidt & Haensch hergestelltes Er-

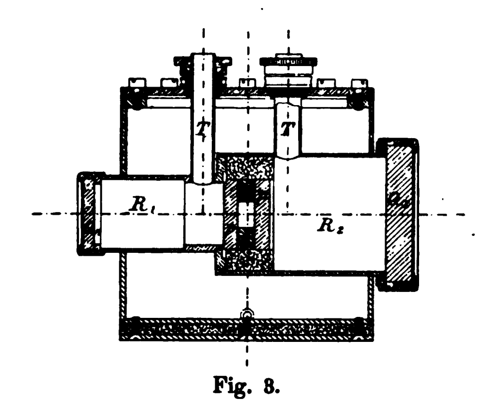


Fig. 3.

hitzungsgefäß, von dem die Fig. 3 einen vertikalen Durchschnitt darstellt. Die vom Kollimator kommenden Strahlen durchlaufen zunächst die Quarzplatte Q_1 und das Durchsichtsrohr R_1, werden alsdann in der oben beschriebenen Weise durch den Prismenkörper abgelenkt und treten schließlich nach dem Durchgang durch die Quarzplatte Q_2 in das Kameraobjektiv ein. Die beiden Durchsichtsrohre R_1 und R_2 sind allseitig von dem Heizraum umgeben, von dem sie jedoch vollkommen dicht abgeschlossen sind. Die Rohre T dienen zur Einführung von Thermometern. Das ganze Gefäß ist außen mit Asbest bekleidet.

1) F. F. Martens, Ann. d. Phys. 6. p. 621. 1901.
2) F. J. Micheli, l. c.
3) F. F. Martens, l. c.

Für die Messungen bei 0° und — 10° wurde der Heizraum mit schmelzendem Eis bez. einer Kältemischung gefüllt. Um höher liegende Temperaturen recht konstant zu erhalten, wurde ein größeres Bassin, das mehrere Liter Wasser enthielt, durch einen Brenner von geeigneter Flammenhöhe auf einer möglichst konstanten Temperatur, z. B. von 60°, gehalten. Von diesem Bassin aus wurde das Wasser durch den Heizraum des Erhitzungsgefäßes geleitet, wo es das Durchsichtsrohr beständig umspülte. Das abfließende Wasser, dessen Temperatur sich inzwischen nur wenig erniedrigt hatte, wurde in kurzen Zeiträumen wieder in das Bassin zurückgegossen. Auf diese Weise gelang es, während der meist mehrere Stunden dauernden Exposition die Temperatur des Prismenkörpers auf etwa $^1/_2{}^0$ konstant zu erhalten.

§ 4. In nachstehender Tab. 1 sind alle Spektrallinien zusammengestellt, für welche ich die Brechungsexponenten bestimmt habe. Die Wellenlängen der meisten Linien sind den Untersuchungen der Herren Exner und Haschek[1]) entnommen. Die Elemente Cd, Al und Au wurden in dem elektrischen Funken eines mit einer Leydener Flasche ausgerüsteten Induktoriums verdampft, Na wurde im Bunsenbrenner zum Leuchten gebracht.

Tabelle 1.

Nr.	Element	λ in Luft	λ im Vakuum	Nr.	Element	λ in Luft	λ im Vakuum
1	Cd	214,45	214,52	10	Cd	340,36	340,45
2	Cd	219,47	219,54	11	Cd	361,19	361,29
3	Cd	226,51	226,58	12	Al	394,41	394,52
4	Cd	231,29	231,36	13	Cd	441,59	441,71
5	Au	242,81	242,88	14	Cd	467,83	467,96
6	Cd	257,32	257,39	15	Cd	480,01	480,14
7	Au	267,61	267,69	16	Cd	508,60	508,74
8	Cd	274,87	274,95	17	Cd	533,85	534,00
9	Al	308,23	308,31	18	Na	589,31	589,47

1) F. Exner u. E. Haschek, Sitzungsber. d. k. Akad. d. Wissensch. zu Wien 106. IIa. 1898.

II. Die Ketteler-Helmholtzsche und die Lorentz-Plancksche Dispersionsformel.

§ 5. Unter den Dispersionsformeln, die von den verschiedenen Theoretikern aufgestellt worden sind, ist die Ketteler-Helmholtzsche bisher wohl am meisten auf ihre Übereinstimmung mit der Erfahrung geprüft worden. Es hat sich dabei gezeigt, daß die experimentell gefundenen Brechungsexponenten der verschiedenen Substanzen sich in der Tat recht gut durch diese Gleichung darstellen lassen.

Die Ketteler-Helmholtzsche Dispersionsformel lautet:

$$n^2 = 1 + \sum \frac{m_\varkappa \lambda^2}{\lambda^2 - \lambda_\varkappa^2}. \tag{4}$$

Hierin ist n der Brechungsexponent der betreffenden Substanz für die Wellenlänge λ. Die Summe ist zu erstrecken über sämtliche resonanzfähigen Eigenschwingungen, deren jede durch die beiden Konstanten $m_\varkappa$ und $\lambda_\varkappa$ charakterisiert ist, von denen $\lambda_\varkappa$ die Wellenlänge der Eigenschwingung angibt. $1 + \Sigma m_\varkappa$ ist nach der Theorie gleich der Dielektrizitätskonstante der Substanz.

§ 6. Die einfachste Form nimmt Gleichung (4) an, wenn nur eine resonanzfähige Eigenschwingung vorhanden ist; dann wird:

$$n^2 = 1 + \frac{m' \lambda}{\lambda^2 - \lambda'^2}. \tag{5}$$

In der Natur kommt dieser Fall nur selten vor, obwohl im allgemeinen die Dispersion und die Absorption einer Substanz wesentlich von der dem betreffenden Spektralbereich am nächsten liegenden Eigenschwingung abhängt. Berücksichtigt man noch andere, bei sehr kleiner Wellenlänge liegende Eigenschwingungen, so kann man für Gleichung (4) schreiben:

$$n^2 = m + \frac{m' \lambda^2}{\lambda^2 - \lambda'^2}. \tag{6}$$

Diese Formel ist besonders wichtig, weil sie die Brechungs exponenten der meisten durchsichtigen Substanzen im sicht baren Gebiet befriedigend darstellt.

Den Einfluß der ultraroten Eigenschwingungen, sofer sich diese überhaupt bemerkbar machen, kann man durc ein Glied $-k\lambda^2$ mit genügender Annäherung berücksichtiger wodurch Gleichung (4) die Form annimmt:

$$n^2 = m + \frac{m'\lambda^2}{\lambda^2 - \lambda'^2} - k\lambda^2. \tag{7}$$

Die Konstanten m, m' und λ' dieser Formel hat der Ver fasser für Wasser und Schwefelkohlenstoff aus den im Vakuun gemessenen Exponenten und Wellenlängen berechnet; für wurden die Martenschen Werte genommen.

§ 7. Eine andere Dispersionsformel ist die Lorentz Plancksche, welche in ihrer einfachsten Form, falls man nu eine einzige Eigenschwingung annimmt, lautet:

$$\frac{n^2 + 2}{n^2 - 1} = \frac{1}{g}\left(1 - \frac{\lambda_0^2}{\lambda^2}\right), \tag{8}$$

worin λ_0 die Wellenlänge der Eigenschwingung und g eine de Anzahl der resonierenden Moleküle in der Volumeneinheit pro portionale Konstante ist. Diese Gleichung kann man auch i der Form schreiben:

$$n^2 = 1 + \frac{\frac{3g}{1-g}\cdot\lambda^2}{\lambda^2 - \left(\frac{\lambda_0}{\sqrt{1-g}}\right)^2}. \tag{9}$$

Vergleicht man diese Formel mit Gleichung (5), so er kennt man, daß beide vollständig identisch sind, wenn ma die darin vorkommenden Konstanten nur als solche betrachte und von ihrer physikalischen Bedeutung absieht. Der wesent lichste Unterschied zwischen den beiden Theorien ist der, da sie zu zwei verschiedenen Werten für die Eigenschwingun führen, die im Verhältnis $\sqrt{1-g}$ zueinander stehen. Wir werde darauf anläßlich der für Schwefelkohlenstoff erhaltenen Resu tate noch zurückkommen.

III. Resultate.

a) Wasser.

§ 8. Das Wasser ist im ultravioletten Spektralbereich bisher nur von Hrn. Simon [1]) untersucht worden und zwar bei Zimmertemperatur. Wendet man auf die Resultate des Hrn. Simon die Ketteler-Helmholtzsche Dispersionsformel an, wie es Hr. Martens getan hat, so zeigen sich zwischen den berechneten und beobachteten Werten mitunter recht erhebliche Unterschiede, die nur durch die Annahme erklärt werden können, daß die Wellenlängen, die zu den gemessenen Exponenten gehören sollen, nicht richtig angegeben sind. Aus diesem Grunde war eine neue Bestimmung der Indizes erwünscht.

Benutzt wurde stets destilliertes Wasser, welches vor jeder Messung durch Filtrieren und Auskochen von Staubteilchen und von Luft befreit worden war. Die folgenden Tab. 2 und 3 geben die erhaltenen Resultate wieder.

Tabelle 2.

Relative Brechungsexponenten des Wassers.

λ	0°	20°	40°	60°	80°
214	1,40500	1,40397	1,40144	1,39762	1,39308
219	1,39987	1,39888	1,39631	1,39251	1,38798
226	1,39360	1,39257	1,39001	1,38624	1,38169
231	1,38982	1,38878	1,38625	1,38247	1,37795
242	1,38210	1,38103	1,37849	1,37475	1,37024
257	1,37447	1,37344	1,37093	1,36719	1,36269
267	1,37007	1,36904	1,36656	1,36285	1,35837
274	1,36739	1,36637	1,36387	1,36019	1,35573
308	1,35768	1,35671	1,35424	1,35059	1,34618
340	1,35139	1,35044	1,34800	1,34436	1,33999
361	1,34834	1,34738	1,34497	1,34136	1,33702
394	1,34457	1,34366	1,34124	1,33765	1,33334
441	1,34071	1,33981	1,33741	1,33385	1,32956
467	1,33903	1,33815	1,33577	1,33225	1,32797
480	1,33834	1,33750	1,33516	1,33168	1,32734
533	1,33582	1,33499	1,33266	1,32916	1,32493
589	1,33381	1,33300	1,33069	1,32718	1,32300

[1]) H. Th. Simon, Wied. Ann. 53. p. 553. 1894.

Tabelle [illegible].

Absolute Brechungsexponenten des Wassers.

λ	0°			20°			40°			60°			80°		
	beob.	ber.	δ	beob.	ber.	δ	beob.	ber.	δ	beob.	ber.	δ	beob.	ber.	δ
214	1,40546	1,40546	0	1,40440	1,40440	0	1,40184	1,40184	0	1,39800	1,39800	0	1,39343	1,39343	0
219	1,40032	1,40039	+ 7	1,39925	1,39931	+ 6	1,39670	1,39675	+ 5	1,39288	1,39293	+ 5	1,38833	1,38836	+ 3
226	1,39405	1,39416	+11	1,39299	1,39307	+ 8	1,39040	1,39051	+11	1,38661	1,38670	+ 9	1,38204	1,38213	+ 9
231	1,39027	1,39040	+13	1,38920	1,38932	+12	1,38664	1,38677	+13	1,38284	1,38297	+13	1,37830	1,37840	+10
242	1,38254	1,38268	+14	1,38144	1,38159	+15	1,37887	1,37905	+18	1,37511	1,37528	+17	1,37058	1,37072	+14
257	1,37490	1,37497	+ 7	1,37384	1,37390	+ 6	1,37130	1,37137	+ 7	1,36754	1,36763	+ 9	1,36302	1,36310	+ 8
267	1,37050	1,37050	0	1,36944	1,36944	0	1,36693	1,36693	0	1,36320	1,36320	0	1,35870	1,35870	0
274	1,36781	1,36775	− 6	1,36676	1,36671	− 5	1,36424	1,36419	− 5	1,36053	1,36047	− 6	1,35606	1,35600	− 6
308	1,35810	1,35808	− 2	1,35710	1,35708	− 2	1,35461	1,35461	0	1,35093	1,35093	0	1,34650	1,34652	+ 2
340	1,35180	1,35182	+ 2	1,35082	1,35085	+ 3	1,34836	1,34842	+ 6	1,34470	1,34478	+ 8	1,34031	1,34041	+10
361	1,34875	1,34875	0	1,34776	1,34780	+ 4	1,34533	1,34539	+ 6	1,34170	1,34176	+ 6	1,33734	1,33743	+ 9
394	1,34498	1,34495	− 3	1,34403	1,34402	− 1	1,34159	1,34163	+ 4	1,33798	1,33803	+ 5	1,33365	1,33372	+ 7
441	1,34111	1,34105	− 6	1,34018	1,34014	− 4	1,33776	1,33777	+ 1	1,33418	1,33420	+ 2	1,32987	1,32992	+ 5
467	1,33943	1,33937	− 6	1,33852	1,33848	− 4	1,33612	1,33612	0	1,33257	1,33256	− 1	1,32828	1,32831	+ 3
480	1,33874	1,33869	− 5	1,33786	1,33781	− 5	1,33550	1,33546	− 4	1,33195	1,33190	− 5	1,32765	1,32765	0
533	1,33621	1,33618	− 3	1,33535	1,33532	− 3	1,33300	1,33298	− 2	1,32948	1,32944	− 4	1,32523	1,32521	− 2
589	1,33420	1,33420	0	1,33336	1,33336	0	1,33103	1,33103	0	1,32750	1,32750	0	1,32330	1,32330	0
	$m = 1,36763$	$k = 0,018414$		$m = 1,37512$	$k = 0,018414$		$m = 1,37584$	$k = 0,018414$		$m = 1,37282$	$k = 0,018414$		$m = 1,37292$	$k = 0,018414$	
	$m' = 0,39803$	$\lambda' = 0,12613\,\mu$		$m' = 0,38850$	$\lambda' = 0,12604\,\mu$		$m' = 0,38174$	$\lambda' = 0,12744\,\mu$		$m' = 0,37558$	$\lambda' = 0,12780\,\mu$		$m' = 0,36463$	$\lambda' = 0,12864\,\mu$	
	$\Sigma m = 1,76565$			$\Sigma m = 1,76362$			$\Sigma m = 1,75758$			$\Sigma m = 1,74840$			$\Sigma m = 1,73755$		

§ 9. Tab. 3 zeigt eine recht gute Übereinstimmung zwischen den berechneten und beobachteten Exponenten. Wenn auch bei den kürzeren Wellen Differenzen bis zu 18 Einheiten der fünften Dezimale vorkommen, so beruhen dieselben doch wohl kaum auf fehlerhafter Messung, sondern rühren höchstwahrscheinlich von einer vernachlässigten Eigenschwingung mit sehr kleiner Wellenlänge her. Für diese Annahme spricht namentlich die Tatsache, daß bei den kürzeren Wellen die gemessenen Exponenten schneller anwachsen als die berechneten. Auch der Umstand, daß der Gang der Differenz δ bei allen fünf Temperaturen annähernd derselbe ist, deutet darauf hin, daß es sich hier um systematische, aber keine Beobachtungsfehler handelt.

Die berechnete Eigenschwingung bei 127 $\mu\mu$ ist wohl dem Sauerstoff zuzuschreiben. Dies wird dadurch wahrscheinlich gemacht, daß die Dispersion des Sauerstoffs im sichtbaren Gebiet erheblich größer ist, als die des Wasserstoffs und daß ferner der Wasserstoff etwa bis zur Wellenlänge 128 $\mu\mu$, Sauerstoff dagegen nur bis 185 $\mu\mu$ durchlässig ist. Die Veränderung von λ' mit der Temperatur ist nach Tab. 3 recht gering; sie beträgt für 1° Temperaturzunahme ungefähr 0,03 $\mu\mu$. Doch scheinen mir die angegebenen Werte von λ' immerhin noch genau genug zu sein, um eine solche Veränderung erkennen zu lassen. Demnach würde aus den Rechnungen folgen, daß λ' mit wachsender Temperatur sich nach der Seite der längeren Wellen verschiebt. Dasselbe Resultat ergibt sich übrigens aus den Michelischen Beobachtungen auch für die Kristalle. Die Konstante λ_0 der Lorentz-Planckschen Formel müßte demnach bei Erwärmung erst recht zunehmen, da sie ja mit λ' durch die Gleichung verbunden ist $\lambda_0 = \lambda' \sqrt{1 - g}$ und beide Faktoren dieses Produktes mit der Temperatur wachsen.

§ 10. Eine Vergleichung der Brechungsexponenten bei den verschiedenen Temperaturen liefert zunächst das wesentliche Resultat, daß die Dispersion des Wassers mit steigender Temperatur abnimmt, im Gegensatz zu allen bisher untersuchten festen Körpern, bei denen stets die Dispersion mit zunehmender Temperatur wächst. Die Exponenten selbst nehmen bei der Erwärmung ab, jedoch nicht geradlinig, sondern so, daß bei

niederen Temperaturen ein und demselben Temperaturu schied eine viel geringere Verminderung des Exponenten spricht als bei höheren Temperaturen. Diese Tatsache noch durch Tab. 4 demonstriert, die die Differenz je zw Brechungsexponenten bei 20° Temperaturunterschied in heiten der fünften Dezimale angibt.

Tabelle 4.

λ	$N_0 - N_{20}$	$N_{20} - N_{40}$	$N_{40} - N_{60}$	$N_{60} - N_{80}$
214	106	256	384	457
219	107	255	382	455
226	106	259	379	457
231	107	256	382	454
242	110	257	376	453
257	106	254	376	452
267	106	251	373	450
274	105	252	371	447
308	100	249	368	443
340	98	246	366	439
361	99	243	363	436
394	95	244	361	433
441	93	242	358	431
467	91	240	355	429
480	88	236	355	430
538	86	235	352	425
589	84	233	353	420

In Tab. 5 sind für drei ausgewählte Wellenlängen Größen

$$\frac{n-1}{d} \quad \text{und} \quad \frac{n^2-1}{n^2+2} \cdot \frac{1}{d},$$

worin d die Dichte des Wassers bedeutet, berechnet wor Man sieht daraus, daß der Ausdruck $\frac{n-1}{d}$ weit davon fernt ist, von der Temperatur unabhängig zu sein. Eine bes Konstanz zeigt die Größe

$$\frac{n^2-1}{n^2+2} \cdot \frac{1}{d};$$

jedoch reicht auch diese Annahme nicht aus, um aus bekannten Index des Wassers bei einer Temperatur und

bekannten Dichte die Exponenten für die anderen Temperaturen zu berechnen.

Tabelle 5.

a) $\frac{n-1}{d}$.

	0°	20°	40°	60°	80°
214	0,40551	0,40511	0,40493	0,40477	0,40480
267	0,37054	0,37009	0,36976	0,36937	0,36907
589	0,33424	0,33395	0,33358	0,33307	0,33264

b) $\frac{n^2-1}{n^2+2}\frac{1}{d}$.

	0°	20°	40°	60°	80°
214	0,24533	0,24521	0,24528	0,24545	0,24580
267	0,22649	0,22628	0,22623	0,22572	0,22634
589	0,20639	0,20579	0,20617	0,20605	0,20608

Der Einfluß der Temperatur auf die Indizes des Wassers ist übrigens dem Einfluß auf die Dichte ähnlich. Auch diese Größe besitzt einen Temperaturkoeffizienten, der bei niederen Temperaturen gering ist, bei höheren jedoch stark zunimmt.

Berechnet man aus der Gleichung

$$m' = \frac{3g}{1-g}$$

die Größe g für die verschiedenen Temperaturen, so ergeben sich folgende Werte: $g_0 = 0,11713$, $g_{20} = 0,11465$, $g_{40} = 0,11288$, $g_{60} = 0,11126$, $g_{80} = 0,10837$. Nach der Lorentz-Planckschen Theorie wäre zu erwarten, daß g der Dichte des Wassers proportional wäre. Dies trifft bei den angegebenen Zahlen offenbar nicht zu, da sie sich annähernd linear mit der Temperatur ändern, was bei der Dichte bekanntlich nicht der Fall ist.

Tab. 6 gibt schließlich eine Zusammenstellung der Brechungsexponenten des Wassers, wie sie von den einzelnen Beobachtern bei verschiedenen Temperaturen für Na-Licht gemessen worden sind.

Tabelle 6.

Absolute Brechungsexponenten des Wassers für Na-Licht nach verschi denen Beobachtern.

Beob.	0°	20°	40°	60°	80°
Rühlmann	1,33413	1,33330	1,33099	1,32745	1,32317
Ketteler	1,33411	1,33327	1,33093	1,32753	1,32330
Dufet	1,33436	1,33328	1,33088	—	—
Pulfrich	1,33411	1,33336	—	—	—
Flatow	1,33420	1,33336	1,33103	1,32750	1,32330

b) Schwefelkohlenstoff.

§ 11. Der Schwefelkohlenstoff ist im sichtbaren Gebi von zahlreichen Beobachtern untersucht worden. Unter diese sind besonders Ketteler, Lorenz, v. d. Willigen und Duf hervorzuheben. Tab. 7 gibt eine Zusammenstellung der R sultate, die diese Beobachter und ich für Na-Licht erhalte haben.

Tabelle 7.

Relative Brechungsexponenten des CS_2 für Na-Licht nach verschieden Beobachtern.

Beob.	−10°	0°	20°	40°
Ketteler	1,65108	1,64327	1,62761	1,61146
Lorenz	—	1,64391	1,62789	—
v. d. Willigen	—	1,64432	1,62787	—
Dufet	—	1,64403	1,62757	—
Flatow	1,65139	1,64362	1,62761	1,61115

Im Ultraviolett ist der Schwefelkohlenstoff bisher nur v Martens untersucht worden, dessen Exponenten bei 18° l auf einige Einheiten der dritten Dezimale genau gemessen sin

Der CS_2 besitzt bekanntlich bei $\lambda = 320\,\mu\mu$ einen se starken Absorptionsstreifen, der eine Bestimmung der Brechung exponenten zwischen 280 und 350 $\mu\mu$ leider unmöglich macht

§ 12. Die nachstehenden Tab. 8 und 9 stellen die erhaltenen Resultate dar. An der Tab. 9 fällt zunächst auf, daß die berechneten Exponenten mit den beobachteten, wenigstens für die kürzeren Wellen, sehr schlecht übereinstimmen, während beim Wasser, obwohl sich dort die Beobachtungen auf ein weit größeres Spektralgebiet erstrecken, recht gute Übereinstimmung herrscht. Der Grund dieser Tatsache ist wohl sicher in dem starken Absorptionsstreifen bei 320 $\mu\mu$ zu suchen, der, wenn er auch wohl kaum von einer Eigenschwingung herrührt, dennoch, wie jede Absorption, die Dispersion beeinflußt. Verschiedene Versuche, dieses Absorptionsgebiet mit in Rechnung zu setzen, scheiterten. Wenn es auch wirklich bei den jenseits des Streifens liegenden Wellen mitunter gelingt, Rechnung und Beobachtung einigermaßen miteinander in Einklang zu bringen, so pflegen dann wieder die Exponenten für die längeren Wellen erheblich voneinander abzuweichen. Dieser Ungenauigkeit entsprechend werden auch die für λ' gefundenen Werte mit einem größeren Fehler behaftet sein als beim Wasser und wohl nur auf mehrere Prozente genau sein. Daher läßt sich leider nichts mit Sicherheit darüber aussagen, wie sich λ' mit der Temperatur verschiebt; denn die Annahme, daß λ' sich tatsächlich so ändern sollte, wie es aus den Rechnungen folgt, ist wenig wahrscheinlich.

Tabelle 8.

Relative Brechungsexponenten *n* des Schwefelkohlenstoffs.

λ	− 10°	0°	+ 20°	+ 40°
267	—	2,12324	2,08823	—
274	2,04988	2,03484	2,00474	1,97489
361	1,76695	1,75719	1,73806	1,71811
394	1,72888	1,71989	1,70180	1,68278
441	1,69684	1,68850	1,67135	1,65323
467	1,68420	1,67606	1,65923	1,64181
480	1,67981	1,67131	1,65466	1,63733
508	1,66974	1,66187	1,64541	1,62842
533	1,66286	1,65506	1,63877	1,62192
589	1,65139	1,64862	1,62761	1,61115

Absolute Brechungsexponenten des Schwefelkohlenstoffs.

λ	− 10°			− 0°			+ 20°			+ 40°		
	beob.	ber.	δ	beob.	ber.	δ	beob.	ber.	δ	beob.	ber.	δ
267	—	2,17914	—	2,12390	2,14785	+2395	2,08884	2,11204	+2320	—	2,09711	—
274	2,05049	2,09404	+4355	2,03547	2,06952	+3405	2,00532	2,03737	+3205	1,97542	2,01923	+4381
361	1,76750	1,76750	0	1,75772	1,75772	0	1,73855	1,73855	0	1,71855	1,71855	0
394	1,72941	1,73017	+ 76	1,72041	1,72121	+ 80	1,70226	1,70313	+ 87	1,68320	1,68403	+ 83
441	1,69735	1,69735	0	1,68899	1,68899	0	1,67180	1,67180	0	1,65365	1,65365	0
467	1,68471	1,68486	+ 15	1,67655	1,67669	+ 14	1,65968	1,65982	+ 14	1,64223	1,64206	− 17
480	1,67982	1,68000	+ 18	1,67180	1,67189	+ 9	1,65511	1,65515	+ 4	1,63775	1,63760	− 15
508	1,67025	1,67035	+ 10	1,66236	1,66236	0	1,64586	1,64586	0	1,62884	1,62865	− 19
533	1,66337	1,66342	+ 5	1,65555	1,65552	− 3	1,63922	1,63919	− 3	1,62234	1,62224	− 10
589	1,65190	1,65190	0	1,64411	1,64411	0	1,62806	1,62806	0	1,61156	1,61156	0
	$m = 1,77783$ $k = 0,00030$			$m = 1,74643$ $k = 0,00030$			$m = 1,71693$ $k = 0,00030$			$m = 1,73212$ $k = 0,00030$		
	$m' = 0,80829$ $\lambda' = 0,22839\ \mu$			$m' = 0,81560$ $\lambda' = 0,22643\ \mu$			$m' = 0,79714$ $\lambda' = 0,22547\ \mu$			$m' = 0,73596$ $\lambda' = 0,22776\ \mu$		
	$\Sigma m = 2,58612$			$\Sigma m = 2,56203$			$\Sigma m = 2,51407$			$\Sigma m = 2,46808$		

§ 13. Von besonderem Interesse ist es, auf der Tab. 9 die Brechungsexponenten einer und derselben Wellenlänge bei verschiedenen Temperaturen miteinander zu vergleichen. Subtrahiert man zwei zur selben Wellenlänge gehörige Indizes voneinander und dividiert diese Differenz durch den betreffenden Temperaturunterschied, so erhält man für die zugehörige Mitteltemperatur die Größe ΔN, das heißt die Änderung des absoluten Brechungsexponenten bei 1° Temperaturzunahme. In der Tab. 10 ist diese Größe für die verschiedenen Mittel-

Tabelle 10.

Änderung ΔN des absoluten Exponenten des CS_2 mit der Temperatur.

λ	$t_m = -5°$	$t_m = +10°$	$t_m = +30°$
267	—	−175,3	—
274	−150,2	−150,8	−149,5
361	− 97,8	− 95,8	−100,0
394	− 90,0	− 90,7	− 95,3
441	− 83,6	− 86,0	− 90,8
467	− 81,6	− 84,4	− 87,3
480	− 80,2	− 83,5	− 86,8
508	− 78,9	− 82,5	− 86,0
533	− 78,2	− 81,6	− 84,4
589	− 77,9	− 80,2	− 82,5

temperaturen berechnet und in Einheiten der fünften Dezimale angegeben. Man sieht aus dieser Tabelle, daß die Größe ΔN bei CS_2 stark von der Wellenlänge, dagegen nur wenig von der Temperatur abhängt, während es beim Wasser gerade umgekehrt ist. Diese Abhängigkeit von der Wellenlänge fällt noch mehr in die Augen, wenn man, wie es in Fig. 4 geschehen ist, ΔN als Funktion der Wellenlänge graphisch aufträgt. Diese Kurve zeigt, daß ΔN im sichtbaren Gebiet annähernd konstant ist, im Ultraviolett dagegen mit abnehmender Wellenlänge im algebraischen Sinne sehr stark abnimmt. Zugleich erkennt man an dieser Kurve, wie wenig man berechtigt ist, aus dem sichtbaren Gebiet auf das ultraviolette zu schließen, und wie wichtig es daher ist, derartige Untersuchungen über möglichst weite Spektralgebiete auszudehnen. Es sei hier noch

erwähnt, daß die von Hrn. Micheli untersuchten Krys gerade das entgegengesetzte Verhalten zeigen, indem bei ihner mit abnehmendem λ im algebraischen Sinne stark wächst. Verfasser glaubte anfangs diesen wesentlichen Unterschied durch die Annahme erklären zu können, daß λ' mit steige Temperatur bei den festen Körpern wachse, bei den Flü keiten dagegen abnehme. Diese Vermutung hat sich bei näl Untersuchung nicht bestätigt. Der Grund dieser auffalle Verschiedenheit scheint mir vielmehr mit der Tatsache sammenzuhängen, daß die thermische Ausdehnung der Flü keiten erheblich größer ist als die der festen Körper.

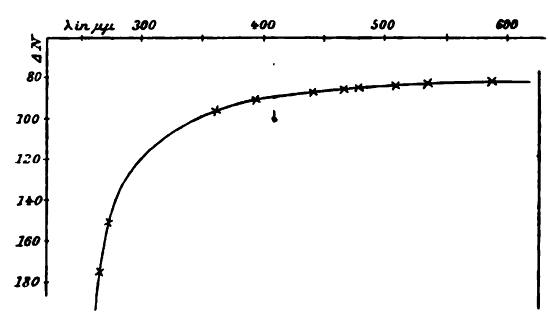


Fig. 4.

Ferner erkennt man an der Tab. 10, daß die Temper koeffizienten mit wachsender Temperatur im allgemeinen wenig zunehmen. Diese Tatsache stimmt sehr gut mit Beobachtungen der Herren Kučera und Forch[1]) übe die den Schwefelkohlenstoff zwischen Zimmertemperatur — 80° für Na-Licht untersuchten. Sie geben dabei als mittl Temperaturkoeffizienten die Größe — 73,3 Einheiten der fü Dezimale an. Der Exponent, den sie bei 0° bestimmt ha ($n = 1,64362$) stimmt genau mit dem von mir gemess Werte überein.

§ 14. Interessant ist ferner ein Vergleich zwischen Dielektrizitätskonstante D und der Größe Σm. Für er gilt nach Hrn. Ratz[2]) die Gleichung:

$$D_t = 2,6606 - 0,00249\, t .$$

1) G. Kučera u. C. Forch, Phys. Zeitschr. 3. p. 132. 1902.
2) F. Ratz, Zeitschr. f. phys. Chemie 19. p. 94. 1896.

Aus den Beobachtungen des Verfassers folgt für Σm:

$$\sum m = 2{,}5620 - 0{,}0024\, t.$$

Die Größen D und Σm sind hiernach zwar nicht genau gleich, was wohl von einer vernachlässigten Eigenschwingung im Ultrarot herrührt, jedoch herrscht zwischen den Temperaturkoeffizienten dieser beiden Größen eine vorzügliche Übereinstimmung, die übrigens von Hrn. Ratz selbst schon festgestellt worden ist. Setzt man

$$m'' = D - \Sigma m = 0{,}0986 \quad \text{und} \quad \frac{m''}{\lambda''^2} = k = 0{,}000300,$$

so berechnet sich $\lambda'' = 18\,\mu$.

§ 15. Aus den vorliegenden Beobachtungen ergibt sich der Temperaturkoeffizient des Brechungsexponenten $(\partial n / \partial t)_p$, der sich auf konstant gehaltenen Druck und veränderliches Volumen bezieht. Es ist interessant, damit den Koeffizienten $(\partial n / \partial t)_v$ bei konstantem Volumen und variablem Druck zu vergleichen. Zwischen den beiden Größen besteht nämlich die Beziehung [1]:

$$(10) \qquad \left(\frac{\partial n}{\partial t}\right)_v = \left(\frac{\partial n}{\partial t}\right)_p - \frac{\left(\frac{\partial n}{\partial p}\right)_t \left(\frac{\partial v}{\partial t}\right)_p}{\left(\frac{\partial v}{\partial p}\right)_t}.$$

Bezeichnet man nun mit α den kubischen Ausdehnungskoeffizienten, mit β den Kompressibilitätskoeffizienten der Flüssigkeit bei t^0, so ist bekanntlich

$$\left(\frac{\partial v}{\partial t}\right)_p = \alpha v \quad \text{und} \quad \left(\frac{\partial v}{\partial p}\right) = -\beta v,$$

also wird

$$(11) \qquad \left(\frac{\partial n}{\partial t}\right)_v = \left(\frac{\partial n}{\partial t}\right)_p + \frac{\alpha}{\beta}\left(\frac{\partial n}{\partial p}\right)_t.$$

In dieser Gleichung sind α und β bekannte Konstanten, während $(\partial n / \partial t)_p$ sich aus meinen Beobachtungen ergibt. $(\partial n / \partial p)_t$, das heißt die Zunahme des Brechungsexponenten mit wachsendem Druck, ist von Röntgen und Zehnder [2] für Na-Licht bestimmt worden. Man kann also mit Hülfe der Gleichung (11) $(\partial n / \partial t)_v$ berechnen.

1) F. Pockels, Ann. d. Phys. 4. 1901.

2) W. C. Röntgen u. L. Zehnder, Wied. Ann. 44. p. 24. 1891.

Für Wasser von 20⁰ und Na-Licht ergibt sich dabei:

$$\left(\frac{\partial n}{\partial t}\right)_p = -9.10^{-6} \quad \text{und} \quad \left(\frac{\partial n}{\partial t}\right)_v = -10^{-5}.$$

Für Schwefelkohlenstoff wird unter denselben Bedingung

$$\left(\frac{\partial n}{\partial t}\right)_p = -82.10^{-5} \quad \text{und} \quad \left(\frac{\partial n}{\partial t}\right)_v = +5.10^{-5}.$$

Man sieht hieraus, daß sowohl für Wasser als auch Schwefelkohlenstoff, obwohl die hier in Betracht kommen Konstanten für diese beiden Flüssigkeiten von ganz v schiedener Größenordnung sind, dennoch beide Male $(\partial n/\partial$ nahezu gleich Null, jedenfalls sehr klein gegen das beobacht $(\partial n/\partial t)_p$ ist. Diese Tatsache scheint mir zu beweisen, bei den Flüssigkeiten eine Temperaturerhöhung nur insof den Brechungsexponenten beeinflußt, als mit ihr zugleich e Dichteänderung verbunden ist, daß jedoch der Index geändert bleibt, wenn die durch die Erwärmung bewirkte A dehnung durch eine Kompression der Flüssigkeit wieder rü gängig gemacht wird.

§ 16. Die Ketteler-Helmholtzsche Dispersionsfor liefert für die hier allein in Betracht kommende Eigenschwing des CS_2 ungefähr den Wert 227 $\mu\mu$. Diese Eigenschwing muß, wie Hr. Martens gezeigt hat, dem Schwefel zugeschriel werden. Legt man dagegen der Rechnung die Loren Plancksche Formel zu Grunde, so ergibt sich für λ_0 ungef der Wert 185 $\mu\mu$. Der Verfasser hat nun versucht, auf r experimentellem Wege eine Entscheidung zwischen diesen bei einander widersprechenden Resultaten herbeizuführen. diesem Zwecke führte er einerseits Absorptionsversuche und wandte andererseits die Methode der Reststrahlen an.

§ 17. Bei den Absorptionsversuchen wurde eine verdün Lösung von CS_2 in Alkohol zwischen zwei Flußspatplat gepreßt und vor den Spalt des Spektrometers gehalten. N der Exposition wurde dann die absorbierende Schicht entfe und an einer anderen Stelle der Platte ein direktes Spektr desselben Funkens aufgenommen. Die Vergleichung der bei Photogramme läßt die Absorption deutlich erkennen. Diese ist natürlich abhängig von dem Grade der Verdünnung. einer Lösung von einem Teil CS_2 in zehn Teilen Alkohol

gibt sich dabei das Resultat, daß daß Spektrum für längere Wellen als 250 $\mu\mu$ durch die absorbierende Schicht nicht merklich geschwächt wird. Dann aber fängt allmählich eine Auslöschung an, so daß die Linie 231 $\mu\mu$ nur noch äußert schwach erscheint. Kürzere Wellen, etwa bis zu 190 $\mu\mu$ werden in der dünnen Schicht vollständig absorbiert. Dagegen erscheint die Al-Linie 185 $\mu\mu$ fast ebenso kräftig wie bei der direkten Aufnahme. Als Mitte des Absorptionsstreifens kann daher ungefähr die Wellenlänge 210 $\mu\mu$ angesehen werden. Berücksichtigt man nun, daß nach den Untersuchungen von Hrn. Martens[1]) bei den alkoholischen Lösungen von Brom und Jod der Absorptionsstreifen stets bei etwas kleinerer Wellenlänge liegt, als die Haupteigenschwingung der betreffenden Substanz, und nimmt man ferner an, daß dies auch bei einer alkoholischen CS_2-Lösung der Fall ist, so folgt, daß die Haupteigenschwingung des CS_2 sicher bei etwas größerer Wellenlänge als 210 $\mu\mu$ liegt. Dieses Resultat würde sich mit dem theoretisch abgeleiteten Werte von 227 $\mu\mu$ recht gut vertragen.

§ 18. Mit weit größerer Genauigkeit kann man die Lage der Eigenschwingung einer Substanz feststellen mit Hülfe der von den Herren Rubens und Nikols[2]) erdachten Methoden der Reststrahlen, die auch schon Hr. Martens auf ultraviolette Strahlen angewandt hat. Diese Methode beruht bekanntlich auf der Tatsache, daß jede Substanz diejenigen Strahlen, die sie stark absorbiert, auch stark reflektiert. Strahlen, deren Wellenlänge der Eigenschwingung der betreffenden Substanz nahekommt, müssen daher von derselben viel stärker reflektiert werden, als alle anderen Strahlen.

Um auf diesem Wege die Lage der Eigenschwingung festzustellen, verfuhr der Verfasser folgendermaßen. Vor dem Spalte S des Spektrometers (Fig. 5) wurde auf einem recht stabilen Stativ ein Metallring r aufgekittet, der eine Quarzplatte q und eine Glasplatte g festhielt. Die Ebene des Ringes bildete mit der Achse des Kollimators ungefähr einen Winkel von 45°. Die Vorderfläche der Quarzplatte q war bis

1) F. F. Martens, Verhandl. der Deutschen Phys. Gesellsch. 3. p. 139. 1902.

2) H. Rubens u. E. F. Nicols, Wied. Ann. 60. p. 418. 1897.

auf zwei kleine Öffnungen o, deren Lage vorher genau be-rechnet wurde, mit Stanniol beklebt, welches auf der der Quarz-platte anliegenden Seite zum Zwecke guter Spiegelung amal-gamiert worden war, während die andere, der Luft zugekehrte Seite zur Vermeidung störender Reflexe mit schwarzem Papier überzogen war. Der Gang des Versuches war nun folgender: Zwischen die Quarzplatte q und die Glasplatte g, deren Vorderseite zur Vermeidung von Reflexionen matt geschliffen war, wird ein Tropfen CS_2 gepreßt. Das vom Funken F kommende Strahlenbündel fällt durch die Öffnung o_1 auf die Quarzplatte,

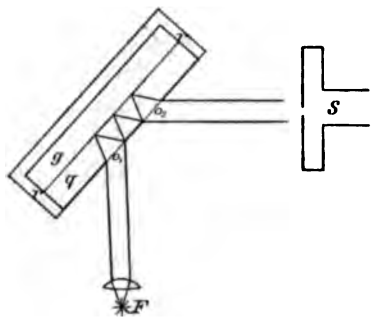


Fig. 5.

wird gebrochen, trifft dann auf die CS_2-Schicht, wird dort reflektiert, tritt schließlich nach mehreren Reflexionen, die teils an dem CS_2, teils an dem spiegelnden Belag vor sich gehen, durch die zweite Öffnung o_2 wieder aus und fällt auf den Spalt des Spektrometers. Die Hauptschwierigkeit in der Ausführung besteht in der richtigen Justierung des Ringes mit den Platten vor dem Spalt. Die aus o_2 austretenden Strahlen sind nämlich durch die wiederholte Reflexion an dem CS_2 derartig geschwächt, daß sie auf das Auge überhaupt nicht mehr wirken, und man daher gar nicht sehen kann, ob sie wirklich in geeigneter Richtung auf den Spalt fallen. Um daher die Justierung zu ermöglichen, wurde zunächst statt des CS_2 ein amalgamiertes Stanniolblättchen zwischen die Platten gebracht, welches viel stärker reflektierte, so daß man mit bloßem Auge den Ring gut justieren konnte. War dies geschehen, so wurde auf der photographischen Platte ein Spektrum des Lichtes aufgenommen, welches nur an Metall reflektiert worden war. Alsdann wurden die Platten äußerst vorsichtig aus dem Ringe herausgenommen und, nachdem das Stanniol entfernt und CS_2 an seine Stelle gebracht worden war, wieder möglichst genau in ihre alte Lage gebracht. Hierauf wurde wiederum ein Spektrum auf der Platte aufgenommen, wobei aber jetzt das Licht mehrere Reflexionen an CS_2 erlitten hatte.

Diese Versuche lieferten folgendes Resultat: Bei zweimaliger Reflexion an CS_2 war auf der Platte von dem ganzen sichtbaren Gebiet nicht die geringste Spur erschienen. Die Einwirkung begann erst ungefähr bei der Wellenlänge 300 $\mu\mu$. Die Linien 274 $\mu\mu$ und 257 $\mu\mu$ waren deutlich sichtbar, aber lange nicht so kräftig, wie bei dem am Spiegelmetall reflektierten Spektrum. Die Intensität nahm dann mit kürzerer Wellenlänge immer mehr zu, bis sie schließlich bei 231 $\mu\mu$ ein Maximum erreichte, welches fast ebenso stark war, wie bei der Reflexion an Stanniol. Hinter 231 $\mu\mu$ nahm die Intensität wieder ab, so daß die Linien 219 und 214 $\mu\mu$ nur noch recht schwach sichtbar waren. Obwohl schon dieser Versuch ein deutliches Reflexionsmaximum bei 231 $\mu\mu$ zeigte, änderte ich ihn doch noch dadurch ab, daß ich die kleine Quarzplatte durch eine große Flußspatplatte ersetzte, welche eine dreimalige Reflexion an CS_2 ermöglichte. Dadurch gelang es, ein völlig einwandfreies Resultat zu erhalten. Bei dieser dreimaligen Reflexion war nur die Linie 231 $\mu\mu$ zu sehen, während der übrige Teil des Spektrums vollständig ausgelöscht war. Aus diesen Versuchen scheint mir mit Sicherheit hervorzugehen, daß die Eigenschwingung des Schwefelkohlenstoffs in der Nähe von 230 $\mu\mu$ liegt, was mit den aus der Ketteler-Helmholtzschen Dispersionsformel berechneten Werten recht gut übereinstimmt.

Schluß.

§ 19. In der vorliegenden Arbeit sind die Brechungsexponenten des Wassers und des Schwefelkohlenstoffs für möglichst weite Spektral- und Temperaturbereiche mit einer Genauigkeit von einigen Einheiten der fünften Dezimale bestimmt worden. Die aus diesen Beobachtungen gezogenen theoretischen Schlüsse beruhen im wesentlichen auf der Anwendung der Ketteler-Helmholtzschen Dispersionsformel in der Form

$$n^2 = m + \frac{m' \lambda^2}{\lambda^2 - \lambda'^2} - k \lambda^2$$

und seien hier noch einmal zusammengestellt.

1. Weder die Formeln

$$\frac{n-1}{d} = c \quad \text{noch} \quad \frac{n^2-1}{n^2+2}\frac{1}{d} = c'$$

gestatten die Brechungsexponenten aus den bekannten Dichte und einem Index bei mittlerer Temperatur mit genügender Annäherung zu berechnen.

2. Die Konstante λ' der Dispersionsformel scheint — wenigstens bei dem Wasser — mit steigender Temperatur merklich nach der Seite der längeren Wellen zu rücken. Die Konstante λ_0 der Lorentz-Planckschen Theorie müßte dies dann a fortiori tun.

3. Die berechneten Werte der Konstante g der Lorentz-Planckschen Formel sind der Dichte d nicht streng proportional. Ob dies auf Ungenauigkeit oder auf Änderung der g und d verbindenden Konstanten, namentlich der Dämpfung σ beruht, kann nicht sicher entschieden werden.

4. Die Dispersion der Flüssigkeiten (z. B. $n_{267} - n_{589}$) nimmt mit steigender Temperatur ab, während die der festen Körper wächst.

5. Bei dem Schwefelkohlenstoff stimmt die rein experimentell ermittelte Lage des Absorptions- und Reflexionsmaximums mit dem aus der Ketteler-Helmholtzschen Formel für die Konstante λ' berechneten Werte gut überein.

6. Die Änderung des Brechungsexponenten mit der Temperatur rührt bei den Flüssigkeiten wesentlich von der mit der Erwärmung verbundenen Dichteänderung her; der Temperaturkoeffizient bei konstantem Volumen ist nahezu gleich Null.

Zum Schluß ergreife ich mit Freuden die Gelegenheit Hrn. Geheimrat Warburg meinen ehrfurchtsvollen Dank für die mir erwiesene Unterstützung auszusprechen. Ganz besonders bin ich Hrn. Dr. Martens für viele sachkundige Ratschläge, sowie für die Überlassung wertvoller Quarzpräparate zu Dank verpflichtet.

Berlin, Phys. Inst., November 1902.

(Eingegangen 8. Mai 1903.)

5. *Über die Ionisierung der Luft durch Wasser;* *von F. Himstedt.*

(Aus den Ber. d. Naturf. Ges. zu Freiburg i. B. 13. p. 101. 1903.)

1. Um die überaus interessanten Versuche der Herren Elster und Geitel über die Elektrizitätszerstreuung in abnorm leitender Luft (Kellerluft, Bodenluft etc.) nachmachen zu können, habe ich zuerst ein älteres Elektroskop von Mülle-Uri, später ein nach den Angaben der genannten Autoren von Günther und Tegetmeyer in Braunschweig angefertigtes Elektroskop benutzt und mich auch sonst durchweg der von Elster und Geitel[1]) angegebenen Versuchsanordnung eng angeschlossen. Das Elektroskop mit Zerstreuungskörper und umgebendem Zylinder stand auf dem Boden eines 36 cm weiten, 43 cm hohen Glasgefäßes, das innen vollständig mit zur Erde abgeleitetem Messingdrahtnetz von 1 mm Maschenweite ausgekleidet war. Das Drahtnetz hatte an der Vorderwand des Glasgefäßes eine Öffnung von 3 × 2 cm, durch welche hindurch mit einem in 1,5 m Entfernung aufgestellten kleinen Fernrohre die Stellung des Goldblättchens an der Skala abgelesen wurde. Es wurde stets nur ein Goldblatt beobachtet und jedesmal die Zeit abgelesen, zu welcher dasselbe einen ganzen Teilstrich passierte, und aus diesen Beobachtungen dann der Verlust für 60 Minuten berechnet. Durch diese Anordnung war eine außerordentlich scharfe und sichere Ablesung möglich, und ich möchte gleich hier bemerken, daß sich das Elektroskop mit Na-Trocknung vorzüglich bewährt hat. Daß das Drahtnetz im Innern des Glasgefäßes einen absolut sicher schützenden Faradayschen Käfig bildete, wurde durch besondere Versuche festgestellt. Der Deckel des Glasgefäßes hatte drei Bohrungen, durch die mittlere konnte das Elektroskop geladen werden, in die beiden anderen waren Glasröhren mit Hähnen eingekittet für die Zu- bez. Ableitung der zu untersuchenden Gase. Beide Glasröhren befanden sich außerhalb des Drahtkäfigs, die eine

1) J. Elster u. H. Geitel, Physik. Zeitschr. 2. p. 560. 1901.

reichte bis zum Boden des Gefäßes, die andere endete direl unter dem Glasdeckel, aber noch oberhalb des Deckels d(Drahtkäfigs. Außerdem hing in dem Gefäße noch ein Klinkei fuessches Haarhygrometer.

Wie zu erwarten, war es mir ohne Schwierigkeiten mö(lich, nach den genauen Angaben der Herren Elster ur Geitel deren Versuchsergebnisse zu bestätigen. In eine Keller unter einem vor zwei Jahren errichteten Gebäu(wurden drei Wochen Fenster und Türen geschlossen gehalte Wurde nach dieser Zeit aus dem Raume ca. 20 Minuten lai Luft durch das oben beschriebene Gefäß gesaugt, so zeig das Elektroskop in 60 Minuten einen Spannungsverlust v(180—220 Volt, während in Zimmerluft unter sonst gleich(Verhältnissen in derselben Zeit der Abfall 28 Volt betrag(hatte. Zu gleicher Zeit mit dem Keller war ein Raum i 2. Stocke des Gebäudes, dessen Volumeninhalt etwas größer a der des Kellers war, abgeschlossen worden, und zwar möglich luft- und lichtdicht. In diesem Raume war nach vier Woch(keine irgendwie nennenswerte Steigerung der Leitfähigkeit d(Luft zu konstatieren. In Übereinstimmung hiermit ließen si(Drähte und Drahtnetze nach der von Elster und Geit(angegebenen Methode im Keller stark aktivieren, in dem e wähnten Zimmer nur kaum nachweisbar. Auch die Beobachtun daß aus dem Erdboden gesaugte Luft eine sehr hohe Lei fähigkeit besitzt, habe ich leicht belästigen können.

2. Bei diesen Versuchen habe ich nun durch Zufall ei Beobachtung gemacht, deren weitere Verfolgung mir interessa erschien, weil ich es nicht für unmöglich halte, daß sie z Erklärung der Ionenbildung in der Luft beitragen kann. A die untersuchte Luft aus dem oben erwähnten großen Gla gefäße ausgesaugt werden sollte, war durch ein Versehen d Schlauch nicht an das Saugrohr, sondern an das Blasrohr d mit Gebläsevorrichtung versehenen Wasserstrahlpumpe geset worden. Es wurde also nicht die Luft aus dem Glasgefä herausgesaugt, sondern es wurde die durch die Wasserstral pumpe angesaugte und mit dem Wasser fortgerissene Luft das Gefäß hineingeblasen, in derselben Weise, wie sonst etv diese Luft zur Betätigung einer Gebläselampe benutzt wir Der Irrtum wurde nicht bemerkt, ich glaubte Zimmerluft i

Apparate zu haben, und war nicht wenig erstaunt, die Blätter des Elektroskops nach der Ladung zusammenfallen zu sehen mit einer Geschwindigkeit, wie ich sie noch bei keinem Versuche gesehen hatte. Als jetzt der erwähnte Irrtum erkannt wurde, glaubte ich natürlich den Grund in der eingeblasenen Feuchtigkeit suchen zu müssen, obgleich das Hygrometer nur 56 Proz. gegen sonst 20—30 Proz. zeigte. Ich nahm den Apparat sofort auseinander und fand zu meiner Überraschung, daß das Elektroskop nach wie vor vorzüglich isolierte.

Das schnelle Zusammenfallen der Goldblättchen konnte also nicht durch Oberflächenleitung, etwa eine auf der Bernsteinstütze gebildete Wasserhaut bedingt sein, sondern mußte auf eine enorm gesteigerte Leitfähigkeit der durch die Wasserstrahlpumpe mitgerissenen Luft zurückgeführt werden.

Weitere Versuche bestätigten diese Vermutung vollauf. Um den Einfluß etwa mitgerissener Feuchtigkeit auszuschließen, wurden bei allen weiteren Versuchen die in den Versuchsapparat zu füllenden Gase vorher sorgfältig getrocknet, indem man sie durch drei je 50 cm lange Röhren langsam hindurchströmen ließ, von denen die erste mit $CaCl_2$, die beiden anderen mit P_2O_5 gefüllt waren. Auf diese Weise wurde erreicht, daß das Hygrometer bei keiner Füllung mehr als 15 Proz. relative Feuchtigkeit anzeigte und daß diese im Gefäße angenähert (bis auf 2 Proz.) immer die gleiche Höhe hatte, sowohl wenn Zimmerluft oder Luft aus dem Freien als auch wenn die durch das Wasser gepreßte Luft eingefüllt war. Um eine möglichenfalls vorhandene Elektrisierung der Luft (Wasserfallelektrizität) zu beseitigen, wurde dieselbe durch ein 100 cm langes Rohr geleitet, das mit zwölf Schichten abwechselnd aus Watte und aus zur Erde abgeleiteter Kupferwolle[1]) gefüllt war. Bei diesen Trockenvorrichtungen hielt das Na-Stückchen in dem Elektroskop 2—3 Wochen lang, und der Spannungsverlust in dem Elektroskop allein, ohne Zerstreuungskörper, war so gering, daß es kaum je nötig war, ihn in Rechnung zu setzen.

1) Einer hiesigen Firma, Bühne & Co., ist es gelungen, alle Metalle in so feine Streifen zu schneiden, daß man Metallwolle erhalten kann, die der Glaswolle an Feinheit nicht nachsteht.

Es möge zunächst ein Beispiel für das Verhalten de
durch die Wasserstrahlpumpe gegangenen Luft angefüh
werden.

Am 18. X. 02 wird 15 Min. lang bei offenem Fenst
Zimmerluft durch den Apparat gesaugt. Hierauf wird da
Elektroskop auf 208 Volt geladen.[1]) Für 60 Min. ergibt sic
ein Verlust von 8,12 Volt. Hierauf wird 15 Min. lang, vo
$11^h\ 00^m$ bis $11^h\ 15^m$, mit dem Wasserstrahlgebläse Luft durc
geblasen. Der Verlust, auf 60 Min. umgerechnet, ergibt sic
in Volt:

$11^h\ 20^m$	$12^h\ 20^m$	$2^h\ 30^m$	$6^h\ 50^m$
632	733	852	786

Die Luft wurde in dem Gefäße gelassen und ergab a
den folgenden Tagen

19. X.	20. X.	21. X.	22. X.	23. X.	24. X.	25. X.
728	630	520	440	370	300	240

Ähnliche Resultate ergaben alle in dieser Weise a
gestellten Versuche, und man erkennt wohl auf den erste
Blick, daß diese durch das Wasser hindurchgepreßte Lu
genau dasselbe Verhalten zeigt, wie die Kellerluft bez. di
aus dem Boden angesaugte Luft in den Elster- und Geitel
schen Versuchen. Sofort nach dem Einfüllen außerordentlic
hoch gesteigerte Leitfähigkeit der Luft, die im Verlaufe vo
einigen Stunden bis zu einem Maximum anwächst, um dan
sehr langsam abzufallen. Hierdurch wird aber die Frage nah
gelegt, ob nicht auch bei den Versuchen von Elster un
Geitel die große Leitfähigkeit der Kellerluft etc. beding
bezw. zum mindesten mit bedingt sei dadurch, daß im Er
boden und auch in feuchten Kellern die Luft durch die m
feinst verteilten Wassertröpfchen bedeckten Erdmassen hindurc
bez. an ihnen vorbeistreicht, daß also auch in diesen Fälle
die Luft ihre hohe Leitfähigkeit dadurch erlangt hat, daß si
in innige Berührung mit dem Wasser gebracht ist.

Um dies zu untersuchen, wurde ein Blechgefäß von 75 c
Höhe, 20 cm Durchmesser mit fein zerstückeltem Koks ge

1) Die Ladung des Elektroskops erfolgte bei allen Messunge
mittelst einer Cu-, Zn-, $MgSO_4$-Batterie, und zwar wurde stets auf di
gleiche Höhe von 208 Volt geladen.

füllt, der mehrere Tage auf über 100° C. erhitzt und dadurch vollkommen getrocknet war. In der Mitte des Gefäßes war ein 2 cm weites Glasrohr aufgestellt, das fast bis auf den Boden des Gefäßes reichte. Letzteres hatte am Boden einen Hahn, um dort sich ansammelndes Wasser ablassen zu können. Wurde Zimmerluft durch den *trockenen* Koks in das Untersuchungsgefäß gesaugt, so konnte niemals eine Erhöhung der Luftleitfähigkeit beobachtet werden, eher in einzelnen Versuchen eine ganz geringe Abnahme, die vielleicht darauf zurückzuführen ist, daß trotz des Watterohres von dem äußerst feinen Koks Staub in den Apparat gelangte. Wurde aber nun derselbe Koks reichlich befeuchtet und dann 20—30 Min. Luft durch denselben in den Apparat gesaugt, so zeigte sich die erhöhte Leitfähigkeit genau in derselben Weise wie bei Kellerluft oder aus dem Erdboden angesaugter Luft. Z. B. Zimmerluft, 20 Min. lang durch **trockenen** Koks gesaugt, ergibt in 60 Min. Spannungsverlust von 9,1 Volt. Zimmerluft, 20 Min. lang durch den **nassen** Koks in den Apparat gesaugt, ergibt in der gleichen Zeit 39,2 Volt Abfall.

Dieselben Resultate wurden erhalten, als der Koks durch grobkörnigen Sand ersetzt wurde, ja es war möglich, absolut sichere Wirkungen zu erzielen dadurch, daß man ein ca. 50 cm langes Glasrohr mit Glaswolle dicht anfüllte, zuerst in Wasser tauchte, nach dem Herausziehen kurze Zeit abtropfen ließ und dann 30 Min. lang Luft durch die feuchte Glaswolle hindurch in den Apparat einsaugte. Ebenso unzweideutig konnte endlich die erhöhte Leitfähigkeit der Luft erreicht werden, wenn man dieselbe einfach durch mehrere hintereinander geschaltete Waschflaschen mit Wasser streichen ließ. Um recht feine Bläschen zu erzielen, waren die Glasröhren, aus welchen die Luft in das Wasser eintrat, nur mit ganz feinen Austrittsöffnungen versehen.

3. Mit Hülfe des Durchsaugens durch Waschflaschen war es nun auch möglich zu untersuchen, ob andere Flüssigkeiten dieselbe oder doch ähnliche Wirkungen hervorbrachten wie das Wasser. Es zeigte sich, daß sorgfältig destilliertes Wasser genau dieselben Werte der Luftleitung erzeugte wie Leitungswasser oder Regenwasser. Ein Zusatz von NaCl oder $CuSO_4$ oder H_2SO_4 gab keine Änderung, welche die Beobachtungs-

fehler überstiegen hätte. Petroleum (sogenanntes Kaiseröl), Vaselinöl, Benzol hingegen gaben gar keine Wirkung.

Wie schon erwähnt, war bei dieser Versuchsordnung die Zunahme der Leitfähigkeit der Luft auch dann nur eine geringe, 5—10 Proz., wenn die Waschflaschen, durch welche die Luft gesaugt wurde, mit Wasser oder Salzlösungen oder verdünnten Säuren gefüllt waren. Es wäre deshalb nicht unmöglich gewesen, daß der Effekt bei den isolierenden Flüssigkeiten nur um deswillen nicht beobachtet werden konnte, weil er, in schwächerem Maße auftretend, durch die Beobachtungsfehler verdeckt wurde. Ich suchte deshalb nach einem Verfahren, bei welchem es möglich war, stärkere Wirkungen zu erzielen und gelangte auf folgende Weise zum Ziele.

Mit dem Lindeschen Kompressor wurde Luft auf ca. 180 Atm. komprimiert. Da hierbei gemäß der Konstruktion des Apparates die Luft schon mit fein verteiltem Wasser in innige Berührung kommt, so kann es nicht wundernehmen, daß sie hierbei schon eine größere Leitfähigkeit erhielt. Man ließ die Luft deshalb meist mehrere Tage stehen, damit die Leitfähigkeit wenigstens zum größten Teile wieder verschwand. Hierauf ließ man die Luft aus einem Glasrohre, das am Ende mit einer Anzahl feiner Öffnungen versehen war, oder meist aus einem Metallrohre, dessen eines Ende mit feinmaschigem Drahtnetz verschlossen war, ausströmen in eine Wulffsche Flasche, durch deren einen Tubulus das eben erwähnte Ausströmungsrohr so geführt war, daß es ca. 1 cm über dem Boden der Flasche endigte. Aus dem anderen Tubulus strömte die eingeblasene Luft dann durch ein weites Glasrohr in eine ca. 50 Liter fassende Glasflasche. Der Hahn des Metallzylinders, in welchem die komprimierte Luft sich befand, wurde hierbei sehr vorsichtig so gestellt, daß ein Manometer, welches zwischen dem Kompressionszylinder und der Wulffschen Flasche eingeschaltet war, stets 30—32 cm Hg-Druck anzeigte, die Luft also immer unter demselben Drucke ausströmte. Man ließ bei jedem Versuche 160 Liter ausströmen, so daß man annehmen darf, daß die 50 Liter fassende Glasflasche gut mit der Luft ausgespült und angefüllt wurde. Nach dem Durchströmen bez. Füllen der Flasche wurde diese mit einem doppelt durchbohrten Gummistopfen verschlossen, und nun die Luft langsam durch

einfließendes Wasser in die Trockenröhren und den Versuchsapparat geleitet. Eine mit H_2SO_4 gefüllte Waschflasche am Austrittsrohre des Apparates gestattete die Schnelligkeit des Durchströmens zu beurteilen. Ein Versuch verlief nun in folgender Weise:

a) Man ließ 160 Liter Luft aus dem Kompressor in der beschriebenen Weise ausströmen, während die Wulffsche Flasche leer, sorgfältig getrocknet, war. Die Luft wurde auf ihre Leitfähigkeit untersucht.

b) Man ließ 160 Liter Luft ausströmen, wobei aber jetzt die Wulffsche Flasche etwa bis zu halber Höhe mit 2 Liter der zu untersuchenden Flüssigkeit gefüllt war, so daß die Luft in ganz fein verteilten Bläschen energisch durch die Flüssigkeit geblasen wurde. Die Luft wurde ebenfalls auf ihre Leitfähigkeit untersucht.

c) Der erste Versuch wurde wiederholt.

Vor jedem neuen Versuche wurde durch den Apparat, in dem das Elektroskop sich befand, zwei Stunden lang getrocknete Zimmerluft durchgesaugt und festgestellt, daß die Leitfähigkeit wieder die normale geworden war. Die Sicherheit, mit der sich hierbei immer die gleichen Versuchsbedingungen wieder herstellen ließen und mit der unter gleichen Bedingungen auch gleiche Resultate erhalten wurden, läßt sich am besten daraus erkennen, daß die bei a) und c) beobachteten Leitfähigkeiten nie um mehr als 5 Proz. voneinander verschieden waren. Der Unterschied der bei b) beobachteten Leitfähigkeit gegen das Mittel aus a) und c) darf angesehen werden als hervorgerufen durch das Durchströmen der Luft durch die betreffenden Flüssigkeiten.

Untersucht wurden: Destilliertes Wasser, Leitungswasser, Regenwasser, wässerige Lösungen von $CuSO_4$ (10 Proz.), H_2SO_4 (30 Proz.), NaCl (10 Proz.), Kaiseröl, Paraffinöl, Benzol, Äthylalkohol, Nitrobenzol.

Bei Wasser und wässerigen Lösungen wurde unter gleichen Bedingungen für alle derselbe Betrag der Luftleitfähigkeit beobachtet, von den übrigen Substanzen ließen nur Alkohol und Nitrobenzol bei einigen Versuchen einen die Versuchsfehler übersteigenden Einfluß auf die Leitfähigkeit der Luft erkennen.

Endlich habe ich mit den genannten Flüssigkeiten mich dem Ausgangsversuche mit der Wasserstrahlpumpe soweit als möglich zu nähern gesucht, indem ich eine solche Pumpe dadurch zu betätigen suchte, daß ich die Flüssigkeiten aus einem 3 m über dem Fußboden aufgestellten Gefäße in die Pumpe fließen ließ. Die unten angekommene Flüssigkeit wurde stets wieder oben nachgefüllt. Auch hierbei erhielt ich dieselben Resultate. Ob die geringen Wirkungen, welche bei Alkohol und Nitrobenzol erhalten wurden, auf beigemischte Spuren von Wasser zurückzuführen sind, oder ob wirklich diese beiden Flüssigkeiten mit den hohen Dielektrizitätskonstanten eine dem Wasser ähnliche Wirkung ausüben, vermag ich noch nicht zu entscheiden. Der Alkohol wurde von gebranntem Kalk abdestilliert, das Nitrobenzol war in der Fabrik von Kahlbaum aus kristallisiertem Benzol dargestellt.

Mit den beiden letztgenannten Versuchsanordnungen habe ich auch untersucht, ob das Wasser durch längeren Gebrauch die Fähigkeit verliert, durchstreichende Luft leitend zu machen. So wurde z. B. bei einem Versuche durch $^1/_3$ Liter Leitungswasser eine ganze Woche lang Luft durchgeblasen, wobei etwa die Hälfte des Wassers durch Verdampfen verloren ging. Der Rest machte am Schlusse der Versuche die Luft genau so stark leitend, wie das gleiche Quantum frischen Leitungswassers unter gleichen Bedingungen dies tat.

Außer mit Luft habe ich entsprechende Versuche auch mit O und mit CO_2 angestellt und eine ähnliche Vermehrung der Leitfähigkeit bei diesen Gasen erhalten.

4. Es entsteht jetzt die Frage, wie kommt diese Leitfähigkeit der Gase zu stande? Wird das Gas bei dem Durchstreichen durch das Wasser direkt ionisiert, oder nimmt dasselbe dabei Spuren einer radioaktiven Substanz in sich auf, oder endlich führt es eine sogenannte Emanation von einer in dem Wasser enthaltenen radioaktiven Substanz mit sich? Das sind wohl die zunächst sich aufdrängenden Fragen. Daß das Gas beim Durchstreichen des Wassers einfach ionisiert wird, in der Weise etwa, wie dies durch die Einwirkung von ultravioletten oder von *X*-Strahlen geschieht, muß schon um deswillen als unwahrscheinlich bezeichnet werden, weil es die lange Glasröhre mit dichtgestopfter Watte zu durchsetzen ver-

mag, ohne nachweisbare Einbuße an seiner Leitfähigkeit zu erleiden. Auch spricht entschieden dagegen das sehr langsame Verschwinden der erlangten Leitfähigkeit, das hier ebensoviel Tage erfordert wie dort Minuten.

Die Frage läßt sich, glaube ich, endgültig entscheiden, enn man das Gas durch ein genügend starkes elektrisches eld leitet. Das elektrische Feld wurde dadurch hergestellt, aß ein 80 cm langer, 0,7 cm dicker Metallstab mit Siegellack i die Achse eines 3,5 cm weiten Metallrohres eingekittet wurde,) daß er die eine, das Metallrohr die andere Belegung eines ylinderkondensators bildete, der mit Hülfe einer Elektrisier- aschine bis 8000 Volt geladen werden konnte. Ließ man ie Luft durch dieses elektrische Feld, sei es schneller, sei s Blase für Blase, hindurchgehen, so beobachtete man zuweilen nmittelbar nach der Füllung eine ganz minimale Schwächung er Leitfähigkeit, die zwar fast in die Grenzen der Beobachtungs- ehler hineinfiel, mich aber doch auf die Vermutung brachte, s könnte in dem starken elektrischen Felde in der Tat ein 'erbrauch der vorhandenen Ionen stattfinden, diese Tatsache ich aber um deswillen der Beobachtung entziehen, weil die- elben sehr schnell wieder neugebildet werden. Es wurde des- alb das Elektroskop aus dem Glasgefäße herausgenommen, urch den Deckel dieses ein sorgfältig isolierter Draht geführt, a welchem im Innern des Gefäßes der Zerstreuungskörper i der Mitte des zur Erde abgeleiteten Blechzylinders auf- ehängt war. Durch den nach außen führenden Draht konnte un der Zerstreuungskörper entweder mit dem außen auf- estellten Elektroskope oder mit dem einem Pole einer Elektrisier- aschine verbunden werden. Der Apparat wurde mit der Luft es Wasserstrahlgebläses gefüllt, das Elektroskop angelegt und ie Zerstreuung für + und — Elektrizität gemessen. Hierauf urde das Elektroskop abgeschaltet und der Zerstreuungskörper 5 Min. lang auf —8000 Volt geladen, dann wieder das Elek- oskop angelegt und wieder die Zerstreuung gemessen etc.

Eine einzelne Messung der Zerstreuung dauerte 3—4 Min. h gebe im folgenden die Spannungsverluste in Volt auf) Min. berechnet; die angeführte Zeit bezieht sich jeweils af das Ende der fraglichen Zerstreuungsmessung. Also $^h 10^m$ + 1114 soll heißen, daß um $9^h\ 10^m$ die Messung zu

Ende war, bei welcher das + geladene Elektroskop einen Spannungsverlust von 1114 Volt (für 60 Min. berechnet) ergeben hat.

$9^h\ 10^m$	$9^h\ 24^m$	$9^h\ 25^m$ bis $9^h\ 40^m$
+ 1114	− 1146	auf − 8000 Volt geladen

$9^h\ 44^m$	$9^h\ 47^m$	$9^h\ 51^m$	$9^h\ 55^m$	$9^h\ 58^m$	$10^h\ 1^m$
− 662	− 864	− 942	+ 1275	+ 1272	+ 1269

$10^h\ 3^m$ bis $10^h\ 18^m$ auf − 8000 Volt geladen

$10^h\ 20^m$	$10^h\ 23^m$	$10^h\ 26^m$	$10^h\ 29^m$	$10^h\ 33^m$	$10^h\ 37^m$
+ 2364	+ 1704	+ 1544	+ 942	− 1000	− 10[illegible]

Der Apparat blieb eine Stunde lang ohne Ladung stehen, dann wurde genau der gleiche Versuch angestellt, nur wurde jetzt der Zerstreuungskörper auf + 8000 Volt geladen. Ich lasse die Zeitangaben der Einfachheit wegen fort.

+ 1158, − 1114, 15 Min. auf + 8000 Volt geladen
+ 480, + 770, + 860, − 1266, − 1158 − 1120
15 Min. auf + 8000 Volt geladen
− 2826, − 1868, − 1576, + 614, + 792, + 872

Die Versuche lassen deutlich erkennen, daß wenn der Zerstreuungskörper eine Zeitlang auf + 8000 Volt gehalten ist, die negativen Ionen in seiner Umgebung stark verbraucht sind, so daß nun bei einer Ladung desselben auf + 200 Volt in den ersten Minuten nur eine verhältnismäßig geringe Zerstreuung, weniger als halb so viel wie vor der Ladung auf 8000 Volt, stattfindet. Bei einer Ladung auf − 200 Volt dagegen zeigt sich umgekehrt eine sehr starke Zerstreuung, die + Ionen sind angehäuft. Die Beobachtung lehrt aber weiter, daß eine recht schnelle Regeneration der Ionen stattfindet. In drei Minuten steigt die Zerstreuung von + 480 auf + 770. Nach einer Stunde ist die Wirkung, welche durch das starke elektrische Feld hervorgebracht wurde, so gut wie vollständig beseitigt und die vorher beobachtete angenähert gleich große Leitfähigkeit für + und − Elektrizität wiederhergestellt.

5. Die Luft, welche durch die Wasserstrahlpumpe gegangen ist, ist also nicht einfach ionisiert wie die den *X*-Strahlen

oder dem ultravioletten Lichte ausgesetzt gewesene Luft. Sie hat eine Veränderung erlitten oder einen Zusatz erhalten, der auf längere Zeit ihr die Fähigkeit verleiht, die Zahl der freien onen und damit ihre Leitfähigkeit auf konstanter bedeutender Höhe zu halten. Der nächstliegende Gedanke dürfte sein, anzunehmen, daß die Luft aus der wirksamen Flüssigkeit eine manation oder geringe Mengen einer radioaktiven Substanz itreißt. Da Wasser die bei weitem stärkste Wirkung ausübt, ielleicht überhaupt die einzige wirksame Substanz ist, so liegt nahe, zu versuchen, der Luft nach Möglichkeit alle Spuren s mitgeführten Wassers zu entziehen, um zu sehen, ob die emde Substanz dann auch verschwindet. Auf dem Boden s Glasgefäßes, in welchem sich das Elektroskop befindet, urden drei Schalen mit P_2O_5 und zwei mit Stücken von etallischem Na gestellt. In das mit trockener Luft gefüllte lefäß wurde so viel Luft aus dem Wasserstrahlgebläse ein-eblasen, daß das Hygrometer 29 Proz. zeigte und der Potential-bfall (für 60 Min. berechnet) 795 Volt betrug. Es wurden un die folgenden Ablesungen gemacht:

T	0,6	0,3	0,85	2,00	3,00	18,00
H	25	20	15	19,5	8,5	5
P	880	1030	1070	1330	1370	1240

Hierin bedeutet *T* die Zeit in Stunden, welche seit der üllung des Gefäßes verflossen ist, *H* die Ablesung am Hygro-meter in Prozenten, *P* die Zerstreuung für 60 Min. in Volt. an sieht, daß das Hygrometer stark fällt, die Leitfähigkeit ber unabhängig hiervon wie immer zuerst steigt.

Man kann gegen diesen Versuch einwenden, daß wenn dem mitgerissenen Wasser die radioaktive Substanz haftet, e dann immerhin in dem Gefäße bleiben muß, wenn etwa e Feuchtigkeit von dem P_2O_5 oder Na absorbiert wird. eshalb wurde die Luft zuerst in einem anderen Gefäße ge-ocknet und dann ganz langsam herübergesaugt, endlich wurde r die Feuchtigkeit direkt beim Einleiten in das Gefäß ent-gen dadurch, daß man zu den schon erwähnten Trocken-hren noch ein 1 m langes Rohr einschaltete, das mit lose stopfter Astbestwolle gefüllt war, die in P_2O_5 umgedreht nd reichlich damit überschüttet war, und weiter noch ein

30 cm langes Rohr, das dicht mit kleinen Stücken von metallisc
Na gefüllt war. Obgleich man mit diesen Mitteln der
ihren Feuchtigkeitsgehalt, wie er durch ein Hygrometer
gezeigt wird, vollständig entziehen kann, war ein Einfluß
die Leitfähigkeit nicht zu konstatieren.

Noch gründlicher kann man die Feuchtigkeit der
entziehen, indem man sie auf sehr tiefe Temperatur abk
Es wurde deshalb ein Kupferrohr von 1,8 m Länge zu ei
Schlangenrohr gebogen und in flüssige Luft getaucht. Die
Gebläse gelieferte Luft strich Blase für Blase durch
Waschflaschen mit H_2SO_4, eine solche mit KOH durch
1,5 m langes Rohr mit Natronkalk, durch das lange
mit P_2O_5, dann durch die Kupferspirale und das Watte
in den Apparat.

Nachdem man eine Stunde lang die Luft durchgel
hatte, war *keine die Versuchsfehler übersteigende Erhöhung
Leitfähigkeit im Apparate zu konstatieren*, während ein
versuch gelehrt hatte, daß bei der gleichen Versuchsanordn
nur mit dem einzigen Unterschiede, daß die Kupfersp
Zimmertemperatur hatte, nach 15 Min. die Leitfähigkeit
den 30 fachen Betrag gestiegen war.

Es fragte sich nun, war durch die tiefe Temperatur
Veränderung bez. der Zusatz, den die Luft beim Durchstrei
der Wasserstrahlpumpe erhalten hatte, und durch welche
abnorm hohe Leitfähigkeit der Luft hervorgebracht war,
nichtet, oder nur im Kupferrohre zurückgehalten, also sozus
ausgefroren? Es zeigte sich zu meiner großen Überrasch
daß das letztere der Fall war. Wurde nämlich das Ku
rohr, nachdem ein Versuch mit flüssiger Luft ausgeführt
am einen Ende verschlossen, am anderen aber in Komm
kation mit dem Versuchsapparate gelassen, und ließ man
das Rohr sich ganz langsam erwärmen, indem man es Z
meter für Zentimeter aus der flüssigen Luft herauszog,
taute der eingefrorene Inhalt der Röhre wieder auf
wurde von der durch die Erwärmung sich ausdehnenden
mit in das Versuchsgefäß hinübergeführt. Schon nach 15
war die Leitfähigkeit in dem Apparate auf das 10 fache
stiegen und stieg noch weiter. Wurde dagegen das Ku
rohr, ehe es aus der flüssigen Luft genommen wurde,

von dem Versuchsapparate getrennt und auf Zimmertemperatur erwärmt, während gleichzeitig ein lebhafter Luftstrom hindurchgesaugt wurde, so war nach 15 Min. an oder mit dem Kupferrohr auf keine Weise mehr etwas nachweisbar, das Einfluß auf die Leitfähigkeit der Luft gehabt hätte.

Um zu untersuchen, ob in dem Schlangenrohre eine sichtbare Substanzmenge ausfriert, habe ich das Cu-Rohr durch ein Glasrohr ersetzt. In einzelnen Versuchen glaube ich mit der Lupe an den Wandungen äußerst feine Eiskriställchen gesehen zu haben, doch war die Beobachtung sehr schwierig und deshalb nicht sicher. Daß es nicht abgeschiedene feste CO_2 war, habe ich durch Untersuchung des aufgefangenen Röhreninhaltes mit KOH festgestellt.

6. Die Herren Elster und Geitel haben zur Erklärung der abnorm hohen Leitfähigkeit der Luft in Kellerräumen etc. eine mögliche Radioaktivität der Luft selbst herangezogen. Ich will auf die mannigfachen Versuche hier nicht näher eingehen, die ich angestellt habe, um in dem, was in dem Kupferrohre ausgefroren war, das radioaktive Agens zu finden. Sie haben alle ein negatives Resultat gehabt, sind aber um deswillen nicht beweiskräftig, weil man wird einwenden können, daß für die Hervorbringung der beobachteten Effekte ja nur ganz minimale Mengen erforderlich sind, und diese können sich der Wahrnehmung entzogen haben. Ich möchte aber darauf aufmerksam machen, daß die abnorm hohe Leitfähigkeit der Luft und die im vorstehenden beschriebenen Erscheinungen in anderer und wie mir scheint, besonders einfacher Weise sich erklären lassen, nämlich durch die Annahme, daß das Wasser in ähnlicher Weise wie auf Säuren und Salze, so auch auf Gase eine stark ionisierende Wirkung auszuüben vermag. Man kann sich vorstellen, daß wenn ein Gas durch Wasser in Blasenform hindurchgepreßt wird, einzelne Gasmoleküle in so innige Berührung mit dem Wasser kommen, daß sie gewissermaßen darin gelöst werden, und sich mit einer, natürlich ganz minimalen Spur von Wasser so vereinigen, daß nachher ein in eine Wasserhülle gehülltes oder darin gelöstes Gasmolekül aus dem Wasser in die Luft tritt. Solche Moleküle würden nun, analog wie in Wasser befindliche Salzmoleküle, die Fähigkeit besitzen, außerordentlich leicht zu dissoziieren,

d. h. Ionen zu bilden, und auf diese Weise die Leitfähigkei der Luft bedingen. Diese allerfeinsten mit den Luftmolekülen verbundenen Wasserteilchen dürfen natürlich nicht mit den weit beträchtlicheren Wassermengen verwechselt werden, die etwa in den Nebelbläschen enthalten sind. Das geht ja schon daraus hervor, daß die letzteren von einigermaßen dicht gestopfter Watte zurückgehalten werden, in ruhender Luft sich verhältnismäßig schnell absetzen, erstere aber nicht.

Daß sich aus der Annahme, das Wasser besitze auch für die Gasmoleküle eine ionisierende Kraft, die vorstehend beschriebenen Versuchsresultate leicht erklären lassen, ist wohl einleuchtend. Je stärker der Druck ist, mit dem die Luft durch das Wasser hindurchgepreßt wird, desto inniger, wird man annehmen dürfen, ist die Berührung und Durchmischung von Wasser und Luft, desto größer dementsprechend die Anzahl der erzeugten leicht ionisierbaren Moleküle, desto größe die Leitfähigkeit. In der Nähe eines hoch geladenen positi elektrischen Körpers tritt ein starker Verbrauch, eine Erschöpfung der negativen Ionen ein, es bleibt der Raum an gefüllt mit positiven Ionen, die einen dorthin gebrachte negativ geladenen Körper sehr schnell entladen. Überläßt man den Raum sich selbst, so sind nach kurzer Zeit scho sowohl positive als negative Ionen wieder in großer Zahl vorhanden. Ob diese aus den angrenzenden Gebieten durch Diffusion dorthin gekommen sind — dann müßte durch genügend langes Elektrisieren der Vorrat sich erschöpfen lassen — oder ob eine Regeneration der verbrauchten Ionen durch Ionenstoß etc. eintritt, müssen weitere Versuche erst entscheiden.

Daß die Luft ihre hohe Leitfähigkeit nicht verliert, wenn sie über P_2O_5 etc. geleitet wird, ist leicht verständlich, wenn man bedenkt, wie schwer es ist, der Luft die letzten Spuren gewöhnlicher Feuchtigkeit zu entziehen, daß es sich hier abe nach der oben skizzierten Vorstellung um minimale Mengen in feinster molekularer Verteilung handelt. Daß aber tatsächlich Wasser in der Luft an den Molekülen haftend vorhanden ist, dafür spricht, daß bei genügend tiefer Temperatur ein Erstarren und dann schnelles Zubodensinken stattfindet Wird die Temperatur wieder erhöht, so fliegen die Luftwasserteilchen wieder davon und die Luft wird wieder leitend.

Nach dieser Vorstellung würde man sich auch die sogenannte natürliche Leitfähigkeit der Luft und besonders ihre Abhängigkeit von den meteorologischen Verhältnissen der Atmosphäre leicht erklären können. In der bewegten Luft bilden sich, wenn sie über feuchte Flächen, durch feuchtes Gebüsch etc. hinstreicht, je nach Umständen eine größere oder geringere Anzahl leicht dissoziierbarer Moleküle. Durch Ionenstoß, durch ultraviolettes Licht, durch Strahlen radioaktiver Substanzen [1]) werden diese in Ionen gespalten, und wird dadurch die Leitfähigkeit der Luft hervorgerufen. Diese zeigt jedenfalls in mehrfacher Beziehung dasselbe Verhalten wie die durch Wasser hindurchgeblasene Luft. Stellt man mit der aus der freien Atmosphäre entnommenen Luft die p. 116 beschriebenen Versuche an, so erhält man Resultate, die den dort mitgeteilten vollkommen entsprechen.

Leitete ich atmosphärische Luft durch das in flüssiger Luft befindliche Kupferrohr, so beobachtete ich eine Abnahme der Leitfähigkeit um ein Drittel, ja um die Hälfte ihres Betrages. Der Luft auf diese Weise die Leitfähigkeit ganz zu entziehen, ist mir allerdings nicht gelungen. Ob dies daran liegt, daß die durch das Schlangenrohr streichende Luft bei dem Eintritt in den Versuchsapparat die dort befindliche Luft selbst bei längerem Durchleiten nicht vollständig verdrängt hat, oder ob die Leitfähigkeit der Luft zum Teil von Ionen herrührt, die nicht ausfrieren, vermag ich noch nicht zu entscheiden. Hat man längere Zeit (1—2 Stunden) atmosphärische

---

1) Ich glaube, daß außer Radium, Polonium, Thorium etc. noch eine große Anzahl von Körpern radioaktiv sind, daß in dieser Beziehung zwischen Radium und Blei oder Zink z. B. ein ähnlicher, nur quantitativer Unterschied vorhanden ist, wie etwa hinsichtlich der magnetischen Eigenschaften ein solcher zwischen Eisen und Blei besteht. Ich glaube bei meinen Versuchen deutliche Unterschiede in der Radioaktivität verschiedener Metalle beobachtet zu haben. Ich habe, um zunächst wenigstens einen orientierenden Versuch in dieser Richtung zu machen, zwei genau gleiche Gefäße aus Blei und aus Zink anfertigen lassen. Bei den meisten Versuchen ergab sich die Leitfähigkeit der Luft in dem Bleigefäße größer als in dem Zinkgefäße, nie umgekehrt, nur einige Male in beiden Gefäßen gleich. Die Versuchsanordnung mit dem Elektroskop scheint mir für diese Untersuchung nicht empfindlich genug. Ich gedenke die Frage auf anderem Wege zu verfolgen.

Luft durch die Kühlschlange geleitet, und man läßt dann die auftauende Kupferspirale ihren Inhalt in den Versuchsapparat entleeren, so beobachtet man in diesem eine bedeutende Steigerung der Leitfähigkeit, also gerade so wie bei den entprechenden Versuchen mit der Luft des Wasserstrahlgebläses. Möglichenfalls läßt sich die große Leitfähigkeit der aus der auftauenden Kupferröhre tretenden Luft auch so erklären, daß beim Abkühlen auf tiefe Temperatur die Luft tatsächlich ihre Leitfähigkeit vollständig verliert — diese also nicht nur, wie oben angenommen, durch Ausfrieren sozusagen latent wird — und daß dann beim Auftauen die ausströmende Luft durch Hinstreichen an in der Röhre gebildeten feinsten Eiskriställchen wieder leitend wird. Denn ich habe gefunden, daß Luft auch dann ihre Leitfähigkeit vergrößert, wenn sie durch fein zerteiltes Eis oder Schnee geleitet wird.

7. Durch die vorstehenden Versuche ist gezeigt worden, daß Luft beim Durchblasen durch Wasser, beim Durch- oder Vorbeistreichen an mit Wasser befeuchteten Flächen eine Vermehrung ihrer Leitfähigkeit erlangt, so daß diese unter günstigen Umständen auf das mehr als Hunderfache ihres gewöhnlichen Betrages ansteigen kann.

Diese Leitfähigkeit hängt nicht ab von dem Feuchtigkeitsgehalte der Luft, wie er mit dem Hygrometer gemessen wird.

Die Leitfähigkeit verschwindet beim Abkühlen der Luft auf genügend tiefe Temperatur, erscheint aber wieder, sobald die Luft in dem Abkühlungsbehälter wieder erwärmt wird.

Die abnorm hohe Leitfähigkeit wird nicht zerstört beim Durchleiten durch ein elektrisches Feld.

Sie verschwindet, wenn die Luft in einem geschlossenen Behälter sich selbst überlassen bleibt, sehr langsam, erst nach mehreren Tagen, ja Wochen.

Ich glaube, daß die von Elster und Geitel beobachtete hohe Leitfähigkeit der Keller- und Bodenluft auf diese Weise entsteht. Ehenso glaube ich, daß zum mindesten ein Teil der stets in freier Luft vorhandenen Leitfähigkeit bez. deren Schwankungen auf die obige Erscheinung zurückzuführen sind, und daß die Ionisierung der Luft durch Wasser bei allen elektrischen Erscheinungen unserer Atmosphäre eine wesentliche Rolle spielt.

Die Hypothese, daß das Wasser nicht nur auf Säuren und Salze, sondern auch auf die Gase eine hohe dissoziierende Kraft auszuüben vermag, scheint mir geeignet, die beschriebenen Erscheinungen zu erklären,

Freiburg i. B., März 1903.

Nachtrag. Ich bin freundlicherweise darauf aufmerksam gemacht worden, daß Sella und Pocchettino[1]) schon im Sommer vorigen Jahres Versuche über die Ionisierung der Luft beim Durchpressen durch Wasser beschrieben haben, und daß J. J. Thomson[2]) eine Arbeit über denselben Gegenstand veröffentlicht hat. Über die Publikation der erstgenannten Autoren ist mir bisher nur das Referat[3]) zugänglich gewesen. Hiernach stellen die Verfasser nur die Tatsache fest und nehmen zur Erklärung das Vorhandensein eines radioaktiven Bestandteiles im Wasser an.

Hr. J. J. Thomson hat die meisten der Versuche, welche ich im vorhergehenden beschrieben habe, schon ausgeführt, meist allerdings mit wesentlich anderer Versuchsanordnung. Unsere Resultate stimmen durchweg gut überein, während unsere Erklärungsversuche verschieden sind. Ich hoffe hierauf zurückkommen zu können, sobald ich neues Beobachtungsmaterial gesammelt hat.

Freiburg i. B., Mai 1903.

1) A. Sella u. A. Pocchettino, Rendiconti Reale Accademia dei Lincei (5) 11. p. 527—531. 1902.

2) J. J. Thomson, Phil. Mag. 1902.

3) A. Sella u. A. Pocchettino, Naturw. Rundschau 1902.

(Eingegangen 4. Mai 1903.)

6. *Über die Leitfähigkeit fester Isolatoren unte dem Einfluß von Radiumstrahlen;*
von A. Becker.

Gasförmige Körper werden unter der Einwirkung v Kathoden- und Röntgenstrahlen wie auch der Strahlen rad aktiver Stoffe zu Leitern der Elektrizität. Nach Versuch von J. J. Thomson [1]) sollten auch nichtgasförmige Isolator bei Einwirkung von *Röntgenstrahlen* leitend werden. Ind hat Righi [2]) unter Anwendung aller notwendigen Vorsichtsma regeln keine solche Wirkung nachweisen können. Demgege über mußte eine Untersuchung über das Verhalten flüssig und fester Isolatoren gegen *Radiumstrahlen* von großem Int esse sein, abgesehen von der rein praktischen Bedeutung, (für das Arbeiten mit solchen Strahlen unter Verwendung fes Isolatoren vorhanden sein mußte. Da mir im Verlaufe mein Untersuchungen an flüssigen Isolatoren die bezügliche Arb von P. Curie [3]) bekannt wurde, die mir früher entgangen w so sollen im folgenden nur die Resultate über feste Isolator mitgeteilt werden. Nach Curies Beobachtungen zeigt si eine Leitfähigkeit bei flüssigen Isolatoren; dieselbe war au in meinen Versuchen konstatiert. Es wird nun aus dem F genden hervorgehen, daß auch feste Dielektrika Leitfähigk erlangen, daß dieselbe aber äußerst gering ist, so daß ihr Ei fluß auf die Isolation durch feste Körper bei elektrisch Messungen in den wenigsten Fällen wesentlich sein wird.

1) J. J. Thomson, Nature 53. p. 378 u. 583. 1895.

2) A. Righi, Sulla propagazione dell' elettricità nei gas attravers dai Raggi di Röntgen, p. 55. 1896.

3) P. Curie, Compt. rend. 134. p. 420. 1902.

Es wurde lange vergeblich versucht, in der von Righi angewandten Weise aus dem Elektrizitätsverlust eines geladenen Leiters, der vollkommen in das betreffende Dielektrikum eingeschlossen war, eine eventuelle Leitfähigkeit des letzteren nachzuweisen, weil trotz verschiedener Vorsichtsmaßregeln die Zerstreuung durch das Leitendwerden der Luft in der Umgebung der Zuleitungen, obwohl dieselben metallisch abgeschirmt waren, so groß war, daß dadurch die gesuchte Wirkung auf das Dielektrikum vollkommen verdeckt werden mußte.

Es ist der Versuchsbeschreibung Righis leider nicht zu entnehmen, welche Empfindlichkeit der Beobachtung seine Instrumente zuließen, so daß es fraglich bleibt, ob er überhaupt so kleine Ströme, wie sie hier auftreten, gemessen hat, oder ob er auch trotz der Anwendung größtmöglicher Empfindlichkeiten keine Leitfähigkeit konstatieren konnte. Es ist dies besonders von Interesse mit Rücksicht auf die eingangs erwähnte Arbeit von P. Curie, in welcher auch für Röntgenstrahlen Leitfähigkeit nachgewiesen ist. — Bei den im folgenden mitzuteilenden Versuchen wurde eine Anordnung getroffen, welche jede Störung durch gleichzeitiges Leitendwerden der umgebenden Luft so gut wie vollständig ausschließt, wie bei der Besprechung möglicher Fehlerquellen noch ersichtlich werden wird.

1. Die untersuchten Isolatoren bildeten die Zwischenschicht eines Kondensators von ziemlich kleiner Kapazität, der zur möglichsten Verhütung von Fehlerquellen die in der nachstehenden Fig. 1 angedeutete Form erhielt. Auf eine 0,9 cm dicke Bleiplatte mit kleinem zentralen Loch wurde mittels Siegellack eine etwas kleinere, 0,3 cm dicke Messingscheibe *m* sorgfältig aufgekittet. Darüber wurde der Isolator in einer solchen Weise gelagert, daß sich zwischen ihm und der Platte keine Luftblase befinden konnte. Auf demselben war ein rundes Aluminiumblech von 0,02 cm Dicke ebenfalls unter Vermeidung von Lufträumen derart aufgekittet, daß zwischen ihm und einer den ganzen Kondensator als Schutzhülle umgebenden Messingröhre nur ein äußerst schmaler isolierender Zwischenraum blieb. Auf das vollständig ebene Aluminiumblech wurde eine abermals 0,9 cm dicke Bleiplatte mit etwa 2 cm großer

zentraler Öffnung gelegt, welche zur Aufnahme des Radium präparates diente und durch einen 0,9 cm dicken Bleideck verschlossen werden konnte. Die unterste Bleiplatte war mi der Messinghülle zur Erde geleitet, die Messingplatte stan durch einen angelöteten Drah mit dem Elektrometer, das Alu miniumblech mit einer Batterie in Verbindung. Auf diese Weis konnte der Deckel beliebig weg genommen und das Präpara eingeführt oder entfernt werde ohne daß dadurch die angelegt Spannung irgendwie beeinfluß wurde.

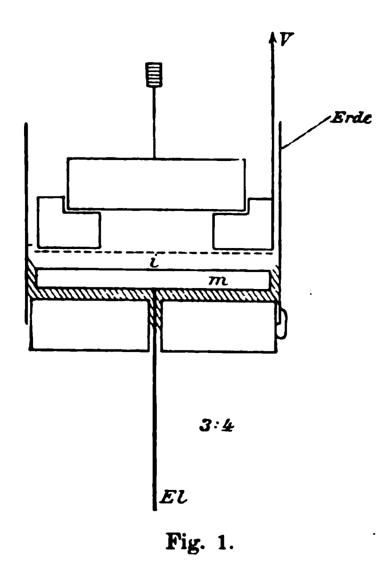


Fig. 1.

Als Meßinstrument be nutzte ich ein Quadrantelektro meter mit großer Empfindlich keit. Dasselbe befand sich ebens wie die Zuleitungen und ein Schaltvorrichtung, welche so wohl die mehrfache Herstellun von Erdschluß als auch di Messung der Kapazität und Isolation der einzelnen Leiterteil zuließ, in dichten metallischen zur Erde geleiteten Schutz hüllen.

Zur Untersuchung kam ausschließlich ein mit „konzen triert" bezeichnetes Radiumpräparat von E. de Haën. Etw 150 mg dieser Substanz schloß ich in ein kleines Büchsche ein, das in die Bohrung der auf dem Aluminiumblech liegen den Bleiplatte gelegt werden konnte. Es bestand aus eine 0,5 cm hohen, etwa 1,4 cm weiten Messingring, dessen Öff nungen einerseits durch eine 0,1 cm dicke Bleischeibe, anderer seits durch ein kleines Glasblättchen von 0,014 cm Dicke wie solche als Beleuchtungsspiegelchen für die Beobachtun Newtonscher Ringe verwandt werden, mit Hülfe von Siegel lack und einer dicken Schicht Wachs luftdicht verschlosse waren.

Der Ladestrom.

2. Wird das vorher geerdete Aluminiumblech mit den darauf liegenden Bleiteilen mit dem einen Pol einer andererseits abgeleiteten Batterie verbunden, so stellt sich ein Ladestrom vom Aluminiumblech zur Messingplatte des Meßkondensators ein, der anfänglich eine beträchtliche Stärke besitzt und allmählich bis zu einem bestimmten minimalen Grenzwert abnimmt. Die Abhängigkeit desselben von der Dauer der Einwirkung der elektrischen Kraft wird sehr wesentlich beeinflußt von vorhergehenden elektrischen Zuständen des Isolators infolge der Rückstandsbildung. Es wurde versucht, ob es nicht möglich sein sollte, an ein und demselben Kondensator Ladungsströme zu erhalten, die unabhängig von vorhergehenden elektrischen Einwirkungen eine fest bestimmbare Funktion der Ladezeit [1]) wären, so daß sie sich in genau derselben Weise in beliebig vielen Versuchen wiederholten. Dieser Fall war erreichbar; und zwar genügte es, beide Platten des von mir untersuchten Kondensators, nachdem derselbe jeweils etwa eine Stunde lang starken elektrischen Kräften ausgesetzt war, während 7—8 weiteren Stunden zur Erde zu leiten. Nachdem auf diese Weise eindeutig der Stromverlauf als Funktion der Zeit gegeben war, wurde das Präparat eingeführt und wieder der Stromverlauf studiert. Und zwar wurde jeweils im Interval einiger Minuten die Messingplatte von Erde isoliert und die sich auf ihr ansammelnde Elektrizitätsmenge ins Elektrometer überführt.

Solche Beobachtungen sind in ausgedehntem Maße mit einer *Schellack*schicht von ca. 0,15 cm Dicke ausgeführt worden. Um die Genauigkeit der Methode klar zum Ausdruck zu bringen, sind in der folgenden Tabelle drei unabhängige Beobachtungsreihen mit einer angelegten Spannung von + 1000 Volt ohne eingeführtes Präparat und zwei Reihen mit derselben

1) Darunter soll die Zeit verstanden sein, innerhalb welcher die elektrischen Kräfte auf den Isolator wirkten.

Spannung und eingeführtem Präparat zusammengestellt. gut die einzelnen Werte miteinander vergleichen zu kör wurden sie durch graphische Interpolation alle auf dies Beobachtungszeit reduziert. Die Versuche wurden, wie beigefügten Zahlen andeuten sollen, in der Weise ausgefi daß zuerst eine Reihe beobachtet wurde ohne Präparat, hie nach etwa 7 Stunden eine zweite mit Präparat, dann weitere ohne Präparat etc.

Tabelle I.

+ 1000 Volt. Schellack, 0,15 cm dick.

Ladezeit	Ohne Präparat: Zeit des Überganges von 0,5 Volt 1.	3.	5.	Mittel	Mit Päparat: Zeit des Überganges von 0,5 Volt 2.	4.	M
Min.	Sek.	Sek.	Sek.	Sek.	Sek.	Sek.	S
1	6,6	6,6	6,6	6,60	6,2	6,0	
3	14,3	13,8	13,5	13,86	13,4	12,0	1
5	19,7	19,0	19,7	19,46	19,0	17,0	1
7	24,1	23,1	24,2	23,80	23,1	21,2	2
9	28,4	27,0	28,4	27,9	26,8	25,0	2
11	32,1	30,8	32,1	31,6	30,0	28,1	2
13	35,9	34,7	35,8	35,5	33,0	31,0	3
15	39,6	38,0	39,6	39,0	35,2	34,5	3
17	42,4	41,0	42,4	41,9	38,4	37,3	3
19	45,0	43,2	45,0	44,4	40,9	39,0	3
21	48,0	46,1	47,4	47,16	44,0	41,8	4
23	50,2	48,9	49,8	49,6	46,5	44,0	4
25	53,0	51,1	52,4	52,16	49,1	45,9	4
30	59,2	57,0	58,3	58,16	54,0	50,2	5

Aus den in zwei Kolumnen verzeichneten Mittelwerter Übergangszeiten läßt sich die pro Sekunde übergegan Spannung berechnen.

Tabelle II.

Ohne Präparat Volt pro Sek.	Mit Präparat Volt pro Sek.	Differenz
Volt	Volt	Volt
0,0757	0,0820	0,0063
0,0361	0,0393	0,0032
0,0257	0,0277	0,0020
0,0210	0,0226	0,0016
0,0179	0,0193	0,0014
0,0158	0,0172	0,0014
0,0141	0,0156	0,0015
0,0128	0,0143	0,0015
0,0119	0,0132	0,0013
0,0112	0,0125	0,0013
0,0106	0,0116	0,0010
0,0100	0,0110	0,0010
0,0096	0,0105	0,0009
0,0085	0,0096	0,0011
	Im Mittel:	**0,0013**

Man sieht, daß unter dem Einfluß des Radiumpräparates sich eine schwache elektrische Strömung ausbildet, die ziemlich konstant erscheint, wenn man von den ersten beiden verhältnismäßig großen Werten absieht, die in der kurzen Beobachtungszeit von 6—13 Sekunden vielleicht ungenau bestimmt sind.

In derselben Weise wurde eine Reihe von Beobachtungen mit einer angelegten Spannung von + 500 Volt ausgeführt. Es ergab sich, daß im Mittel 0,0006 Volt pro Sekunde unter der Einwirkung der Radiumstrahlen durch die Schellackschicht gingen.

Die Kapazität des Kondensators, Elektrometers und der Zuleitungen betrug in diesem Fall $1,11 . 10^{-10}$ Farad, so daß die infolge der Strahlung hervorgerufenen Ströme $144,3 . 10^{-15}$ bez. $66,6 . 10^{-15}$ Amp. betrugen.

Diese Versuche und solche mit Paraffinkondensatoren zeigten, daß zwar eine Leitfähigkeit durch die Bestrahlung eintritt, daß dieselbe indes so gering ist, daß man zweifelhaft sein konnte, mit dieser Methode eindeutige Resultate zu erzielen. Es wurde deshalb nicht mehr der zeitliche Verlauf des Stromes im Dielektrikum berücksichtigt, sondern mit den eigentlichen Messungen erst begonnen, wenn annähernd nach

längerer Elektrisierung sich eine stationäre Strömung ei gestellt hatte.

Das Sättigungsmaximum.

3. Die Beobachtungen sind in der Weise ausgeführt worde daß ich nach Anlegen der bestimmten Spannung an die Al miniumplatte eine längere Zeit verstreichen ließ, bis sich dur vorläufige Versuche ergab, daß die elektrische Strömung i Dielektrikum etwa ihren minimalen Grenzwert erreicht hat Dann wurden hintereinander sechs bis zehn Beobachtung gemacht, indem die Verbindung der Messingplatte des Konde sators mit der Erde aufgehoben und die auftretende Elekt zitätsmenge ins Elektrometer überführt wurde. Wegen d außerordentlich kleinen Ausschläge, die trotz einer Empfin lichkeit von etwa 20 cm pro Volt erhalten wurden, war notwendig, die Überführungszeit sehr groß zu wählen; sie b trug 3 Min. Dabei konnten die Ausschläge sehr scharf a gelesen und der Einfluß der Strahlen eindeutig festgeste werden. Der letztere ergab sich aus einer Reihe von weiter sechs bis zehn Beobachtungen nach Einführung des Präparat in den Kondensator.

4. Die Messingplatte des Kondensators wurde zunäch mit einer *0,13 cm dicken Schicht* geschmolzenen Paraffins b deckt. Darüber wurde nach dem Erstarren der Masse ei warme Aluminiumscheibe gelegt, die so tief eingedrückt wur daß sämtliche Lufträume verschwinden mußten. Die von de in dem darauf liegenden Bleibehälter befindlichen Präpa ausgesandten Strahlen durchdrangen sonach das Aluminiu blech, die Paraffinschicht und gelangten zur Messingschei Die Aluminiumscheibe wurde nacheinander auf + 8, + { + 64 und + 128 Volt geladen, und jeweils nach einiger Z die Beobachtungen ausgeführt, und zwar in der Weise, d etwa 6—10 mal die innerhalb 3 Min. übergegangene Elekt zitätsmenge in Skalenteilen bestimmt wurde ohne Präpar daß dann das Präparat in den Kondensator gelegt wurde u weitere sechs bis zehn Ablesungen folgten, daß hiernach na Entfernen des Präparates abermals beobachtet wurde etc. sollen die Mittelwerte aus den einzelnen Beobachtungsreih übersichtlich zusammengestellt werden.

Tabelle III.

+ 8 Volt.

Skalenteile pro 3 Min.	Volt pro 3 Min.
cm	Volt
Ohne Präparat	
0,331	0,02383
Mit Präparat	
0,411	0,02984
Ohne Präparat	
0,327	0,02397
Mit Präparat	
0,354	0,02619
Ohne Präparat	
0,251	0,01869

0,0054 Volt.

E = 3,76 . 10^{-15} Amp.

+ 32 Volt.

Skalenteile pro 3 Min.	Volt pro 3 Min.
cm	Volt
Ohne Präparat	
0,353	0,02665
Mit Präparat	
0,589	0,04517
Ohne Präparat	
0,366	0,02854
Mit Präparat	
0,559	0,04388
Ohne Präparat	
0,366	0,02891

0,01637 Volt.

E = 11,42 . 10^{-15} Amp.

+ 64 Volt.

Skalenteile pro 3 Min.	Volt pro 3 Min.
cm	Volt
Ohne Präparat	
0,420	0,03326
Mit Präparat	
0,770	0,06152
Ohne Präparat	
0,404	0,03260
Mit Präparat	
0,700	0,05698
Ohne Präparat	
0,400	0,03284

0,02642 Volt.

E = 18,43 . 10^{-15} Amp.

+ 128 Volt.

Skalenteile pro 3 Min.	Volt pro 3 Min.
cm	Volt
Ohne Präparat	
0,498	0,04133
Mit Präparat	
1,002	0,08366
Ohne Präparat	
0,510	0,04284

0,04158 Volt.

E = 29,01 . 10^{-15} Amp.

Die den Isolator durchfließenden Ströme sind unter Z grundelegung einer Kapazität von 1,256 . 10^{-10} Farad berechn Es zeigt sich die Erscheinung, daß der Leitungsstrom mit d Größe der Potentialdifferenz zwischen den Kondensatorplatt zunimmt und zwar annähernd linear, in ähnlicher Weise wi dies bei Luft etwa der Fall ist.

Eine analoge Beobachtungsreihe wurde an einer weitere *Paraffinschicht von 0,58 cm* Dicke ausgeführt. Es ergeben sic die folgenden Resultate:

Tabelle IV.

Spannung	Volt pro 3 Min.	Stromstärke
Volt	Volt	Amp.
+ 8	0,00367	2,49 . 10^{-15}
+ 32	0,01350	9,16 . 10^{-15}
+ 64	0,01975	13,32 . 10^{-15}
+128	0,03312	22,48 . 10^{-15}

Es ist danach festgestellt, daß Paraffin durch Radiu strahlen eine geringe Leitfähigkeit erlangt, wenn man die ob Kondensatorplatte mit dem *positiven* Pol einer Batterie v bindet. Es fließt dann ein schwacher Strom positiver Elekt zität zur unteren Platte und kann mit dem Quadrantelekt meter gemessen werden.

Es mußte nun von großer Wichtigkeit sein, zu erfahr ob die Erscheinung in derselben Weise sich auch abspie wird, wenn die Kondensatorplatte *negativ* geladen wird. De es war dies, da man die konstatierte Leitfähigkeit nicht ol weiteres mit derjenigen der Gase vergleichen konnte, ni von vornherein zu übersehen.

Zu diesem Zweck wurden mehrere Beobachtungen i einem *Paraffinkondensator von 0,18 cm* Schichtdicke gemac von denen eine mitgeteilt sei. Das Aluminiumblech wu mit dem negativen Pol der Batterie verbunden, und nach] reichung des Sättigungsmaximums begannen jeweils acht M sungen ohne Präparat, hierauf wieder acht mit Präparat e Die angegebenen Zahlenwerte sind jeweils das Mittel aus solch acht Ablesungen.

Tabelle V.

− 64 Volt.		− 128 Volt.	
Skalenteile pro 3 Min.	Volt pro 3 Min.	Skalenteile pro 3 Min.	Volt pro 3 Min.
cm	Volt	cm	Volt
Ohne Präparat		Ohne Präparat	
0,004	0,00038	0,076	0,00745
Mit Präparat		Mit Präparat	
0,244	0,02318	0,460	0,04554
Ohne Präparat		Ohne Präparat	
0,004	0,00038	0,057	0,00570
Mit Präparat		Mit Präparat	
0,276	0,02677	0,388	0,03918
Ohne Präparat		Ohne Präparat	
0,053	0,00519	0,004	0,00040
0,0234 Volt.		0,03755 Volt.	
$E = 16,33 \cdot 10^{-15}$ Amp.		$E = 26,12 \cdot 10^{-15}$ Amp.	

Die Leitfähigkeit bleibt somit auch bestehen, wenn eine negative elektrische Kraft auf den Kondensator wirkt, und zwar, soweit dies bei der etwa 6 Proz. betragenden Genauigkeit aus den Versuchen hervorgeht, mit derselben Größe wie bei positiver Elektrisierung. (Die Resultate sind in der Fig. 3 auf p. 135 graphisch dargestellt.)

Es ist von Interesse, den Beobachtungen zu entnehmen, daß die Leitfähigkeit nach Einbringen des Präparates nicht sofort einen konstanten Wert annimmt, sondern daß sie erst schnell und dann allmählich während einer ziemlich beträchtlichen Zeit ansteigt, um schließlich ein Maximum zu erhalten. Ebenso sinkt auch nach dem Herausnehmen des Präparates aus dem Kondensator die Leitfähigkeit nicht plötzlich, sondern allmählich auf ihren normalen Stand zurück. Es ist also jeweils eine bestimmte Zeit erforderlich, bis die Isolatorschicht in den Zustand gekommen ist, in welchem sie unter den gegebenen äußeren Bedingungen das Maximum ihrer Leitfähigkeit besitzt, während andererseits auch eine ähnlich lange Zeit erforderlich ist, um diesen Zustand wieder vollständig zu

verlieren. Es ist diese Erscheinung besonders bei höl
Spannungen sehr augenfällig, und zwar scheint die char
ristische Zeitdauer bei positiver Elektrisierung größer zu
als bei negativer, besonders scheint bei letzterer die
fähigkeit sehr rasch ihrem Grenzwert nahegekommen zu
während im ersten Fall auf die anfänglich ziemlich scl
Zunahme ein längeres langsameres Ansteigen folgt. E
dies aus den beistehenden Kurven (Fig. 2) zu entnehmer
die Abhängigkeit des Leitvermögens von der Zeitdauer
Beobachtung darstellen für den Paraffinkondensator von 0,1

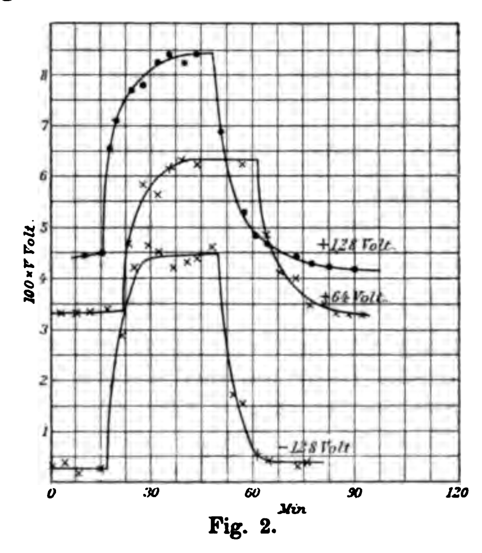


Fig. 2.

Schichtdicke bei einer angelegten Spannung von + 64
+ 128 Volt und für den 0,18 cm dicken Kondensator
— 128 Volt Spannung. Für den letzteren war in
Fällen dieser zeitliche Verlauf noch viel schwächer mar
Den früheren Angaben der Leitfähigkeiten sind jeweil
Grenzwerte zu Grunde gelegt. Eine Abhängigkeit der
scheinung von der Dicke der Isolatorschicht läßt sich
ausgeführten Beobachtungen leider nicht entnehmen, wei
sehr wenige speziell diese Frage behandelnde Experi
gemacht wurden und weil außerdem die Leitfähigkeit
dickeren Schichten geringer ist und deshalb weniger d
charakteristischen Fall hervortreten läßt.

5. Wenn aus dem vorhergehenden die Existenz der Leit-
higkeit für Schellack und Paraffin als konstatiert gelten
ınn, so wurden doch zur weiteren Prüfung der Frage nach
m Gültigkeitsbereich noch *Glimmer* und *Hartgummi* unter-
cht. Die Messungen mußten in diesen Fällen allerdings
ıter erschwerenden Umständen ausgeführt werden infolge der
ößeren Rückstandsbildung dieser Isolatoren. Besonders war
ne bedeutend größere Zeit bis zur annähernden Sättigung
›twendig. Ein rundes Glimmerblatt von 0,025 cm Dicke und
›llständig homogener Struktur wurde mittels einer äußerst
ünnen Schicht geschmolzenen Wachses auf die fein polierte
lessingplatte des Kondensators geklebt; darauf wurde in
leicher Weise unter jeglicher Verhütung von Luftblasen das
,02 cm dicke Aluminiumblech gekittet. Die erhaltenen Mittel-
'erte aus jeweils zwei Beobachtungsreihen mit dem Präparat
ınd drei Reihen ohne Präparat sind die folgenden:

Tabelle VI.

Spannung	Volt pro 8 Min.	Stromstärke
Volt	Volt	Amp.
+ 8	0,00209	$1,80 \cdot 10^{-15}$
+32	0,00363	$3,12 \cdot 10^{-15}$
+64	0,00483	$4,16 \cdot 10^{-15}$

Die im Glimmer hervorgerufene Leitfähigkeit ist gegen-
über derjenigen im Paraffin viel geringer, sie gehorcht aber

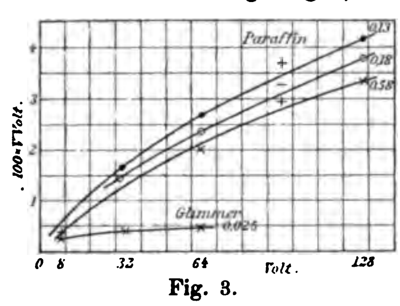


Fig. 3.

emselben Gesetz mit Bezug auf ihre Abhängigkeit von der
ngelegten Spannung, wie die beigefügten Kurven (Fig. 3) an-
euten.

Für eine 0,137 cm dicke Hartgummischeibe, die ebenfa mit Wachs aufgeklebt war, wurden zwei Beobachtungen n + 8 Volt ausgeführt.

Tabelle VII.

+ 8 Volt.		+ 8 Volt.	
Skalenteile pro 3 Min.	Volt pro 3 Min.	Skalenteile pro 3 Min.	Volt pro 3 Min.
cm	Volt	cm	Volt
Ohne Präparat		Ohne Präparat	
0,102	0,00867	0,089	0,00765
Mit Präparat		Mit Präparat	
0,184	0,01564	0,182	0,01565
Ohne Präparat		Ohne Präparat	
0,096	0,00816	0,099	0,00851
0,00722 Volt.		0,00757 Volt.	

$E = 5{,}35 \, . \, 10^{-15}$ Amp.

Daß feste Isolatoren durch Einwirkung von Radiumstrahl leitend werden, kann sonach als allgemein zutreffend gelte Es dürfte indes kaum möglich sein, mit wenigen Versuch exakte Resultate über die Abhängigkeit der Leitfähigkeit v der Schichtdicke zu erhalten, solange der Beobachtung n solch minimale Ausschläge zur Verfügung stehen, wie sie hi auftraten. Fernere Versuche über diesen Gegenstand werd deshalb mit größeren Kondensatoren und einer größeren radi aktiven Substanzmenge oder mit stärkeren Präparaten at geführt werden müssen.

Aus den vorliegenden Beobachtungen hat sich gezei daß die Zunahme der Leitfähigkeit annähernd der Spannu proportional ist, wenigstens innerhalb der eingehaltenen Grenz von 0—128 Volt. Es ist diese Abhängigkeit sonach ähnli wie für Luft, nur daß bei dieser sehr bald ein Sättigung maximum annähernd erreicht wird, während bei festen Is latoren bei 128 Volt noch keine Anzeichen dafür vorhand waren. Dasselbe hat Curie für flüssige Isolatoren konstatie

Zum Vergleich diene die beigefügte Kurve (Fig. 4) für Luft, deren Abszissen die Potentialdifferenz und deren Ordinaten das Hundertfache der innerhalb 3 Min. übergegangenen Spannung — bei annähernd derselben Kapazität wie früher — für

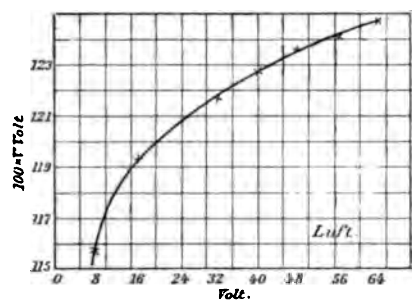


Fig. 4.

eine 0,33 cm dicke Schicht darstellen. Es ist dadurch auch ein Maß für die Stärke des benutzten Präparates gegeben. Die Leitfähigkeit von Paraffin ist also etwa 50 mal, diejenige von Glimmer sogar über 200 mal geringer als von Luft.

Fehlerquellen.

6. In Anbetracht der äußerst geringen Ströme, die bei den obigen Messungen zu beobachten waren, mußte der Gedanke nahe liegen, ob deren Existenz nicht eine reine Folge von kleinen Fehlerquellen wäre oder ob nicht wenigstens eine wesentliche Beeinflussung hierdurch in Betracht käme. Es mußte deshalb der Ermittelung solcher möglicher Fehlerquellen weitestgehende Beachtung zugewiesen werden. Zunächst war die Frage aufzuwerfen, ob nicht etwa eine störende Wirkung der in der Umgebung der Apparatteile befindlichen leitend gewordenen Luft auf die Zuleitungen zu konstatieren wäre. Dies schien schon von vorneherein verneint werden zu müssen, weil sich erstlich das Präparat in allen Fällen in einer engen Bleikammer von überall 0,9 cm Wandstärke befand und weil außerdem die Apparatteile in dichten geerdeten Metallhüllen lagen. Ein Übertragen der Elektrizität von einem außerhalb befindlichen geladenen Körper durch die leitende Luft auf die Zuleitungen war danach ausgeschlossen. Daß äußere elektrische Kräfte vollständig abgeschirmt waren, bewies der mehr-

mals wiederholte Versuch, nach dem die Entladungen einer ganz in der Nähe befindlichen Kathodenröhre ebenso wie die eines Induktoriums keinerlei Einfluß auf das Elektrometer zeigten. Ebenso mußte der eventuell noch die Messingplatte des Kondensators durchdringende Teil der Strahlung unschädlich gemacht sein dadurch, daß er auf eine dicke geerdete Bleiplatte traf, ehe er in den Bereich der Zuleitungsdrähte kam. Wenn sonach diese Fehlerquelle eliminiert zu sein schien, so wurden doch vielfach direkte Versuche hierüber angestellt, von denen einige angegeben seien. Es ist einleuchtend, daß eine störende Wirkung, wenn sie vorhanden war, sich noch intensiver oder zum mindesten in gleicher Weise hätte bemerkbar machen müssen, wenn das Präparat aus seiner Kammer herausgebracht und auf den Bleideckel gelegt wird, also direkt neben den Zuleitungen intensiv auf die umgebende Luft wirken kann.

Einige Zahlenbeispiele sollen die Erscheinung, die in diesem Fall auftritt, beleuchten:

Tabelle VIII.

Paraffin 0,13 cm. + 64 Volt.

	Skalenausschlag pro 3 Min.				
	Ohne Präparat	Mit Präparat	Ohne Präparat	Präparat auf Bleideckel	Ohne Präparat
	cm	cm	cm	cm	cm
	0,41	0,78	0,48	0,43	0,44
	0,43	0,80	0,43	0,43	0,43
	0,42	0,79	0,41	0,39	0,40
	0,43	0,79	0,38	0,30	0,41
Mittel	0,422	0,790	0,412	0,413	0,420

Es fehlt also jeder störende Einfluß; die Tatsache wurde wiederholt bei allen benutzten Kondensatoren konstatiert.

Wenn demnach wohl der beobachtete Ausschlag sicher nicht zu groß war, weil keine fremde Ladung zuströmen konnte, so war doch ein Elektrizitätsverlust durch rasche Abgabe an die umgebende leitende Luft nicht ausgeschlossen. Es wurde deshalb die Isolation sämtlicher stromführenden Teile ohne

und mit Präparat wiederholt dadurch gemessen, daß der Kondensator nebst allen Leitungen, die Ladung aufzunehmen hatten, mit Hülfe eines Daniellelementes auf ein kleines Potential geladen und die allmählichen Verluste durch Isolationsmängel und eventuelle Abgabe an leitend gewordene Luft festgestellt wurden. Die Abhängigkeit des Potentialabfalles für die etwa $1{,}2 \cdot 10^{-10}$ Farad betragende Kapazität von der Zeit gibt die beistehende Kurve (Fig. 5) an.

Man könnte leicht versucht sein, aus derselben zu entnehmen, daß die Isolation wenigstens bis zu etwa 0,5 Volt auch ohne Präparat keine sehr befriedigende gewesen wäre.

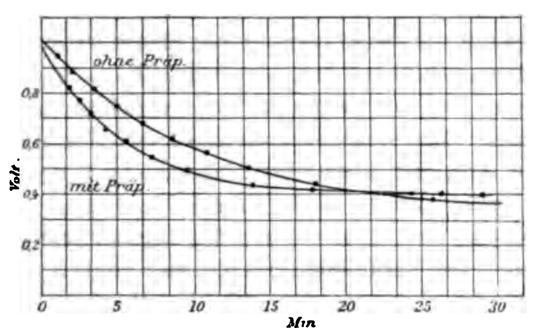


Fig. 5.

Es ist dies indes nur scheinbar der Fall, wenn berücksichtigt wird, daß das Daniellelement nur eine Sekunde lang angeschaltet war, so daß ein Teil der eingeführten Elektrizitätsmenge durch Eindringen in die benutzten Isolatoren verloren ging. Die Isolation mit eingeführtem Präparat ist nur bei Spannungen über 0,5 Volt gegen diejenige ohne Präparat schlechter; unterhalb 0,4 Volt aber ist sie in beiden Fällen vollkommen, indem von da ab kaum ein Abfall mit der Zeit mehr konstatierbar ist. Da es bei meinen Beobachtungen immer nur Spannungen von hundertstel Volt waren, die direkt gemessen wurden, so mußte demnach die Existenz eines Isolationsfehlers verneint werden.

7. Nach den direkten Untersuchungen von P. und S. Curie [1]) führen die Radiumstrahlen negative Ladungen mit sich, und

1) P. u. S. Curie, Compt. rend. 130. p. 647. 1900.

zwar wird der von ihnen erhaltene Strom vom Präpara
Paraffin hindurch nach einer Metallplatte zu etwa 10⁻
angegeben. Vergleicht man damit die von mir erl
Zahlen für die Leitfähigkeit, so fällt deren Kleinhei
gegenüber auf; besonders scheint die Vermutung be
daß die von mir der Leitfähigkeit zugeschriebenen
wohl wesentlich von diesem Strom negativer Quanten
flußt sein müßten. Es wurde deshalb die Spann
geschaltet, und das Aluminiumblech nebst der Blei
mit der Erde verbunden. In diesem Fall konnte nun
ein merklicher Elektrizitätsübergang vom Präparat zur l
platte konstatiert werden. Wenn hiermit zwar nachg
ist, daß der im früheren beobachtete Strom lediglich a
fähigkeit zurückzuführen ist, so bedurfte doch das
Ergebnis den bekannten Tatsachen gegenüber der
Untersuchung. Ich stellte mir deshalb eine der alten
Bleikammer her, die aber eine Bodenfläche von etwa
freiließ. Darüber wurde wieder eine 0,02 cm dicke Alu
scheibe gekittet und etwa 600 mg des Radiumpräparat
ausgebreitet. Die strahlende Fläche war sonach etwa
Siebenfache vermehrt; sie war von der Messingscheib
eine 0,1 cm dicke Paraffinschicht getrennt. Wurde jetzt
das Aluminiumblech geerdet, so stellte sich ein sch
Strom negativer Elektrizität durch das Paraffin hindur
der Messingscheibe ein. Für 3 Min. jeweiliger Stro
betrug derselbe nach Anbringung der Korrektion durch
lungsverluste:

Tabelle IX.

Skalenteile	Volt
cm	Volt
0,12	0,00792
0,14	0,00924
0,16	0,01056
0,15	0,00990
0,14	0,00924
0,14	0,00924
0,17	0,01122
0,12	0,00792
0,14	0,00937

Daraus resultiert eine Stro
von $6,24 \cdot 10^{-15}$ Amp., also etwa
Größe, wie sie bei kleinen Span
durch Leitung früher erhalten

Einen ähnlichen Strom p
Elektrizität erhielt ich, we
Messingscheibe geerdet und d
miniumblech mit dem Elekt
verbunden wurde; eine genau
titative Messung war indes hierb
möglich wegen des großen V
durch Abgabe an die leitende

Es ist hiermit eine Übereinstimmung meiner Messungsresultate mit Bezug auf die Existenz einer negativen Strömung mit denen anderer Beobachter nachgewiesen. Bei den früheren Versuchen betrug die benutzte Substanz nur den vierten Teil des obigen, die strahlende Fläche war etwa $^1/_7$, und die Strahlen hatten außer der Aluminiumscheibe noch ein dünnes Glasblättchen zu durchlaufen. Daraus läßt sich wohl schließen, daß der in diesem Fall vorhandene Strom negativer Quanten kleiner sein mußte als 10^{-15} Amp. und sonach der Beobachtung entging.

8. Die Beobachtungen zeigen, daß die Leitfähigkeit den Isolatoren von den schwer absorbierbaren, also den schnellen Kathodenstrahlen erteilt wird, weil die Wirkung deutlich war, obwohl eine dünne Glas- und eine Aluminiumschicht zwischen dem Präparat und dem Isolator lagen. Wird aber noch eine zweite 0,02 cm dicke Aluminiumscheibe eingeschaltet, so geht die Wirkung erheblich zurück. Eine Bleischicht von 0,1 cm Dicke hält fast die gesamte Wirkung zurück. Es war dies in einfacher Weise dadurch zu konstatieren, daß ich das Präparat einmal auf die Glas- und einmal auf die Bleiseite des Büchschens legte. Mit dem 0,58 cm dicken Paraffinkondensator und positiver Spannung wurde z. B. für die Leitung gefunden:

Tabelle X.

Skalenausschlag.

	Ohne Präparat	Präparat Glasseite	Präparat Bleiseite	Präparat Glasseite	Ohne Präparat
	cm	cm	cm	cm	cm
	0,35	0,60	0,39	0,49	0,35
	0,31	0,60	0,38	0,52	0,36
	0,34	0,59	0,40	0,55	0,34
Mittel	0,33	0,59	0,39	0,52	0,35

Ebenso ist z. B. für den 0,18 cm dicken Paraffinkondensator bei negativer Spannung:

Tabelle XI.

Skalenausschlag.

Präparat Glasseite	Präparat Bleiseite	Ohne Präparat
cm	cm	cm
0,35	0,15	0,03
0,38	0,14	0,00
0,36	0,10	0,01
0,35	0,15	0,01
Mittel 0,36	0,13	0,01

9. Die Beobachtungen zeigen sonach die Existenz eine unter dem Einfluß der ablenkbaren Radiumstrahlen in feste Isolatoren auftretenden Leitungsstromes, der zwar bedeuten geringer ist als für Gase, aber doch im wesentlichen ähnliche Gesetzen gehorcht. Seine Größe ist innerhalb des Bereich der benutzten Spannungen diesen (annähernd) proportion Die Leitung tritt bei positiver sowohl wie bei negativer Spa nung in derselben Größe auf. Zu einer Erklärung der E scheinung muß wohl angenommen werden, daß die vom Pr parat ausgeschleuderten Teilchen negativer Elektrizität od Quanten auf ihrem Wege durch den Isolator wieder selb positive und negative Kerne [1]) erzeugen, die selbst stärke Ladungen mit sich führen als die sie erzeugenden Quante weil die Leitungsströme gegenüber dem Strom negativer Ele trizität, wie er bei geerdeter Aluminiumscheibe auftritt, e heblich größer sind. Es ist dieser Vorgang den Erscheinunge wie sie Kathodenstrahlen in einem Gase bieten, analog, w aus den Untersuchungen von Lenard [2]) hervorgeht. Währe nämlich die von den Kathodenstrahlen mitgeführte Ladu ziemlich beträchtlich ist, so kann sie doch niemals in Lu auf einer Metallplatte angesammelt werden, vielmehr verlie eine solche, wenn sie auf einige hundert Volt positiv od negativ geladen ist, in der Nähe des Aluminiumfensters fa sofort ihre Ladung an die leitend gewordene Luft. Mit d

1) P. Drude, Ann. d. Phys. 1. p. 572. 1900.

2) P. Lenard, Wied. Ann. 51. p. 240. 1894; 63. p. 253. 1897; 6 p. 279. 1898.

obigen Annahme kann dann der Leitungsvorgang in derselben Weise für Isolatoren gedacht werden, wie ihn Drude in der zitierten Arbeit für Metalle erklärt hat. Es wäre wohl hinzuzufügen, daß die gebildeten Kerne wohl nur sehr langsam den elektrischen Kräften zu folgen vermögen. Daraus würde sich die allmähliche Zunahme der Leitfähigkeit mit der Dauer der Bestrahlung bis zu einem Maximalwert erklären. Die gefundene Nachwirkung ist auch bei Gasen bekannt, bei denen nur die Dauer stark abgekürzt ist.

Kiel, im Mai 1903.

(Eingegangen 16. Mai 1903.)

Nachschrift bei der Korrektur (16. Juni 1903). — Nachdem das Vorstehende dem Druck übergeben war, hat Becquerel einige Beobachtungen über die Leitfähigkeit des festen Paraffins in Compt. rend. **136**. p. 1173. 1903 veröffentlicht. Er beschränkt sich auf die Feststellung der schon von mir mitgeteilten Tatsache der rückständigen Leitfähigkeit nach Entfernen des Präparates.

7. *Zur Theorie der Zustandsgleichung;*
von C. Dieterici.

Die hier wiedergegebenen Überlegungen zur Theorie der Zustandsgleichung sind für die Fragestellung und Durchführung der sofort nachfolgenden experimentellen Untersuchung bestimmend gewesen.

1. Aus den Beobachtungen über die Isothermen verschiedener Stoffe, wie sie in den letzten Jahren insbesondere von Amagat und S. Young ausgeführt sind, gehen zwei Tatsachen, welche sich auf das Verhalten der Substanzen im kritischen Zustand beziehen, deutlich hervor. Die Tatsache I ist von S. Young stets hervorgehoben und auch schon mehrfach diskutiert; sie ist in der Gleichung

$$\text{(I)} \qquad \frac{R\,\vartheta_\varkappa}{p_\varkappa\, v_\varkappa} = 3{,}7$$

ausgesprochen und besagt: bei allen „normalen" Substanzen ist das „ideale" kritische Volumen $v_0 = R\,\vartheta_\varkappa / p_\varkappa$ — d. i. dasjenige Volumen, welches nach den idealen Gasgesetzen eintreten müßte — 3,7 mal so groß, als das beobachtete $v_\varkappa$.

Oder wie man diese Beobachtung auch aussprechen kann: der beim kritischen Volumen tatsächlich beobachtete Druck ist 3,7 mal so klein, als derjenige, welcher nach den idealen Gasgesetzen eintreten müßte.

Dieser letzten Aussprache reiht sich sofort die Tatsache an, welche bisher nicht beachtet ist.[1]) Sie lautet „der Spannungskoeffizient $(\partial p / \partial \vartheta)_{v=c}$ ist beim kritischen Volumen fast genau doppelt so groß, als er nach den idealen Gesetzen sein müßte" oder in Zeichen

$$\text{(II)} \qquad \left(\frac{\partial p}{\partial \vartheta}\right)_{v = v_\varkappa} = \frac{R}{{}^1\!/_2\, v_\varkappa}.$$

Da diese Tatsache II, wie bemerkt, bisher nicht beachtet ist, muß ich sie zunächst an der Hand der Beobachtungen be-

1) Vgl. C. Dieterici, Ann. d. Phys. 5. p. 61. 1901.

weisen und führe den Beweis so, daß mit den beobachteten Spannungskoeffizienten der Ausdruck $\frac{R}{\left(\frac{\partial p}{\partial \vartheta}\right)}$ berechnet und mit dem tatsächlich beobachteten Volumen $v_\varkappa$ verglichen wird. Dabei sind alle Angaben auf 1 g Substanz umgerechnet, die Gaskonstante

$$R = \frac{84500}{M} \frac{\text{g cm}}{{}^\circ\text{C.}}$$

gesetzt, worin M das Molekulargewicht bezogen auf $O = 16$ bedeutet. Der Spannungskoeffizient $(\partial p / \partial \vartheta)_v$ ist für $v = v_\varkappa$ und $\vartheta = \vartheta_\varkappa$ nur in wenigen Fällen angegeben. Für Normalpentan[1]) und Isopentan[2]) in den Tabellen von S. Young; für Kohlensäure[3]) ist er von Amagat für zwei Volumina angegeben, welche dem kritischen sehr nahe liegen und es umschließen, so daß man mit Sicherheit interpolieren kann. Die Daten sind in der folgenden Tabelle angegeben und damit nach (II) $\frac{R}{\left(\frac{\partial p}{\partial \vartheta}\right)_\varkappa}$ berechnet.

Tabelle I.

	M	$\vartheta_\varkappa$	$p_\varkappa$	$v_\varkappa$	$\left(\frac{\partial p}{\partial \vartheta}\right)_\varkappa$	$\frac{R}{\left(\frac{\partial p}{\partial \vartheta}\right)_\varkappa}$	Beobachter
Normalpentan	72,12	470,2	25100 mm Hg	4,303 cm³	407,3 mm Hg	2,12 cm³	S. Young
Isopentan	72,12	460,8	25005 „	4,266 „	401 „	2,15 „	„
Kohlensäure	44	304,35	72,9 Atm.	2,155 „	1,73 Atm.	1,072 „	Amagat

Bei diesen drei Stoffen ist also auf etwa 1 Proz. genau

$$\frac{R}{\left(\frac{\partial p}{\partial \vartheta}\right)_{v = v_\varkappa}} = {}^1/_2\, v_\varkappa .$$

Bei den meisten Stoffen fehlen direkte Beobachtungen des Spannungskoeffizienten $(\partial p / \partial \vartheta)_{v = v_\varkappa}$; dagegen liegen die Beobachtungen der Sättigungsspannungen bis zur kritischen Temperatur hin vor. Nach einem Satz, den van der Waals

1) S. Young, Phil. Mag. (5) 47. p. 360. 1898.

2) S. Young, Zeitschr. f. phys. Chem. 29. p. 193—240. 1899.

3) E. H. Amagat, Compt rend. 114. p. 1093—1322. 1892; Physik. Revue 1. p. 22—28. 1892.

schon vor Jahren ausgesprochen[1]) hat, auf den ich selbst durch eine andere Betrachtung gekommen bin, muß bei jede Temperatur der Mittelwert der Spannungskoeffizienten ge nommen zwischen den beiden Sättigungsvolumen gleich de Zunahme $\partial p_s / \partial \vartheta$ der Sättigungsspannung sein. Daraus folg unmittelbar, daß im kritischen Zustand

$$\left(\frac{\partial p_s}{\partial \vartheta}\right)_{\vartheta = \vartheta_x} = \left(\frac{\partial p}{\partial \vartheta}\right)_{v = v_x}$$

sein muß.

Man kann also den Spannungskoeffizienten im kritische Punkt durch die Zunahme der Sättigungsspannung ersetzen damit entsteht die folgende Tabelle, in die auch zum Vergleic die schon soeben berechneten Stoffe aufgenommen sind, be rechnet mit der Zunahme der Sättigungsspannung.

Tabelle II.

	M	ϑ_x	p_x	v_x	$\left(\frac{\partial p_s}{\partial \vartheta}\right)_{\vartheta=\vartheta_x}$	$\frac{R}{\left(\frac{d p_s}{d \vartheta}\right)_{\vartheta_x}}$
Normalpentan	72,12	470,2	25100 mm Hg	4,308 ccm	370 mm Hg	2,33 ccm
Isopentan	72,12	460,8	25005 „	4,266 „	380 „	2,269 „
Kohlensäure	44	304,35	72,9 Atm.	2,155 „	1,71 Atm.	1,087 „
Schweflige Säure	64,06	429,0	78,9 „	1,923 „	1,28 „	0,998 „
Benzol	78,06	561,5	36395 mm Hg	3,291 „	450 mm Hg	1,769 „
Normalheptan	100,16	539,9	20415 „	4,266 „	290 „	2,140 „
Normaloktan	114,18	569,2	18730 „	4,297 „	260 „	2,094 „
Diisopropyl	86,14	500,4	23345 „	4,148 „	340 „	2,122 „
Diisobutyl	114,18	549,8	18650 „	4,227 „	265 „	2,054 „
Äther	74,1	467,4	27060 „	3,81 „	480 „	1,75 „
Hexamethylen	84,06	453	30252 „	3,659 „	390 „	1,898 „

Die Sicherheit der in vorstehender Tabelle enthalten Rechnung ist keine sehr große aus dem einfachen Grun weil man die Zunahme der Sättigungsspannung nur dur Differenzbildung der Drucke selbst gewinnen kann und nat gemäß nur unterhalb der kritischen Temperatur, so daß ei — wenn auch kleine — Extrapolation auf diese selbst v genommen werden muß. Da beide Umstände Unsicherh

1) Vgl. hierzu Kesom, Koningl. Akad. v. Wet. Amsterdam p. 2 1902; Communication from the Laboratory, Leyden Nr. 75. 1902.

2) C. Dieterici, Ann. d. Phys. 6. p. 867. 1901.

der Werte für die Zunahme der Sättigungsspannung bedingen, sind diese nur in runden Zahlen angegeben. Der Satz II trifft mit einer Sicherheit von weniger als 5 Proz. zu bei Kohlensäure, schwefliger Säure, Heptan, Oktan, Diisopropyl, Butyl Abweichungen von mehr als 5 Proz. bis höchstens 10 Proz. zeigen Normalpentan, Isopentan, Benzol, Äther und Hexamethylen. Die ersten beiden dieser Stoffe ergaben nach Tab. I völlige Übereinstimmung, so daß vermutlich bei ihnen entweder die Zunahmen der Sättigungsspannungen zu niedrig oder das kritische Volumen zu klein angegeben ist. Merkwürdige Unregelmäßigkeiten zeigen auch die Sättigungsspannungen von Äther nach den Beobachtungen von Ramsay und Young. Die Abweichungen verraten keine Regelmäßigkeit, so daß man fast vermuten darf, daß sie durch Beobachtungsunsicherheit bedingt sind. Es kommt aber auch zunächst nicht darauf an, die Tatsache II als eine absolut streng zutreffende anzuerkennen, sondern nur als eine solche, die auf wenige Prozente genau ist.

2. Von den bisher vorliegenden Formen der Zustandsgleichung vermag keine die beiden Erfahrungstatsachen I und II zugleich erfüllen.

Alle Formen der Zustandsgleichung kommen auf die ihr von van der Waals gegebene allgemeine Gleichung

$$p + \pi = \frac{R\vartheta}{v - b} \tag{1}$$

zurück, worin b die van der Waalssche Volumenkorrektion und π der Waalssche Kohäsionsdruck ist.

Will man dann aus den Isothermenbedingungen des kritischen Zustandes

$$\left(\frac{\partial p}{\partial v}\right)_\varkappa = 0 \quad \text{und} \quad \left(\frac{\partial^2 p}{\partial v^2}\right)_\varkappa = 0$$

die Konstanten der Gleichung 1 bestimmen, so bedarf man einer speziellen Annahme über den Kohäsionsdruck II. Die erste Annahme von van der Waals

$$\pi = \frac{a}{v^2}$$

führt auf die bekannten Beziehungen

$$b = {}^1/_3\, v_\varkappa\,, \quad p_\varkappa = \frac{a}{27\, b^2}\,, \quad \vartheta_\varkappa = \frac{8\, a}{27\, R\, b}$$

und damit auf

$$\frac{R\,\vartheta_\varkappa}{p_\varkappa\, v_\varkappa} = 2,67\,.$$

Demnach ist die Erfahrung I nicht erfüllt, ebensowenig E fahrung II, denn sofern man nur π in der allgemeinen Gl chung (1) als unabhängig von ϑ ansieht, verlangt die E fahrung II $b = {}^1/_2\, v_\varkappa$ und nicht $b = {}^1/_3\, v_\varkappa$, wie es die Isotherme bedingung ergibt.

Wie schon früher nachgewiesen[1]), nützt es nicht viel, d als Volumenfunktion in der durch die theoretischen Übe legungen von H. A. Lorentz, Jäger, Boltzmann nah gelegten Form anzunehmen; man kann im günstigsten Fal $R\,\vartheta_\varkappa / p_\varkappa\, v_\varkappa = 3$ erreichen, aber nicht 3,7.

Fragt man, ob überhaupt unter einer Annahme für de Kohäsionsdruck π in der Form

$$\pi = \frac{a}{v^n}$$

die Tatsachen I und II erfüllbar sind, so ergeben die Is thermenbedingungen für $n = {}^5/_3$ zwar $R\,\vartheta_\varkappa / p_\varkappa\, v_\varkappa = 3{,}75$, al eine befriedigende Übereinstimmung mit Tatsache I, ab auch $b = {}^1/_4\, v_\varkappa$ im Widerspruch mit Tatsache II. Umgekeh führt die Annahme $n = 3$ zwar auf $b = {}^1/_2\, v_\varkappa$, erfüllt also Ta sache II, verlangt aber auch $R\,\vartheta_\varkappa / p_\varkappa\, v_\varkappa = 1{,}5$ im Widerspru mit Erfahrung I.

Demnach kann man mit einer Annahme $\pi = a / v^n$ r beide Erfahrungen zugleich erfüllen.

van der Waals hat später dem Kohäsionsdruck π c Form

$$\pi = \frac{a}{v^2} \cdot e^{\frac{\vartheta_\varkappa - \vartheta}{\vartheta_\varkappa}}$$

gegeben, ihn also als Temperatur und Volumenfunktion da gestellt. Mit dieser Annahme führen die kritischen Isotherme bedingungen auf

$$b = {}^1/_3\, v_\varkappa\,, \quad a = 27\, b^2 . p_\varkappa\,, \quad \frac{R\,\vartheta_\varkappa}{p_\varkappa\, v_\varkappa} = 2{,}67,$$

also auf denselben der Erfahrung I widersprechenden We wie die ursprüngliche Annahme. Der Spannungskoeffizie

1) C. Dieterici, Wied. Ann. 69. p. 695. 1899.

im kritischen Punkt wird unter Benutzung der angegebenen Werte von a und b

$$\left(\frac{\partial p}{\partial \vartheta}\right)_{v=v_\varkappa} = \frac{R}{{}^1/_{2,75}\, v_\varkappa},$$

also auch im Widerspruch mit der Erfahrung II.

3. Ich selbst habe bei Berechnung der Isothermen den Ausdruck:

$$p = \frac{R\vartheta}{v-b} e^{-\frac{C_\vartheta}{v}}$$

gebildet[1]), worin b dieselbe Konstante wie bei van der Waals ist, C_ϑ eine unbekannte, durch empirische Berechnung zu bestimmende Temperaturfunktion ist. Der Kohäsionsdruck π ist dann durch die allgemeine Gleichung (1) bestimmt. Der gebildete Ausdruck hat dieselben charakteristischen Merkmale, wie der Waalsche, nämlich die der „Kontinuität". Die kritischen Bedingungen

$$\left(\frac{\partial p}{\partial v}\right)_\varkappa = 0 \quad \text{und} \quad \left(\frac{\partial^2 p}{\partial v^2}\right)_\varkappa = 0$$

führen unter der Annahme $b = \text{konst.}$ auf

$$b = {}^1/_2\, v_\varkappa, \quad C_{\vartheta_\varkappa} = 2\, v_\varkappa$$

und damit auf

$$\frac{R\,\vartheta_\varkappa}{p_\varkappa\, v_\varkappa} = 3{,}695$$

in Übereinstimmung mit Erfahrung I.

Daß dieser Ausdruck in der Tat zur Berechnung der Isothermen bis zu Dichten, welche noch über die kritische hinausgehen, geeignet, ist früher nachgewiesen. Bei größeren Dichten treten dann Abweichungen auf, welche auf eine Veränderung der Größe b mit dem Volumen hinweisen. In der Tat muß b, wie es auch die theoretischen Überlegungen ergeben, bei größeren Dichten kleiner werden, denn sonst würde ein Volumen kleiner als ${}^1/_2\, v_\varkappa$ nicht vorkommen können.

Unüberwindlichen Schwierigkeiten begegnet aber auch dieser Ausdruck ebenso wie der Waalssche, wenn man an ihn dieselbe Forderung stellt, daß er auch den Spannungskoeffizienten im kritischen Zustand im Einklang mit Er-

---

1) C. Dieterici, Ann. d. Phys. 5. p. 51—88. 1901.

fahrung II geben soll. Oder mit anderen Worten: wie i[illegible] unbekannte Temperaturfunktion C_ϑ zu wählen, damit aucl Erfahrung II genügt wird.

Es ist nicht möglich, diese Frage eindeutig zu l denn aus

$$p = \frac{R\vartheta}{v-b} \cdot e^{-\frac{C_\vartheta}{v}}$$

folgt

$$\left(\frac{\partial p}{\partial \vartheta}\right)_v = \frac{p}{\vartheta} - \frac{p}{v} \cdot \left(\frac{\partial C_\vartheta}{\partial \vartheta}\right)$$

oder

$$\left[\vartheta \cdot \frac{\partial p}{\partial \vartheta} - p\right] = - \frac{p}{v} \cdot \vartheta \cdot \left(\frac{\partial C_\vartheta}{\partial \vartheta}\right).$$

Damit die Funktion C_ϑ den Erfahrungen I und II ge müßte sie so gebildet sein, daß

$$\left(\frac{\partial C_\vartheta}{\partial \vartheta}\right)_\varkappa = - 6{,}4 \frac{v_\varkappa}{\vartheta_\varkappa}$$

ist.

Durch diese eine für $\vartheta = \vartheta_\varkappa$, $v = v_\varkappa$ geltende Au ist aber die unbekannte Funktion nicht in ihrem ganzen laufe bestimmt und weitere Berechnungen an der Han vorliegenden Druckbeobachtungen haben mir die Unmö keit gezeigt, sie zu berechnen, weil, wie sich sofort z wird[1]), hierzu die Druckbeobachtungen nicht ausreichen.

Der von mir gebildete Ausdruck für den durch di häsion verminderten äußeren Druck p stößt also auf dieselbe Schwierigkeit, wie die Waalsschen Hypothese den Kohäsionsdruck. Der tiefere Grund für diese liegt daß, da man gezwungen ist, die klare rein mechanische fassung von van der Waals über den Kohäsionsdru verlassen, ihn vielmehr als Temperaturfunktion auffassen man jede durch Anschauung vermittelte Führung für die tige Hypothesenbildung verliert. Auch die theoretischen legungen von Sutherland, Reinganum[2]) u. a., welche Lücke auszufüllen streben, können immerhin nur für g Dichten eine Anleitung geben.

1) Vgl. Abschnitt 4 dieser Arbeit.

2) M. Reinganum, Inaug.-Diss. Göttingen 1899.

4. Bei dieser Sachlage scheint es mir richtig, die Frage so zu stellen: Welche neuen Beobachtungen können beigebracht werden, die geeignet sind, zur richtigen Erkennung des Kohäsionsdruckes zu führen?

Zu ihnen gelangt man, wenn man die allgemeine Gleichung (1)

$$(1) \qquad p + \pi = \frac{R\vartheta}{v - b}$$

nach ϑ differentiiert und mit ϑ multipliziert, so gewinnt man

$$\left[\vartheta \cdot \left(\frac{\partial p}{\partial \vartheta}\right)_v - p\right] = \pi - \vartheta \cdot \left(\frac{\partial \pi}{\partial \vartheta}\right)_v.$$

Der links stehende Ausdruck ist aber aus der mechanischen Wärmetheorie bekannt, denn betrachtet man die Energie U einer Substanz als Funktion von ϑ und v, so ist, wie bekannt, für jede isotherme reversible Änderung:

$$(2) \qquad \left(\frac{\partial U}{\partial v}\right)_\vartheta = \vartheta \cdot \left(\frac{\partial p}{\partial \vartheta}\right)_v - p = \pi - \vartheta \cdot \left(\frac{\partial \pi}{\partial \vartheta}\right)_v,$$

und damit ist ausgesprochen, daß die Frage nach der Bildung eines Ausdruckes für den Kohäsionsdruck π mit dem aus der Thermodynamik bekannten Problem der Bildung der Energiefunktion einer Substanz zusammenfällt.

Hr. Reinganum[1]) hat die Vermutung ausgesprochen, daß die Berechnung der Energieänderung mit dem Volumen bei konstanter Temperatur oder der „Ausdehnungswärme", wie er sie nennt, vielleicht noch im stande ist, das Problem der Zustandsgleichung zu fördern, und in der Tat kann man wohl erwarten, daß diese Energieänderung besonders einfachen Gesetzmäßigkeiten unterliegt. Indessen kann man sich bald überzeugen, daß mit dem bisher vorliegenden Beobachtungsmaterial die Frage nicht gelöst werden kann. Die nötige Berechnung ist schon mit negativem Erfolge von S. Young und R. Innes[2]) getan. Denn Hr. S. Young findet, daß in jeder Isochore oder Isopykne nach der neueren allgemein vorgeschlagenen Bezeichnung der Druck proportional der Temperatur sich ändere; also

$$v = c, \quad p = \beta\,\vartheta - \alpha$$

sei, wo α und β nur Volumenfunktionen sind.

1) l. c.

2) S. Young u. R. Innes, Zeitschr. f. phys. Chem. 29. p. 237. 1899.

Daraus würde folgen:

$$\left(\frac{\partial U}{\partial v}\right)_{\vartheta = c} = \vartheta \cdot \left(\frac{\partial p}{\partial \vartheta}\right)_v - p = \pi - \vartheta \cdot \left(\frac{\partial \pi}{\partial \vartheta}\right)_v = \alpha.$$

Wenn die Energieänderung mit dem Volumen bei konstanter Temperatur wirklich die gleiche wäre für jede Temperatur und nur vom Volumen abhinge, so müßten sich die von S. Young gefundenen empirischen Konstanten α als Volumenfunktionen darstellen lassen. Das gelingt aber nicht, so daß nichts übrig bleibt, als die empirischen Konstanten α und β für jedes Volumen in tabellarischer Übersicht zusammenzustellen. Zudem hebt sowohl S. Young wie auch Amagat hervor, daß die Darstellung, daß in jeder Isopykne $p = \beta\,\vartheta - \alpha$ sei, nur eine empirische Annäherung ist, daß deutliche Anzeichen darauf hindeuten, daß α und β nicht völlig unabhängig von der Temperatur sind, es aber unmöglich ist, sie genauer aus den Druckbeobachtungen zu erschließen. Deshalb ist es auch unmöglich, die Abhängigkeit des Waalsschen Kohäsionsdruckes π von Temperatur und Volumen zu ermitteln.[1])

Differentiiert man die Gleichung (2) noch einmal nach ϑ, so erhält man unter Hinzuziehung der Definition der spezifischen Wärme c_v einer Substanz durch

$$c_v = \left(\frac{\partial U}{\partial \vartheta}\right)_v,$$

die teilweise aus der Thermodynamik bekannte Gleichung

$$(3) \qquad \frac{\partial}{\partial \vartheta}\left(\frac{\partial U}{\partial v}\right)_{\vartheta} = \frac{\partial c_v}{\partial v} = \vartheta \left(\frac{\partial^2 p}{\partial \vartheta^2}\right)_v = -\vartheta \cdot \left(\frac{\partial^2 \pi}{\partial \vartheta^2}\right)_v.$$

Wenn die empirische Darstellung von S. Young streng wäre, daß für $v = c$ $p = \beta\,\vartheta - \alpha$ ist, so würde $(\partial^2 p / \partial \vartheta^2)_v = 0$ und damit $c_v =$ konst. unabhängig vom Volumen und damit eine Forderung der kinetischen Gastheorie erfüllt sein. Indessen muß man begründete Zweifel dagegen hegen, die für „Gase" gültige Anschauung der kinetischen Gastheorie auch auf die zu Flüssigkeiten verdichteten Gase auszudehnen, also anzunehmen, daß z. B. c_v für flüssiges Wasser denselben Wert haben soll, wie für gesättigten oder ungesättigten Wasserdampf gleicher Temperatur.

---

1) Vgl. p. 150 dieser Arbeit.

Amagat bemerkt in einer seiner Arbeiten, daß es wohl kaum je möglich sein wird, die Druckbeobachtungen so genau zu gestalten, daß man auch den zweiten Differentialquotienten mit Sicherheit aus ihnen erschließen und damit die Frage beantworten kann, ob c_v konstant ist oder nicht. Aus den sehr genauen Beobachtungen von S. Young an Isopentan kann man herauslesen, daß für $v > v_\kappa$ die Werte für $(\partial p / \partial \vartheta)_v$ im allgemeinen die Tendenz haben, mit steigender Temperatur abzunehmen, also $\partial^2 p / \partial \vartheta^2$ ist negativ, c_v nimmt also mit dem Volumen ab.

Bei v nahe gleich v_κ ist $(\partial p / \partial \vartheta)_v$ fast exakt konstant, also $\partial^2 p / \partial \vartheta^2 = 0$ c_v konstant.

Bei den Flüssigkeitsdichten $v < v_\kappa$ nimmt $(\partial p / \partial \vartheta)$ mit steigender Temperatur im allgemeinen etwas zu, $\partial^2 p / \partial \vartheta^2$ also positiv c_v wächst also mit dem Volumen.

Es sind also Andeutungen dafür da, daß die spezifische Wärme c_v einer Substanz bei kleinem Flüssigkeitsvolumen einen kleinen Wert hat, daß sie mit wachsendem Volumen zunimmt, beim oder in der Nähe des kritischen Volumens einen maximalen Wert hat, und bei den größeren Dampfvolumen wieder abnimmt.

Da es unmöglich, aus den Druckbeobachtungen mehr als Andeutungen herauszulesen, so tritt die Frage auf, ob es nicht möglich ist, durch direkte kalorimetrische Untersuchung der spezifischen Wärmen ihre Größe und ihre Abhängigkeit vom Volumen zu ermitteln. Gelingt dies, so hat man offenbar den Vorteil, daß man nach Gleichung (3) aus dem ersten Differentialquotienten der spezifischen Wärme eine Aussage über den zweiten Differentialquotienten des äußeren Druckes und ebenso des Waalsschen Kohäsionsdruckes gewinnt, und kann hoffen, auf diesem Wege zur richtigen Fassung für diesen Druck geführt zu werden.

Das ist die Frage, welche zur folgenden Arbeit geführt hat. Es ist zunächst Aufgabe der experimentellen Forschung, ausschlaggebende neue Beobachtungen anzustellen.

Hannover, Kgl. Techn. Hochschule, Mai 1903.

(Eingegangen 11. Mai 1903.)

8. *Die spezifischen Wärmen der Kohlensäure un des Isopentans; von C. Dieterici.*

---

1. Wenn es sich darum handelt, die spezifischen Wärme von Substanzen in allen möglichen Zuständen, dem kritisch und denen der flüssigen und dampfförmigen zu ermitteln, s ist selbstverständlich jede Mischungsmethode ausgeschlosse Man ist gezwungen, die Substanzen in Gefäße einzuschließe deren Wandungen kräftig genug sind, die hohen hier in Be tracht kommenden Drucke auszuhalten, sie in diesen Gefäße auf bestimmte Temperaturen zu erhitzen und die Wärme z beobachten, die hierzu nötig ist. Ein Parallelversuch mit eine gleichartigen leeren Gefäß lehrt die Wärme kennen, welch von den Gefäßwandungen getragen wird, die Differenz ergil die von der eingeschlossenen Substanz beanspruchte Wärm Man sieht sofort, daß man es also mit einer Differenzmethod zu tun hat und daß die Unsicherheiten, welche jeder Differen methode anhaften, hier besonders groß werden müssen, we man, um den hohen Drucken zu begegnen, die Gefäßwandunge kräftig genug machen muß, daher die Wärme, welche von de Wandungen beansprucht wird, jedenfalls immer den größere Teil der gesamten beobachteten Wärme ausmacht, nur ei kleinerer Teil von der eingeschlossenen Substanz getragen wir

Trotz dieser ungünstigen Verhältnisse gelingt es, völli zuverlässige Beobachtungen zu erlangen unter Anwendung de Bunsenschen Eiskalorimeters, welches sich wiederum au gezeichnet bewährt hat. In der Tat steckt der einzige kalor metrische Fehler in dem „Gang" des Kalorimeters; diese kann aber beliebig klein gemacht werden; er ist unabhängi von der Größe der bei einem Versuche zur Beobachtun kommenden Wärmemenge. Ebenso wie man mit einer passen empfindlichen Wage auch kleine Gewichtsmengen durch Diff

mengen relativ großer Gewichte genügend sicher bestimmen kann, so kann man auch mit dem Eiskalorimeter, weil seine „Empfindlichkeit" unabhängig von der gesamten Wärmezufuhr ist, relativ kleine Wärmemengen noch genügend sicher aus der Differenz großer Wärmequanten bestimmen. Als Versuchssubstanzen wählte ich zunächst Kohlensäure und Isopentan; aus verschiedenen Gründen, denn zunächst zeigen die sofort folgenden Überlegungen, daß eine genaue Berechnung der skizzierten Beobachtungen nur möglich ist, wenn zum mindesten die Sättigungsdrucke und -dichten bekannt sind; dann aber ist es zur eingehenden Verfolgung wünschenswert, auch die gesamten Isothermen der untersuchten Substanzen zu kennen. Das ist bei den genannten Stoffen der Fall.

2. *Theorie der Versuche.* Es sei ein Gefäß (Glasrohr) vom Hohlvolumen V luftfrei mit dem Gewicht M einer Substanz gefüllt, so wird im allgemeinen die Substanz in zwei Phasen zerfallen, v_2 sei das spezifische Volumen des gesättigten Dampfes, v_1 das der Flüssigkeit, m die Masse des Dampfes, so ist

$$1)\quad \begin{cases} V = (M - m)\, v_1 + m\,.\,v_2 = M\,.\,v_1 + m\,(v_2 - v_1), \\ m = \dfrac{V - M v_1}{v_2 - v_1}\,. \end{cases}$$

Tritt eine Temperaturerhöhung ein, so geschieht sie bei konstantem Gesamtvolumen, denn von der verschwindend kleinen Volumenvergrößerung des Hohlraums durch die Ausdehnung der Glaswandungen kann wohl abgesehen werden. Die Anwendung der allgemeinen Gleichung der mechanischen Wärmetheorie; welche jede Änderung eines aus Flüssigkeit und Dampf bestehenden Systems beschreibt,

$$2)\quad d\,Q = \vartheta\,.\,d\left(\frac{m\,r}{\vartheta}\right) + M\,c_s\,d\,\vartheta\ ^{1)},$$

worin r die Verdampfungswärme, c_s die spezifische Flüssigkeitswärme unter Sättigungsdruck bezeichnet, auf den vorliegenden speziellen Fall liefert dann unter Zuhülfenahme der Clausius-

---

1) Hier wie im folgenden sind stets alle Größen in gleichen Einheiten gemessen angenommen.

Clapeyronschen Gleichung für die Verdampfungswärme de Ausdruck:

$$dQ = \vartheta . d\left[(V - Mv_1)\frac{dp_s}{d\vartheta}\right] + Mc_s d\vartheta,$$

worin p_s den Sättigungsdruck bezeichnet, oder ausgeführt

$$dQ = \vartheta . \left[- M\frac{dv_1}{d\vartheta}\frac{dp_s}{d\vartheta} \cdot d\vartheta + (V - Mv_1)\frac{d^2 p_s}{d\vartheta^2} d\vartheta\right] + Mc_s d\vartheta$$

Integriert man diesen Ausdruck zwischen zwei Grenzen, inde man berücksichtigt, daß

$$\vartheta . \frac{d^2 p_s}{d\vartheta} . d\vartheta = d\left[\vartheta \frac{dp_s}{d\vartheta} - p_s\right]$$

ist, so gewinnt man nach einigen Umformungen

$$(3)\quad [Q]_0^t = \left[(V - Mv_1)\left(\vartheta . \frac{dp_s}{d\vartheta} - p_s\right)\right]_0^t + M . \int_0^t \left(c_s - p_s\frac{dv_1}{d\vartheta}\right) d\vartheta$$

Die beiden rechts stehenden Ausdrücke haben eine einfac physikalische Bedeutung, denn die innere Verdampfungswärn einer Substanz oder ihre Energieänderung zwischen flüssige und Dampfvolumen bei konstanter Temperatur ist

$$\varrho = \int_{v_1}^{v_2} \left(\frac{\partial U}{\partial v}\right)_\vartheta dv = (v_2 - v_1)\left(\vartheta . \frac{\partial p_s}{d\vartheta} - p_s\right)$$

und die Masse des im Rohre vorhandenen Dampfes war nach (

$$m = \frac{V - Mv_1}{v_2 - v_1}.$$

Folglich stellt

$$(4)\quad \left[(V - Mv_1)(\vartheta . \frac{dp_s}{d\vartheta} - p_s)\right]_0^t = [m\varrho]_0^t$$

die Differenz der Dampfwärmen bei der hohen bez. nieder Temperatur dar oder die Differenz der Energie, welche b der Temperatur *t* bez. *0* in Dampfform im Rohre enthalten i

Der zweite Ausdruck ist die „Flüssigkeitswärme", d. h. d spezifische Wärme unter Sättigungsdruck vermindert um d äußere Arbeit, welche bei der thermischen Ausdehnung d Flüssigkeit gegen den Dampfdruck geleistet wird. Ich möch sie, um einen kurzen Ausdruck zu haben, als die „inne spezifische Wärme im Sättigungszustand" bezeichnen, denn

der Tat entsteht sie ja aus der gewöhnlich als spezifische Wärme im Sättigungszustand bezeichneten Größe c_s geradeso durch Abzug der äußeren Arbeit, wie die innere Verdampfungswärme ϱ aus der totalen r entsteht. Ich bezeichne diese innere spezifische Wärme mit c_i; wie leicht ersichtlich, ist sie auch die Energieänderung der Flüssigkeit im Sättigungszustand; es ist also

$$(5) \qquad \left(\frac{\partial U}{\partial \vartheta}\right)_s = c_i = c_s - p_s \frac{d v_1}{d \vartheta}$$

und damit wird

$$(6) \qquad [Q]_0^t = [m \varrho]_0^t + M \int_0^t c_i \, . \, d \vartheta = [m \varrho]_0^t + M \, . \, c_{i_m} (t - 0),$$

worin c_{i_m} die mittlere innere spezifische Wärme bedeutet. Die beobachtete Wärme $[Q]_0^t$ enthält demnach keinen Ausdruck, welcher auf äußere Arbeit sich bezieht, denn wenn die Substanz vollkommen abgeschlossen ist, kann nach außen keine Arbeit abgegeben noch von außen aufgenommen werden; die gesamte Wärme wird also allein zur Energieänderung des Zweiphasensystems verwendet.

Der Ausdruck ist völlig streng, gilt aber nur so lange, als zwei Phasen vorhanden sind. Das erste Glied rechts $[m \varrho]_0^t$ ist nun fast stets klein gegenüber dem zweiten Gliede, der inneren Flüssigkeitswärme, und da es klein ist, kann es stets mit genügender Sicherheit berechnet werden, wenn Gesamtvolumen und Masse, das spezifische Volumen der Flüssigkeit v_1 und der Sättigungsdruck p_s und seine Zunahme bekannt sind. Daß $[m \varrho]_0^t$ nur klein ist, kann man sofort an einem Beispiel erkennen. Sei ein Rohr vom Hohlraum 1,5 ccm so mit CO_2 gefüllt, daß bei 0° 1 ccm von Flüssigkeit erfüllt ist, so ist $(m \varrho)_0$ die Verdampfungswärme bei 0° für die geringe Masse, welche in den Dampfraum von 0,5 ccm hineingeht. Erwärmt man das Rohr, so wächst $[m \varrho]_t$ zuerst, weil m schneller wächst als ϱ abnimmt. Nähert man sich aber derjenigen Grenztemperatur, bei welcher die Substanz als Flüssigkeit das Rohr ganz erfüllt, so wird die Dampfmenge wieder kleiner und schließlich Null; bei der Grenztemperatur — im obigen Beispiel etwa bei 25° —, bis zu welcher Gleichung (6) gültig ist, würde also $[m \varrho]_t = 0$ werden. Demnach würde $[m \varrho]_0^t$ positiv

und klein sein, wenn t noch merklich von der Grenztemperatur entfernt ist, kurz vor der Grenztemperatur Null werden, und bei der Grenztemperatur negativ gleich $(m\varrho)_0$ sein.

Je nach der eingeschlossenen Masse kann man bei gegebenem Volumen die Grenztemperatur beliebig legen. Ist die Masse relativ groß, so wird sie schon vor der kritischen Temperatur das Rohr in flüssiger Phase ganz erfüllen, wählt man sie kleiner, so kann man leicht erreichen, daß sie noch in flüssiger Phase das Rohr kurz vor der kritischen Temperatur erfüllt; wählt man sie noch kleiner, so sinkt die Grenztemperatur wieder bis zu derjenigen, bei welcher die geringe eingefüllte Masse in Form von gesättigtem Dampf das gebotene Volumen ganz erfüllt. Für diesen Grenzfall geht die Gleichung (6) über in

$$[Q]_0^t = M\varrho_t - m_0\varrho_0 + M.c_{i_m}.t.$$

Erhitzt man derartige Rohre über die Grenztemperaturen hinaus, bis zu denen Gleichung (6) gültig ist, so würde man entweder die spezifische Wärme c_v der Flüssigkeit bei konstantem Volumen beobachten, oder die spezifische Wärme h_v des überhitzten Dampfes, wenn man nach Clausius' Bezeichnung mit h_s die spezifische Wärme des gesättigten Dampfes, also h_i die „innere" spezifische Wärme des gesättigten Dampfes und mit h_v die des überhitzten Dampfes bei konstantem Volumen bezeichnet.

3. *Experimentelle Details.* Die Glasrohre, welche die zunächst beobachteten Substanzen Kohlensäure und Isopentan enthielten, waren aus Jenaer Verbundglas, von Schott und Gen. bezogen, hergestellt. Diese Glassorte hat die für diese Versuche sehr willkommenen Eigenschaften großer Druckfestigkeit, so daß relativ geringe Wandstärken genügten, und großer „Temperaturfestigkeit", d. h. Unempfindlichkeit gegen plötzliche Temperaturänderung. Ich habe bei den Versuchen mit Isopentan Rohre dieser Art bis auf 240° C. erhitzt, sie plötzlich in die im Eiskalorimeter enthaltene Spülflüssigkeit von 0° hineinfallen lassen, ohne daß sie sprangen, obgleich im Momente des Einfallens ein innerer Druck von mehr als 60 Atm. herrschte.

Für Kohlensäure wurden zwei Serien von Rohren benutzt die eine von 10 mm äußerem, 6 mm innerem Durchmesser Diese konnten bis nahezu auf 100 Atm. beansprucht werden

eine zweite Reihe von Rohren von 4 mm innerem, 9 mm äußerem Durchmesser ertrug Drucke bis nahezu 200 Atm.

Für Isopentan konnten, da hier nur geringere Drucke in Betracht kamen, die Rohre dünner gewählt werden; für Erhitzungen bis zur kritischen Temperatur ($p_k = 25000$ mm Hg = ca. 33 Atm.) dienten Rohre von 5 mm lichtem Durchmesser und nur 1 mm Wandstärke; bei 40 Atm. innerem Druck war die Grenze der Haltbarkeit erreicht, für höhere Überhitzungen wurden daher Rohre von 3 mm lichter Weite und 1 mm Wandstärke verwendet. Rohre von etwa 12 cm Länge dieser Art wurden bei etwa 8 cm vom einen rund zugeblasenen Ende verjüngt, ihr Gewicht und ihr Hohlvolumen bis zu einer Marke an der verjüngten Stelle durch Quecksilberwägung ermittelt. Nach der Füllung wurden die Rohre an der Marke zugeschmolzen, das abgezogene Stück und das gefüllte Stück gewogen und dadurch die Konstanten jedes Rohres, Glasgewicht G, Gewicht der Füllung M und Volumen V bestimmt. Die geringe Unsicherheit des Volumens, welche beim Zuschmelzen an der Marke entstand, fällt nicht in Betracht. Für einzelne Rohre wurde das Volumen nach Beendigung der Versuche durch Aufschneiden und nochmaliges Auswägen mit Quecksilber noch einmal exakt bestimmt. Das benutzte Isopentan war ebenso, wie das von S. Young verwendete, von Kahlbaum bezogen und nach Youngs Vorschriften über Phosphorpentoxyd noch einmal destilliert, es zeigte denselben Siedepunkt von fast genau 28° C. wie das Youngsche Präparat, so daß man wohl der Identität der untersuchten Stoffe sicher sein kann. Die Füllung bot keine Schwierigkeit: die Rohre wurden mit einem Überschuß von Flüssigkeit gefüllt, mit einer Wasserstrahlpumpe ein Teil der Flüssigkeit zum Verdampfen gebracht, und, wenn genug Substanz abgesaugt war, wurde zugeschmolzen. Die Füllung der Kohlensäure-Rohre geschah so, daß aus käuflicher CO_2 Schnee hergestellt wurde, den man langsam aus einer Dewarschen Flasche verdampfen ließ; ein aus der Flasche herausführendes Entwickelungsrohr führte zu dem zu füllenden Rohre, durch welches die CO_2 gasförmig hindurchstrich. Nach einiger Zeit konnte man sicher sein, daß alle Luft durch CO_2 verdrängt war, dann wurde das zu füllende Rohr mit flüssiger Luft gekühlt, und nachdem eine

passende Menge CO_2 sich kondensiert hatte, zugeschmolzen. Daß die Füllung völlig luftfrei gelungen war, zeigten die Rohre mit großer Füllung dadurch, daß bei Erwärmung auf die Grenztemperatur die Substanz als Flüssigkeit das Rohr ganz erfüllte und bei darauf folgender Abkühlung an den Rohrwandungen haftete.

Der Thermostat bestand aus einem Porzellanzylinder von 35 cm Länge, 0,5 cm Wandstärke, 8 cm lichter Weite, auf den ein Konstantandraht von etwa 2 mm Durchmesser mit 17 Ω Widerstand aufgewickelt war. Die oberen und unteren 10 cm Höhe des Hohlraumes waren durch Asbestscheiben ausgefüllt, durch die zentrisch ein Glasrohr von 12 mm lichter Weite von oben herein und nach unten heraus führte. Als eigentlicher Heizraum kam nur der mittlere Hohlraum von 15 cm Höhe in Betracht, welcher oben und unten durch Messingscheiben mit entsprechender zentrischer Durchbohrung von 12 mm begrenzt war. An die obere dieser Messingscheiben war ein mehrfach quer durchbohrtes Messingrohr von 12 mm lichter Weite und etwa 10 cm Länge hart angelötet, welches unten durch einen Schuh abgeschlossen war, der an einer durch die oberen Asbestlagen herausführenden Stange gedreht werden konnte. Das zu untersuchende Rohr wurde von oben in den Heizraum eingeführt, während der Schuh das untere Ende des zentralen Messingrohres verschloß, ein von der Reichsanstalt geeichtes Thermometer, welches 0,05° C. abzulesen gestattete, von oben eingesteckt, so daß sein Gefäß unmittelbar auf dem zu erhitzenden Rohre aufstand.

War die Erhitzung lange genug (mindestens eine Stunde) konstant, so wurde der Schuh weggedreht, das Versuchsrohr fiel heraus und direkt in das darunter stehende Kalorimeter. Der Thermostat war außen durch Asbest, Holz, Luftraum, Metallhüllen und Filzumwickelungen möglichst isoliert; selbstverständlich war das zentrale Fallrohr beim Anheizen oben und unten geschlossen und wurde nur im Moment des Versuches geöffnet. Der ganze Heizofen hing durch Contregewicht äquilibriert an einem Schnurlauf, er konnte leicht gerade vertikal über das Kalorimeter gebracht werden, so daß das Hineinfallen ohne Wärmeverlust erfolgte.

Das Eiskalorimeter war, weil bei den Versuchen große Wärmemengen zur Beobachtung gelangten, in etwas größerer

Dimensionen als sonst üblich hergestellt. Das innere Rohr von 1,7 cm lichter Weite 22 cm Höhe, das herumgeblasene weitere von 4,5 cm lichter Weite und 26 cm Höhe, so daß in dem Raume zwischen innerem und äußerem Rohr genügend Platz blieb für einen kräftigen Eismantel. Ist das Kalorimeter hergerichtet, so wird es in einen Glastrog (Akkumulatorenkasten) passender Größe eingesetzt, welcher mit destilliertem Wasser gefüllt ist, von dem ein Teil vorher zum Gefrieren gebracht war, so daß die ganzen Wände des Glastroges mit Eis von destilliertem Wasser bekleidet sind, kleingeschlagenes Eis von destilliertem Wasser ist zudem noch oben aufgetan. Der Glastrog steht wieder in einem weiteren Zinkkasten, der mit unreinem Eis gefüllt ist, welches täglich nachgefüllt wird; auch von oben ist ein mit Eis gefüllter Zinkkasten aufgesetzt, der nur die Kapillare herausläßt und nach oben eine passend große mit einem Pfropfen verschließbare Offnung läßt, um die Versuchsrohre einfallen zu lassen. Die Veränderungen des Eismantels wurden nach der Methode von Schuller und Wartha durch die Gewichtsmengen Quecksilbers bestimmt, welche von der Saugspitze der Kapillare eingesogen bez. ausgestoßen wurden.

Hat man sorgfältig dafür gesorgt, daß das destillierte Wasser, welches das Kalorimeter umgibt, völlig rein ist, so beobachtet man einen negativen „Gang“ des Kalorimeters, d. h. es tritt Schmelzung ein, weil der Gefrierpunkt des äußeren Wassers etwas höher liegt, als der des inneren, ällmählich aber verwandelt sich der negative Gang in einen positiven, es tritt Gefrieren im Kalorimeter ein, weil beim täglichen Nachfüllen des unreinen umgebenden Eises kaum minutiöse Verunreinigungen des das Kalorimeter umgebenden destillierten Wassers vermieden werden können. Man kann, wie ich es früher getan, durch Veränderung der Höhenlage der Saugspitze diesen Gang wieder ausgleichen; indessen hat Boys [1]) ein viel besser wirksames Mittel angegeben, welches darin besteht, das eiskalorimetrische Gefäß durch einen Luftmantel zu schützen. Zu dem Zweck wird ein weiteres Glasrohr, welches sich nach oben zur Weite des Kalorimeterhalses ver-

1) C. V. Boys, Phil. Mag. (5) 24. p. 214—217. 1887.

jüngt, mit einem Gummischlauch über den Hals des kalorimeters luftdicht übergeschoben und in den Zwis raum Luft eingeblasen. Wenn man dieses Rohr auch luftdicht verschließen und den Hohlraum evakuieren w so hätte man das Kalorimeter nach Art der Dewar Flaschen durch ein Vakuum geschützt. Die großen techni Schwierigkeiten, die Unbequemlichkeiten des Aufkochens dann entstehen würden, haben mich abgehalten, dies auc anderer Seite [1]) geplante Verfahren auszuführen, denn Kunstgriff von Boys ist wohl schon der wesentlichste Sc er setzt in folge der schlechten Wärmeleitfähigkeit der alle äußeren Einflüsse auf weniger als ein Zehntel l Mit dem Boysschen Luftmantel gelingt es leicht, den des Kalorimeters beliebig herab zu drücken. Der „Gang innerhalb eines Tages vollkommen auf zehntel Millig konstant. Ich habe fast nie Beobachtungen ausgeführt, der Gang mehr als 10 mg Hg pro Stunde betrug. W infolge von Verunreinigungen auf + 10 mg gestiegen brauchte nur das verunreinigte destillierte Wasser aus Glastrog entfernt und durch frisches Wasser ersetzt zu we um wieder einen negativen Gang etwa gleicher Größe z reichen, der dann wieder im Laufe von Wochen allmähli einen positiven überging. Man hat nicht zu befürchten bei diesem Ersatz des destillierten Wassers zuviel vo Eisumkleidung des Glastroges abgeschmolzen wird, denn verstärkt sich nur im Laufe der Zeit, da sie ja gänzlicl niedriger temperiertem unreinen Eis umgeben ist.

Das innere Rohr des Eiskalorimeters wurde bis zu l Höhe, d. h. hoch genug, daß die hereinfallenden Versuchs ganz von Flüssigkeit bedeckt waren, mit Paraffinöl g Ich wählte diese Flüssigkeit, weil sie bei der Temperat ziemlich zähe ist und nicht wie Wasser oder Anilin, we auch eine Zeitlang Verwendung fand, beim Hineinfalle Rohre infolge ihrer Leichtflüssigkeit herausspritzt, wo Störungen entstehen. Ferner liegt der Siedepunkt sehr so daß, auch wenn die Versuchsrohre mit 240° C. einf nicht lokale Erhitzungen und partielle Verdampfung der

1) Von Hrn. E. Dorn nach brieflicher Mitteilung geplant.

flüssigkeit eintreten kann. Allerdings hat diese Flüssigkeit wiederum den Nachteil, daß infolge ihrer Zähigkeit die Wärmemitteilung an den Eismantel nicht durch Konvektion, sondern faßt allein durch Leitung vermittelt wird und daher eine längere Zeit (40 Min.) beansprucht, als bei Anwendung leicht flüssiger Substanzen. In das innere Kalorimeterrohr wurde ferner noch eine dünnwandige Metallhülse von etwa 5 cm Höhe und 1,5 cm Weite bis zum Boden eingeschoben, welches den Stoß der hineinfallenden Rohre auffing und ein Zertrümmern des Kalorimeters verhinderte. Die Hülse konnte an zwei Seidenfäden emporgezogen werden und gestattete damit ein leichtes Herausnehmen der Versuchsrohre.

4. Die Ausführung der Versuche ist hiernach klar; nachdem durch die Gewichtszu- bez. -abnahme der an die Saugspitze angesetzten Quecksilbergefäße der Gang des Kalorimeters bestimmt und inzwischen das Versuchsrohr im Thermostaten auf konstante Temperatur erhitzt ist, wird ein vorher gewogenes Quecksilbergefäß an die Saugspitze angesetzt, die durch einen Pfropfen verschlossene Öffnung des oberen Eiskastens und ebenso das sonst durch Pfropfen verschlossene Eiskalorimeter geöffnet, der Thermostat an seinem Schnurlauf heruntergezogen, das Versuchsrohr einfallen gelassen und gleich darauf alles wieder geschlossen. Man überzeugt sich leicht, daß in der kurzen Zeit von etwa 10 Sek., welche die Manipulationen in Anspruch nehmen, eine Störung im Gang des Kalorimeters durch Wärmezuleitung von außen nicht eintritt. Nach 40 Min. ist der Wärmeausgleich im Kalorimeter vollendet, das Quecksilbergefäß wird von der Saugspitze abgenommen und durch ein anderes ersetzt. Das Versuchsrohr wird aus dem Kalorimeter herausgenommen und nach einiger Zeit ist letzteres zu einem neuen Versuch mit einem neuen inzwischen erhitzten Rohre bereit. Die von der Saugspitze eingesogene Quecksilbermenge wird auf 0,1 mg genau ermittelt, die ihr entsprechende Wärmemenge erhält man durch die durch Bunsen und Schuller und Wartha ermittelte Angabe, daß durch eine mittlere Kalorie 15,44 mg Hg eingesogen werden.

Die Genauigkeit der Versuche könnte, wenn nur der kalorimetrische Fehler in Betracht käme, beliebig gesteigert

werden; indessen kommt als viel größerer Fehler der therm
metrische in Betracht. Die Temperaturen im Heizofen wurd
mit feinen in $^1/_2{}^0$ geteilten und von der Reichsanstalt g
eichten Quecksilberthermometern von C. Richter in Be
ermittelt. Trotz aller isolierenden Umhüllungen konnte
nicht erreicht werden, daß die Temperatur im Heizofen s
nicht im Laufe einer Stunde um einige Zehntelgrade ände
Man kann daher wohl kaum garantieren, daß die abgeles
Temperatur mit derjenigen des Versuchsrohres auf $^1/_{10}{}^0$
identisch ist. Bei hohen Temperaturen kommt ferner noch
durch Fadenkorrektion verursachte Unsicherheit hinzu. I
einer Erhitzung auf 20° C. würde dieser Temperaturfeh
0,5 Proz. ausmachen für die gesamte Wärmemenge; für
im Rohre eingeschlossene Substanz aber, die nur etwa c
vierten Teil der gesamten Wärme beansprucht, ist der Feh
dann gleich der Vierfache.

Daher ist es nicht möglich die kalorimetrische Sicherh
ganz auszunutzen, solange man nicht, wie ich es für weit
geplante Untersuchungen in Aussicht genommen habe, die I
obachtung mit Quecksilberthermometern durch elektris
Temperaturbestimmung ersetzt. Daß im Momente des Here
fallens kein merklicher Wärmeverlust eintrat, zeigten Versu
bei denen die Erhitzung mit Dampf siedender Flüssigkei
geschah. Die Dampfbäder sind viel konstanter; wurde
Versuch mit Dampfbädern zum zweiten Male wiederholt,
konnte man schon vorher die beim ersten Versuch beobacht
Gewichtsabnahme des Quecksilbergefäßes in Abzug bringen, (
entsprechende Gewicht auf die Wage auflegen und sic
sein, daß auf Bruchteile eines Milligramms das Gewicht stimm

Leider können Dampfthermostaten nicht so bequem
jede beliebige gewünschte Temperatur eingestellt werden,
elektrische Heizöfen. Da zudem für die zunächst untersuch
Substanzen mehr das Qualitative von Interesse war, als
äußerste quantitative Exaktheit, so glaubte ich mich mit
erreichten Genauigkeit, die für die wichtigsten Beobachtun
sicherlich nicht einen Fehler von mehr als 1 Proz. zuläßt,
gnügen zu können.

5. *Spezifische Wärme des Glases.* Von jedem Glasro
aus denen mit Substanz gefüllte Versuchsrohre hergestellt wurd

wurde ein an der Luftpumpe evakuiertes Rohrstück benutzt und damit die spezifische Wärme dieses Glasrohres bestimmt. Es zeigte sich aber, daß die mit Rohren verschiedenen Querschnittes und ganz verschiedenen Gewichten 9 g—1,3 g erlangten Zahlen völlig identisch waren, so daß man zu dem Schlusse berechtigt ist, daß nicht die individuelle spezifische Wärme der benutzten Glasrohre, sondern die der Glassorte beobachtet ist. Da diese Versuche nur sekundäres Interesse beanspruchen, gebe ich nur die Mittelzahlen an aus je zwei bis drei Versuchen für die Quecksilbermenge g_m, welche pro Gramm Glas und pro ^{0} C. Temperaturerhöhung bis zur angegebenen Erhitzungstemperatur t eingesogen wird.

Tabelle I.

t	g_m in mg Hg	t	g_m in mg Hg
7,0	2,743	125,5	3,058
14,72	2,765	151,2	3,0895
21,9	2,783	170,9	3,1365
32,0	2,808	188,2	3,162
39,05	2,8225	205,7	3,204
56,25	2,874	231,1	3,2245
75,1	2,9215		
98,55	2,975		

Die mittlere pro Gramm und ^{0} C. vom Glas eingesogene Quecksilbermenge und also auch die mittlere spezifische Wärme des Glases, die man durch Division der angegebenen Zahlen mit 15,44 erhalten würde, ist also durchaus nicht konstant, sondern nimmt mit steigender Temperatur zu. Trägt man die für g_m beobachteten Zahlen in ein Koordinatennetz ein, so zeigt sich, daß bis 100^0 die Zunahme fast völlig geradlinig ist und dargestellt werden kann durch

$$g_m = 2{,}726 + 0{,}0026 \, . \, t,$$

also die mittlere spezifische Wärme durch

$$s_m = 0{,}1766 + 0{,}000\,168\,4 \, . \, t$$

dargestellt werden kann. Über 100^0 ist die Zunahme von g_m geringer, eine Kurvendarstellung gestattet für jede Temperatur

das für die weiteren Versuche in Betracht kommende g_m jede
zeit abzulesen, ohne daß man nötig hat noch eine empirisc
Formel zu berechnen.

Die Einzelversuche, aus denen die Zahlenwerte der Tab.
sich ergaben, wichen selten um mehr als 0,5 Proz. voneinander a
so daß man den Mittelwerten eine Sicherheit von 0,2—0,3 Pr
zuschreiben kann.

Daß die spezifische Wärme des Glases zunimmt, n
wachsender Temperatur verlangsamt, ist wohl dem Gehalt
Silicium zuzuschreiben, für welches dieselbe Erscheinung b
obachtet ist.[1])

6. *Die mittlere innere spezifische Wärme der Kohlensäu*
In der folgenden Tab. II sind sämtliche Versuche aufgefüh
welche zur Bestimmung der mittleren inneren spezifisch
Wärme der CO_2 angestellt sind. Am Kopf der Tabelle si
die Konstanten der drei benutzten Rohre, G = Glasgewic
V = Hohlvolumen, M Gewicht der CO_2 und t_e die Temperat
bei welcher die Masse M Substanz das gebotene Volumen
flüssiger Phase gerade ausfüllt, also die Grenztemperatur,
zu welcher Gleichung (6) des Abschnittes 2 gültig ist.

Dann folgt die Übersicht der Beobachtungen; enthalt
neben der Nummer des Rohres die Erhitzungstemperatu
die beobachtete eingesogene Quecksilbermenge Hg in Milligra
nebst der Gangkorrektion, darauf folgt unter Hg_{Glas}
Quecksilbermenge, welche nach den Beobachtungen der spe
fischen Wärme des Glases von den Glaswandungen der V
suchsrohre herrührt; zieht man diese von der korrigier
beobachteten Quecksilbermenge ab, so bleibt unter Hg_{CO_2}
Menge übrig, welche der CO_2 zu danken ist, sie ist in
folgenden Spalte in Kalorien umgerechnet. $[m\varrho]_0^t$ ist da
die in Gleichung (6) Abschnitt 2 auftretende Differenz
Dampfwärmen berechnet nach Amagats Zahlen[2]), dann folgt
die mittlere innere spezifische Wärme der CO_2 zwischen
Erhitzungstemperatur und 0°.

1) Vgl. A. Winkelmann, Encyklopädie (II) 2. p. 344. 1896.

2) E. H. Amagat, Journ. phys. chim. (6) 29. p. 68—136. 1893; Phy
Revue 1. p. 22—28. 1892.

Tabelle II.

Nr.	G in g	V in cm³	M in g	t_s
I	11,6628	1,711	1,3246	19,2°
II	9,6505	1,395	0,9382	27,0
III	8,9623	1,224	0,5832	31,33

Rohr	t	Hg in mg	Korr.	Hg_{Glas}	Hg_{CO_2}	CO_2 in cal.	$[m\,\varrho]_0^t$ in cal.	c_{tm}
I	7,5°	316,5	+1,8	240,3	78,0	5,052	−0,159	0,5245
I	6,8	289,3	+2,5	217,7	74,1	4,800	−0,132	0,5475
II	7,0	241,8	+1,8	189,7	53,9	3,492	+0,078	0,5206
II	7,3	246,8	+2,5	193,4	55,9	3,619	+0,070	0,5183
							Mittel:	0,5277
I	14,25	616,9	+3,0	459,4	160,5	10,39	−0,66	0,5853
I	14,15	614,9	+4,5	456,1	163,3	10,58	−0,65	0,5990
II	14,00	488,0	+3,0	373,2	117,8	7,632	−0,109	0,5894
II	14,6	506,6	+4,5	389,5	121,6	7,876	−0,183	0,5845
							Mittel:	0,5895
II	21,75	773,3	+3,7	584,0	193,0	12,50	−0,768	0,6503
II	22,25	787,7	+3,7	597,6	193,8	12,55	−0,838	0,6413
III	21,65	670,5	+4,0	540,4	134,1	8,686	+0,638	0,6374
III	23,00	715,0	+3,6	574,2	144,4	9,354	+0,591	0,6533
							Mittel:	0,6456
III	26,6	832,7	+5,7	666,3	172,1	11,15	+0,42	0,6919
III	26,6	834,0	+5,1	666,3	172,8	11,19	+0,42	0,6940
							Mittel:	0,6930
III	30,2	959,6	−0,4	759,2	200,0	12,95	−0,6	0,7683
III	30,5	968,7	−0,4	766,8	201,5	13,05	−0,7	0,7758
III	30,9	974,8	−0,4	777,2	197,2	12,78	−1,38	0,7857
III	31,15	986,6	−2,4	783,7	200,5	12,98	−2,06	0,8278
III	31,23	987,3	−2,4	785,7	199,2	12,90	−2,46	0,8440

Die in der Tabelle aufgezeichneten Versuche zeigen folgendes: Bei den Temperaturen, welche der kritischen nicht sehr nahe liegen, sind die Versuche mit zwei verschiedenen Röhren verschiedener Füllung und verschiedenen Volumens ausgeführt.

Da trotzdem bei gleichen Temperaturen sich gleiche Wer
für c_{i_m} ergeben, so folgt, daß weder in der Bestimmung d
vom Glaskörper getragenen Wärme, noch in Massen u
Volumenbestimmung, noch auch in der Berechnung der Dam
wärme merkliche Fehler vorgekommen sein können.

Das Ergebnis in Bezug auf c_{i_m} ist ein sehr auffallend
denn wir begegnen hier einer spezifischen Wärme, welche
kleinem Temperaturintervall enormen Änderungen unterlie
c_{i_m} ist gleich 0,528 im Temperaturintervall 7°—0°; sch
0,590 zwischen 14 und 0°, wächst auf 0,693 zwischen 26 und
und bei noch größerer Annäherung an die kritische Temp
ratur $t_k = 31{,}35$ nach Amagat erfolgt eine so schnelle Änd
rung, daß es nicht mehr möglich ist, aus Beobachtungen b
ganz nahe benachbarten Temperaturen das Mittel zu nehme
sondern jeder einzelne Versuch andere, mit der Temperat
wachsende, Werte ergibt.

Wenn schon die „mittlere" spezifische Wärme ein so au
gesprochenes Anwachsen mit der Annäherung an die kritisc
Temperatur zeigt, so muß die spezifische Wärme selbst
noch viel höherem Maße zunehmen.

Daß diese Erscheinung aber auch eintreten muß, leh
eine kurze theoretische Überlegung. Denn es ist ja

$$c_i = d\,U_s = c_s - p_s \cdot \frac{d\,v_1}{d\,\vartheta}$$

und nach bekannten Gleichungen der mechanischen Wärm
theorie

$$c_s = c_v + \vartheta \cdot \left(\frac{\partial p_s}{\partial \vartheta}\right)_{v_1} \cdot \frac{d\,v_1}{d\,\vartheta},$$

also

$$c_i = c_v + \left(\vartheta \cdot \left(\frac{\partial p_s}{\partial \vartheta}\right)_{v_1} - p_s\right) \frac{d\,v_1}{d\,\vartheta}.$$

Wenn nun auch, wie es die Anschauungen der kinetische
Gastheorie verlangen, c_v wirklich konstant sein sollte, so wäch
doch mit Annäherung an den kritischen Zustand sowo
$(\vartheta \,.\, \partial p_s / d\,\vartheta - p_s)$, wie auch $d\,v_1 / d\,\vartheta$, die Flüssigkeitsau
dehnung; ja bei ϑ_k wird letzterer Differentialquotient unen
lich. Daher muß die Wärme, welche auf die innere Arbe
bei der Ausdehnung der Flüssigkeit verwendet wird, oder d

rbeit gegen den van der Waalschen Kohäsionsdruck immer ößer werden und darin liegt der Grund, warum c_{i_m}, wie es Beobachtungen zeigen, so stark anwächst.

7. *Berechnung der spezifischen Wärmen bei konstantem lumen.* Ist wie durch die vorstehenden Beobachtungen c_i stimmt, so kann sofort auch h_i, die innere spezifische Wärme gesättigten Dampfes, mit Hülfe der inneren Verdampfungsrme ϱ durch die Gleichung:

$$c_i - h_i = - \frac{d\varrho}{d\vartheta}$$

echnet werden. Diese Gleichung ist, wie man sich leicht erzeugt, dieselbe, wie die bekannte Clausiussche Gleichung, welcher die totale Verdampfungswärme r auftritt:

$$c_s - h_s = \frac{r}{\vartheta} - \frac{dr}{d\vartheta}. \qquad (\ldots)$$

Ist h_i aus den nach Amagats Beobachtungen berechenten Werten von $d\varrho/d\vartheta$ und den Beobachtungen für c_i behnet, so folgen unter Addition der äußeren Arbeiten die erte für c_s und h_s durch:

$$c_s = c_i + p_s \cdot \frac{d v_1}{d\vartheta}, \quad h_s = h_i + p_s \cdot \frac{d v_2}{d\vartheta},$$

zu wiederum aus Amagats Beobachtungen die Sättigungsannungen p_s und die Volumenänderungen der Flüssigkeit bez. Dampfes unter dem Sättigungsdruck zu entnehmen sind. ter Anwendung von

$$c_s = c_v + \vartheta \cdot \left(\frac{\partial p}{\partial \vartheta}\right)_{v_1} \cdot \frac{d v_1}{d\vartheta}, \quad h_s = h_v + \vartheta \cdot \left(\frac{\partial p}{\partial \vartheta}\right)_{v_1} \frac{d v_2}{d\vartheta}$$

dann c_v und h_v berechenbar. Die Berechnung ist in den genden Tab. III a und III b pro Gramm Substanz zusammenstellt. Zur Umrechnung von Arbeitsgrößen in kalorisches ß dient die Festsetzung, daß die benutzte mittlere Kalorie 0,50 Grammmeter Arbeit äquivalent ist. Die Werte von c_i d mit Hülfe einer möglichst exakten Kurvenzeichnung den obachtungen entsprechend gewonnen. Ebenso sind bei der ldung von

$$\frac{d\varrho}{d\vartheta}, \quad \frac{\partial v_1}{\partial \vartheta}, \quad \frac{d v_2}{d\vartheta}, \quad \left(\frac{\partial p}{\partial \vartheta}\right)_v$$

aphische Darstellungen benutzt.

Tabelle IIIa.

t	p_s in Atm.	$\frac{d p_s}{d \vartheta}$ in Atm.	v_2 in cm³	v_1 in cm³	ϱ in cal.	$-\frac{d \varrho}{d \vartheta} \frac{\text{cal.}}{{}^\circ\text{C}}$	$c_i \frac{\text{cal.}}{{}^\circ\text{C.}}$	$h_i \frac{\text{cal.}}{{}^\circ\text{C.}}$
0	34,3	0,9	10,41	1,094	47,27	0,540	0,495	−0,04
5	39,0	1,0	8,772	1,126	43,7	0,660	0,552	−0,10
10	44,2	1,10	7,518	1,168	40,7	0,792	0,618	−0,17
15	50,0	1,20	6,329	1,229	36,32	0,963	0,691	−0,27
20	56,3	1,30	5,262	1,306	31,0	1,233	0,806	−0,42
25	63,3	1,45	4,167	1,422	24,30	1,558	0,948	−0,61
27	66,2	1,55	3,759	1,490	21,20	1,968	1,105	−0,86
28	67,7	1,58	3,547	1,532	19,77	2,358	1,205	−1,15
29	69,2	1,62	3,301	1,587	17,35	3,087	1,48	−1,6
30	70,7	1,65	2,994	1,672	13,76	4,95	1,85	−3,1
31	72,3	1,68	2,551	1,866	7,36	7,69	3,15	−4,5
31,35	72,9	1,71	2,155	2,155	0	∞	?	?

Das Ergebnis der Berechnung befriedigt nur wenig. Da liegt nicht etwa an unsicherer Bestimmung der Werte für c_i sondern vielmehr daran, daß aus den Druck- und Volumen beobachtungen nicht mit genügender Sicherheit die in Betrach kommenden Differentialquotienten gebildet werden können Vollends wird das zur Unmöglichkeit da, wo starke Änderunge der Drucke und Volumina eintreten, wie in der Nähe de kritischen Zustandes. Während die innere spezifische Wärme der Flüssigkeit positiv ist und energisch wächst, ist diejenig des Dampfes negativ und nimmt negativ ebenfalls stark zu Das Hinzufügen der äußeren Arbeiten in IIIb liefert be niederen Temperaturen kaum veränderte Werte für c_s, nur i der Nähe des kritischen Punktes kommt die äußere Arbeit i Betracht. Für den Dampfzustand ist die äußere Arbeit stet negativ und größer als für den flüssigen Zustand bei gleiche Temperatur; daher wird h_s noch größer negativ als h_i.

Kohlensäure ist hiernach, wie es es auch schon E. Mathias[1] berechnet hat, eine Substanz, deren gesättigter Dampf, ebenso wi Wasser, eine negative spezifische Wärme unter Sättigungsdruck ha

Die Berechnung von c_v und h_v liefert dagegen ein gan anderes Bild; denn beide Größen sind innerhalb der Tempe

1) E. Mathias, Journ de phys. et chim. (6) 21. p. 69—144. 1890

Tabelle IIIb.

t	$c_l \frac{\text{cal.}}{{}^0\text{C.}}$	$\frac{1}{J} p_s \frac{d v_1}{d \vartheta} \frac{\text{cal.}}{{}^0\text{C.}}$	$c_s \frac{\text{cal.}}{{}^0\text{C.}}$	v_s in cm³	$\frac{1}{J} \vartheta \left(\frac{\partial p}{\partial \vartheta}\right)_v \frac{d v_1}{d \vartheta}$	$c_v \frac{\text{cal.}}{{}^0\text{C.}}$
0°	0,495	0,004	0,499	1,094	+0,255 $\frac{\text{cal.}}{{}^0\text{C.}}$	0,246
5	0,552	0,065	0,559	1,126	0,009	0,233
0	0,613	0,826	0,624	1,168	0,385	0,238
5	0,691	0,0162	0,707	1,229	0,466	0,241
0	0,806	0,0243	0,830	1,306	0,519	0,311
5	0,948	0,042	0,992	1,422	0,699	0,291
7	1,105	0,063	1,168	1,490	0,988	0,291
8	1,205	0,079	1,284	1,532	1,104	0,180
9	1,480	0,117	1,597	1,587	1,508	0,089
0	1,85	0,238	2,088	1,672	2,957	−0,869
1	3,15	1,040	4,19	1,866	9,540	−5,85
1,35°	?	?	?	2,155	?	?
	h_l	$\frac{1}{J} p_s \frac{d v_2}{d \vartheta}$	h_s	v_2	$\frac{1}{J} \vartheta \left(\frac{\partial p}{\partial \vartheta}\right)_{v_2} \cdot \frac{d v_2}{d \vartheta}$	h_v
31,35°	?	?	—	2,155	?	?
31	−4,5	−1,785	−6,235	2,551	−9,92	+2,68
30	−3,10	−0,636	−3,736	2,994	−3,05	−0,68
29	−1,60	−0,458	−2,058	3,301	−2,00	−0,058
28	−1,15	−0,372	−1,522	3,547	−1,505	−0,018
27	−0,863	−0,334	−1,197	3,759	−1,285	+0,088
25	−0,610	−0,319	−0,929	4,167	−1,111	+0,182
20	−0,427	−0,304	−0,731	5,262	−0,934	+0,208
15	−0,272	−0,289	−0,561	6,329	−0,766	+0,205
10	−0,179	−0,266	−0,445	7,518	−0,631	+0,186
5	−0,108	−0,258	−0,366	8,772	−0,552	+0,186
0	−0,045	−0,247	−0,292	10,42	−0,453	+0,161

aturen 0 und 25°, wo noch die Berechnung einige Sicher-eit beanspruchen kann, stets positiv. Oberhalb 25° wird ie Berechnung gänzlich unzuverlässig wegen der Unmöglich-eit, in der Nähe des kritischen Zustandes die Differential-uotienten sicher zu bilden.

Daher kann man nur soviel schließen: die spezifische Värme c_v der flüssigen CO_2 liegt zwischen 0 und 25°, zwischen ,23 und 0,3 cal./°C., die die Dampfes h_v liegt bei gleichen emperaturen zwischen 0,15 und 0,2 cal./°C. Letztere ist

also, wie es scheint, stets etwas kleiner als die der Flüssigl
bei gleicher Temperatur.

Von der zur Temperatursteigerung unter Sättigungsdr
nötigen Energie c_i der flüssigen Kohlensäure wird also
der kleinste Teil c_v zur Steigerung der „Warmheit" der S
stanz aufgewendet, der größere Teil $c_i - c_v$ wird latent a
gewendet zu innerer Arbeit gegen den Waalsschen Cohäsic
druck. Beim gesättigten Dampf hingegen leisten die Waa
schen Kräfte Arbeit, indem sie ein geringeres Volumen
Dampfes bei höherer Temperatur hervorbringen und d
Kohäsionsarbeit ist mehr als zur Erhöhung der „Warmh
des Dampfes benötigt wird.

8. *Experimentelle Bestimmung der spezifischen Wärmen konstantem Volumen.* Da die Berechnung von c_v und h_v ni
genügend sicher ist, habe ich diese Größen direkt zu bestimn
gesucht. Hierzu wurden acht Rohre mit verschiedenen Füllun
hergestellt, diese zu höheren Temperaturen t als die Gre
temperaturen t_s, bei denen sie von Substanz in einer Ph
ganz erfüllt wurden, erhitzt und die von der Substanz benöti
Wärme Q_t feststellt. Zieht man von ihr ab die Wärme (
welche die Substanz bei Erhitzung zur Grenztemperatu
gebraucht hat, so bleibt als Rest die Wärme, welche zur
hitzung die Substanz bei konstantem Volumen zwischen t u
t_s gebraucht. Es ist offenbar, daß dieses Verfahren gefahr
ist und nicht sehr genaue Beobachtungen liefern kann. Gefa
voll ist es, weil, wenn man ein Rohr so mit Substanz gef
hat, daß sie z. B. bei + 10° das Volumen als Flüssigkeit g
erfüllt, bei Überhitzungen die großen Flüssigkeitsdrucke
plosionen herbeiführen. Glücklicherweise liefen die Explosior
welche mir hierbei begegneten, immerhin noch glücklich
Nur einige Thermometer wurden zertrümmert. Ungenau
das Verfahren, weil ja jedenfalls c_v bez. h_v klein ist, d
auch die eingefüllten Massen nur kleine sein können und da
$Q_t - Q_{t_s}$ nur einen sehr kleinen Bruchteil der gesamten Wärm
ausmacht, die ja auch wiederum erst durch Abzug des s
viel größeren Glasballastes gewonnen sind. Es ist offenl
daß man im Durchschnitt kaum 10 Proz. Genauigkeit
warten kann.

Ich gebe in der folgenden Tab. IV die Resultate

mehr als 50 Einzelversuchen in der Weise, daß die erste Spalte die Grenztemperatur enthält, bei welcher die eingefüllte Substanz in einer Phase (*fl* = flüssig, *d* = dampfförmig) das Volumen erfüllte. v_1 bez. v_2, das dieser Temperatur entsprechende Sättigungsvolumen der Masseneinheit, $t - t_s$ die Überhitzungen, c_v bez. h_v die erhaltenen spezifischen Wärmen der überhitzten Flüssigkeit bez. des überhitzten Dampfes.

Tabelle IV.

t_s	v_1 in cm³	$(t - t_s)$	c_v	Mittel
3,5° (*fl*)	1,115	19,3 – 3,2	0,248	
9,2 (*fl*)	1,124	28,25 – 9,2	0,243	0,240
		40,2 – 9,2	0,231	
23,0 (*fl*)	1,368	40,2 – 23,0	0,260	0,26
30,9 (*fl*)	1,892	41,6 – 30,9	0,303	0,28
		50,1 – 30,9	0,259	
31,3 (*fl*)	2,099	39,34 – 31,3	0,315	0,31
	v_2		h_v	
31,2° (*d*)	2,407	40,7 – 31,2	0,371	0,335
		50,3 – 31,2	0,298	
30,0 (*d*)	2,977	40,5 – 32	0,281	0,28
		50 – 32	0,276	
21,2 (*d*)	4,975	40 – 25	0,256	0,235
		60 – 25	0,216	

Trotz aller Unsicherheiten ist folgendes Resultat aus diesen Beobachtungen zu ziehen: Die spezifische Wärme der CO_2 ist bei kleinem Volumen (v_1 = 1,1 – 1,125) c_v = 0.24, in Übereinstimmung mit der Berechnung der Tabelle IIIb, sie wächst dann mit zunehmendem Volumen, erreicht mit etwa c_v = 0,34 einen maximalen Wert in der Nähe des kritischen Volumens und nimmt dann mit weiter wachsendem Volumen ab. Die Beobachtungen sind zwischen verschiedenen Überhitzungstemperaturen ausgeführt und die Überhitzungen zu höheren Temperaturen geben stets etwas kleinere Werte, als die zu niederen. Ich wage aber wegen der Versuchsunsicherheiten nicht eine Temperaturabhängigkeit des c_v zu behaupten.

Zu noch größeren Verdünnungen überzugehen gestattet die hier eingeschlagene Methode nicht. Hier reihen sich die

Versuche von J. Joly[1]) mit dem Dampfkalorimeter an, welche für die größte von ihm beobachtete Dichte 0,1444, also $v_2 = 6,9$ $h_v = 0,203$ fand, und bei weiter bis $v_2 = 26,5$ wachsendem Volumen h_v allmählich bis auf 0,1714 abnehmend fand.

Für die ideale gasförmige CO_2 würde man nach der kinetischen Gastheorie aus

$$c_v = {}^3/_2 R (1 + \gamma) k = \frac{c_v}{c_p} = 1 + \frac{2}{3(1+\gamma)},$$

mit dem Mittelwert $k = 1,30$ nach den Beobachtungen von Wüllner, Lummer und Pringsheim

$$c_v = 0,149$$

berechnen. Diesem Endwerte müßte sich also h_v bei sehr geringer Dichte nähern.

9. *Die innere mittlere spezifische Wärme des Isopentans* C_5H_{12} *und Berechnung der spezifischen Wärmen bei konstantem Volumen.* Das Isopentan C_5H_{12} ist insofern geeigneter für die hier untersuchte Frage, weil die kritische Temperatur $t_x = 187,8^\circ$ C hoch liegt, daher der Verlauf der spezifischen Wärmen durch ein großes Temperaturintervall hindurch verfolgt werden kann und alle zur theoretischen Berechnung nötigen Daten von S. Young[2]) mit seltener Vollständigkeit und bewundernswürdiger Genauigkeit gesammelt sind. Dieser Stoff ist der letzte in der Reihe von Arbeiten von S. Young, die sich über 15 Jahre erstrecken. Alle Verfeinerungen, die das langjährige Studium der Druck- und Volumenbeobachtungen brachten sind hier angewendet, daher die Daten selten exakt.

Ich gebe in der folgenden Tabelle meine Beobachtungen über die mittlere innere spezifische Wärme c_{i_m}; aber hier nicht mehr alle einzelnen Daten, sondern gleich die erhaltenen Mittelwerte. Die Beobachtungen sind genau wie die entsprechenden der CO_2 ausgeführt, auch hier sind stets mehrere Rohre mit verschiedenen Füllungen verwendet. Es ergab sich

1) J. Joly, Proc. Roy. Soc. London 55. p. 390—394. 1894; Phil. Trans. 185. p. 943—981. 1894; Beiblätter 19. p. 156. 1895.

2) S. Young, Zeitschr. f. physik. Chemie 29. p. 193—242. 1899.

Tabelle V.

t	c_{lm}	t	c_{lm}
24,2° C.	0,5254 $\frac{\text{cal.}}{°\text{C.}}$	171,4° C.	0,6463 $\frac{\text{cal.}}{°\text{C.}}$
50,9	0,5306	185,75	0,6505
75,1	0,5615	186,3	0,6950
99,65	0,5717	186,75	0,6640
125,4	0,6084	187,1	0,6989
150,5	0,6120	187,65	0,6862

Auch hier zeigt sich, genau wie bei CO_2, ein entschiedenes Wachstum der mittleren inneren spezifischen Wärme, welches in der Nähe des kritischen Punktes so stark wird, daß hier aus Beobachtungen bei nahe benachbarten Temperaturen nicht mehr das Mittel genommen werden kann, sondern jeder Einzelversuch angegeben ist.

Eine gute Kurvendarstellung und Berechnung liefern die in der folgenden Tabelle VIa angegebenen Einzelwerte für c_l. Genau wie es in der entsprechenden Tabelle IIIa für CO_2 geschah, sind hier die Daten für Sättigungsdruck und Volumina nach S. Young angegeben, damit ϱ die innere Verdampfungswärme und damit h_i die innere spezifische Wärme des gesättigten Dampfes berechnet. Ebenfalls wie in der analogen Tabelle IIIb enthält hier die Tabelle VIb die nötigen Daten, welche zur Berechnung von c_s und h_s und danach zu c_v und h_v führen.

Die für Isopentan ausgeführte Berechnung läßt in den Grundzügen dasselbe Verhalten dieses Stoffes erkennen wie CO_2, obgleich im einzelnen wesentliche Differenzen auftreten.

Die innere spezifische Wärme der Flüssigkeit c_i wächst mit steigender Temperatur, und um so stärker, je näher man der kritischen Temperatur kommt, diejenige h_i des Dampfes ist nur ganz in der Nähe des kritischen Punktes negativ, schon von $t = 175$ an bis zu 0° hin aber positiv, während für CO_2 im ganzen beobachteten Temperaturintervall h_i negativ war. Das Hinzufügen der äußeren Arbeit bringt für die spezifische Wärme c_s bei niederen Temperaturen überhaupt keine in Betracht kommende Änderung hervor; auch in der Nähe des kritischen Punktes ist die äußere Arbeit wegen der geringeren

t	p_s in mm Hg	$\frac{d p_s}{d \vartheta}$ in mm Hg	v_2 in cm³	v_1 in cm³	ϱ in cal.	$-\frac{d \varrho}{d \vartheta} \frac{\text{cal.}}{{}^\circ\text{C.}}$	$c_l \frac{\text{cal.}}{{}^\circ\text{C.}}$	$h_l \frac{\text{cal.}}{{}^\circ\text{C.}}$
0	257,7	11,33	900?	1,5644	79,40	0,208	0,506	+0,298
20	572,6	21,25	424	1,614	75,18	0,215	0,528	0,313
40	1 131	35,9	224	1,670	70,78	0,224	0,556	0,332
60	2 036	56,0	128	1,7335	66,23	0,232	0,587	0,355
80	3 401	82,2	78	1,805	61,52	0,245	0,620	0,375
100	5 355	115,0	49,5	1,895	56,44	0,262	0,662	0,400
110	6 586	134,0	39,8	1,945	53,73	0,281	0,685	0,404
120	8 040	155,5	32,3	2,004	50,73	0,317	0,707	0,390
130	9 707	179,0	26,1	2,072	47,38	0,350	0,724	0,374
140	11 620	205,0	21,1	2,154	43,72	0,373	0,753	0,380
150	13 804	233,2	17,15	2,2495	39,93	0,420	0,793	0,373
160	16 285	264,6	13,71	2,378	35,14	0,485	0,856	0,371
170	19 094	299,0	10,78	2,555	29,26	0,660	0,950	0,290
175	20 810	317	9,34	2,682	25,40	0,840	1,010	0,170
180	22 262	335,5	7,95	2,859	20,86	1,10	1,170	+0,07
183	23 288	347,5	7,04	3,020	17,16	1,50	1,255	−0,25
186	24 350	360,4	5,96	3,303	11,87	2,2	1,350	−0,85
187	24 713	365,5	5,45	3,500	8,85	4,0	1,800	−2,20
187,8	25 005	370,0	4,266	4,266	0	∞	?	?

Tabelle VIb.

t	c_l $\frac{\text{cal.}}{{}^\circ\text{C.}}$	$\frac{1}{J} p_s \frac{d v_1}{d \vartheta}$ $\frac{\text{cal.}}{{}^\circ\text{C.}}$	c_s $\frac{\text{cal.}}{{}^\circ\text{C.}}$	v_1 in cm³	$\frac{1}{J} \vartheta \left(\frac{\partial p}{\partial \vartheta}\right)_{v_1} \frac{d v_1}{d \vartheta}$	c_v $\frac{\text{cal.}}{{}^\circ\text{C.}}$
0	0,506	0,0$_4$195	0,506	1,564	0,124 $\frac{\text{cal.}}{{}^\circ\text{C.}}$	0,382
20	0,528	0,0$_4$48	0,528	1,614	0,127	0,401
40	0,556	0,0$_3$107	0,556	1,670	0,136	0,420
60	0,587	0,0$_3$174	0,587	1,733	0,145	0,442
80	0,620	0,0$_3$435	0,620	1,805	0,151	0,469
100	0,662	0,0$_3$804	0,663	1,895	0,154	0,509
110	0,685	0,0$_2$113	0,686	1,945	0,165	0,520
120	0,707	165	0,709	2,004	0,186	0,523
130	0,724	236	0,726	2,072	0,208	0,518
140	0,753	325	0,756	2,154	0,214	0,548
150	0,793	488	0,798	2,250	0,229	0,569
160	0,856	782	0,864	2,378	0,265	0,599
170	0,950	0,0145	0,964	2,555	0,353	0,612
175	1,010	200	1,030	2,682	0,400	0,630
180	1,170	316	1,202	2,859	0,508	0,693
185	1,255	471	1,302	3,020	0,645	0,657
186	1,35	923	1,442	3,303	1,026	0,418
187	1,8	0,1951	1,995	3,500	1,943	0,052
187,8	?	?	?	4,266	?	—
	h_l	$\frac{1}{J} p_s \frac{d v_2}{d \vartheta}$	h_s	v_2	$\frac{1}{J} \vartheta \left(\frac{\partial p}{\partial \vartheta}\right)_{v_2} \cdot \frac{d v_2}{d \vartheta}$	h_v
187,8	?	?	—	4,266	?	—
181	−2,2	−0,468	−2,668	5,45	−2,546	−0,122
186	−0,85	−0,307	−1,157	5,96	−1,507	+0,350
183	−0,25	−0,245	−0,490	7,04	−1,008	0,518
180	+0,07	−0,204	−0,134	7,95	−0,747	0,613
175	+0,170	−0,188	−0,013	9,34	−0,570	0,557
170	0,290	−0,174	+0,116	10,73	−0,484	0,600
160	0,371	−0,165	+0,206	13,71	−0,391	0,597
150	0,373	−0,161	+0,212	17,15	−0,334	0,546
140	0,380	−0,165	+0,215	21,10	−0,304	0,519
130	0,374	−0,172	+0,202	26,10	−0,292	0,494
120	0,390	−0,175	+0,215	32,3	−0,283	0,498
110	0,404	−0,179	+0,225	39,8	−0,265	0,490
100	0,400	−0,203	+0,197	49,5	−0,276	0,473
80	0,375	−0,211	+0,165	78	−0,267	0,432
60	0,355	−0,238	+0,117	128	−0,296	0,413
40	0,332	−0,264	+0,068	224	+0,315	0,382
20	0,313	−0,307	+0,005	424	−0,334	0,339
0	0,298	−0,326	−0,027	900	−0,338	0,311

t	p_s in mm Hg	$\frac{d p_s}{d \vartheta}$ in mm Hg	v_2 in cm³	v_1 in cm³	ϱ in cal.	$-\frac{d \varrho}{d \vartheta} \frac{\text{cal.}}{°\text{C.}}$	$c_l \frac{\text{cal.}}{°\text{C.}}$	$h_l \frac{\text{cal.}}{°\text{C.}}$
0	257,7	11,33	900?	1,5644	79,40	0,208	0,506	+0,298
20	572,6	21,25	424	1,614	75,18	0,215	0,528	0,313
40	1 131	35,9	224	1,670	70,78	0,224	0,556	0,332
60	2 036	56,0	128	1,7335	66,23	0,232	0,587	0,355
80	3 401	82,2	78	1,805	61,52	0,245	0,620	0,375
100	5 355	115,0	49,5	1,895	56,44	0,262	0,662	0,400
110	6 586	134,0	39,8	1,945	53,73	0,281	0,685	0,404
120	8 040	155,5	32,3	2,004	50,73	0,317	0,707	0,390
130	9 707	179,0	26,1	2,072	47,38	0,350	0,724	0,374
140	11 620	205,0	21,1	2,154	43,72	0,373	0,753	0,380
150	13 804	233,2	17,15	2,2495	39,93	0,420	0,793	0,373
160	16 285	264,6	13,71	2,378	35,14	0,485	0,856	0,371
170	19 094	299,0	10,73	2,555	29,26	0,660	0,950	0,290
175	20 810	317	9,34	2,682	25,40	0,840	1,010	0,170
180	22 262	335,5	7,95	2,859	20,86	1,10	1,170	+0,07
183	23 288	347,5	7,04	3,020	17,16	1,50	1,255	−0,25
186	24 350	360,4	5,96	3,303	11,87	2,2	1,350	−0,85
187	24 713	365,5	5,45	3,500	8,85	4,0	1,800	−2,20
187,8	25 005	370,0	4,266	4,266	0	∞	?	?

Tabelle VIb.

t	$c_t \frac{\text{cal.}}{{}^\circ\text{C.}}$	$\frac{1}{J} p_s \frac{d v_1}{d \vartheta} \frac{\text{cal.}}{{}^\circ\text{C.}}$	$c_s \frac{\text{cal.}}{{}^\circ\text{C.}}$	v_1 in cm³	$\frac{1}{J} \vartheta \left(\frac{\partial p}{\partial \vartheta}\right)_{v_1} \frac{d v_1}{d \vartheta}$	$c_v \frac{\text{cal.}}{{}^\circ\text{C.}}$
0	0,506	$0{,}0_4195$	0,506	1,564	0,124 $\frac{\text{cal.}}{{}^\circ\text{C.}}$	0,382
20	0,528	$0{,}0_448$	0,528	1,614	0,127	0,401
40	0,556	$0{,}0_3107$	0,556	1,670	0,136	0,420
60	0,587	$0{,}0_3174$	0,587	1,733	0,145	0,442
80	0,620	$0{,}0_3435$	0,620	1,805	0,151	0,469
100	0,662	$0{,}0_3804$	0,663	1,895	0,154	0,509
110	0,685	$0{,}0_2113$	0,686	1,945	0,165	0,520
120	0,707	165	0,709	2,004	0,186	0,523
130	0,724	236	0,726	2,072	0,208	0,518
140	0,753	325	0,756	2,154	0,214	0,548
150	0,793	488	0,798	2,250	0,229	0,569
160	0,856	782	0,864	2,378	0,265	0,599
170	0,950	0,0145	0,964	2,555	0,353	0,612
175	1,010	200	1,030	2,682	0,400	0,680
180	1,170	316	1,202	2,859	0,508	0,698
185	1,255	471	1,302	3,020	0,645	0,657
186	1,35	923	1,442	3,303	1,026	0,418
187	1,8	0,1951	1,995	3,500	1,943	0,052
187,8	?	?	?	4,266	?	—
	h_t	$\frac{1}{J} p_s \frac{d v_2}{d \vartheta}$	h_s	v_2	$\frac{1}{J} \vartheta \left(\frac{\partial p}{\partial \vartheta}\right)_{v_2} \cdot \frac{d v_2}{d \vartheta}$	h_v
187,8	?	?	—	4,266	?	—
181	−2,2	−0,468	−2,668	5,45	−2,546	−0,122
186	−0,85	−0,807	−1,157	5,96	−1,507	+0,350
183	−0,25	−0,245	−0,490	7,04	−1,008	0,518
180	+0,07	−0,204	−0,134	7,95	−0,747	0,613
175	+0,170	−0,183	−0,013	9,34	−0,570	0,557
170	0,290	−0,174	+0,116	10,73	−0,484	0,600
160	0,371	−0,165	+0,206	13,71	−0,391	0,597
150	0,373	−0,161	+0,212	17,15	−0,334	0,546
140	0,380	−0,165	+0,215	21,10	−0,304	0,519
130	0,374	−0,172	+0,202	26,10	−0,292	0,494
120	0,390	−0,175	+0,215	32,3	−0,283	0,498
110	0,404	−0,179	+0,225	39,8	−0,265	0,490
100	0,400	−0,203	+0,197	49,5	−0,276	0,473
80	0,375	−0,211	+0,165	78	−0,267	0,432
60	0,355	−0,238	+0,117	128	−0,296	0,413
40	0,332	−0,264	+0,068	224	+0,315	0,382
20	0,313	−0,307	+0,005	424	−0,334	0,339
0	0,298	−0,326	−0,027	900	−0,338	0,311

Drucke, welche C_5H_{12} ausübt, wesentlich kleiner, als bei CO
Die spezifische Wärme h_s des gesättigten Dampfes ist dah
nur ganz in der Nähe des kritischen Punktes negativ, son
immer positiv, ganz im Gegensatz zu CO_2 und Wasser. D
für c_v bez. h_v erhaltenen Zahlen sind bis auf eine Ausnahm
die durch die unsichere Bildung der Differentialquotienten
der unmittelbaren Nähe des kritischen Punktes bedingt is
durchgängig positiv. Sie zeigen, daß c_v von niederen Temp
raturen und großen Dichten anfangend bis $t = 180^0$, also b
nahe an den kritischen Zustand heran deutlich wächst, u
daß h_v dann mit sinkender Temperatur und wachsender Dich
wieder abnimmt, so daß hier dasselbe Verhalten wie bei C
wieder hervortritt, daß c_v bez. h_v in der Nähe des kritisch
Zustandes ein Maximum hat. Auffallend ist, daß bei gleich
Temperaturen entsprechenden Sättigungsdichten nahezu $c_v = h_s$ is

Die Berechnung der Werte von c_v und h_v trägt dadur
eine gewisse Unsicherheit, daß bei ihr stets die von S. Youn
für jede Isopykne angegebenen Mittelwerte der Spannung
koeffizienten $(\partial p / \partial \vartheta)_v$ verwendet sind.

Die Differenz $c_i - c_v$ stellt auch hier die Energie da
welche zur Arbeitsleistung gegen die inneren Kräfte, also geg
den Waalsschen Kohäsionsdruck aufgewendet wird, sie ist hi
wesentlich kleiner als bei CO_2; ebenso stellt $h_i - h_v$ die b
der Volumenverminderung des gesättigten Dampfes bei höher
Temperatur von den Waalsschen Kräften getane Arbeit da
auch sie ist geringer als bei CO_2 und genügt nicht, um d
Energiebedarf zur Erhöhung der Warmheit des Dampfes
decken. Daher ist h_s im allgemeinen positiv.

10. *Direkte experimentelle Bestimmung der spezifisch Wärmen bei konstantem Volumen.* Die Versuche zur kalo
metrischen Bestimmung der genannten Größe wurden eben
wie bei CO_2 ausgeführt, sie waren hier deshalb besonders u
ständlich, weil bei den hohen Überhitzungen sehr große Wärm
mengen schon allein durch den Glasballast dem Kalorimet
zugeführt wurden, daher der Eismantel schon nach wenig
Versuchen wieder erneuert werden mußte. Die Unsicherhe
der Beobachtung durch die Differenzbildung wird hier no
durch den durch Fadenkorrektion bedingten thermometrisch
Fehler verstärkt. Es ergaben sich folgende Mittelwerte:

Tabelle VII.

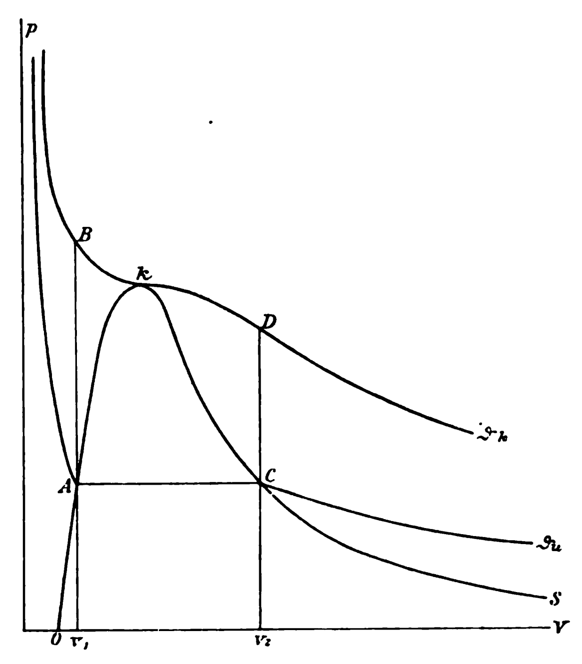
t_s	v_1 in cm³	$(t - t_s)$	c_v
179,8 (*fl*)	2,841	199—179,8	0,545
187,05 (*fl*)	3,525	235,5—187,05	0,725
	v_2 in cm³		h_v
187,7 (*d*)	4,642	234,5—187,7	0,690
187,3 (*d*)	5,207	236,5—187,3	0,75
180,6 (*d*)	7,73	224—180,6	0,700

Wenn diese Zahlen aus den angegebenen Gründen auch kaum eine größere Sicherheit als etwa 10 Proz. beanspruchen können, so zeigen sie doch so viel, daß jedenfalls die spezifische Wärme bei konstantem Volumen in der Nähe des kritischen Zustandes positiv und etwa 0,7 sein muß, und daß damit der Zahlenverlauf, den Tabelle VI b für diese Größe ergab, durch ein Maximum in der Nähe des kritischen Zustandes zu ergänzen ist.

11. *Die Abhängigkeit der spezifischen Wärmen bei konstantem Volumen von der Temperatur.* Es drängt sich naturgemäß die Frage auf, wieviel von der berechneten bez. beobachteten totalen Änderung der spezifischen Wärme bei konstantem Volumen auf die partielle Änderung dieser Größe mit dem Volumen entfällt und wieviel auf die mit der Temperatur. Diese Frage läßt sich nicht unmittelbar aus den Versuchen beantworten. Indessen kann man sich durch eine Energieberechnung, deren Sinn und Gang am besten an dem beistehenden Diagramm übersehen wird, davon überzeugen, daß die Temperaturabhängigkeit der spezifischen Wärmen c_v bez. h_v nur eine geringe sein kann, so daß sie jedenfalls nicht das beobachtete Maximum dieser Größe bei v_k verursacht haben kann, dieses vielmehr vornehmlich durch die Abhängigkeit vom Volumen bedingt sein muß.

In der Figur seien schematisch die Isotherme des Isopentans, also die Drucke p als Ordinaten zur Volumenabszisse, für die kritische Temperatur ϑ_k eine beliebige tiefere Temperatur ϑ_u, und die Sättigungskurve S gezeichnet. Durch die kalorimetrischen Beobachtungen ist dann der Energieüber-

schuß U_1, den die Masseneinheit flüssigen Isopentans für jede beliebigen Punkt A des Flüssigkeitsastes der Sättigungskurv



über den als Nullniveau angenommenen Energieinhalt bei O im flüssigen Zustand hat, durch

$$U_1 = \int_0^t c_i \, d\vartheta = c_{i_m} \cdot t$$

bekannt. Fügt man die Energie hinzu, welche zur Überhitzun der Substanz längs der durch Punkt A gehenden Isopykne auf die kritische Temperatur nötig ist, so erhält man unte der Annahme, daß c_v unabhängig von t sei,

$$U_{t_\varkappa v_1} - U_1 = c_{v_1}(t_\varkappa - t),$$

also durch

$$c_{i_m} \cdot t + c_{v_1}(t_\varkappa - t) = U_{t_\varkappa v_1}$$

den Energieaufwand, welcher zur Überführung der Substan bis zum Zustand $t_\varkappa v_1$ aus dem Nullzustand längs des Weges $O\,A$ - des Diagramms nötig ist.

Fügt man zu U_1 die innere Verdampfungswärme ϱ_t hinzu, so erhält man durch

$$U_2 = U_1 + \varrho_t$$

auch den Energieüberschuß, den der zweite Sättigungszustand v_2 bei t über dem Nullniveau hat, also wie leicht ersichtlich durch

$$c_{i_m} \cdot t + \varrho_t + h_{v_2}(t_\varkappa - t) = U_{t_\varkappa v_2}$$

auch die Energie, die nötig ist, um die Substanz in den durch t, v_2 gegebenen Zustand längs des Weges $o\,A\,C\,D$ der Figur überzuführen.

Ebenso durch

$$U_{t_\varkappa v_\varkappa} = \int\limits_0^{t_\varkappa} c_i\, d\,\vartheta = c_{i_m} \cdot t_\varkappa$$

den Energieaufwand, der zur Überführung der Substanz in den kritischen Zustand nötig ist.

Demnach erhält man durch

$$U_{t_\varkappa v_\varkappa} - U_{t_\varkappa v_1} = \int\limits_{v_1}^{v_\varkappa} \left(\frac{\partial U}{\partial v}\right)_{t_\varkappa} \cdot d\,v$$

die Energieänderung mit dem Volumen bei $t = t_\varkappa$ zwischen v_1 und $v_\varkappa$, also zwischen den Punkten B und K des Diagramms und durch

$$U_{t_\varkappa v_2} - U_{t_\varkappa v_\varkappa} = \int\limits_{v_\varkappa}^{v_2} \left(\frac{\partial U}{\partial v}\right)_{t_\varkappa} d\,v$$

diejenige bei $t_\varkappa$ zwischen $v_\varkappa$ und v_2 zwischen den Punkten K und D der Figur. Dieselben Größen sind aber auch durch S. Youngs Beobachtungen durch

$$\int\limits_{v_1}^{v_\varkappa} \left[\vartheta \left(\frac{\partial p}{\partial \vartheta}\right)_v - p\right] d\,v = \int\limits_{v_1}^{v_\varkappa} a\, d\,v$$

und

$$\int\limits_{v_\varkappa}^{v_2} \left(\vartheta \left(\frac{\partial p}{\partial \vartheta}\right)_v - p\right) d\,v = \int\limits_{v_\varkappa}^{v_2} a\, d\,v$$

berechenbar, worin a diejenigen Drucke sind, welche Hr. S. Y in Tabellen [1]) angibt.

Ist die bei der kalorimetrischen Berechnung gem Annahme, daß c_v und h_v von der Temperatur unabhängig zutreffend, so müssen die auf beiden Wegen berech Energieänderungen gleich sein.

Ich stelle die nach S. Young berechnete Tabelle, w die Werte von $\int_{v_1}^{v_2} a\,d\,v$ zwischen den aufeinander folg Werten von v darstellt, voran: $v_\varkappa = 4{,}3$ cm³.

Tabelle VIIIa.

v in cm³	$\int_{v_1}^{v_2} a\,d\,v$ in cal.	v in cm³	$\int_{v_1}^{v_2} a\,d\,v$ in ca
1,6	0	4,3	0
1,7	4,637	5,0	3,115
1,8	3,986	6,0	3,434
1,9	3,464	8,0	4,655
2,0	2,981	10	3,015
2,2	4,912	15	4,285
2,4	3,769	20	2,277
2,6	2,983	30	2,436
2,8	2,463	40	1,310
3,0	2,056	50	0,786
3,2	1,773	100	1,641
3,4	1,563		
3,6	1,393		
3,8	1,263		
4,0	1,156		
4,3	1,577		

Zur Berechnung auf kalorimetrischem Wege dient folgende Tab. VIII b, die wohl ohne weiteres verständlich die unter c_v und h_v angegebenen Zahlen sind aus einer Ku darstellung, welche sich den aus Tab. VI b bez. VII berech bez. beobachteten Werten dieser Größe möglichst genau schmiegte, abgelesen.

---

1) S. Young, l. c. p. 238. 1899.

Tabelle VIIIb.

t	v_1	v_2	U_1 in cal.	U_2 in cal.	c_v	h_v
0	1,564	(900)	0	79,4	0,390	0,310
20	1,614	424	10,33	85,51	0,405	0,340
40	1,670	224	21,16	91,94	0,424	0,380
60	1,734	128	32,58	98,81	0,443	0,414
80	1,805	78	44,64	106,16	0,464	0,438
100	1,895	49,5	57,45	113,89	0,490	0,465
110	1,945	39,8	64,18	117,91	0,505	0,479
120	2,004	32,3	71,10	121,83	0,518	0,490
130	2,072	26,1	78,20	125,58	0,535	0,502
140	2,154	21,1	85,52	129,24	0,553	0,519
150	2,250	17,15	93,16	133,1	0,567	0,546
160	2,378	13,71	101,0	136,14	0,595	0,586
170	2,555	10,73	109,3	138,6	0,620	0,627
175	2,682	9,34	114,4	139,8	0,634	0,640
180	2,859	7,95	119,5	140,36	0,650	0,660
183	3,020	7,04	122,9	140,06	0,664	0,670
186	3,308	5,96	126,4	138,3	0,684	0,683
187	3,500	5,45	129,0	137,85	0,691	0,696
187,8	4,266	4,266	131,5	131,5	0,710	0,710

Nach dieser Tabelle treffen wir bei $t = 100$ auf die Sättigungsvolumen $v_1 = 1{,}895$ nahezu 1,9 und $c_v = 0{,}490$. Demnach wäre

$$U_{t_\varkappa\, v = 1,9} = U_{1\; t = 100} + 0{,}490 \,.\, (131{,}8 - 100) = 57{,}45 + 43{,}02 = 100{,}47 \text{ cal.}$$

$$V_{t_\varkappa v_\varkappa} = 131{,}5\,.$$

Also

$$U_{t_\varkappa v_\varkappa} - U_{t_\varkappa 1,9} = 31{,}0 \text{ cal.}$$

Dieselbe Energiedifferenz würde sich aus Tab. VIII a aus der Summe der einzelnen Integrale berechnen zu

$$\int\limits_{1,895}^{4,3} a\, d\, v = 28{,}1 \text{ cal.}$$

Es besteht eine deutliche Differenz, die darauf hinweist, daß c_v in dem in Betracht kommenden Temperaturintervall etwas zunimmt, ein Mittelwert $c_v = 0{,}523$ statt 0,490 würde die bestehende Differenz ausgleichen.

Ebenso findet sich nach Tab. VIII a

$U_{t_\varkappa\, v\,=\,49,5} = U_{2,\,t\,=\,100} + 87{,}8\,.\,0{,}465 = 163{,}9\,.\,40{,}83 = 154{,}7$

Also

$$U_{t_\varkappa\, 49,5} - U_{t_\varkappa\, v_\varkappa} = (154{,}7 - 131{,}5) = 23{,}2 \text{ cal.}$$

Nach Tab. VIII a ergibt sich

$$\int\limits_{v_\varkappa}^{49,5} a\, d\, v = 25{,}2 \text{ cal.}$$

Auch hier besteht eine Differenz zwischen beider rechnungen, welche durch den Mittelwert $h_v = 0{,}484$ stat angenommenen 0,465 ausgeglichen würde.

Es hat keinen Zweck, diese Berechnung genauer zı stalten, denn die einzige Folgerung, welche hier gezogen ist die, daß wenn c_v und h_v Temperaturfunktionen sind doch nicht sich so stark mit der Temperatur ändern kö daß das beobachtete Maximum der spezifischen Wärmeı konstantem Volumen allein von der Temperaturänderung rührt, vielmehr muß man schließen, daß c_v eine starke hängigkeit vom Volumen mit einem Maximum bei $v_\varkappa$: eine wesentlich geringere Abhängigkeit von der Tempeı

Durch dieses Ergebnis wird aber die Energieberech nach S. Young in Tab. VIII a unsicher und ebenso mı die in Tab. VI b aus den Beobachtungen berechneten We bez. h_v korrigiert werden. Denn in beiden Fällen sind von S. Young angegebenen Mittelwerte für

$$\left(\frac{\partial p}{\partial \vartheta}\right)_v \quad \text{und} \quad a = \vartheta \left(\frac{\partial p}{\partial \vartheta}\right)_v - p$$

benutzt, da nun aber nur bei $v = v_\varkappa$

$$\frac{\partial c_v}{\partial v} = \vartheta \cdot \frac{\partial^2 p}{\partial \vartheta^2} = 0$$

ist, für kleinere Werte von v positiv, für größere ne so folgt, daß für die Flüssigkeitsdichten zu große W von $(\partial p / \partial \vartheta)_v$ benutzt sind, für die Dampfdichten zu kl und daß dementsprechend sowohl die Werte für c_v wie diejenigen für h_v größer werden müßten, als in Tab. VI b gegeben und daß ebenso auch die Berechnung der Tab. V korrigiert werden müßte. Es ist aber unmöglich die G

der Änderung von $\partial p / \partial \vartheta$ mit der Temperatur, die, wie hervorgehoben, auch Hr. S. Young selbst bemerkt hat, mit der Sicherheit zu ermitteln, die zu einer genaueren Berechnung nötig ist.

Die beiden in dieser Arbeit untersuchten Stoffe sind sogenannte „normale" Substanzen; es wird zunächst Aufgabe der experimentellen Forschung sein, festzustellen, ob ein ähnliches Verhalten der spezifischen Wärmen sich bei allen Stoffen zeigt. Insbesondere wird es von Interesse sein, die gleichartige Untersuchung für Wasser durchzuführen, um die alte Frage nach der Abhängigkeit der spezifischen Wärmen des Wassers und des Dampfes von Temperatur und Volumen zu lösen. Die zu erwartenden experimentellen Schwierigkeiten werden beim Wasser wesentlich kleiner sein, denn bei nicht zu großer Annäherung an die kritische Temperatur sind die Drucke wesentlich kleinere als bei CO_2, daher können die Versuchsröhren dünnwandiger gemacht, der Glasballast also verkleinert werden, und ferner hat man bei Wasser, ganz im Gegensatz zu Isopentan, eine Flüssigkeit von großem spezifischen Gewicht und großer spezifischer Wärme, so daß man in den zur Verfügung stehenden Raum viel Masse von großer Wärmekapazität einfüllen kann. Alle diese Umstände wirken gemeinsam darauf hin, daß die von den Glaswandungen getragene Wärme klein wird gegen die von der Substanz benötigte, und daher eine wesentlich größere Sicherheit der Beobachtung erreicht werden kann. Die Vorbereitungen sind getroffen, um bei Wiederkehr der kalten Jahreszeit Versuche mit Waser auszuführen.

Hannover, Kgl. Technische Hochschule, Mai 1903.

(Eingegangen 11. Mai 1903.)

---

9. *Über die von Hrn. Majorana gefundene Doppelbrechung im magnetischen Feld*
von August Schmauss.

Einleitung. Die vorliegende Arbeit bildet die Fortsetzu einer früheren Notiz[1]) über diesen Gegenstand.

Der leitende Gesichtspunkt war die Frage, ob die v Hrn. Majorana[2]) gefundene Doppelbrechung im Magnetfe wirklich das von ihm gesuchte „Analogon der elektrisch Doppelbrechung für ein magnetisches Feld“[3]) darstellt.

Seit Faraday haben sich eine Reihe von Forschern v geblich bemüht, in einem der Wirkung eines Magnetfel ausgesetzten festen oder flüssigen Medium (leuchtende G und Dämpfe machen eine Ausnahme) eine senkrecht zu d Kraftlinien stattfindende Doppelbrechung nachzuweisen.

Hr. Voigt[4]) hatte gezeigt, daß die magnetooptische Theo eine solche Doppelbrechung verlangt, deren Größe durch d selbe Konstante bestimmt ist, wie die Drehung der Pola sationsebene in der Richtung der Kraftlinien (der Farad effekt). Bei Versuchen an schwerstem Flintglase fand l Voigt bei einer Feldstärke von 13000 C.G.S.-Einh. eine magn tische Doppelbrechung, „die an der Grenze des überhau Wahrnehmbaren lag“.[5])

Danach schien die Untersuchung anderer Substanzen we Erfolg zu versprechen, vielleicht ausgenommen stark ma netischer Medien. Diese unterzog Hr. Majorana der Beo achtung. Eisenlamellen, Eisenchloridlösungen und andere w *definierte* Eisenverbindungen zeigten *keine* magnetische Dopp brechung. Dagegen gelang es Hrn. Majorana *kolloid* Eisenoxydhydratlösungen zu finden, die in einem Felde v

1) A. Schmauss, Ann. d. Phys. 10. p. 658. 1903.

2) Qu. Majorana, Rendic. Acc. dei Lincei 11. 1. sem. p. 374, 4 531; 2. sem. p. 90, 139. 1902.

3) Vgl. Q. Majorana, l. c. die einleitenden Worte.

4) W. Voigt, Wied. Ann. 67. p. 345. 1899.

5) W. Voigt, l. c. p. 357.

18000 C.G.S.-Einh. bei einer Dichte von 1,001 in einem Trog von 7 cm Länge für grünes Licht einen Gangunterschied der parallel und senkrecht zu den Kraftlinien schwingenden Strahlen von 12 Wellenlängen ergaben.

Frisch bereitetes Eisenoxydhydrat in kolloidaler Lösung ist eine optisch leere Flüssigkeit. Durch jahrelanges Stehen wandelt es sich in ein trübes Medium um, das, senkrecht zum einfallenden Licht, in der Einfallsebene polarisiertes Licht reflektiert. Physikalisch haben wir uns den Vorgang wohl in der Weise zu denken, daß die *Lösung* allmählich den Charakter einer *Suspension* annimmt.

Eigentümlicherweise zeigt *frisches* Eisenoxydhydrat *keine* magnetische Doppelbrechung, wohl aber *altes*. Mit dem Alter *wächst* die Doppelbrechung.

Die bisweilen außerordentliche Größe der Doppelbrechung, die Unsicherheit des Erfolges, mit der die Herstellung der „aktiven Lösungen“ behaftet war, der Umstand, daß gerade solche kolloidale Lösungen, über deren Konstitution wir wenig wissen, „aktiv“ sind, rechtfertigen, wie ich glaube, den bereits erwähnten Gedanken, die beobachtete Doppelbrechung ließe sich vielleicht anders erklären, als dies von Hrn. Majorana geschehen ist.

I. Abschnitt.

Es möge im folgenden über die Versuche berichtet werden, die diesem Gedanken eine experimentelle Grundlage geben sollten.

1. Käufliches „Bravaissches Eisen“ von der Dichte 1,012 wurde mit vier Teilen destillierten Wassers verdünnt und etwa eine gleiche Menge flüssiger Gelatinelösung beigegeben. Letztere war durch Aufgießen heißen Wassers auf Gelatine erhalten. Erst nachdem die Lösung Zimmertemperatur angenommen hatte, wurde das Bravaissche Eisen damit vermischt.

Die Doppelbrechung im Magnetfelde wurde in der Weise beobachtet, daß durch die gekreuzten Nicolschen Prismen, deren Polarisationsebenen Winkel von 45° mit den Kraftlinien einschlossen, nach einer elektrischen Glühlampe gesehen wurde.

Die anfänglich vollständig flüssige Lösung erstarrt al mählich; es wurde an einer Reihe solcher Lösungen, die gleic nach der Herstellung in das Magnetfeld gebracht wurden, abe verschieden lang darin verweilten, beobachtet, wie lange di Doppelbrechung noch nach Verschwinden des magnetisierende Stromes in der Lösung erhalten blieb.

Die Messungen wurden in der Weise gemacht, daß di Zeit t' beobachtet wurde, während welcher der Kohlefade der Glühlampe noch deutlich sichtbar war, wenn nach de Zeit t, gerechnet vom Einbringen der frisch bereiteten mit Gelatine versetzten Lösung in das Magnetfeld (Stärk 9000 C.G.S.-Einh.), der magnetisierende Strom für die Daue dieser Zeit t' geöffnet wurde. Nachher wurde der Stron wieder geschlossen, bis eine zweite, gleiche Beobachtung an gestellt wurde.

Die Tab. 1 gibt ein Bild dieser Messungen.

Tabelle 1.

t	0	10′	20′	35′	50′	55′	65′
t'	0	1—2″	3—5″	7″	8″	12″	**dauernd doppelbrechend**

Wie man sieht, bleibt die Doppelbrechung um so länge bestehen, als die Lösung zähflüssiger wird. Nach 65′ bliel sie dauernd bestehen. Die Gelatinelösung war dabei nocl vollkommen plastisch, sie konnte durch Neigen des Gefäße ausgegossen werden.

Es war leicht, sich zu überzeugen, daß die Doppelbrechun in *voller Stärke* bestehen blieb, dadurch, daß man die Doppel- brechung der Lösung mit einem senkrecht zu den Kraftlinie gepreßten Glasstreifen kompensierte und sah, ob beim Aus schalten des Magnetfeldes der Glühfaden erschien. Das wa *nicht* der Fall.

Je nach der Konzentration der beigegebenen Gelatine lösung hat man länger oder kürzer zu warten, bis die Doppel brechung in voller Stärke bestehen bleibt.

Durch *Umrühren* ließ sich die remanente Doppelbrechun sofort *aufheben*.

Da die Lösung durch ihre Lage zu den Polen des Magneten symmetrischen Temperatureinflüssen unterworfen ist, die eine etwaige Spannung und damit Doppelbrechung zur Folge haben könnten, war der Kontrollversuch, ob eine mit Gelatine versetzte Lösung zwischen den Polen *ohne* Magnetfeld doppelbrechend wird, geboten. Es trat keine Doppelbrechung auf, bis die Gelatine *fest* und dann selbst doppelbrechend wurde.

Denselben Erfolg wie die Beigabe von Gelatine hatte die Vermischung mit Hausenblase.

Ohne die Beigabe von Gelatine oder Hausenblase ließ sich die Doppelbrechung fixieren, wenn man eine Bravaissche Lösung auf einer Glasplatte im Magnetfelde *eintrocknen* ließ. Da eingetrocknete Lösungen solcher kolloidaler Gebilde überhaupt doppelbrechend werden, allerdings mit keiner ausgezeichneten Richtung *in* der Ebene der Lamelle [1]), wurde auch ohne Magnetfeld eine Lösung zwischen den Polen eingetrocknet. Diese zeigte die charakteristische Doppelbrechung nicht.

Das Ergebnis dieses ersten Teiles ist: *Es läßt sich durch geeignete Mittel, welche die Flüssigkeit zum Erstarren bringen, die im Magnetfelde in der Flüssigkeit beobachtete Doppelbrechung dauernd erhalten.*

2. Ferner ließ sich zeigen, daß auch das *Anwachsen* der Doppelbrechung in diesen zähflüssigen Lösungen bis zur vollen Stärke Zeit braucht.

Es wurde ein 10 cm hoher Glastrog benützt, der im Magnetfeld (Durchmesser des homogenen Feldes 2,5 cm) rasch auf und ab bewegt werden konnte, so daß stets neue Lösung in das Magnetfeld eintrat. Zuerst wurde die Stärke des magnetisierenden Stromes so gewählt, daß die Doppelbrechung der ruhenden Lösung gleich der des kompensierenden Glasstreifens, der Kohlenfaden der Lichtquelle also nicht sichtbar war. Dann wurde der Trog rasch auf und ab bewegt. Das Erscheinen des Kohlenfadens, der wieder verschwand, nachdem der Trog einige Zeit in Ruhe war, zeigte an, *daß die Doppelbrechung Zeit braucht, um in einer gelatinösen Lösung in voller Stärke zu erscheinen.*

---

1) Vgl. darüber P. Groth, Physikal. Krystallographie 2. Aufl. p. 133. 1885.

3. Es wurde eine frisch mit Gelatine versetzte Lösung in das Magnetfeld gebracht und beobachtet, bei welcher Stärke des magnetisierenden Stromes die Doppelbrechung der Lösung durch eine bestimmte Kompression des Glasstreifens kompensiert wurde. Hierauf wurde der Strom geöffnet, die Lösung zwischen den Polen belassen, bis die remanente Doppelbrechung verschwunden war und nach der Zeit *t* beobachtet, bei welcher Stromstärke jetzt die Doppelbrechung der Eisenlösung gleich der des Glasstreifens wurde. In Tab. 2 sind die Beobachtungen eingetragen.

Tabelle 2.

t	0	5′	10′	15′	20′	25′
Ampèrezahl	5 Amp.	5 Amp.	6 Amp.	7 Amp.	8,25 Amp.	nicht mehr doppelbrechend

Wie man sieht, *läßt es sich durch Beigabe von Gelatine, welche die Lösung allmählich zum Erstarren bringt, erreichen, daß die Lösung unter dem Einflusse des Magneten nicht mehr doppelbrechend wird.*

Durch Aufgießen einiger Tropfen warmen Wassers und kräftiges Umrühren konnte der Lösung die ursprüngliche Doppelbrechung wiedergegeben werden. Wenn man nicht zu lange gewartet hat, genügt Umrühren allein. Diese Tatsache zeigt uns, daß es nicht eine dauernde *chemische* Änderung gewesen, welche der Lösung die Eigenschaft, im Magnetfelde doppelbrechend zu werden, benommen hat.

4. Bei dem Bestreben, den Temperaturkoeffizienten der Doppelbrechung zu bestimmen, zeigte sich das Resultat, daß die Bravaissche Lösung (ohne Gelatinezusatz) bei gewöhnlicher Temperatur *stark negativ* doppelbrechend war, mit steigender Temperatur nahm die Doppelbrechung ab, bei einer bestimmten Temperatur war *keine* Doppelbrechung vorhanden, darüber hinaus wurde sie *positiv.*

In folgender Tab. 3 bedeutet ϑ die Temperatur der Lösung; bei der zugehörigen Ampèrezahl des magnetisierenden Stromes war die Doppelbrechung der Lösung so stark wie die des kompensierenden Glasstreifens.

Tabelle 3.

a) Negative Doppelbrechung.

ϑ	22°	26°	32°	37°	42°	45°	47°	52°
Ampèrezahl	4,5 A.	4,75 A.	6 A.	7 A.	9 A.	11,5 A.	15 A.	∞

b) Positive Doppelbrechung.

ϑ	52°	59°	62°	65°	70°
Ampèrezahl	∞	11 Amp.	10,5 Amp.	10 Amp.	9 Amp.

Der Umkehrpunkt lag also für diese Lösung zwischen 52° und 54°. Bei dieser Temperatur konnte die Lösung nicht doppelbrechend gemacht werden.

Es wurden verschiedene Konzentrationen hergestellt, und auch für diese der Umkehrpunkt bestimmt. Es ergab sich für alle *dieselbe* Temperatur, bei welcher eine Doppelbrechung nicht auftrat.

Auch diese positive Doppelbrechung der über 52° erhitzten Lösung läßt sich fixieren, wenn man auf einer Glasplatte im Magnetfeld die Lösung durch eine darunter gestellte Flamme erhitzt und eintrocknen läßt.

Dieses Resultat des Überganges der Doppelbrechung von negativer zu positiver bei einer Temperatur, die für alle Konzentrationen dieselbe war, erinnert an eine Beobachtung Majoranas[1], der bei manchen Lösungen einen durch *Erhöhung der Feldstärke* stattfindenden Übergang von positiver zu negativer Doppelbrechung feststellen konnte. Der Inversionspunkt zeigte sich hier für alle Konzentrationen derselben Lösung *konstant* in Bezug auf die *Feldstärke.*

5. *Abhängigkeit von Beimengungen* Die Doppelbrechung wurde durch Beigabe von Alkohol oder Glyzerin (wenn letzteres kein Ausfällen des Eisenoxyds zur Folge hatte) nicht wesentlich verändert. Dagegen verminderte die Beigabe einer konzentrierten Gummilösung (Dichte 1,15) die Doppelbrechung. Gleichzeitig nahm die Lösung ein mehr rötliches Aussehen an, während eine wässerige Lösung gelb ist.

1) Q. Majorana, l. c. 11. 1. sem. p. 533.

Es wurden gleiche Volumenkonzentrationen von wässerigen und Gummilösungen (körniges Gummi arabicum) hergestellt. Um in der letzteren eine Doppelbrechung gleich der des Glasstreifens zu erreichen, war ein Feld von 7000 C.G.S.-Einh. notwendig, während in der wässerigen Lösung 6200 C.G.S.-Einh. genügten. Noch konzentriertere Gummilösungen (Dichte 1,2) eigneten sich besonders gut zu zeigen, daß die Doppelbrechung in solchen dickflüssigen Lösungen längere Zeit braucht, bis sie ganz verschwindet. Der Kohlefaden, der durch die gekreuzten Nicols beobachtet wurde, war noch etwa 20″ nach Ausschalten des Stromes in abnehmender Helligkeit zu sehen. Rührte man die Gummilösung mit einem Glasstab um, dann war er sofort verschwunden.

Eine merkwürdige Einwirkung zeigte Eisenchloridlösung. Dieselbe bringt, wie andere Salzlösungen, das Eisenoxydhydrat zur Fällung. Gibt man jedoch nur einige Tropfen Eisenchlorid der Bravaisschen Lösung bei, dann zeigt sich die Doppelbrechung außerordentlich *verstärkt.* Es gelang z. B. die Doppelbrechung des Glasstreifens, die vorher in einem Felde von 7500 C.G.S.-Einh. kompensiert war, nach Beigabe von etwas Eisenchlorid schon bei 2500 C.G.S.-Einh. zu kompensieren. Nach etwa 5′ wurde die Lösung trübe, dann nahm die Doppelbrechung rasch ab.

Es wurden auch für diese Lösungen die Temperatur bestimmt, bei welcher sie *nicht* doppeltbrechend waren. Für alkoholische, mit Glyzerin und Gummi versetzte Lösungen ergaben sich nahe dieselben Temperaturen. Dagegen lag die Temperatur für eine wässerige Lösung, der einige Tropfen Eisenchlorid beigegeben wurden, wesentlich höher, nämlich zwischen 62 und 64°.

6. Mit denselben Mitteln wie die magnetische Doppelbrechung läßt sich auch die von Hrn. Majorana gefundene „bimagnetische“ Drehung der Polarisationsebene fixieren. Es wurden solche Lösungen, die nach Angabe Hrn. Majoranas senkrecht zum Magnetfeld eine Drehung der Polarisationsebene, deren Sinn von der Richtung der Kraftlinien unabhängig ist, ergeben, mit Gelatine versetzt. *Die Drehung blieb bestehen,* wenn die Lösung zähflüssig geworden war

II. Abschnitt.

Betrachten wir die erhaltenen Resultate, dann geht, wie ı glaube, daraus hervor, daß die von Hrn. Majorana geadenen Erscheinungen eine andere Erklärung zulassen, als ɜ ihnen Hr. Majorana gegeben hat.

Die Tatsache, daß sich durch Beigabe zähflüssiger Medien ie Doppelbrechung erhalten läßt, daß sich die Lösung ohne ine chemische Änderung in einen Zustand versetzen läßt, in relchem sie nicht doppelbrechend wird, scheint die Annahme u rechtfertigen, daß suspendierte Teilchen unter dem Einlusse des Magnetfeldes *gerichtet* werden.

Das Gesetz, das Hr. Majorana für die Größe der Doppelbrechung aufgestellt hat

$$\beta = \frac{K \cdot l(\delta - 1) H^2 \lambda^2_{Na}}{\lambda^2},$$

worin K eine Konstante, l die Schichtdicke, $(\delta - 1)$ die Konntration, H die Feldstärke bedeutet, widerspricht unserer Annahme nicht.

In der Formel ist charakteristisch, daß die *Feldstärke* im *Quadrat* eingeht. Bekanntlich[1]) ist das Drehungsvermögen, las in einem magnetischen Felde auf aufgehängte Körper usgeübt wird, proportional mit dem *Quadrat* der Feldstärke.

Sind die im I. Abschnitt in den Absätzen 1 bis 3 und bis 6 mitgeteilten Tatsachen ohne weiteres mit der Vorstellung erträglich, daß es sich um die Richtung suspendierter Teilhen handelt, so bedarf der Absatz 4 näherer Erörterung.

Es wurde dort gezeigt, daß sich für eine bestimmte *Temeratur* der Sinn der Doppelbrechung umkehrt, und diese Erscheinung in Beziehung gesetzt zu dem Resultate Majoranas, laß manche Lösungen für ein bestimmtes *Feld* eine Umkehr rgeben.

Die „trüben Medien", zu welchen auch das Bravaissche Eisen gehört, sind Suspensionen eines Mediums A in einem Medium B. Den beiden Bestandteilen werden wir verschiedene magnetische Permeabilität zuschreiben müssen. Dann er-

1) Vgl. G. Wiedemann, Die Lehre von der Elektrizität. 2. Aufl. p. 1003. 1895.

innert das Verhalten der Lösungen bei Temperaturerhöhung an das bekannte magnetische Verhalten gewisser, aus magnetischen und diamagnetischen Substanzen gemengter Stoffe.[1] Der eine Bestandteil, der sich bei gewöhnlicher Temperatur dem anderen gegenüber als magnetischer Körper verhält, erlangt bei höherer Temperatur infolge verschieden starker Abnahme des Magnetismus diamagnetische Eigenschaften. Waren die Teilchen *A* z. B. erst axial orientiert, dann werden sie sich jetzt in die äquatoriale Lagen begeben. Von Faraday[2] wurde die magnetische Einstellung von Kristallen in verschieden stark magnetischen Flüssigkeiten eingehend untersucht.

Von dem gleichen Gesichtspunkt läßt sich das Resultat Majoranas betrachten, die *Änderung des Sinnes der Doppelbrechung* (Inversionspunkt) bei einer *bestimmten Feldstärke*: Auf der verschieden schnellen Annäherung der magnetischen Anziehung und diamagnetischen Abstoßung der Körper durch die Pole an ein Maximum mit wachsender magnetisierender Kraft beruht das eigentümliche Verhalten, welches Gemenge verschieden stark magnetischer Substanzen vor den Magnetpolen zeigen.[3] An Stelle der vorherigen Anziehung kann Abstoßung eintreten. Die Bedingung für die Existenz eines solchen Inversionspunktes ist das Schneiden der beiden Kurven, welche für die beiden Bestandteile die Abhängigkeit der Magnetisierung von der magnetisierenden Kraft angeben.

Es erübrigte noch zu untersuchen, ob eingetrocknete oder mit Gelatine versetzte dauernd doppelbrechende Lösung magnetische Polarität zeigt. Mit einem Weberschen Magnetometer, dessen Empfindlichkeit ausreichte, um den Eisengehalt gewöhnlichen Kupfers festzustellen, konnte wohl paramagnetisches Verhalten, aber *keine* Polarität beobachtet werden. Die Abhängigkeit der Doppelbrechung von dem *Quadrate* der Feldstärke ließ das wohl voraussehen.

Dieses Resultat setzt sich in Beziehung zu folgendem Experiment: In der konzentrierten Gummilösung blieb die Doppelbrechung etwa 20″ bestehen. Man konnte daher rasch den magnetisierenden Strom umkehren, ehe die Doppelbrechung

1) G. Wiedemann, l. c. p. 1007.
2) M. Faraday, Pogg. Ann. **100**. p. 111 u. 439. 1857.
3) G. Wiedemann, l. c. p. 949.

schwand. Waren die Teilchen polarmagentisch, dann mußte h Umschalten des Stromes das Bild des Kohlefadens erst schwinden und dann wieder erscheinen, was nicht der ll war.

Es erscheint nicht überflüssig, zu bemerken, daß bei Beachtung der Lösungen parallel zu den Kraftlinien linearlarisiertes Licht nie eine Veränderung zeigte. Leider wich e Faradaysche Drehung der Polarisationsebene so wenig n der des Wassers ab, daß sie keinen Aufschluß geben onnte über die stete Veränderung der Zusammensetzung, elche das Medium durch das Richten der suspendierten Teilhen erleiden mußte.

III. Abschnitt.

Da nach den vorliegenden Untersuchungen der *Suspensionscharakter* der Eisenlösungen von Bedeutung zu sein scheint, wurde gesucht, ob nicht andere kolloidale Lösungen die Erscheinung der Doppelbrechung im Magnetfelde zeigen.

Mastixtrübungen, Seifenlösungen, kolloidale Kieselsäure, Schwefellösungen [1], kolloidale Silber- und Goldlösungen [2] zeigten eine Doppelbrechung.

Resultat.

Die vorliegenden Untersuchungen lassen die Annahme zu, aß die von Hrn. Majorana gefundene Doppelbrechung im Magnetfelde dadurch erklärt werde, daß suspendierte Teilchen, eren Vorhanden in einer kolloidalen Eisenlösung wohl nicht u bezweifeln ist, durch das Magnetfeld gerichtet werden.

München, Physikal. Institut der Universität, Mai 1903.

1) Hergestellt nach G. Quincke, Ann. d. Phys. 9. p. 991. 1902.
2) Hergestellt nach G. Bredig, Beibl. 25. p. 668. 1901.

(Eingegangen 20. Mai 1903.)

10. *Ein neuer Apparat zur Verflüssigung des Wasserstoffs; von K. Olszewski.*

(Aus dem „Bulletin International de l'Académie des Sciences de Cracovie" Mai 1903.)

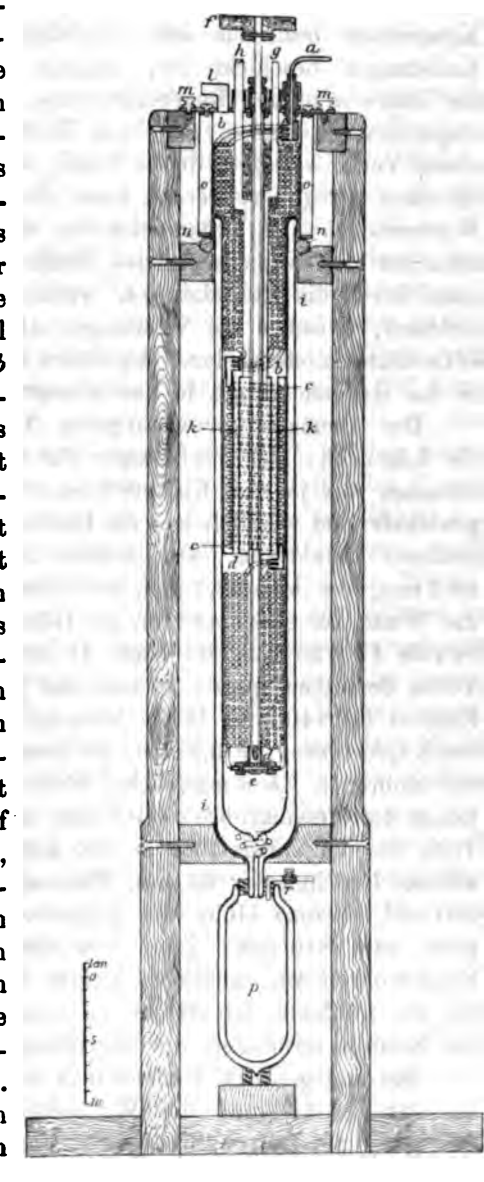
In meiner früheren Abhandlung[1]) habe ich zwei Luftverflüssigungs- sowie einen Wasserstoffverflüssigungsapparat beschrieben. Unlängst habe ich einen neuen Wasserstoffverflüssiger erprobt, mit dessen Herstellung ich während der letzten Monate beschäftigt war. Die Probe ist sehr gut ausgefallen, und hat bewiesen, daß dieser neue Apparat während der Verflüssigung des Wasserstoffs noch besser funktioniert als der von mir vorher beschriebene, und daß er sowohl zur Verflüssigung größerer Mengen Luft wie auch zur demonstrativen Verflüssigung derselben Anwendung finden kann. Das Prinzip des Apparates ist dasselbe geblieben; der Unterschied besteht hauptsächlich darin, daß die beiden Regeneratoren sowie der dazwischenliegende Kühler, welcher zur Aufnahme von flüssiger Luft dient, in demselben Vakuumgefäße untergebracht worden sind. Auf diese Weise wurde eine bessere Wärmeisolierung aller Apparatenteile erreicht, wodurch die Menge der flüssigen Luft, die zur Abkühlung des Apparates und des Wasserstoffs erforderlich ist, erheblich reduziert wurde. Es entfiel auch die Notwendigkeit Wolle zur Isolierung des Apparates anzuwenden, wodurch die Ausmaße sowie das Gewicht des Apparates beträchtlich verkleinert wurden, und der Apparat ein stattlicheres und übersichtlicheres Aussehen gewann.

Die beigefügte Figur stellt einen vertikalen Schnitt durch den Apparat vor. Der Verflüssiger *dd*, der Kühler *bd* und

---

1) K. Olszewski, Bulletin de l'Académie des Sciences de Cracovie Dezember 1902; Ann. d. Phys. 10. p. 768—782. 1903.

egenerator *b b* sind an einer Neusilberröhre festgemacht, mit ihrem oberen Ende an die Messingplatte *m m*, mit einer entsprechenden Mutter, welche gleichzeitig zum ten der Ventil- *f e* dient, an- ubt ist. Die ben *m m* dienen festigen der Mes- te, und somit des metallenen Tei- pparates an das e Gestell. Der iger *d d*, sowie re, engere Teil egenerators *b b* t Flanell so um- daß sie in das gefäß *i i* mit Reibung hinein- das Gefäß ist versilbert, mit me des unteren unterhalb des *e*. Das Messing- *o*, welches im Teile an den deckel dicht an- ubt ist, ruht mit teren Teile auf tschukringe *n n*, man durch An- der Schrauben en gasdichten ß zwischen dem Apparatenteile dem Vakuum- erreichen kann. aum zwischen hre *o o* und dem



erweiterten Teile des Regenerators *bb* ist behufs Isolat
mit Flanell ausgefüllt. Das Röhrchen *g* dient zum Hin
gießen von flüssiger Luft in den Kühler *bd*, die verdam
Luft entweicht durch die Röhre *h* nach außen. Aus d
Kompressor bez. aus dem Hochdruckreiniger, welcher
Kalistangen beschickt ist, gelangt der Wasserstoff du
die Röhre *a* in den Regenerator *bb*, und darauf, durch
abgekühlte Spirale *cc*, in den Verflüssiger *dd*, welcher
einem Ventil *e* endet; dieses Ventil, welches mittels des G
rädchens *f* reguliert werden kann, dient zum Entspannen
Wasserstoffs. Das expandierte Gas strömt auf dem Rückw
zwischen den Windungen des Verflüssigers *dd* und gela
dann durch die Röhrchen *kk*, welche sich in dem Kühler
befinden, zwischen die Windungen des Regenerators *bb*, u
entweicht schließlich durch die Röhre *l* nach außen bez. zur
in das Gasometer und in den Kompressor.

Die Ausmaße der wichtigeren Teile des Apparates s
die folgenden: Der Verflüssiger *dd* und der Regenerator
bestehen aus je drei Kupferröhren, welche einander para
gewickelt sind, ähnlich wie die Drähte der sekundären Spu
größerer Induktoren. Der äußere Durchmesser der Röh
ist 2 mm, der innere 1,2 mm, die Höhe der Spirale *dd* 140 m
die Weite derselben 48 mm, die Höhe des engeren Teiles d
Spirale *bb* 120 mm, die Weite 48 mm, die Höhe des weite
Teiles derselben Spirale 50 mm, die Weite 68 mm. Länge d
Kühlers *bd* 140 mm, Weite 50 mm, der äußere Durchmes
des Kupferrohres *cc* 3,8 mm, der innere 2,4 mm; lichte We
der Röhrchen *kk* 6 mm, lichte Weite des Röhrchens *l* 8 m
Länge der Messingröhre *oo* 100 mm, ihre Weite 90 mm. Inn
Tiefe des Vakuumgefäßes *ii* 500 mm, innere Weite 51 m
äußerer Durchmesser 65 mm, Fassungsraum des Rezipiente
200 cm³. Ganze Höhe des Apparates bis zu der Messi
platte *mm* 810 mm. Zum Bau der Regeneratoren wurd
Kupferröhren von möglichst kleiner lichten Weite angewan
um die kühlende Oberfläche zu vergrößern; größere Anz
der Röhren vermindert die übermäßige Reibung des Gases.

Die angegebenen Dimensionen des Apparates haben si
bei der Verflüssigung des Wasserstoffs, sowie bei der V
flüssigung der Luft während einer Vorlesung sehr gut bewäh

Sollte der Apparat auch zur Verflüssigung größerer Mengen Luft (3—6 Liter pro Tag) Verwendung finden, dann würde eine geringere Vergrößerung (um $^1/_5$) der lichten Weite aller Röhren und Gefäße angezeigt sein, wobei die Länge der einzelnen Teile, sowie die Höhe des ganzen Apparates (um $^1/_{10}$) kleiner ausfallen könnte.

Um Wasserstoff zu verflüssigen, muß man bekanntlich zuerst den Regenerator *d d* auf die Temperatur der flüssigen Luft abkühlen. Aus den verschiedenen Kühlungsmethoden, welche angewandt werden können, hat sich die folgende als die beste erwiesen: Man gießt in den Kühler *d b* flüssige Luft durch das Röhrchen *g* solange hinein, bis die Flüssigkeit durch das Röhrchen *h* in Gestalt kleiner Tröpfchen herauszuspritzen anfängt; darauf verbindet man die Röhre *a* mit einer Stahlflasche von 13 Liter Fassungsraum, welche trockene und kohlensäurefreie Luft unter einem Drucke von etwa 100 Atm. enthält, sowie mit einem Metallmanometer, welches an der rechten Seite des hölzernen Gestelles befestigt werden kann. Durch Öffnen des Ventiles *e* mit Hülfe des Griffrades *f* vermittelt man die Entspannung der Luft, welche im Kühler *b d* auf die Temperatur der siedenden Luft abgekühlt wird, und innerhalb 4—5 Min. den Regenerator *d d* auf diese Temperatur abkühlt. Wenn sich im unteren Teile des Gefäßes *i i* etwa 20—30 cm³ flüssige Luft angesammelt haben, verschließt man die Flasche mit komprimierter Luft, wodurch der Druck im Apparate in kurzer Zeit auf 1 Atm. sinkt. Man verbindet darauf den Apparat mit Hülfe des Rohres *a* mit dem Kompressor, bez. dem Hockdruckreiniger des Hampsonschen Apparates, welcher Wasserstoff unter einem Drucke von 150 bis 200 Atm. enthält, und leitet in den Apparat Wasserstoff unter schwwachem Drucke hinein, indem man das Ventil des Reinigers vorsichtig aufmacht, wodurch der Rest der flüssigen Luft, welche sich im Regenerator *d d* befand, entfernt wird. Die flüssige Luft, welche sich im Gefäße *i i* befindet, wird in das Gefäß *p* durch Öffnen des Hahnes *r* abgelassen; das Gefäß *p*, welches mit dem Abflußrohre des Gefäßes *i i* mit Hülfe eines Kautschukstopfens verbunden ist, kann leicht abgenommen, und die Luft daraus herausgegossen werden.

Eine Stahlflasche, welche Luft unter einem Drucke von

100 Atm. enthält, kann einige Male zum Abkühlen des Apparates dienen und diese Kühlungsmethode ist auch aus dem Grunde vorteilhaft, daß die flüssige Luft mit dem Flanell, welches zur Abdichtung des Regenerators *d d* dient, nicht in Berührung kommt, und deshalb leichter aus dem Apparate zu entfernen ist.

Nach wiederholter Abdichtung des Rezipienten *p* läßt man Wasserstoff noch einige Minuten durch den Apparat unter kleinem Drucke strömen, um die Luft gründlich zu entfernen. Nachdem dieses bereits geschehen ist, verschließt man das Expansionsventil *e*, und setzt den Kompressor in Gang; wenn der Druck auf 200 Atm. gestiegen ist, beginnt man die Expansion bez. die Zirkulation des Wasserstoffs, indem man das Ventil *e* vorsichtig aufmacht. Um die Entspannung zu regulieren, bedient man sich der Angaben des oben erwähnten Metallmanometers für hohe Drucke, sowie eines Glyzerinmanometers (welches in der Zeichnung nicht ersichtlich ist); dieses ist an der linken Seite des oberen Teiles des hölzernen Gestelles befestigt und mit dem Röhrchen *l* mittels einer entsprechenden Abzweigung verbunden. Beinahe gleichzeitig mit dem Beginn der Entspannung des Wasserstoffs fängt die dieses Gas verunreinigende Luft an zu erstarren; nach Ablauf von einer Minute ungefähr beginnt auch der Wasserstoff sich zu verflüssigen und sammelt sich im unteren Teile des Gefäßes *i i* an. Durch Lüften des Hahnes *r* läßt man flüssigen Wasserstoff durch ein Leinwandsieb (welches in der Figur nicht abgebildet ist) in den versilberten Rezipienten *p* hinunterfließen. Nach Ablauf von 8—10 Min., vom Beginn des Expandierens gerechnet, füllt sich der Rezipient von 200 cm³ Fassungsraum vollständig mit flüssigem Wasserstoff an. Die zum Abkühlen des Apparates sowie zum Verflüssigen von 200 cm³ Wasserstoff verbrauchte Menge flüssiger Luft betrug bloß 1700 g. Die Verflüssigung weiterer Portionen Wasserstoff erfordert in dem bereits abgekühlten Apparate nur kleine Luftmengen mehr. In einem versilberten Vakuumgefäße hält sich der flüssige Wasserstoff verhältnismäßig lange: die vollständige Verflüchtigung einer 200 cm³-Portion dieser Flüssigkeit fand erst nach Verlauf von fünf Stunden statt, obwohl dieselbe Portion zur Messung der elektrischen Leitfähigkeit von sieben Spulen mit aufgewickelten Metalldrähten diente.

Der oben beschriebene Apparat funktioniert im allgemeinen tadellos; ich bemerkte nicht einmal eine zeitweilige Verstopfung des Expansionsventiles, obwohl der Wasserstoff, wahrscheinlich infolge des Undichtwerdens des Kompressors, während des Versuches ziemlich stark mit Luft verunreinigt wurde. Die Analyse des Wasserstoffs nach Beendigung des Experimentes ergab einen Gehalt von 0,9 Proz. Sauerstoff. Das regelmäßige Funktionieren des Expansionsventiles ist dadurch erzielt worden, daß der Regenerator *dd* aus drei parallelen Kupferröhren zusammengewickelt, sowie daß das Gewinde der Ventilstange in den unteren Teil des Kühlers *bd* versetzt worden ist, an welchem Orte die den Wasserstoff verunreinigende Luft nicht erstarren, und die Bewegungen des Ventiles nicht hemmen kann. Um jedoch die Verstopfung der dünnen Kupferröhrchen des Regenerators zu verhüten, soll man sie vor einem jeden Experimente genau trocknen, indem man durch dieselben vermittelst einer Pumpe Luft zieht.

Krakau, I. chemisches Universitätslaboratorium.

(Eingegangen 3. Mai 1903.)

11. *Die spezifische Wärme der Lösungen von Naphtalin in verschiedenen organischen Lösungsmitteln; von Carl Forch.*

---

1. In den im folgenden beschriebenen Versuchen wu
die spezifische Wärme von Naphtalinlösungen, zu welchen
Lösungsmittel benutzt wurden: Schwefelkohlenstoff, Toh
Benzol, Chloroform und Äthyläther, nach der Pfaundlersd
Methode gemessen, und zwar teilweise relativ unter Verw
dung zweier identischer Kalorimeter, teilweise absolut, ind
die dem Kalorimeter zugeführte Wärmemenge durch Ze
Strom- und Widerstandsmessung bestimmt wurde. Schwe
kohlenstoff und Chloroform wurden aus reinen Produk
nochmals überdestilliert, Benzol (thiophenfrei) und Äthylät
(über Na destilliert) waren als „purissima", Toluol als „puru
von E. Merck bezogen. Naphtalin war „puriss. cryst.".

2. *Das Instrumentarium.* Die Temperaturen wurden
zwei genau gleichen in $^1/_{50}{}^0$ geteilten Thermometern, die
eine vor der Herstellung derselben vorgenommene Kalibrat
ihrer Röhren ergab, keine irgendwie zu berücksichtiger
Kaliberfehler hatten, abgelesen. Die Kalorimeter waren 10,5
hohe, 8,5 cm breite zylinderförmige Messinggefäße von et
114 bez. 100 g Gewicht. Die Erwärmung erfolgte durch He
spiralen aus Konstantandraht von 0,2 mm Durchmesser u
8,97 Ω bez. 8,63 Ω Widerstand. Der Draht war auf vertik
Glimmerplättchen aufgespannt. An denselben waren di
Kupferdrähte angelötet, welche in Glasröhrchen eingekit
waren. Durch diese waren die Widerstände in Korken l
festigt, und konnten so in passende Stutzen eingesetzt werd
Zur Heizung wurden die beiden hintereinander geschaltet
— bez. der eine und ein Kupfervoltameter — mit einem e
sprechenden Vorschaltwiderstand an die Lichtleitung a
geschlossen. Der Strom betrug 0,8—1,0 Amp. Die Therm
meter saßen etwas außerhalb der Achse der Gefässe. E

dritter, durch einen Kork verschließbarer Stutzen im Deckel der Kalorimeter, diente zum Einfüllen von Lösungsmittel bez. Naphtalin.

Gerührt wurde durch Drehen [1]) der Kalorimeter um eine vertikale Achse. Um die Mischung in den ja ziemlich großen Gefäßen zu beschleuuigen, war längs der Lötnaht das Blech zu einem etwa 2 cm breiten Lappen radial nach innen gebogen. Die Fläche der oben erwähnten Glimmerplättchen, welche die Heizdrähte trugen, standen so, daß letztere bei einer raschen Drehung der Gefäße durch die infolge ihrer Tätigkeit zurückbleibende Flüssigkeit fast völlig frei hindurch gingen. — Die Kalorimeter standen durch Korkschneiden bez. Korkstützen gehalten in Zinkgefäßen von etwa 16 cm Höhe und 15 cm Durchmesser. An den oberen Rand derselben war nach außen ein starker Zinkring gelötet, der auf dem Rand eines großen Metalltopfes ruhte, welcher als Wasserbad diente. An dem Zinkring befand sich ein Handgriff, der die Drehung des inneren Gefäßes und mit ihm die des Kalorimeters in dem Metalltopf ermöglichte. An der Außenseite der Zinkgefäße befindliche, schwach gegen die Vertikale geneigte Lappen rührten hierbei das Wasserbad. Die Versuche ergaben, daß so bei häufigem Rühren ein hinreichend rascher Temperaturausgleich innen und außen erfolgte. Unterhalb des Wasserbades stehende Gasflammen, welche durch Quetschhähne regulierbar waren, ermöglichten eine langsame Erwärmung des Bades; eine Wasserleitung mit Überfallrohren erlaubte die Abkühlung durch Leitungswasser. — Bei den absoluten Messungen erfolgte die Zeitbestimmung durch ein elektrisch an eine gute Pendeluhr angeschlossenes Sekundenschlagwerk. Zur Strommessung diente ein Kupfervoltameter, dessen Platinplatte 5×4 cm hatte.

3. *Die Beobachtungsmethode.* Nachdem die mit den betreffenden Flüssigkeiten gefüllten und gewogenen Kalorimeter zusammengesetzt waren, wurde die Temperatur an den beiden Thermometern unter wiederholtem Rühren abgelesen. Eine besondere Vorrichtung wegen des Parallaxefehlers war, da hier

1) F. Möller, Ann. d. Phys. 7. p. 260. 1902; A. Ponsot, Ann. de chim. et phys. (7) 10. p. 79. 1897.

größere Temperaturintervalle gemessen wurden (6—8°) nich
nötig; es genügte bei großem Abstand des beobachtende
Auges die einfache Ablesung mit einer Lupe von etwa 10 c
Brennweite. Um die aus der Abstrahlung bez. Wärmeleitun
auftretenden Fehler möglichst zu eliminieren, wurden die Ten
peraturen der Bäder unter Verwendung der oben erwähnte
regulierbaren Gasflammen stets nahe gleich der Temperat
des betreffenden Kalorimeters gehalten. Der Strom wurd
alsdann geschlossen und die Zeit des Stromschlusses notier
Sowie die Temperatur im Kalorimeter die des Bades — let
tere war zu Beginn des Versuches stets ein wenig höher a
erstere — erreicht hatte, wurden die Heizflammen zur E
wärmung der Bäder angezündet und reguliert. Die in $^1/_1$
geteilten in den Bädern befindlichen Hülfsthermometer wurde
jede volle Minute abgelesen und in der Zwischenzeit die beide
Kalorimeter gleichmäßig gerührt. Die Zeit des Auslöscher
der Heizflammen, der Unterbrechung des Stromes und de
Endes des ganzen Versuches wurden wieder notiert.

Um die im Verlaufe eines Versuches aus anderen U
sachen als der elektrischen Heizung entstandenen Temperatu
änderungen berücksichtigen zu können, wurde alsdann, sowol
wenn die Bäder etwa 2° wärmer als wenn sie ebensovi
kälter als die Kalorimeter waren, von Minute zu Minute sech
mal die Innentemperatur sowie die Badtemperatur zu Begin
und Ende dieser Reihen ermittelt und so der Temperatu
anstieg bez. -Abfall für die Minute bestimmt. Diese Temp
raturänderungen sind von zwei Ursachen bedingt; einmal dur
die beim Rühren in Wärme umgesetzte Arbeit sowie die ni
ganz zu vermeidende Verdampfung, zum anderen durch Al
strahlung sowie Wärmeleitung. Man konnte sich durch de
Geruch überzeugen, daß stets etwas verdampfte. An de
Korken war eies ja direkt vorauszusehen; außerdem bildete
sich in den Lotnähten trotz aller Sorgfalt bei der Herstellun
der Kalorimeter immer wieder feine Kanäle, da die dünne
Bleche sich etwas verbogen. Standen die Kalorimeter länger
Zeit mit Lösung gefüllt, so fand sich fast immer eine Stell
an welcher Naphtalin in geringen Mengen sichtbar wurde, a
denen also Lösungsmittel verdampft war. Bezeichnet ma
die Temperaturänderung in der Minute mit dt und die Diff

renz zwischen Kalorimeter- und Badtemperatur mit δt, so muß die Beziehung bestehen $a + b\,\delta t = d\,t$, da die aus der zuerst erwähnten Ursache (Rühren + Verdampfen) auftretende Erwärmung ja innerhalb enger Grenzen von der Innentemperatur fast unabhängig ist. Die Konstanten a und b ließen sich also durch die beiden Hülfsbeobachtungsreihen ermitteln. Die Gesamtkorrektion wurde aus den oben erwähnten Temperaturbeobachtungen unter Berücksichtigung des zeitlichen Verlaufes des Temperaturanstieges im Bad bez. Kalorimeter in bekannter Weise alsdann an den Beobachtungen angebracht.

Einer weiteren Fehlerquelle, nämlich der Wärmezufuhr längs der Zuleitungsdrähte, wurde wenigstens bei den absoluten Bestimmungen Rechnung getragen. Bei den relativen Messungen, welche zuerst erfolgten, war dies übersehen worden, doch dürften die dadurch auftretenden Fehler sich ja fast in gleicher Weise in beiden Kalorimetern betätigen und so bei dem in die Rechnung eingehenden Verhältnis der beiden Temperaturerhöhungen aufheben. Zur Ermittelung dieser Korrektion war die Bestimmung der Temperaturänderung bei einer dritten Temperatur, sowie die Beobachtung der Lufttemperatur an der Eintrittsstelle der Zuführungsdrähte in das Kalorimeter nötig. Durch eine Überschlagsrechnung konnte man sich davon überzeugen, daß die so ermittelte Korrektionskonstante c (gleich Wärmezufuhr längs der Drähte in der Minute für 1° Temperaturdifferenz zwischen Kalorimeterflüssigkeit und Luft) mit der aus Länge, Querschnitt und Wärmeleitvermögen des Kupfers sich ergebenden Wärmezufuhr genügend übereinstimmte.

Das Verhältnis des Widerstandes der beiden Heizspiralen, das mit einer Brückenwalze nach jeder Versuchsreihe bestimmt wurde, war während aller Versuche merklich konstant. Es nahm langsam von 1,0392 bis 1,0402 zu. Bei den absoluten Messungen wurde der Widerstand selbst in gleicher Weise ermittelt. Der Temperaturkoeffizient des benutzten Konstantans betrug etwa 0,00028. Es ergab sich, daß für isolierende Flüssigkeiten die Verwendung von Konstantan bei der galvanischen Methode angängig ist, was gegenüber Platindraht den Vorteil der Unabhängigkeit des Widerstandes von der Temperatur hat.

4. Der Wasserwert der Kalorimeter und Thermome[illegible] wurde aus den Gewichten bez. Dimensionen berechnet. F[illegible] die relativen Messungen konnte derselbe noch in folgend[illegible] Weise verbessert werden. Es wurde wiederholt, wenn [illegible] beiden Kalorimetern dieselbe Flüssigkeit sich befand, aus d[illegible] bei einer galvanischen Heizung eintretenden Erwärmung[illegible] unter Einführung der bekannten spezifischen Wärme der b[illegible] treffenden Flüssigkeit das Verhältnis der Widerstände d[illegible] Heizspiralen rückwärts berechnet und dieser Wert dann z[illegible] Berechnung der Resultate an Stelle des an der Walzenbrüc[illegible] erhaltenen Verhältnisses benutzt. Ein etwaiger Fehler in d[illegible] Wasserwerten der Gefäße etc. mußte so wegfallen. Der Wasse[illegible] wert der Kalorimeter samt Thermometer betrug 13,5 b[illegible] 12,2 g-cal. Der Wasserwert der gefüllten Kalorimeter et[illegible] 170—180 g-cal.; es würde also ein Fehler von 2 Proz. b[illegible] den Kalorimetern das Resultat bezüglich der spezifisch[illegible] Wärme der Flüssigkeit erst um etwa 0,15 Proz. beeinflusse[illegible]

5. *Die Versuche.* Die spezifischen Wärmen von Äth[illegible] äther, Benzol und Schwefelkohlenstoff, sowie der Lösungen [illegible] Äther und Benzol wurden absolut, d. h. unter Verwendu[illegible] des Kupfervoltameters etc. gemessen. Alle anderen Besti[illegible] mungen sind relativ zu Schwefelkohlenstoff, d. h. unter V[illegible] wendung von zwei Kalorimetern und ohne anderweitige Stro[illegible] messung geschehen. Zur Kontrolle wurde eine Messreihe [illegible] Benzol in gleicher Weise gewonnen. Hiernach sind im f[illegible] genden die Bezeichnungen „absolut“ und „relativ“ zu v[illegible] stehen. Das elektrochemische Äquivalent des Cu ist glei[illegible] 0,3294, das Watt gleich 0,239 g cal/sec. gesetzt.

Tabelle I.

Chloroform.

Proz.	t_a	t_e	t_m	c_{t_m}	$c_{18°}$
0	16,60	21,46	19,03	0,2378	0,2372
3,152	16,30	22,46	19,38	0,2409	0,2408
4,496	15,92	21,92	18,92	0,2414	0,2413
6,762	16,20	21,83	19,02	0,2451	0,2450
8,054	15,82	21,07	18,44	0,2466	0,2466
8,180	16,02	22,19	19,10	0,2473	0,2472
9,635	15,70	21,35	18,52	0,2475	0,2474

Tabelle II.

Schwefelkohlenstoff.

Proz.	t_a	t_e	t_m	c_{t_m}	c_{18°
0 (abs.)	17,27	24,77	21,02	0,2426	0,2424
5,336	16,91	22,61	19,76	0,2480	0,2477
12,11	17,95	24,46	21,20	0,2568	0,2563
14,46	15,60	22,77	19,20	0,2596	0,2594

Tabelle III.

Toluol.

Proz.	t_a	t_e	t_m	c_{t_m}	c_{18°	
0	15,59	21,17	18,38	0,4038	0,4029	
0	16,13	21,71	18,92	0,0435	0,4015	0,4025
0	16,04	22,24	19,14	0,4055	0,4031	
2,546	16,57	23,62	20,10	0,4051	0,4006	0,4010
2,546	17,25	23,45	20,35	0,4065	0,4014	
10,87	17,11	23,18	20,14	0,4024	0,3976	0,3976
10,87	17,22	22,92	20,07	0,4021	0,3975	

Tabelle IV.

Benzol (relativ).

Proz.	t_a	t_e	t_m	c_{t_m}	c_{18°	
0	16,83	22,27	19,50	0,4153	0,4123	0,4126
0	17,66	23,28	20,47	0,4178	0,4128	
4,020	16,75	23,08	19,91	0,4134	0,4077	0,4086
4,020	17,35	22,73	20,04	0,4155	0,4094	
7,419	17,64	23,14	20,39	0,4147	0,4073	0,4066
7,419	17,01	23,41	20,21	0,4117	0,4058	

Tabelle V.

Benzol (absolut).

Proz.	t_a	t_e	t_m	c_{t_m}	$\frac{dc}{dt}$	c_{18°
0	13,87	20,27	17,07	0,4123		
0	14,00	19,80	16,90	0,4115	0,0020	0,4139
0	19,81	25,84	22,83	0,4240		
2,953	13,99	19,22	16,60	0,4061	0,0028	0,4100
2,953	18,94	25,68	22,31	0,4219		
9,150	15,12	22,06	18,59	0,4064		0,4050

Tabelle VI.

Äthyläther (absolut).

Proz.	t_a	t_e	t_m	c_{t_m}	t_m	c_{t_m}	c_{18°
0	14,54	20,66	17,60	0,5636	18,10°	0,5639	0,56[illegible]
0	16,07	21,10	18,58	0,5642			
4,66	14,23	19,16	16,70	0,5521	16,96	0,5523	0,55[illegible]
4,66	14,30	20,14	17,22	0,5525			
9,42	14,20	20,46	17,33	0,5462	17,41	0,5462	0,54[illegible]
9,42	14,19	20,77	17,48	0,5463			

Der Gehalt bezieht sich auf 100 Gewichtsteile Lösun t_a, t_e bez. t_m bedeutet Anfangs-, End- bez. Mitteltemperatu c_{t_m} gibt die spezifische Wärme zwischen t_a und t_e an, c_{18° d daraus für 18° berechnete spezifische Wärme. Für Benz (absol.) ergab sich der Temperaturkoeffizient aus den Beo achtungen für 0 und 2,95 Proz.; die anderen wurden d Messungen von Regnault[1]) entnommen.

6. *Die Resultate.* Trägt man die Werte von c_{18° a Funktion der Konzentration graphisch auf, so ergibt sich, d die spezifische Wärme der untersuchten Naphtalinlösung annähernd geradlinig mit der Konzentration sich ändert.[2]) I aber letztere nicht hoch genug genommen werden konnten, u zu entscheiden, ob der Übergang zu dem Wert der spezifisch Wärme des Naphtalins auch geradlinig erfolgt, so wurde ve sucht dies anderweitig aufzuklären. Für eine Lösung vo Gehalt p_1 Proz. wird sich, wenn die spezifische Wärme d Lösungsmittels bez. des gelösten Körpers — beide in de Zustand betrachtet, in welchem sie sich in der Lösung wir lich befinden — c_1 bez. c_2 ist, die spezifische Wärme c e geben zu:

$$c_1(100 - p_1) + c_2 p_1 = 100\,c.$$

Die einzige hierbei stillschweigend gemachte Voraussetzu ist, daß die Moleküle beider Körper in der Lösung als selb ständige Individuen bestehen. Die c_1 und c_2 werden als m der Konzentration veränderlich anzusehen sein; aber für zw

1) V. Regnault, Mem. d. l'Acad. **26.** p. 262. 1862.

2) Vgl. F. L. Perrot, Arch. d. sc. ph. et nat. d. Genève (3) **3** p. 145. 1894.

nicht zu sehr verschiedene Konzentrationen wird man sie, zumal wenn c als Funktion von p betrachtet nicht stark von der geraden Linie abweicht, als konstant ansehen dürfen, d. h. man wird sie aus den Beobachtungen der spezifischen Wärmen zweier benachbarter Konzentrationen berechnen können. In dieser Weise vorgehend erhält man nachstehende Werte der spezifischen Wärmen der Lösungsmittel bez. des gelösten Naphtalins innerhalb der beigefügten Grenzen.

Tabelle VII.

Proz.	Spezifische Wärme von Schwefelkohlenstoff beob.	ber.	Naphtalin
5,3—12,1	0,242	$0,240_7$	0,368
5,3—14,5		$0,241_0$	0,369
	Toluol		
2,5—10,9	0,402	$0,402_0$	0,362
	Benzol (abs.)		
3,0—9,2	0,414	$0,412_3$	0,332
	Benzol (rel.)		
4,0—7,4	0,413	$0,410_9$	0,352
	Chloroform		
3,2—8,0	0,237	$0,237_1$	0,355
4,5—8,2		$0,236_2$	0,372
6,8—9,6		$0,239_0$	0,326
	Äthyläther		
4,7—9,4	0,564	$0,559_1$	0,427

Die so berechneten Werte der spezifischen Wärme der Lösungsmittel weichen von den beobachteten im Mittel um $\pm 1/_2$ Proz. ab. Nimmt man unter Ausschluß des aus den Lösungen in Äther gewonnenen Wertes aus den berechneten spezifischen Wärmen des gelösten Naphtalins das Mittel, so erhält man 0,354 und Abweichungen von $\pm$ 3,8 Proz. Diese können nicht überraschen, da ja bei den vorkommenden Konzentrationen ein Fehler in der spezifischen Wärme der Lösung sich etwa mit dem zehnfachen Betrag in dem berechneten Wert der spezifischen Wärme des gelösten Körpers zeigen

muß. Von der spezifischen Wärme des festen Naphtal
liegen folgende Bestimmungen bei 18° vor:

Alluard[1])	0,322,	nach Beobachtungen im Intervall	0—65°
Pickering[2])	0,375,	„ „ „ „	?
Battelli[3])	0,320,	„ „ „ „	10—50°

Ein Versuch in den Grenzen 20—61,5° (bei Atmosphäre druck siedendes Chloroform) ergab mir den Wert 0,321 f etwa 40°. Für flüssiges Naphtalin haben gefunden:

Pickering	0,482,	zwischen	83 und 89°
Alluard	0,419,	„	88 „ 99°
Battelli	0,396,	„	80 „ 85°
Battelli	0,409,	„	90 „ 95°

Sieht man von den extrem hohen Werten ab, so mu man als wahrscheinlich richtige Zahlen 0,32 für festes un 0,41 für flüssiges Naphtalin annehmen.

Es ergibt sich mithin, daß das in Schwefelkohlenstoff, Tolu Benzol und Chloroform gelöste Naphtalin eine spezifische Wärm besitzt, die nur wenig größer ist, als die des festen Naphtalin Nur in Äthyläther findet sich ein Wert, der dem des flüssig Naphtalins nahekommt.

Darmstadt, Physikal. Inst. der Technischen Hochschul

1) Alluard, Ann. de chim. et phys. (3) 57. p. 438. 1859.

2) E. C. Pickering, Proc. Roy. Soc. 49. p. 21. 1899.

3) A. Battelli, Atti di Ist. Veneto (6) 3. p. 1781. 1884/85, nac Landolt und Börnsteins Tabellen.

(Eingegangen 16. Mai 1903.)

12. *Die bei dem Lösen von Naphtalin in verschiedenen Lösungsmitteln auftretende Wärmetönung; von Carl Forch.*

1. Der Zweck der nachstehend beschriebenen Versuche der Frage näher zu treten, in welcher Weise die Lösungs- ie eines festen Körpers von dem gewählten Lösungsmittel ıgt, ob sich Lösungsmittel finden lassen, für welche die ngswärme mit der Schmelzwärme des betreffenden festen ers übereinstimmt und ob die Unabhängigkeit der Lösungs- e von der Konzentration, also das Verschwinden der Ver- ungswärme, an diesen Spezialfall geknüpft ist.[1]) Aus en Gründen wurde für die Versuche als fester Körper talin, als Lösungsmittel Schwefelkohlenstoff, Chloroform, l, Benzol und Äthyläther benutzt. Das Naphtalin war ss. cryst.", Schwefelkohlenstoff, Chloroform, Benzol (thiophen- und Äthyläther (über Na destilliert) waren „purissima", l „purum" von E. Merck-Darmstadt.

2. *Das Instrumentarium.* Wegen des hohen Dampfdruckes ller der gebrauchten Lösungsmittel war darauf Rücksicht ehmen, daß das Kalorimeter allseitig gut verschlossen n konnte, es waren also in erster Linie vertikal sich gende Rührer zu vermeiden. Deshalb wurde das Rühren Drehen des Kalorimeters um seine vertikale Achse be- [2]) Ferner durfte nach Beginn der Messung zum Einführen laphtalins das Kalorimeter nicht mehr geöffnet werden. ekannte Vorrichtung zur Zertrümmerung des den zu lösen- örper enthaltenden Glasgefäßes wurde in folgender Weise ndert: An dem Deckel, dessen Rand das Gefäß des imeters etwa bis zur Hälfte fest anschließend überdeckte, (Fig. 1) durch eine L-förmige verstärkte Messingleiste L Ringe R_1 und R_2 befestigt, in welche von unten ein

1) Vgl. auch C. Forch, Physik. Zeitschr. 3. p. 537. 1902.

2) F. Möller, Ann. d. Phys. 7. p. 260. 1902; A. Ponsot, Ann. m. et phys. (7) 10. p. 79. 1897.

kleines dünnwandiges Glasröhrchen G, welches das Naph
enthielt, eingeschoben werden konnte. Ein Hebel H, de
eine horizontale Achse bei A drehbar war, konnte durc
Schraube S mäßig gegen das Röhrchen gepreßt werden
hielt so dasselbe in seiner Lage fest; bei weiterem An
der Schraube zersprengte er das Glasröhrchen und die Lö
erfolgte. Da aber der Boden des Röhrchens meistens
völlig zertrümmert wurde, so blieb, falls die Lösung
Naphtalins in spezifisch leichteren Flüssigkeiten erfolgt

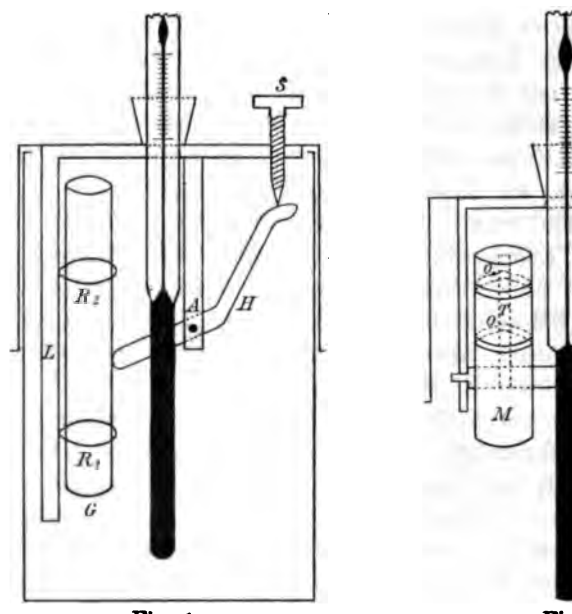


Fig. 1. Fig. 2.

dem oft halbkugeligen Bodenstück zuweilen Substanz zu
die sich dann nur langsam löste und so Anlaß zu Fe
wurde. Es wurde deshalb für diese Lösungen ein zw
Deckel gefertigt (Fig. 2), in welchem ein kleines Messinggef
auf eine horizontale Achse C mittels zweier kleiner Ös
an einem Stift T befestigt werden konnte. Auf der
befand sich ein Zahnrad (hinter P, in der Zeichnung
sichtbar), in welches die Schraube P eingriff. Um das
des im Messinggefäß befindlichen Naphtalins zu bewi
wurde das Gefäß durch Drehen an P gekippt und das spez

chwerere Naphtalin fiel in die Flüssigkeit. Um etwa noch n den Wänden des Gefäßes haftende Substanz sicher zu ösen, wurde dasselbe, das ja jetzt mit Lösung gefüllt war, wieder durch Rückwärtsdrehen der Schraube gehoben und ochmals gesenkt.

Das Thermometer war von Geissler geliefert. Es war ı $^1/_{50}{}^0$ zwischen $-\,^1/_2$ und $+\,^1/_2$, sowie von $12^1/_2$ bis 28^0 eteilt mit einer Erweiterung zwischen beiden Skalen; ein rad war etwa 25 mm lang. Seine vor der Fertigstellung des Thermometers kalibrierte Röhre hatte keine Fehler, welche ie zur Messung benutzten Skalenbereiche um in Betracht ommende Beträge beeinflußt hätten. Die Teilung war über ie ganze Skala gleichmäßig. Um Parallaxefehler zu vermeiden, ar auf der Thermometerröhre eine Messinghülse, welche oben wei scharfkantige horizontale Metallstreifen von etwa 25 mm änge vor bez. hinter der Thermometerröhre trug, mit leichter Reibung aufgesetzt. Vor der Teilung hatte der vordere Streifen ine zur Ablesung der Skala nötige Aussparung. Beim Ablesen wurde in bekannter Weise über die beiden oberen Ränder der Streifen visiert, so daß das Auge stets unter gleichem und ahezu 90° betragenden Winkel auf die Teilung blickte. Vor eder Ablesung wurde das Thermometer leicht geklopft. — Zwischen dem Thermometer und dem Beobachter war ein Pappschirm angebracht, um Temperaturfehler, die aus einer nregelmäßigen Erwärmung des ziemlich langen herausragenden Fadens entstehen konnten, zu vermeiden.

Das 7 cm hohe, 6 cm im Durchmesser fassende Kalorimeter saß auf Korkstützen in einem 10 cm hohen, 12 cm reiten, außen mit Filz umkleidetem Blechgefäß; dieses war ben durch einen Holzdeckel geschlossen und stand auf einem Brett, welches um eine vertikale Achse um 180° gedreht werden konnte. Die verschiedenen vom Deckel des Kalorimeters in die Flüssigkeit ragenden Metallteile — bei der zuerst beschriebenen Einrichtung war an *L* unten noch ein Blechstreifen zur Vermehrung der Bewegung in der Flüssigkeit nach er Achse des Kalorimetergefäßes zu angelötet, bei der zweiten rfüllte das Gefäß *M* den gleichen Zweck ausreichend — bewirkten bei diesen Drehungen ein energisches Rühren, so daß as Naphtalin sich in wenigen Minuten löste. Es wurde so

gedreht, daß eine ganze Bewegung — vom Ausgangspunkt ı etwa 120° und wieder zurück — in 2—3 Sek. ausgefül wurde.

3. *Das Beobachtungsverfahren.* Nachdem das Kalorimet gefüllt und das mit einer gewogenen Menge Naphtalin l schickte Röhrchen bez. Messinggefäß eingeführt war, wurde d ganze Kalorimeter gewogen und in das Blechgefäß eingeset . Durch Erwärmen war zuvor bewirkt worden, daß die Anfan temperatur etwa so viel über der Zimmertemperatur lag, d *nach* der Mischung der Apparat ungefähr diese Temperat aufwies. Da nämlich, um sicher zu sein, daß auch wirkli alles Naphtalin gelöst war, längere Zeit mit den Ablesung fortgefahren wurde, als zur Herstellung der Lösung nötig wa wurde hierdurch bewirkt, daß in dieser ziemlich langen Nac periode die Wärmeabgabe (bez. -aufnahme) nach außen h möglichst gering war. Es wurde hierauf 2—3 Min. lang g rührt und in Intervallen von je einer halben Minute die Tem peratur an dem Thermometer abgelesen, alsdann wurde dur Drehen an der Schraube *S* bez. *P* die Lösung hergestell worauf die zweite Reihe der Temperaturbeobachtungen g macht wurde. Hierauf wurde ein weiteres Quantum Naphtali der Lösung zugeführt etc. Da, wie man später sehen wir die Lösungswärme völlig oder doch fast völlig von der Kon zentration unabhängig ist, so konnten Konzentrationsänderunge welche bei dem Öffnen des Kalorimeters und bei der Ent fernung des leeren Gefäßes *M* bez. bei dem etwa notwendige Entfernen großer Glassplitter auftraten, ohne irgend welc störenden Einfluß auf die Resultate bei der Berechnung ve nachlässigt werden.

4. *Korrektionen.* Da ohne eine weitgehende Komplizierun des Apparates die im Laufe der Beobachtung auftretende Ab strahlung etc. sich nicht völlig umgehen ließ, mußte der hie durch verursachte Fehler rechnerisch beseitigt werden. Am einfachsten führte hier das graphische Verfahren zum Zie Es wurden die Zeiten als Abszissen, die erwähnten Temperatu messungen als Ordinaten aufgetragen und durch die erhaltene Punkte eine Kurve glatt hindurch gelegt. Man erhält so zwe Kurven, eine für die Zeit vor und eine für jene nach de Mischung. Extrapoliert man beide über das Ende bez. de

Anfang hinaus auf eine passend in der Mitte liegende Zeit, so erhält man die durch die Lösung bewirkte Temperaturerniedrigung von dem aus der Abstrahlung etc. resultierenden Fehler befreit. Auch die durch die unvermeidliche Verdampfung am Kork bez. an der Schraube auftretende Temperaturerniedrigung wird so eliminiert. Es ist nicht zu leugnen, daß dieses graphische Verfahren subjektive Fehler in sich schließt; doch ergibt sich aus den Resultaten als ziemlich wahrscheinlich, daß ein gröberer Irrtum tatsächlich bei keiner Messung gemacht wurde. — Die spezifische Wärme des Messings des Kalorimeters wurde zu 0,093, die des Glases zu 0,2 angenommen. Der Wasserwert des Thermometers, so weit es eingetaucht war, wurde aus den Dimensionen und der spezifischen Wärme des Quecksilbers zu 1,2 g-cal berechnet. Der Gesamtwasserwert des leeren Kalorimeters ist für die Zertrümmerungsvorrichtung 8 bis 9, je nach dem Gewicht an Glasstückchen, für das mit der Kippvorrichtung 8,8 g-cal. Der Wasserwert des gefüllten Kalorimeters war bei den Messungen etwa 50 bis 62 g-cal.

5. *Die Beobachtungen.* Die Prozente (p) geben den Gehalt an Naphtalin in 100 Gewichtsteilen Lösung an. Es wurde die Lösungswärme bei Herstellung der Lösung aus dem reinen Lösungsmittel bez. aus der — in den Tabellen angegebenen — nächst niedrigeren Lösung bestimmt. Wo letzteres nicht der Fall ist, gibt die in Klammern neben dem Prozentgehalt sich findende Zahl den Gehalt der Ausgangslösung an. Die gemessenen Temperaturänderungen betrugen meistens etwa 1° und liegen zwischen 0,5° und 1,3°. Die Temperatur der Lösungen betrug etwa 18° und sie wurde für ein und dasselbe Lösungsmittel möglichst konstant gehalten, indem durch Erwärmen vor jedem Versuch die Anfangstemperatur des ersten Versuches der betreffenden Reihe annähernd hergestellt wurde. Sie findet sich bei c angegeben. Die zur Berechnung nötigen spezifischen Wärmen der Lösungen wurden aus an anderer Stelle[1]) beschriebenen Versuchen graphisch entnommen. Mit der Bezeichnung $B—R$ sind die Abweichungen der Beobachtungen gegen die Mittelwerte (bezüglich Äther siehe unten) beigefügt;

1) C. Forch Ann. d. Phys. 12. p. 207. 1903.

dieselben sind im Mittel $\pm$ 0,17 g-cal., also etwa $\pm$ $^1/_2$ Pro der gemessenen Beträge.

Naphtalin in Schwefelkohlenstoff.

p	$c_{17,5^\circ}$		$B-R$
1,024 Proz.	34,78	34,88	−0,10
1,096	35,02		+0,14
2,877	34,86		−0,02
12,00 (10,9)	35,42	35,19	+0,23
13,02	34,96		−0,23
14,06	35,19		±0,00

Mittel: −35,04 ± 0,18 g-cal.

Naphtalin in Toluol.

p	$c_{17,5^\circ}$	$B-R$
1,04 Proz.	33,06	+0,46
2,72	32,36	−0,24
4,00	32,36	−0,24
6,94 (5,48)	32,39	−0,21
8,37	32,82	+0,22

Mittel: −32,60 ± 0,27 g-cal.

Naphtalin in Benzol.

p	$c_{18,5^\circ}$	$B-R$
1,56 Proz.	32,31	+0,04
4,40 (2,1)	32,33	+0,07
6,10	32,22	−0,13
7,13	32,13	−0,03
8,47	32,31	+0,05

Mittel: −32,26 ± 0,07 g-cal.

Naphtalin in Chloroform.

p	$c_{19,0^\circ}$	$B-R$
0,76 Proz.	27,06	+0,02
2,43 (1,5)	27,12	+0,08
3,16	27,34	+0,30
3,90	26,75	−0,29
4,79	26,95	−0,09

Mittel: −27,04 ± 0,16 g-cal.

Naphtalin in Äthyläther.

p	$c_{18,6^\circ}$	$c_{Ber.}$	Beob.-Ber.
1,63 Proz.	28,07	27,95	+0,12
3,32	28,04	28,26	−0,22
5,15	28,72	28,57	+0,15
6,64	28,62	28,81	−0,21
8,44	29,26	29,14	+0,12
			±0,16

6. *Resultate.* Die Lösungswärme des Naphtalins im Toluo Benzol und Chloroform erweist sich hiernach innerhalb de gemessenen Konzentrationen bis auf $^1/_2$ Proz. als unabhängi von der Verdünnung. Ob die geringe Zunahme, welche b Schwefelkohlenstoff die Lösungen von etwa 12 Proz. an i Gegensatz zu den verdünnnten bis 3 Proz. aufweisen, wirklic besteht, läßt sich nicht entscheiden, da die Fehlergrenze de Unterschied sehr nahe kommt. Für diese Fälle ist mithin d innere Energie der Naphtalinmoleküle unabhängig vom Volume welches sie einnehmen. Bei Äthyläther ist ein deutliches A steigen der Lösungswärme mit wachsendem Prozentgeha

unverkennbar; unter $c_{\text{Ber.}}$ sind hier die Werte angegeben, welche bei einer linearen graphischen Darstellung sich ergeben.

Die Schmelzwärme des Naphtalins beträgt nach:

Pickering[1]	35,62 g-cal.
Alluard[2]	35,68
Battelli[3]	35,50

Dem hieraus sich ergebenden Mittelwert 35,6 g-cal. kommt die Lösungswärme in Schwefelkohlenstoff so nahe, daß man die Abweichung wohl auf Rechnung von Beobachtungsfehlern setzen darf. Der Vorgang des Lösens von Naphtalin in Schwefelkohlenstoff unterscheidet sich mithin bezüglich der hierzu nötigen Wärmemenge nicht von dem Vorgang des Schmelzens. Bei Toluol und Benzol ist ein geringer, aber immerhin gut meßbarer Unterschied zwischen Schmelzwärme und Lösungswärme vorhanden; bei Chloroform und Äthyläther tritt die Abweichung noch weit deutlicher hervor. Da die in Rechnung gesetzten spezifischen Wärmen von Chloroform und Äther (bez. der Lösungen in diesen) im Vergleich zu den Werten anderer Beobachter eher zu groß als zu klein sind, so erklären sich diese Abweichungen durch die Annahme, die spezifischen Wärmen seien fehlerhaft eingeführt, nicht.

Darmstadt, Physikalisches Institut d. Techn. Hochschule.

1) S. U. Pickering, Proc. Roy. Soc. **49**. p. 11. 1891.

2) Alluard, Ann. de chim et phys. (3) **57**. p. 438. 1849.

3) A. Battelli, Atti di Ist. Veneto (6) **3**. p. 10. 1781; 1884/85 nach Landolt und Börnstein, Tabellen.

(Eingegangen 15. Mai 1903.)

18. *Über einige Versuche mit flüssiger Luft;* *von L. Bleekrode.*

Als ich neuerdings behufs einiger Vorlesungen mich m flüssiger Luft beschäftigte, habe ich dieselbe auch bei einigen Ve suchen angewandt, welche bis jetzt noch nicht bei ihrer Temp ratur, d. h. — 191°, geprüft waren, und deren Ergebnisse deshal nicht ohne Nutzen sein werden, um hier zu veröffentlichen.

Radioaktivität des Poloniums. Bekanntlich haben Cur und Becquerel schon früher mitgeteilt, daß Radium b — 200° seine Eigenschaften beibehält; seitdem hat Dewar g zeigt, daß dieses auch der Fall ist bei der Temperatur d flüssigen Wasserstoffs (— 262°). Ich habe versucht, wie d Polonium sich verhält, welches man jetzt in sehr beque anzuwendender Form, wie es zuerst von Marckwaldt : Hamburg im vorigen Jahre bereitet worden ist, bekomm kann. Seit fast einem Jahre in meinem Besitz, und vi fach benutzt, hat es augenscheinlich seine elektroskopisc Wirkung und Lumineszenzerregung ungeschwächt beibehalte Der Stab mit Poloniumüberzug wurde in ein Vakuumgefäß m flüssiger Luft eingetaucht, und nachdem das Aufwallen beend also Temperaturgleichgewicht eingetreten war, wurde der Körp herausgenommen und sofort einem empfindlichen geladen Goldblattelektroskop genähert. Die Entladung fand eben schnell statt, wie bei gewöhnlicher Temperatur; auch schade der Eisüberzug, welcher sich rasch bildet, nicht, trotzdem b kanntlich die Poloniumstrahlen bereits durch sehr dün Streifen von verschiedenen Substanzen nicht durchgelass werden (z. B. Aluminiumblatt, Seidenpapier); es kann ab sein, daß das Eis durchdringlich für diese Strahlen ist. I gleicher Weise zeigte sich auch die Lumineszenzerregun welche das Polonium beim Sidotschen Blendeschirm (Zin sulfid) stark hervorruft, fast ungeschwächt.[1]) In der Meinun

1) Es sei hier bemerkt, daß man mit dem Polonium und genannte Schirm sehr bequem und schön die Erscheinung beobachten kann, welc neuerdings von W. Crookes in London veröffentlicht ist (Nature, 2. Ap 1903). Man braucht nur im Dunkelzimmer (am besten abends) den St auf den Schirm aufzulegen, und man bemerkt mit einer Konvexlinse d Flunkern der Lumineszenz sehr deutlich, auch noch später ohne Poloniu an einzelnen Stellen.

daß die beim Eintauchen des Poloniums in die flüssige Luft entstehende Aufwallung auch sich radioaktiv zeigen würde, ließ ich dieselbe neben dem geladenen Elektroskop zu stande kommen, beobachtete aber keine Wirkung. Es kann sein, daß die Emanation des Poloniums in flüssiger Luft kondensiert, in ähnlicher Weise, wie Curie dieses neuerdings beim Radium zeigte. Sonst kann man, wenn Luft über den Poloniumstab geblasen wird, schon in einer Entfernung das Elektroskop rasch entladen.

Nebenbei prüfte ich auch den Einfluß der Emanation des Phosphors auf dem geladenen Elektroskop. Nachdem es auf -191^{0} abgekühlt worden war, konnte man bei dieser Temperatur keine entladende Wirkung mehr bemerken; dieses ist auch schon der Fall beim Abkühlen durch feste Kohlensäure auf -79^{0}. Da im Dunkeln weder die Phosphoreszenz noch Nebel sich zeigten, muß das Ausbleiben des entladenden Einflusses dem Aufhören der chemischen Wirkung zugeschrieben werden, in Übereinstimmung mit der neuerdings von G. C. Schmidt[1]) veröffentlichten Erklärung in diesen Annalen; es werden keine Oxydationsprodukte weiter gebildet.

Lumineszenz bei sehr tiefen Temperaturen. Im Jahre 1894 hat bereits Pictet[2]) mitgeteilt, daß gewiße Substanzen, welche bei gewöhnlicher Temperatur zur Lumineszenz erregt waren, diese nicht mehr zeigen bei Abkühlung bis -100^{0}, jedoch nach Erwärmung wieder zur Lichtstrahlung kommen. Ich habe diese Tatsache bis auf -191^{0} untersucht, und zwar beim Calciumsulfid (Balmasche Leuchtfarbe), welches sehr intensiv blau lumineszіert und beim Zinksulfid (Sidotsche Blende), welches intensiv blaugrünes Licht emittiert.

Werden diese Körper bei gewöhnlicher Temperatur mit Magnesiumlicht bestrahlt, dann erlöscht die Lumineszenz völlig beim Eintauchen ins Vakuumgefäß mit flüssiger Luft; beim Herausnehmen fangen sie dann wieder an zu leuchten, jedoch erst nach einiger Temperaturerhöhung, die Strahlung ist also nur bis zu einem gewissen Kältegrad gehemmt.

Man kann auch noch nicht zur Lumineszenz erregte Körper in die flüssige Luft untertauchen (das Zinksulfid war

1) G. C. Schmidt, Ann. d. Phys. 4. p. 729. 1901.

2) R. Pictet, Compt. rend. 119. p. 526. 1894.

auf einem Papierschirm ausgestrichen) und dann mit der l
leuchtung anfangen; von den aktiven Strahlen werden von (
Flüssigkeit vielleicht nur wenig zurückgehalten, jedenfalls ni
alle, da die bestrahlten Körper, wenn sie in die freie L
kommen, bald anfangen zu lumineszieren; eine Bestrahlı
während einiger Sekunden genügt. Dabei hat das Licht
Calciumsulfids eine blassere Färbungsänderung, das Zinksu
hingegen strahlt viel stärker in prächtiger grüner Farbe.
scheint also, daß diese Körper die Fähigkeit zur Aufnah
der Strahlungsenergie bei -191° beibehalten, aber nicht un
denselben Temperaturverhältnissen diese zurückzugeben v
mögen. Bekanntlich ist dieses wohl der Fall mit vielen or
nischen Substanzen, wie Eierschale, Elfenbein, Papier, die
-191° eben die Fähigkeit zur Lumineszenz bekommen u
dann sofort nach Bestrahlung anfangen zu leuchten.

Kryoelektrische Erscheinungen. Ich wünsche mit dies
Namen die Elektrizitätsentwickelung anzudeuten, welche v
schiedene Körper aufweisen, wenn sie in flüssiger Luft ab
kühlt werden. Als einfachsten Fall kann man die Ergebni
betrachten aus den Versuchen der Herren Ebert und Ho
mann, veröffentlicht im Jahre 1900[1]), welche zeigen, d
isolierte, in flüssige Luft eingetauchte Körper nach d
Herausnehmen sich negativ elektrisch verhalten, als Folge d
Reibung an in der Flüssigkeit herumschwebenden Eisteilch
Ich muß gestehen, daß dieser Versuch mir nur selten gelung
ist[2]); ich habe sehr oft bei mehr oder weniger reiner Lu
auch in die reichlich mit Wasserdampf in Berührung g
brachte Flüssigkeit eine wohl isolierte Aluminiumschei
untergetaucht und nach einiger Zeit geprüft, nur selten zeig
das Elektroskop eine elektrische Ladung, die überhaupt no
sehr schwach war. Nur wenn sichtbare Eiskügelchen an d
Oberfläche durch den einspritzenden Wasserdampf anwese
sind, ist die Elektrizitätsentwickelung sicher, selbstverständli

1) H. Ebert u. B. A. Hoffmann, Ann. d. Phys. 2. p. 709. 19
2) Die flüssige Luft, welche ich bei diesen Versuchen benutzte, v
von den Berliner Kühlhallen bezogen und nach der Lindesche Meth
bereitet. Auch hatte ich flüssigen Sauerstoff und Luft zur Verfügu
von Prof. Kamerling-Onnes bereitwilligst in dem Kryogenlaboratori
zu Leiden nach der Cascade-Methode hergestellt.

durch Reibung an diesen festen Teilen; aber dazu braucht man die flüssige Luft nicht unbedingt. Ein Zylinder von stark zusammengepreßter fester Kohlensäure, der sonst so leicht elektrisch wird, zeigte keine Ladung in der gewöhnlichen flüssigen Luft. Ebensowenig erhielt ich diese in sehr stark abgekühlten isolierenden Flüssigkeiten, wie Schwefelkohlenstoff, Benzol, Petroleum, im festen Kohlensäurebade auf -79^0 abgekühlt[1]) (in flüssiger Luft erstarren diese alle sehr bald); wenn Wasserdampf durchgeleitet wurde, bildeten sich viele Eisnadeln, doch war die eingetauchte Aluminiumplatte nachher nicht merklich elektrisch. Damit will ich selbstverständlich nicht behaupten, daß gar keine Elektrizitätsentwickelung stattfindet, indem es immerhin möglich ist, daß ein mehr empfindliches Instrument, als ich benutzte, doch diese anzeigen würde, aber es kann diese Ladung nur eine sehr schwache sein. Die starke elektrische Erregung des auf -191^0 abgekühlten Eises, wobei es sehr trocken ist, läßt sich sehr bequem auch als Vorlesungsversuch demonstrieren, wenn man einen Glasstab oder ein Proberöhrchen in die flüssige Luft eintaucht, und dann nach Herausnehmen einfach mit der Hand abreibt; sofort zeigt das Elektroskop eine starke positive Elektrizitätsentwickelung an. Eine hübsche Erscheinung läßt sich dabei beobachten, indem der Wasserdampf auf dem geriebenen Stabe gerade an den elektrischen Stellen sich stark zu kondensieren scheint, und daselbst schnell feine verästelte Eisnadeln, oft von 1—2 mm Länge, sich ausbilden, die aber bald bei Temperaturzunahme wieder verschwinden; an nicht elektrischen auf -191^0 abgekühlten Körpern zeigen sich diese Nadeln nicht, oder sonst nur sehr spärlich und klein.

Es könnte auch sein, daß die eine oder andere Substanz sich besonders stark elektrisch zeigen würde bei sehr kräftiger

---

1) Es sei hier hingewiesen auf die Nützlichkeit einer Mischung fester Kohlensäure mit Aceton statt des Schwefeläthers, welcher gewöhnlich angewandt wird, aber wegen der Kostspieligkeit und Entzündlichkeit in größeren Mengen sehr bedenklich ist. Ich erzielte mit 1 kg fester Kohlensäure in Aceton zu Brei zerdrückt -81^0 C., welche Temperatur in einer versilberten Vakuumschale an der freien Luft nach einer Stunde nur bis -77^0 gestiegen war, nach weiteren zwei Stunden bis -73^0, und noch drei Stunden später bis -50^0 C., es läßt sich also damit sehr bequem arbeiten.

Abkühlung; ich untersuchte daher eine große Anzahl, wozu D
mant, Schwefel (kristallisiert), Quarz, Chlornatrium, Bergkrist
Kupfersulfat, Phosphor, Kalkspat, Gipskristalle, gelbes Bl
laugensalz, Silbernitrat, Salpeter, Zinksulfat, Fluorcalci
Scheelit gehörten; nur die drei letztgenannten zeigten nach
eine schwache negative Ladung, jedoch auch nicht imn
Dagegen erhielt ich beim Zucker, schwefelsauren Chinin, s
sauren Chinin, Urannitrat und Turmalin eine sehr starke Ladu
sofort, nachdem beim Eintauchen das Aufwallen der Flüs
keit beendet war; noch stärker zeigten diese das Seignette
und die Weinsteinsäure, welche schon das elektrische Pen
kräftig anzogen; auch beim Herausnehmen aus dem Vaku
gefäß wurden diese Kristalle lebhaft an den Wänden f
gehalten. Ich erkannte aber bald, daß diese starke Elek
zitätsentwickelung den pyroelektrischen Erscheinungen an
hört, indem sich eine positive und eine negative Ladung
entgegengesetzten Seiten des Körpers aufweisen ließ, und di
Art von Elektrizitätserregung wird dadurch auf Temperatu
von -200^{0} und weiter herunter ausgedehnt, nur daß die V
hältnisse hier umgekehrt vorliegen als beim Erhitzen. Be
Turmalin, von dem ich eine grüne Varietät benutzte in Fo
eines ziemlich langen Prismas, zeigten sich diese beiden Elek
zitätsladungen auch wieder sehr eigentümlich dadurch, d
die polaren Enden mit Eisnadeln umgeben wurden, in d
Mitte dagegen sich keine solchen ausbildeten, das Stäbch
bekam also das Aussehen eines Magneten in kleinem M
stabe mit Eisenpulver in Berührung gebracht. Noch ei
andere interessante Tatsache konnte nachgewiesen werd
nämlich daß die positiven bez. negativen elektrischen P
sich an *denselben* Enden ausbildeten, wo auch beim Erwärn
diese auftreten, was ja als ein anormales Verhältnis zu
trachten ist, indem doch der Temperaturwechsel in umgekeh
Richtung verläuft. Bei der Weinsteinsäure hingegen ist die
wohl der Fall, d. h. statt der negativen Pole beim Erwärn
erscheint jetzt nach dem Abkühlen ein positiver Pol. :
den anderen kristallisierten Körpern konnte diese Tatsa
nicht bestimmt festgestellt werden, indem diese leicht be
Erwärmen schmelzen, überhaupt bekommen die Substanzen a
nach der Einwirkung der flüssigen Luft bald sehr viele Risse u

fallen dann auseinander, daher ist es schwierig, den Versuch mit denselben Exemplaren zu erneuern; das Turmalin ist gegen Erwärmung und Erkältung beständig. Vielleicht ist dieser starken Zusammenziehung auch die Lichterscheinung zuzuschreiben, welche man beobachtet, wenn Urannitratkristalle[1]) und Weinsteinsäure mit flüssiger Luft übergossen werden; besonders der erste Körper zeigt diesen sehr stark und ist auch der Triboluminescenz sehr zugeneigt[2]); es mag auch sein, daß die Vereinigung der beiden entgegengesetzten Elektrizitäten in der stark isolierenden flüssigen Luft als Ursache wirksam ist. Bei den Chininpräparaten konnte ich diese Lichtentwickelung nicht beobachten, aber bekanntlich sind die Kristalle sehr fein und zu kryoelektrischen Versuchen benutzte ich dieselben als stark komprimierte Tabletten, obgleich auch schon ein zusammenhängendes Bündel kleiner Kristalle durch Eintauchen in die Flüssigkeit Polarität bekam. Aber gerade weil die Tabletten sich doch sehr stark elektrisch zeigen, läßt sich daraus folgern, daß die kristallisierte Form, welche bei der Kompression wohl ziemlich vernichtet worden ist, nicht die Hauptbedingung für die polare Elektrizitätsentwickelung sei. Übrigens tritt dieses Verhalten auch bei weniger intensiveren Kältegraden auf, indem z. B. die Weinsteinsäure, bis -65^0 abgekühlt, in einer gut isolierenden Kältemischung von fester Kohlensäure und Schwefelkohlenstoff sehr starke Ladung zeigte, dagegen blieben das Turmalin und das Urannitrat inaktiv für das Elektroskop.

Haag, April 1902.

---

1) Über diese Entwickelung von Licht und Elektrizität ist zuerst von Prof. Dewar in London berichtet, und zwar in kurzem Auszuge in Proc. Roy. Soc. **68.** p. 366. 1901; von Polarität ist da aber nicht die Rede.

2) Es bleibt fraglich, ob die Lichtentwickelung elektrischer Ladung zuzuschreiben ist, oder der Lumineszenz. Harden hat mitgeteilt (Phys. Zeitschr. 1. März 1903), daß das Schütteln von Urannitratkristallen in einem Proberohr Lichterscheinungen veranlaßt. Ich habe gefunden, daß schon dazu einfach das Fallenlassen von Urannitratkristallen aus einer Höhe von einigen Dezimetern auf harte Unterlage genügt; die Reflexion begünstigt das Beobachten der Lichterscheinung sehr (z. B. in einer versilberten Vakuumschale).

(Eingegangen 12. Mai 1903.)

14. *Zur elektrischen Entladung in festen Isolatoren. Prioritätsbemerkung;* *von W. Holtz.*

Die Herren Kiessling und Walter führen in ihrem Aufsatz [1]) „über die elektrische Durchbohrung eines Dielektrikums" wohl eine meiner dem gleichen Gegenstande gewidmeten Arbeiten auf, nicht jedoch meine Hauptarbeit, welche in den Berliner Akademieberichten vom 7. August 1876 steht, wo sie freilich — es gab zu jener Zeit wohl noch keine Beiblätter — weniger leicht zu finden war. Ich beschrieb in dieser zunächst die nötigen Apparate mit der Erklärung, weshalb sie so und nicht anders beschaffen sein durften und zeigte dann, daß die Schlagweite in festen Isolatoren unabhängig von der Polarität und der Elektrizitätsmenge sei und größer in besseren als schlechteren, daß es in allen solchen Isolatoren auch Büschelentladungen gäbe, diese aber in weichen und zumal kohlenstoffhaltigen eine besondere Bedeutung hätten, weil sich die Funken hier sukzessive verlängerten, daß die Entladung den Isolator erhitze und eventuell zersetze, und daß die schwächsten Funken, und selbst in Glas, eine Zersetzung und Schmelzung zur Folge haben könnten; auch zeigte ich noch, wie mittels einer besonderen Methode der Weg des Funkens der mikroskopischen Beobachtung zugänglich zu machen sei. Ich glaube also den vorliegenden Gegenstand schon damals recht eingehend behandelt zu haben und möchte nicht, daß dies ganz in Vergessenheit gerät.

1) J. Kiessling u. B. Walter, Ann. d. Phys. **11**. p. 570. 1903.

(Eingegangen 17. Juni 1903.)

Druck von Metzger & Wittig in Leipzig.







ANNALEN

DER

PHYSIK.

BEGRÜNDET UND FORTGEFÜHRT DURCH

F. A. C. GREN, L. W. GILBERT, J. C. POGGENDORFF, G. UND E. WIEDEMANN.

VIERTE FOLGE.

BAND 12. HEFT 2.

DER GANZEN REIHE 317. BANDES 2. HEFT.

KURATORIUM:

F. KOHLRAUSCH, M. PLANCK, G. QUINCKE,
W. C. RÖNTGEN, E. WARBURG.

UNTER MITWIRKUNG

DER DEUTSCHEN PHYSIKALISCHEN GESELLSCHAFT

UND INSBESONDERE VON

M. PLANCK

HERAUSGEGEBEN VON

PAUL DRUDE.



LEIPZIG, 1903.
VERLAG VON JOHANN AMBROSIUS BARTH.
ROSSPLATZ 17.

...llungen auf die „Annalen" werden von allen Buchhandlungen, von den ...ämtern und von der Verlagsbuchhandlung angenommen. Preis für den in

Inhalt.

Seite

Manuskripte sind an den Herausgeber, **Professor Dr. P. Drude**, zu senden. Seine Adresse ist **Giessen**, Nahrungsberg 8.

Es wird gebeten, die Manuskripte **druckfertig** einzuliefern und in den Korrekturen den beim Druck für sie verwendeten Raum nicht zu überschreiten.

Die **Zeichnungen** sind in möglichst sorgfältiger Ausführung den Abhandlungen auf besonderen Blättern beizulegen (nicht in das Manuskript selbst einzuzeichnen). Da die Figuren fortan möglichst in den Text eingefügt werden sollen, ist die Stelle des Manuskriptes recht genau anzugeben, wo sie hingehören.

Zitate sind am Rande oder unten auf den Seiten des Manuskriptes (nicht in dem Text selbst) und zwar möglichst in der in den „Fortschritten der Physik" üblichen Form mit Angabe des Namens und Vornamens, der Band-, Seiten- und Jahreszahl aufzuführen.

Die Verlagsbuchhandlung liefert 100 **Sonderabdrücke** jeder Arbeit kostenfrei. Falls ausnahmsweise mehr gewünscht werden, so muß dies bei Rücksendung des ersten Korrekturbogens an die Druckerei auf dessen erster Seite bemerkt werden. Alle anderen, die Sonderabdrücke betreffenden Mitteilungen bittet man an die Verlagsbuchhandlung zu richten.

Anderweitiger **Abdruck** der für die Annalen bestimmten Abhandlungen oder Übersetzung derselben innerhalb der gesetzlichen Schutzfrist ist nur mit Genehmigung der Redaktion und Verlagsbuchhandlung gestattet.

03. № 10.

ANNALEN DER PHYSIK.

VIERTE FOLGE. BAND 12.

1. *Über Strahlungsdruck;*

von E. F. Nichols und G. F. Hull.

\[A\]us dem englischen Manuskript übersetzt von H. Stein in Gießen.)

Die historische Entwickelung unseres Gegenstandes möge r übergangen werden, da das Wesentliche schon in der eit von P. Lebedew[1]) enthalten ist. Ergänzend bemerken nur, daß außer Lebedew[2]) auch Fitzgerald[3]) und Hull[4]) Einfluß des Strahlungsdruckes auf Massen, die dem Newton- en Gravitationsgesetz unterworfen sind, mit besonderer cksicht auf die Abstoßung der Kometenschweife diskutiert en. In erweiterter Weise ist der Einfluß des Strahlungs- ckes auf kosmische Vorgänge neuerdings von Arrhenius[5]) d Schwarzschild[6]) theoretisch behandelt worden.

Vor dem Internationalen Physiker-Kongreß im Jahre 1901 schrieb Hr. Lebedew[7]) eine Versuchsanordnung, die er zu er Zeit zur Messung des Lichtdruckes benutzte. Seine dahin erhaltenen Ergebnisse faßt er folgendermaßen zu- mmen: „Die Resultate der bis jetzt angestellten Messungen d folgende: das Experiment zeigt, daß ein auffallendes chtstrahlenbündel auf ebene absorbierende oder reflek- rende Oberflächen Drucke ausübt, die, innerhalb der Beob- htungsfehler, gleich den von Maxwell und Bartoli er-

1) P. Lebedew, Ann. d. Phys. **6.** p. 433. 1901.

2) P. Lebedew, Wied. Ann. **45.** p. 292. 1892; Astrophys. Journ. . p. 155. 1902.

3) G. F. Fitzgerald, Proc. Roy. Soc. Dublin 1884.

4) G. F. Hull, Trans. Astron. Soc. Toronto p. 123. 1901.

5) S. Arrhenius, Königl. Vetenskaps. Akademiens Fördhandlingar 545. 1900.

6) K. Schwarzschild, Kgl. Bayer. Akad. d. Wissensch. **31.** p. 293. 01.

7) P. Lebedew, Rapports présentés au Congrès International de ysique (2) p. 133. Paris 1900.

rechneten Werten sind.“ In der Abhandlung waren weder eine Schätzung der Beobachtungsfehler noch andere zahlenmäßige Daten gegeben. Leider kamen die Verhandlungen des Pariser Kongresses den Autoren nicht vor der Veröffentlichung ihrer eigenen vorläufigen Versuche in die Hände, ebensowenig war ihnen bis dahin eine Andeutung von der Methode oder den Resultaten von Hrn. Lebedews Arbeit zu Gesicht gekommen.

Die Autoren[1]) veröffentlichten ihre Resultate, die sie bei Messungen des Strahlungsdruckes unter acht verschiedenen Luftdrucken erhalten hatten, in einer vorläufigen Mitteilung an die American Physical Society bei einer Versammlung mit Sektion B der American Association zu Denver am 29. August 1901. Die damals mitgeteilten Resultate ballistischer Beobachtungen des Strahlungsdruckes sind in Tab. I gegeben, wo p den Druck der umgebenden Luft in Millimetern Quecksilber und d das statische Äquivalent des ballistischen Ausschlages der Drehwage angibt. Die Resultate wurden erhalten mit wesentlich denselben Apparaten und Methoden, die auf p. 239ff. beschrieben sind.

Tabelle I.

p	d	p	d
96,3	19,7	33,4	21,1
67,7	21,0	1,2	20,9
37,9	21,6	0,13	26,8
36,5	22,1	0,06	23,2
		Mittel:	22,5

Bilden wir das Produkt aus dem Durchschnittswert des in Zentimetern gemessenen Ausschlages und der Drehwagenkonstanten, so beträgt der Strahlungsdruck:

$$2,25 \,.\, 4,65 \,.\, 10^{-5} = 1,05 \,.\, 10^{-4} \text{ Dynen.}$$

Die Energie der Strahlung wurde mit einem Bolometer von besonderer Konstruktion[2]) gemessen (vgl. Fig. 1). Hierbei

1) E. F. Nichols u. G. F. Hull, Science 14. p. 588. 1901; Phys. Rev. 13. p. 293. 1901.

2) E. F. Nichols u. G. F. Hull, Phys. Rev. 13. p. 307. 1901.

wurde die empfindliche Oberfläche einmal durch den Lichtstrahl und einmal durch einen elektrischen Strom von bekannter Stärke auf gleiche Temperatur gebracht. Wenn i die gemessene Stromstärke, r der Bolometerwiderstand ist, so ist $i^2 . r . 10^7$ gleich dem Energiegehalt des Strahles in Erg/Sekunden. Bei den Beobachtungen war $i^2 = 0{,}75$ Amp.^{2} und $r = 0{,}278\ \Omega$ Nehmen wir den Reflexionskoeffizienten der Silberschicht der Flügel zu 0,92 an, so ergibt sich der aus der Energie berechnete Druck

$$p = 1{,}34 . 10^{-4} \text{ Dynen.}$$

Nach Veröffentlichung obiger Resultate wurde ein durch einen Konstruktionsfehler verursachter Irrtum in dem Bolometerwiderstand gefunden. Der korrigierte Wert des Widerstandes ergab 0,221 Ω und somit ist der verbesserte Wert des Druckes

$$p = 1{,}05 . 10^{-4} \text{ Dynen.}$$

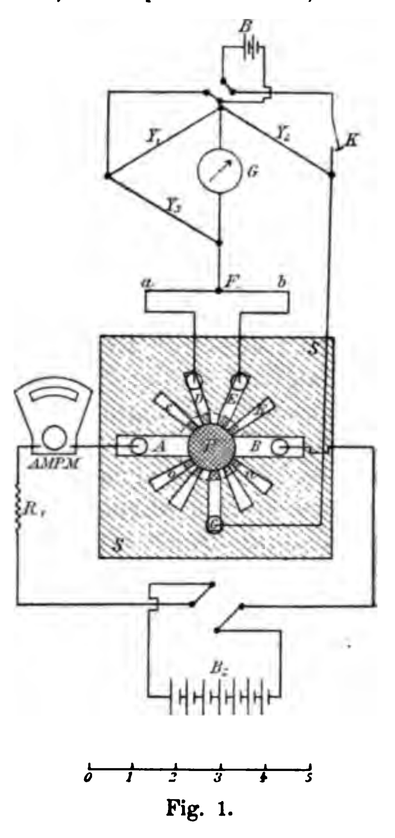


Fig. 1.

Die Übereinstimmung dieses Resultates mit dem beobachteten Druck ist eine zufällige. Durch Anbringung der später bestimmten notwendigen Korrektionen ergab sich eine Differenz zwischen dem beobachteten und berechneten Druck zu ca. 3 Proz. Ferner belief sich der wahrscheinliche Fehler des Resultates auf etwa den doppelten Betrag.

In diesen Annalen veröffentlichte Hr. Lebedew [1]) die Resultate von einer Serie Messungen des Strahlungsdruckes, die umfassender als die früheren Beobachtungen der Autoren war.

1) P. Lebedew, Ann. d. Phys. 6. p. 433. 1901.

Der Hauptunterschied zwischen seiner und unserer Metho
liegt darin, daß er sehr dünne Metallflügel in einem hoh
Vakuum aufhing, also Maxwells Vorschlag wörtlich befolgt
während wir mit versilberten Glasflügeln bei mäßigen Ve
dünnungen arbeiteten. Die Einwirkung der Luft bei dies
Drucken wurde sorgfältig und erschöpfend untersucht; w
fanden, daß sie bei kurzen Bestrahlungen vernachlässigt werd
könne. Da wir wissen, wie mit dem Grade der Verdünnu
die Lufteinwirkung sich ändert, glauben wir bestimmt, d
bei Benutzung der Lebedewschen hohen Vakuen unse
Methode wegen der hier relativ stark auftretenden Luftstörung
nicht erfolgreich gewesen wäre.

Hrn. Lebedews Verfahren mit geschwärzten Flügeln zeig
daß sein Erfolg in der teilweisen Entfernung der Luftstörung
mehr von der guten Wärmeleitfähigkeit seiner dünnen Flüg
als von dem benutzten hohen Vakuum herrührt.

Hr. Lebedew[1]) schätzt den möglichen Fehler seines Schlu
resultates auf ± 20 Proz. Ein Vergleich von Lebedews Arbe
mit unseren vorläufigen Versuchen scheint zu zeigen, daß sei
zufälligen Fehler größer sind, als die unserigen, aber weg
des bei der Bestimmung des Bolometerwiderstandes unte
laufenen Irrtums stimmten unsere Resultate nicht so gut m
der Theorie überein wie die seinigen.

Beide obige Arbeiten stellen hinreichend die *Existenz* ein
von Strahlung herrührenden Druckkraft fest, aber keine er
hält nach unserer Meinung eine genügende *quantitative* B
stätigung der Maxwell-Bartolischen Theorie.

Neuere Untersuchungen.

I. Druck der Strahlung.

Da wir weder die Luft vollständig entfernen noch ihr
Einfluß unter verschiedenen Bedingungen berechnen könne
so ist nur dann ein Erfolg zu erwarten, wenn man Appara
und Versuchsanordnung so einrichtet, daß die von der Lu
ausgehenden Störungen auf ein Minimum herabgesetzt werde
Die folgenden Überlegungen führten zu einer Methode, m

1) l. c. p. 457.

welcher die Elimination der Luftstörungen bei den vorliegenden Versuchen praktisch erfüllt war.

1. Die Oberfläche des bestrahlten Flügels soll ein möglichst vollkommener Reflektor sein. Einmal wird hierdurch der Lufteffekt verkleinert, da infolge der geringen Absorption die Temperatur des Flügels nur wenig steigt, während andererseits der Strahlungsdruck vergrößert wird, denn nach der Theorie übt ein vollständig reflektierter Strahl den doppelten Druck aus, wie einer, der ganz absorbiert wird.

2. Bei der Untersuchung, wie sich die Einwirkung eines Strahles auf eine Oberfläche gestaltet, wenn diese von Luft von verschiedenen Drucken umgeben ist, wurde gefunden, daß für gewisse Drucke die Luftstörungen ein Minimum werden.

3. Der Apparat, eine Art Drehwage, soll zwei einander möglichst gleiche Flügel tragen. Sie sollen symmetrisch zur Drehachse aufgehängt und so eingerichtet sein, daß die Kräfte, die von Strahlung und Lufteinwirkung (Saug- oder Druckwirkung an der wärmeren Oberfläche) herrühren, einmal gleichgerichtet sind, das andere Mal aber gegeneinander wirken, wenn durch Umdrehung der Suspension der Sinn des Lufteffektes umgekehrt wird.

4. Der Strahlungsdruck muß seiner Natur nach den maximalen Wert momentan erreichen, wohingegen die Einwirkung der Luft, wie die Beobachtung gezeigt hat, mit Null beginnt und mit der Länge der Exposition wächst; sie steigt erst rasch, dann langsamer zu ihrem maximalen Betrage an, der, wie in einigen Fällen beobachtet wurde, noch nicht erreicht war, wenn die Bestrahlung $2^1/_2$ bis 3 Min. gedauert hatte. Bei hohen Luftdrucken war sogar eine noch längere Exposition nötig, um stationäre Zustände zu erreichen. Die Luftstörungen können also noch weiter durch eine ballistische oder halbballistische Meßmethode beseitigt werden.

I. Beschreibung der Apparate.

Die Drehwage.

Gestalt und Anordnung der Flügel, wie sie zur Druckmessung in vorliegender Arbeit benutzt wurden, zeigt Fig. 2.

Die Rotationsachse *a b* bestand aus einem dünnen Glasstäbche
An ihr war ein gläserner Querarm *c*, der an jedem Ende
einem kleinen Häkchen umgebogen war, befestigt. Die Flüg
C und *D*, die den Lichtstrahl auffingen, waren runde Mikrosko
deckgläschen von 12,8 mm Durchmesser und 0,17 mm Dick
jedes wog ungefähr 51 mg. Um die beiden Flügel von ei
ander unterscheiden zu können, im Falle sich besondere Unte
schiede bei den Messungen zeigen sollten, und um auch bei
Seiten von jedem Flügel zu kennzeichnen, war mit eine
Diamanten auf dem einen ein *C* und auf dem anderen ein
eingeritzt. Durch jedes Gläschen war nahe an dem Ran
ein Loch von ca. 0,5 mm Durchmesser eingebohrt, n
welchem die Gläschen an die Haken des Querarmes *c* ei
gehängt werden konnten. An entgegengesetzten Seiten d
Drehachse bei *d* waren zwei andere gläserne Querarme a
gebracht, zwischen welche die Deckgläschen leicht hineinglitt
und so sicher in einer Ebene festgehalten wurden. Fern
war unten an *a b* ein kleiner versilberter Planspiegel *m* rech
winklig zur Ebene von *C D* angebracht. Dieser Spiegel w
auf der Silberseite hochpoliert, so daß die Skala S_6 (Fig.
auf beiden Spiegelseiten abgelesen werden konnte. Ein klein
Messinggewicht m_3 (Fig. 2) von 452 mg Masse und bekannt
Dimensionen war an dem unteren Ende von *a b* befestigt. D
als Flügel dienenden Deckgläschen waren versilbert, auf de
Silberseiten hochpoliert und hingen so an den Häkche
daß entweder beide Silberseiten oder beide Glasseiten de
Lichte zugekehrt waren. Ein Quarzfaden f_2 von 3 cm Läng
war an dem oberen Ende von *a b* befestigt und hing an de
unteren Ende eines feinen Glasstäbchens d_1, das einen hor
zontalen Magneten m_2 trug. Das Stäbchen d_1 war vermittel
eines kurzen Fadens an einer Stahlnadel *e*, die in dem Träger
gehoben oder gesenkt werden konnte, drehbar aufgehängt. D
Ganze wurde von einem gebogenen Glasrohr *t* getragen, d
in einem soliden Messingfuß *F* befestigt war. Dieser ruh
auf einer ebenen Glasplatte *P*, welche wiederum auf ein
Messingplatte aufgekittet war, die drei in der Figur nic
sichtbare Nivellierschrauben besaß. Eine Glasglocke von 25 c
Höhe und 11 cm Durchmesser bedeckte die Drehwage. D
untere Rand der Glocke war auf die Platte *P* aufgeschliffe

Mit Hülfe eines hohlen Glasstopfens, der in den Hals der Glocke eingeschliffen war, konnte sie mit einer Geisslerschen Quecksilberluftpumpe, einem McLeodschen Druckmesser und einer vertikalen Glasröhre in Verbindung gesetzt werden. Dieses Glasrohr tauchte in Quecksilber und diente während der Versuche bei hohen Luftdrucken zur ungefähren Druckangabe. Die

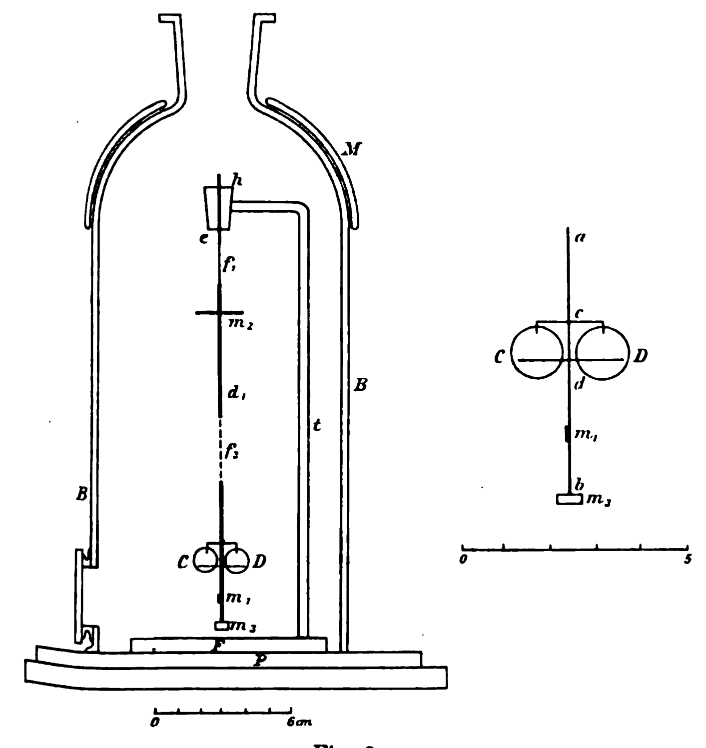
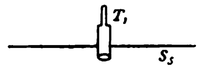


Fig. 2.

niederen Drucke wurden mit dem McLeodschen Manometer nach der gebräuchlichen Art gemessen. Ein halbkreisförmiger Magnet M, der auf die vertikale Krümmung der Glasglocke paßte, diente dazu, um den aufgehängten Magneten m_2 zu richten und so die Nulllage der Drehwage festzulegen. Wurde M um 180° gedreht, so konnten die Rückseiten der Flügel dem Lichte zugekehrt werden.

Die Versuchsanordnung.

Einen durch die Achse des Lichtstrahles gelegten Horizontalschnitt der Apparate gibt Fig. 3. Als Lichtquelle diente das weißglühende Ende der horizontal gelagerten Kohle S_1 einer Wechselstrom-Bogenlampe nach A. T. Thompson, deren Kohlen rechtwinklig zueinander standen. Als Schirm gegen die Linsen L_1 und L_2 diente das Asbestdiaphragma d_1. Eine



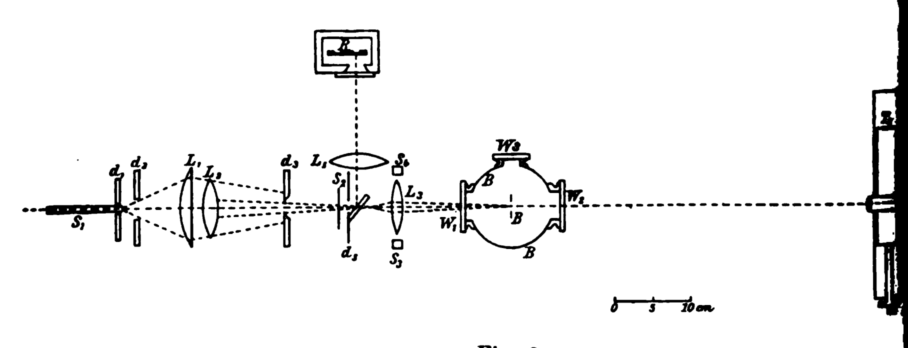


Fig. 3.

nicht gezeichnete Linse entwarf ein vergrößertes Bild von Kohle und Bogen auf einer in der Nähe stehenden Wand, so daß die Lage von Kohlen und Lichtbogen von beiden Beobachtern jederzeit kontrolliert werden konnte. Der Strahlenkegel passierte das enge Diaphragma d_2 und fiel auf die Kondensorlinsen L_1 und L_2. Bei d_3 war eine Blende von 11,25 mm Durchmesser eingeschaltet, die nur dem zentralen Teil des Strahlenbündels den Durchgang gestattete. Hinter d_3 passierten die Strahlen einen Verschluß S_2. Dieser Verschluß wurde elektromagnetisch durch den Sekundenkontakt

einer Normaluhr ausgelöst. Der Beobachter bei T_1 konnte sich wohl die Sekunde zum Öffnen oder Schließen des Verschlusses wählen, aber eine Bewegung desselben fand nur im Moment eines Sekundenkontaktes statt, so daß jede Exposition eine Anzahl von ganzen Sekunden dauerte. Der geöffnete Verschluß ließ nur den direkten Lichtstrahl, der d_3 passiert hatte, hindurch, nicht aber zerstreutes Licht. Dicht hinter dem Verschluß war an dem Diaphragma d_5 eine gegen 45° geneigte Glasplatte angebracht, die einen Teil des Strahlenbüschels auf Linse L_5 reflektierte. Diese Linse entwarf auf einem Zweig des Bolometers R ein Bild von der Blende d_3. Linse L_3 erzeugte innerhalb der Glasglocke in der Ebene der Drehwagenflügel ein scharfes Bild von der Öffnung d_3. Die Glasglocke war mit drei Spiegelglasfenstern W_1, W_2 und W_3 versehen. Die ersten beiden bestanden in einer runden Öffnung von 42 mm Durchmesser, durch das dritte wurden die Ausschläge der Drehwage mit Fernrohr und Skala abgelesen. Die Linse L_3 war derart angebracht, daß sie zwischen den beiden Hemmungen S_3 und S_4 in horizontaler Richtung verschoben werden konnte. S_3 und S_4 waren so justiert, daß, wenn die Linse bei S_3 war, das scharfe Bild der Blende d_3 zentral auf den einen Flügel, und wenn bei S_4, zentral auf den anderen Flügel fiel. Diese sehr wichtige Justierung war mit Hülfe des Fernrohres T_2, das auf dem Schlitten einer Teilmaschine befestigt war, ausgeführt worden, indem die Lage der Rotationsachse und der Bilder von d_3 beobachtet und gemessen worden war, wenn die Linse bei S_3 und bei S_4 stand. Hierbei konnten die Flügel aus dem Wege gerückt werden, wenn man vermittelst des Richtmagneten M (Fig. 2) die Aufhängung um 90° drehte.

Um sich zu versichern, daß die Drehwage vollkommen von jeder magnetischen Beeinflussung frei sei, wurde der kleine Magnet m_2 festgeklemmt, um eine konstante Ruhelage zu erhalten. Sodann wurde die Schwingungsdauer genau bestimmt, einmal, wenn die Achse des großen Magneten in der Vertikalebene der Flügel, das andere Mal, wenn sie rechtwinklig dazu stand. Verschiedene Serien ergaben für beide Magnetlagen einen Unterschied in der Schwingungsdauer von weniger als 0,1 Proz.

Das Bolometer R (Fig. 3) war aus 0,001 mm dickem, in Silber ausgewalztem Platinblech hergestellt worden. Es wurde ein Streifen, wie ihn Fig. 4 zeigt, ausgeschnitten und auf eine dünne Schieferplatte S aufgezogen. Die Schieferplatte hatte unter dem Streifen bei A, B, C, D zwei Fenster, an welchen Stellen sich nach Entfernung des Silbers nur das

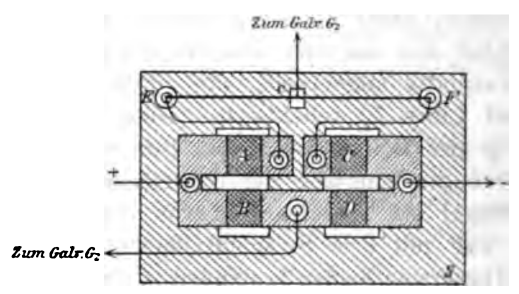


Fig. 4.

dünne Platinblech befand. Seine Oberfläche war nach Kurlbaums[1]) Methode geschwärzt. Das von L_6 (Fig. 3) erzeugte Bild fiel auf die Stelle D. Ein dicker Draht EF verband die Enden zwischen A und C und ein Gleitkontakt c erlaubte etwaige Unsymmetrie der vier in der Figur sichtbaren Brückenzweige auszugleichen.

2. Beobachtungsmethoden.

Die Beobachtungen, die zu den später angeführten Resultaten führten, zerfielen in drei Gruppen: 1. das Eichen der Drehwage, 2. die Messung des Strahlungsdruckes mit Hülfe der Drehwagenkonstante und 3. die Messung der Energie des Lichtstrahles in Erg/Sek. Letzteres wurde durch Beobachtung der Temperaturerhöhung eines geschwärzten Silberkörpers von bekannten Dimensionen und bekannter spezifischer Wärme ausgeführt.

1. Die Bestimmung der Drehwagenkonstante geschah dadurch, daß man nach Entfernung der Flügel C und D die Schwingungsdauer ihrer Aufhängevorrichtung genau maß. Das Trägheitsmoment war aus den Massen und dem Abstand der

1) F. Kurlbaum, Wied. Ann. 67. p. 846. 1899.

zelnen Teile von der Drehachse leicht zu berechnen. Das Drehmoment des Fadens für 1 mm Ausschlag bei 105 cm Skalenabstand ergab sich zu $0{,}363 . 10^{-5}$. Dieser Wert, geteilt durch die halbe Entfernung zwischen den beiden Zentren der Lichtpunkte auf den Flügeln, gibt die Kraft in Dynen pro Skalenteil Ausschlag. Da die Lichtpunkte Kreise von 11,25 mm Durchmesser waren, so betrug die Bildfläche beinahe einen Quadratzentimeter, und obiges Verfahren ergab somit angenähert den Druck in Dynen pro Quadratzentimeter.

2. Bei den Messungen des Lichtdruckes war es bequemer, ie Intensität des Lichtstrahles bei jeder Exposition auf eine inheit zu beziehen, die konstant gehalten werden konnte, ls zu versuchen, die Bogenlampe auf konstanter Lichtstärke u halten, wie es anderenfalls nötig gewesen wäre. Zu diesem wecke diente das Bolometer R (Fig. 3). Es wurde zu gleicher eit die relative Intensität des reflektierten Strahles durch den usschlag des Galvanometers G_2 und der Druck des durchgangenen Strahles durch den Ausschlag der Drehwage gemessen. eder Ausschlag der Drehwage wurde dann auf einen solchen eduziert, der einem Galvanometerausschlag von 100 Skt. entprach. Die Galvanometerempfindlichkeit wurde sorgfältig vor nd nach jeder abendlichen Untersuchungsreihe festgestellt. eder beobachtete Druck wurde also auf einen solchen umgerechnet, der von einem Lichtstrahl von bestimmter Intensität herrührte (im folgenden Normalstrahlung genannt: Ausschlag on $G_2 = 100$ bei einer Empfindlichkeit $= 1000$).

Bei jeder Serie von Druckmessungen wurden zwei Sätze on Beobachtungen gemacht. Einmal wurden die statischen Bedingungen untersucht, das andere Mal die von kurzen Expositionen herrührenden Ausschläge der Drehwage beobachtet. Bei den statischen Beobachtungen wurde jeder Spiegel den Lichtstrahlen so lange exponiert, bis aus den Umkehrpunkten er Schwingungen zu erkennen war, daß sich ein stationärer ustand eingestellt hatte. Hierbei war also das Drehmoment, das on dem Strahlungsdruck und der Lufteinwirkung herrührt, leich dem Produkte aus Drehwagenkonstante und Ablenkungsinkel. Alsdann wurde die Torsionsvorrichtung mit Hülfe s äußeren Magneten um 180° gedreht und ähnliche Beobhtungen an der Rückseite der Spiegel gemacht. Alle Um-

kehrpunkte der Schwingungen wurden bei diesen Beobachtu
aufnotiert und so konnte die Resultante der kombini
Kräfte von Strahlung und Lufteinwirkung zur Zeit eines j
Umkehrpunktes berechnet werden. Da jeder Wert auf
zur selben Zeit abgelesenen und auf Normalempfindlic
reduzierten Ausschlag des Galvanometers G_2 umgerechnet w
so waren alle Werte auf die normale Lichtintensität bez
Die Resultate, die auf diesem Wege erhalten wurden, z
zusammen mit den ballistischen Messungen Richtung und G
der Lufteinwirkung, sowie ihre Veränderung mit der Exposit
dauer.

Die Gründe, die Flügel umzudrehen, sind folgende:
von der Bogenlampe kommende Lichtstrahl passiert, e
die Drehwage erreicht, drei dicke Glaslinsen und zwei
platten. Alle Wellenlängen, die von Glas absorbiert we
werden aus dem Strahl ausgeschieden, ehe er den F
apparat erreicht. Von den Silberseiten der Flügel
also mehr absorbiert als von den Glasseiten. Der Strahl
druck war immer von der Lichtquelle weggerichtet, ei
wie die Spiegel gedreht wurden, während sich die Wi
der Luft hauptsächlich an der Silberseite der Flügel äu

Als beim Abschluß der Druck- und Energiemess
das Reflexionsvermögen der Silberseiten der Flügel mit
der Glasseiten verglichen wurde, fand sich, daß die Refl
an der Silberseite viel größer war als an der versilb
Glasseite. Dies Resultat erschien um so überraschender
durch Messung gefunden war, daß die Absorption de
versilberten Flügel einflußlos klein sei.[1]) Dieser unerw
Unterschied in dem Reflexionsvermögen der beiden F
seiten machte die Elimination der Luftstörungen (nac
beschriebenen Methode) weniger vollkommen als wir d
erwartet hatten. Wählt man aber einen Luftdruck, bei de
Einwirkung der Luft auch bei langer Exposition klein i
kann man den gesamten Lufteffekt für die Zeit einer
tischen Exposition so herabsetzen, daß er in jedem Fall
geringen Einfluß hat.

1) Lord Rayleigh berichtet über einen ähnlichen Unte
zwischen der Reflexion Luft—Silber und Glas—Silber. Scientific
Cambridge 2. p. 538—539. 1900.

Wenn man die beiden Flügel abwechselnd exponiert, die Aufhängung umdreht und den Mittelwert bildet, so kann man fast alle Fehler eliminieren, die von einer Unsymmetrie der Drehwage oder von einer zur Rotationsachse unsymmetrischen Lage der Lichtbilder, sowie von ungleichmäßiger Verteilung der Lichtintensität herkommen.

Der mit Expositionsdauer und Luftdruck wechselnde Charakter der Lufteinwirkung ist in acht Serien von statischen Beobachtungen zum Ausdruck gebracht, wobei die Glasseiten beider Flügel exponiert worden waren.[1] Die von den beiden Flügeln erhaltenen Mittelwerte wurden als Kurven in Fig. 5 aufgetragen, wo der statische Ausschlag, der von der kombinierten Wirkung des Lichtdruckes und der Luftstörungen herrührt, als Ordinate und die Expositionsdauer in Sekunden als Abszisse aufgetragen ist.[2] Die horizontale Linie in den Kurven gibt den Mittelwert des Strahlungsdruckes an, wie er in Tab. II berechnet wurde. Abnahme des Ausschlages mit der Zeit zeigt eine abstoßende Wirkung der Luft an der erwärmten Silberfläche und zunehmender Ausschlag eine saugende Wirkung. Aus den Kurven ersieht man, daß bei Luftdrucken von 66 mm bis 19,8 mm die Luft eine abstoßende Wirkung ausübt, die zwischen 19,8 und 11,2 mm in eine saugende übergeht. Bei den beiden letztgenannton Drucken ist die gesamte Lufteinwirkung gering. Für niedere Drucke bis zu 0,05 mm wächst die Saugwirkung, bei einem Druck von 0,02 mm entsteht wieder kräftige Abstoßung. Die Kurven zeigen also die Gegenwart von zwei Luftdrucken, bei welchen die Lufteinwirkung in unserer Versuchsanordnung Null sein sollte, der eine Druck liegt zwischen 19,8 und 11,2 mm, der andere zwischen 0,05 und 0,02 mm.[3] Das erste Gebiet wurde bei

---

1) Es wurden auch Beobachtungen an den Silberseiten gemacht, aber hier war die Lufteinwirkung immer kleiner als an den Glasseiten, so daß wir den ungünstigeren Fall vor uns haben.

2) Die Ordinaten sind keine Drucke, sondern Drehmomente.

3) Bei seiner Untersuchung über Radiometer fand Crookes gewisse Luftdrucke, bei welchen sich die Einwirkung der Luft und die Druckkraft der Strahlung das Gleichgewicht hielten, aber da er keinen Unterschied zwischen Strahlungs- und Luftwirkungen macht, so sind seine Überlegungen etwas unklar. Vgl. Phil. Trans. 165. p. 519. 1875.

den weiteren ballistischen Messungen benutzt und fast Beobachtungen bei einem Luftdruck von 16 mm ange

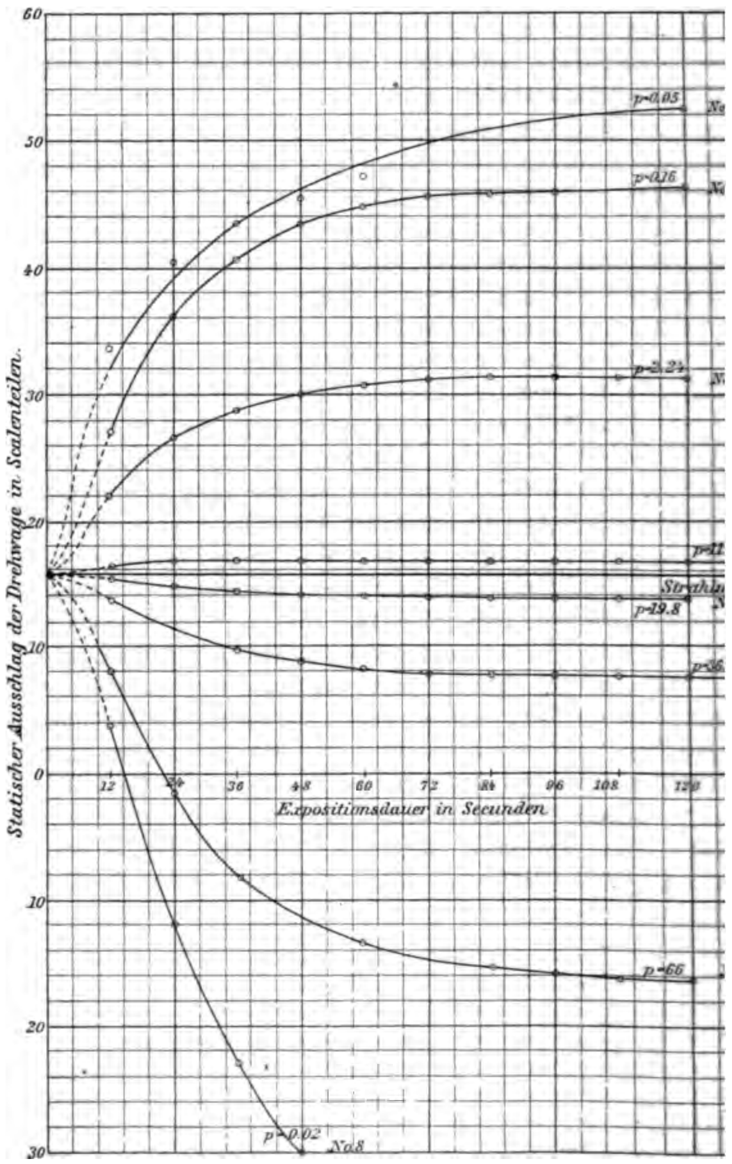


Fig. 5.

Die Lufteinwirkung wird erheblich durch eine geringe Neigung der Flügelebene zu der Vertikalen beeinflußt, ebenso auch durch einen Gegenstand, der unter die Glasglocke in der Nähe der Flügel gebracht wird. Z. B. wurde eine beträchtliche Störung beobachtet, als ein kleines Gefäß mit Phosphorpentoxyd unter die Glasglocke gestellt worden war, obgleich sich die nächste Stelle der Gefäßwand mindestens 3 cm von den Flügeln befand.

Während der Beobachtungen wurden die polierten Silberschichten der Flügel rasch zerstört, frische Schichten hielten selten länger als für zwei abendliche Untersuchungen. Da die Drehwage herausgenommen, die Flügel abgehängt, versilbert, poliert und wieder eingesetzt werden mußten, so war es schwierig, genau dieselben Bedingungen für die Lufteinwirkung wieder herzustellen, obgleich die Flügel sehr sorgfältig vertikal gehängt wurden.

Die fernere Eliminierung der Lufteinwirkung mußte dadurch geschehen, daß man die Exposition so abkürzte, daß die Luftwirkungen nur einen kleinen Bruchteil ihres stationären Wertes erreichen konnten. Das führte zur Methode der *ballistischen* Beobachtungen.

3. Ballistische Messungen.

Will man an Stelle der statischen Ausschläge ballistische benutzen, so muß es immer möglich sein, das statische Äquivalent der ballistischen Schwingungen auszurechnen. Ferner müssen die Expositionen so kurz als möglich gemacht werden, ohne jedoch die Amplituden unter einen gut meßbaren Wert zu bringen.

Wenn die Exposition eine halbe Schwingungsperiode dauert, so ist, falls die Lufteinwirkung gering und die Dämpfung Null ist, der Ausschlag gleich $2\,\Theta$, wo Θ der Winkel ist, unter welchem die Fadentorsion dem vom Strahlungsdruck ausgeübten Drehmoment das Gleichgewicht hält. Beträgt die Expositionsdauer $^1/_4$ der Schwingungsdauer, so ist der Ablenkungswinkel gleich $\Theta\sqrt{2}$. Der Ausschlag wird somit um 30 Proz. verkleinert, die Luftstörungen aber um noch mehr. Es wurde deshalb eine Expositionsdauer von 6 Sek. = $^1/_4$ der Schwingungs-

dauer gewählt. Vernachlässigen wir die Lufteinwirkun
lautet die Bewegungsgleichung[1]) für die Drehwagenschw

$$\varkappa \frac{\partial^2 \Theta}{\partial t^2} + 2\varepsilon \frac{\partial \Theta}{\partial t} = - G \Theta + L,$$

wobei $\varkappa$ das Trägheitsmoment der Drehwage, ε die Dän
konstante, G das Torsionsmoment des Fadens für $\Theta = 1$
maß) und L das Drehmoment des Strahlungsdruckes i

Die Lösung dieser Gleichung ist

$$(1) \quad \left\{ \begin{aligned} \Theta &= \frac{L}{G}\left(1 - e^{-\frac{\varepsilon}{\varkappa} t} \cos \sqrt{\frac{G}{\varkappa} - \frac{\varepsilon^2}{\varkappa^2}} \cdot t\right) \\ &= \frac{L}{G}\left(1 - e^{-\frac{\varepsilon}{\varkappa} t} \cos 2\pi \frac{t}{T}\right). \end{aligned} \right.$$

Die Integrationskonstanten wurden aus der Beziehung b
daß $\Theta = \partial \Theta / \partial t = 0$, wenn $t = 0$.

Für $t = T/4$ ist

$$(2) \quad \left\{ \begin{aligned} &\Theta = \frac{L}{G} \\ &\text{und} \\ &\frac{\partial \Theta}{\partial t} = \frac{L}{G}\left(\frac{\varepsilon}{\varkappa} e^{-\frac{\varepsilon}{\varkappa} t} \cos 2\pi \frac{t}{T} + e^{-\frac{\varepsilon}{\varkappa} t} \frac{2\pi}{T} \sin 2\pi \cdot\right. \end{aligned} \right.$$

Hört die Lichteinwirkung auf für $t = T/4$, so
Bewegungsgleichung über in:

$$(3) \qquad \varkappa \frac{\partial^2 \Theta}{\partial t^2} + 2\varepsilon \frac{\partial \Theta}{\partial t} = - G \Theta,$$

deren Lösung ist

$$\Theta = A e^{-\frac{\varepsilon}{\varkappa} t} \cos\left(2\pi \frac{t}{T} + \alpha\right),$$

wo A und α nach den bei Gleichung (2) gemachten
setzungen bestimmt werden können. Vernachlässigen
kleine Größen, so ist der Wert der Amplitude A aus
durch die Gleichung

$$(4) \qquad A = \frac{L}{G}\left(1 + r + \frac{2}{\pi} r^{1/2} \log\left(\frac{1}{r}\right)\right)^{1/2},$$

1) Wir sind berechtigt, diese Gleichung anzuwenden, di
Geschwindigkeit proportionales Dämpfungsglied enthält, weil exp
gefunden wurde, daß das Amplitudenverhältnis aufeinande
Schwingungen konstant war, wenn keine Energie auf die Flüg

... *r* das Verhältnis der aufeinanderfolgenden Amplituden bei gedämpften Schwingungen ist. Für $r = 1$, also für ungedämpfte Schwingungen, ist $A = (L/G)\sqrt{2}$. Für den bei den Versuchen benutzten Luftdruck (16 mm Quecksilber, welcher Wert aus den Kurven [Fig. 5] gewählt wurde), war gefunden worden: $r = 0,783$, folglich

$$A = 1,357 \frac{L}{G}. \tag{5}$$

Hieraus folgt, daß der ganze Ablenkungswinkel der Drehwage bei ballistischen Messungen gleich dem 1,357fachen des Winkels ist, unter welchem die Torsionskraft des Fadens dem Drehmoment des Strahlungsdruckes das Gleichgewicht hält.

Die Expositionsdauer betrug immer 6 Sek. ohne schätzbaren Fehler, aber die Schwingungsdauer der Drehwage (24 Sek.) differierte wegen geringfügiger, zufälliger Veränderungen an dem Gegengewicht m_2 (Fig. 2) manchmal um 1 Proz. Es ist deshalb notwendig, den durch diese Veränderung der Periode verursachten Fehler des Ausschlages zu berechnen. Dies geschieht, wenn man in Gleichung (2) $t = T/4 + \delta$ setzt und die neuen Bedingungen in Gleichung (3) einführt. Es ist jedoch einfacher und hinreichend genau, die Bewegung als ungedämpft zu betrachten. Unter dieser Voraussetzung ist die Amplitude

$$A = \frac{L}{G}\left(2 + 2 \sin 2\pi \frac{\delta}{T}\right)^{1/2} = \sqrt{2}\,\frac{L}{G}\left(1 + \pi \frac{\delta}{T}\right) \text{ (angenähert).}$$

Für $T = 23,75$ Sek. ist $T/4 = 5,94$ und $\delta = 0,06$, folglich $A = \sqrt{2}\,(L/G) \,.\, 1,008$. Wenn $\delta = 0$, ist $A = \sqrt{2}\,(L/G)$, somit verursacht ein Fehler von 1 Proz. bei T einen solchen von 0,8 Proz. bei A.

Um sich zu überzeugen, daß der beobachtete Strahlungsdruck nur von der Intensität des Lichtstrahles abhängt und nicht von der Wellenlänge der auftreffenden Energie beeinflußt wird, wurden die ballistischen Beobachtungen des Druckes, die kalorimetrischen Messungen der Lichtenergie und die Bestimmung der Reflexionskoeffizienten bei drei ganz verschiedenen Wellengruppen ausgeführt. Bei den mit „Luft“ bezeichneten Messungen befand sich außer den erwähnten Linsen und den Glasplatten kein absorbierendes Medium in dem Strahlengang zwischen Bogenlampe und Drehwage. Bei den mit „rotes

Glas“ oder „Wasserschicht“ bezeichneten Beobachtu zwischen L_2 und d_3 ein Rubinglas oder ein Glastrog 9 mm dicken Schicht destillierten Wassers in den Stra gestellt.

Die eigentlichen Beobachtungen beginnen mit bal Messungen des Strahlungsdruckes vermittelst der I Ihre Behandlung zeigt Tab. II, die eine direkte Abs Laboratoriumsjournals ist und eine durchschnittliche b Serie darstellt. Die Bezeichnungen O.F. C_s, W.F. D_s und W.F. C_g geben an, ob der Flügel C oder D sicl

Tabelle II.

Lichtdruck. Ballistische Messungen. „Luft“.

28. August.

Flügel-stellung	Null-punkt	Umkehr-punkt	Aus-schlag	Bogen-lampe	Ausschlag O.F.
O.F. C_s	281,4	248,5	32,9 mm	164,3	20,0 mm
W.F. D_s	281,5	313,9	32,4	164,5	
O.F. C_s	281,4	249,8	31,6	157,9	20,0
W.F. D_s	281,5	310,5	29,0	147,0	
O.F. C_s	281,5	252,6	28,9	144,8	20,0
W.F. D_s	281,5	309,6	28,1	141,8	
O.F. C_s	281,5	252,9	28,6	143,5	19,9
W.F. D_s	281,5	309,3	27,8	140,4	
				Mittel:	19,97 mm
				Mittel:	$\frac{C_s + D_s}{2} =$

Magnete umgedreht.

Flügel-stellung	Null-punkt	Umkehr-punkt	Aus-schlag	Bogen-lampe	Ausschlag O.F.
O.F. D_g	280,1	246,0	34,1 mm	180,4	18,92 mm
W.F. C_g	280,0	317,8	37,8	187,3	
O.F. D_g	279,8	247,2	32,6	170,8	19,20
W.F. C_g	279,4	313,7	34,3	169,4	
O.F. D_g	279,1	248,9	30,2	161,1	18,80
W.F. C_g	279,0	311,9	32,9	161,6	
O.F. D_g	279,0	249,0	30,0	158,9	18,90
W.F. C_g	278,9	311,2	33,2	164,4	
				Mittel:	18,97 mm
				Mittel:	$\frac{C_g + D_g}{2} =$

Ost- oder Westseite der Drehachse befand und ob seine Silber- oder Gasfläche dem Lichte zugekehrt war. Die zweite Kolumne der Tabelle gibt die Ruhelage der Drehwage an, ehe der Verschluß geöffnet wurde, die dritte den Umkehrpunkt einer Schwingung, die von einer 6 Sek. langen Belichtung hervorgebracht worden war, die vierte den Ausschlag der Drehwage, die fünfte den ballistischen Ausschlag des Lampengalvanometers G_2. Kolumne 6 und 7 geben den auf normale Lichtstärke reduzierten Ausschlag.

Die Resultate von allen ballistischen Druckmessungen für „Luft“ sind in Tab. III zusammengestellt. In Kolumne 4 und 5 ind zwei Werte für die Konstante des Lampengalvanometers G_2 egeben. Wenn man den Magnet auf der Glasglocke drehte, m die Aufhängung im Innern umzudrehen, so wurde dadurch ie Galvanometerkonstante etwas beeinflußt, so daß ihr Wert für ilber und Glasseiten der Flügel nicht der gleiche war. Die ıdizes zeigen, zu welcher Serie die betreffende Konstante gehrt. Die Werte für den Hebelarm l in der sechsten Kolumne urden erhalten, indem man die Entfernung zwischen den ildzentren auf den Flügel (mit der Teilmaschine T_2, Fig. 3) aß und durch 2 dividierte. Die Kolumnen, mit

$$\frac{C_s + D_s}{2} = P_s \quad \text{und} \quad \frac{C_g + D_g}{2} = P_g$$

zeichnet, sind die durchschnittlichen Werte der Drehmente, die der Lichtdruck auf die Silber- und auf die Glaste der Flügel ausübte. Die nächsten beiden Kolumnen entten die für eine Schwingungsdauer der Drehwage von 24 Sek. rigierten Werte. In den mit

$$\frac{P_s \cdot G_s}{l} \quad \text{und} \quad \frac{P_g \cdot G_g}{l}$$

eichneten Kolumnen stehen die auf die Normalempfindlich- von $G_2 = 1000$ reduzierten Kräfte. Die letzte Kolumne ıält den Durchschnittswert der beiden vorhergehenden.

Tab. IV enthält die entsprechenden Daten für „rotes Glas“ „Wasserschicht“. Luftdruck, Schwingungsdauer, Hebel- und Galvanometerkonstante sind die gleichen wie in . III.

Tabelle III.

Strahlungsdruck. Ballistische Messungen. „Luft".

Datum	Luftdruck in mm Hg	Schwingungsdauer T	Galvanometerempfindlichkeit G_s (Silber)	Galvanometerempfindlichkeit G_g (Glas)	l Hebelarm in cm	$\frac{C_s + D_s}{2} = P_s$	$\frac{C_g + D_g}{2} = P_g$	P_s korr. für $T = 24''$	P_g korr. für $T = 24''$	$\frac{P_s \times G_s}{l}$	$\frac{P_g \times G_g}{l}$	Mittel
19. Juni	32,5	23,75	784		0,814	Mittel = 18,88		18,73		16,89		16,89
20. „	32,5	23,75	756	768	0,814	19,67	16,94	19,51	16,81	18,12	15,86	17,00
23. „	37,0	23,75	700	716	0,814	—	—	—	—	—	—	—
23. Juli	16,0	23,75	682	707	0,831	21,16	20,42	21,00	20,26	17,25	17,25	17,25
25. „	16,6	23,75	684	684	0,815	—	—	—	—	—	—	—
26. „	16,6	23,75	720	710	0,815	19,34	19,98	19,18	19,82	16,93	17,28	17,10
27. Aug.	16,8	23,82	724	710	0,823	20,16	19,40	20,00	19,25	17,60	16,61	17,10
28. „	15,7	23,82	721	716	0,824	19,87	19,61	19,73	19,48	17,26	16,97	17,10
29.	18,7	23,82	712	701	0,824	19,68	20,07	19,53	19,92	16,90	16,97	16,94

Tabelle IV.

Strahlungsdruck. Ballistische Messungen.

Datum	„Wasserschicht"							„Rotes Glas"						
	$\frac{C_s+D_s}{2}$	$\frac{C_g+D_g}{2}$	P_s korr. für $T=24''$	P_g korr. für $T=24''$	$\frac{P_s \times G_s}{l}$	$\frac{P_g \times G_g}{l}$	P Mittel	$\frac{C_s+D_s}{2}$	$\frac{C_g+D_g}{2}$	P_s korr. für $T=24''$	P_g korr. für $T=24''$	$\frac{P_s \times G_s}{l}$	$\frac{P_g \times G_g}{l}$	P Mittel
20. Juni	18,62	17,10	18,46	16,96	17,14	16,00	16,57	—	—	—	—	—	—	—
23. „	—	—	—	—	—	—	—	19,99	18,40	19,83	18,26	17,05	16,06	16,56
23. Juli	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—
25. „	19,00	20,10	18,85	19,94	15,82	16,74	16,28	20,70	20,94	20,54	20,77	17,24	17,43	17,33
26. „	18,03	19,39	17,89	19,33	15,80	16,84	16,32	—	—	—	—	—	—	—
27. Aug.	18,63	18,66	18,50	18,53	16,29	15,99	16,14	19,97	19,25	19,82	19,10	17,46	16,46	16,96
28. „	—	—	—	—	—	—	—	19,99	19,42	19,84	19,28	17,36	16,75	17,05
29. „	18,25	19,02	18,10	18,87	15,68	16,06	15,87	19,99	19,92	19,84	19,77	17,14	16,82	16,98
31. „	—	—	—	—	—	—	—	18,98	19,14	18,98	19,14	16,82	16,84	16,83
20. Sept.	20,39	19,14	20,23	19,00	16,69	15,82	16,25	21,00	19,97	20,83	19,82	17,19	16,50	16,84
23. „	20,21	19,51	20,05	19,36	16,37	16,23	16,30	21,48	20,34	21,31	20,18	17,39	16,92	17,15
24. „	19,84	18,91	19,69	18,77	16,10	15,40	15,70	21,00	19,68	20,83	19,53	17,03	16,03	16,53
				Mittel:	16,24	16,15	16,20 ±0,066				Mittel:	17,18	16,65	16,91 ±0,057

Bei diesen ballistischen Messungen wurde die Lichtintensität durch den Impuls gemessen, der von einer 6 Sek. langen Belichtung des Bolometers herrührte, bei den Energiemessungen geschah dies durch einen statischen Ausschlag, der von einer längeren Exposition hervorgebracht wurde. Um die Druckwerte mit den Energiewerten vergleichen zu können, war es nötig, das Mittel der Beträge in der letzten Kolumne durch Multiplikation mit $0{,}363 \cdot 10^{-5}$, dem Torsionskoeffizienten des Quarzfadens, zu Drucken in Dynen umzurechnen und es nicht allein auf einen statischen Ausschlag der Drehwage, sondern auch auf einen solchen des Lampengalvanometers G_2 zu reduzieren. Das Verhältnis eines ballistischen Ausschlages des Galvanometers G_2 zu einem statischen wurde durch eine lange Reihe von Belichtungen mit der Bogenlampe ermittelt. Es betrug bei „Luft" 1,55, bei „rotem Gas" 1,535, und bei „Wasserschicht" 1,502. Diese Verschiedenheiten rühren wahrscheinlich nicht allein von der Dämpfungskonstante des Galvanometers her, sondern von der besonderen Art, wie das Bolometer durch den Lichtstrahl zu seinem stationären Zustand erwärmt wurde. Wenden wir diese Reduktionsfaktoren auf die Mittelwerte in Tab. III und IV an, so erhalten wir folgende Resultate:

Der Druck des Normallichtstrahles betrug für

a) „Luft":

$$16{,}91 \cdot \frac{1{,}55}{1{,}357} \cdot 0{,}363 \cdot 10^{-5} = (\mathbf{7{,}01 \pm 0{,}023}) \cdot \mathbf{10^{-5}\ Dynen.}$$

b) „Rotes Glas":

$$16{,}91 \cdot \frac{1{,}535}{1{,}357} \cdot 0{,}363 \cdot 10^{-5} = (\mathbf{6{,}94 \pm 0{,}024}) \cdot \mathbf{10^{-5}\ Dynen.}$$

c) „Wasserschicht":

$$16{,}20 \cdot \frac{1{,}502}{1{,}357} \cdot 0{,}363 \cdot 10^{-5} = (\mathbf{6{,}52 \pm 0{,}028}) \cdot \mathbf{10^{-5}\ Dynen.}$$

II. Energie der Strahlung.

Die bei den „vorläufigen Versuchen" zur Energiemessung benutzte Methode (p. 227) wurde verworfen, da die Angaben des Bolometers auch nach einigen angebrachten Konstruktionsverbesserungen für die vorliegende Arbeit nicht genau genug waren. Wir wanden deshalb folgendes Verfahren an:

Vir ließen den Lichtstrahl auf die geschwärzte Ober-
eines Silberscheibchens fallen und beobachteten dessen
raturzunahme pro Sekunde, wenn es dieselbe Tem-
wie seine Umgebung hatte. Dieses Silberscheib-
atte 13,6 mm Durchmesser, 3,58 mm Höhe und wog
es war von Tiffany & Co. geliefert worden und

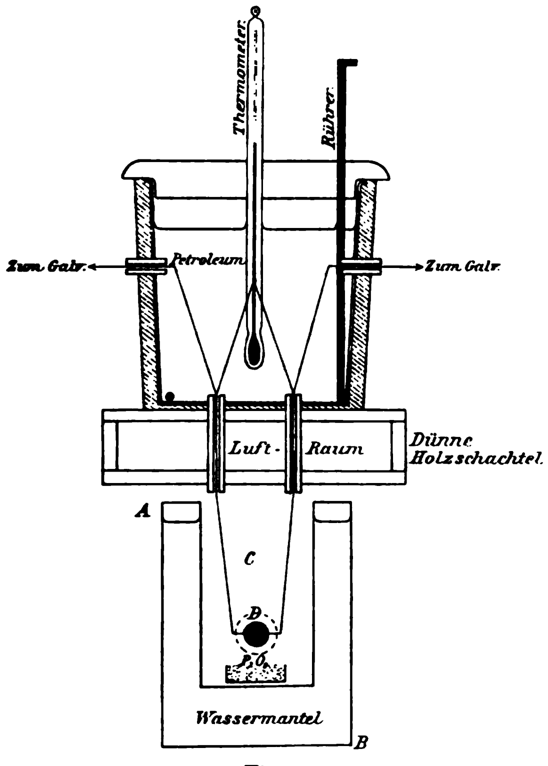


Fig. 6.

nach deren Angabe aus 99,8 Proz. reinem Silber. In
n Durchmessern wurden durch das Scheibchen zwei
gebohrt, die um $^1/_4$ der Scheibendicke von jeder
he entfernt waren. Zwei Eisen-Konstantanthermo-
, die durch Verlöten zweier 0,1 mm dicken Drähten
lt waren, wurden durch die Löcher des Scheibchens
Um diese Drähte von dem Scheibchen zu isolieren,
ine Glasröhrchen über sie gezogen und in die Löcher

eingeführt, so daß sie knapp als 2 mm Draht an jeder [illegible] der Lötstelle frei ließen. Die Drähte waren in den Glas[illegible]chen und diese in dem Scheibchen mit Schellack festgek[illegible] die Röhrchen ragten ca. 15 mm aus dem Scheibchen he[illegible] und waren in einer zu den Kreisflächen parallelen E[illegible] aufwärts gebogen. Die allgemeine Anordnung zeigt Fig. 6. Das Scheibchen war an den vier Drähten in einiger Entfernung unterhalb einer flachen Holzschachtel aufgehängt. Auf der Schachtel stand ein mit Watte umwickeltes Kalorimetergefäß, das mit Petroleum gefüllt war. Hierein tauchten die Enden der Thermoelemente, die auf konstanter Temperatur gehalten werden sollten. An ihren Enden waren Kupferdrähte angelötet, die mit 500 Ω Galvanometerwiderstand und 1000 Ω Ballastwiderstand den Stromkreis bildeten.

Die Thermoelemente in dem Scheibchen waren hintereinander geschaltet und da jede Lötstelle mitten zwischen der Mittelebene und der einen Fläche lag, durfte angenommen werden, daß, wenn sich das Scheibchen infolge der Bestrahlung einer Fläche langsam erwärmte, die elektromotorische Kraft der mittleren Temperatur des Scheibchens entsprach. Eine Kreisfläche des Scheibchens wurde geschwärzt, indem man mittels eines Zerstäubungsapparates eine Mischung von Lampenruß und Alkohol, in dem eine Spur Schellack aufgelöst war, auftrug. Diese Methode ist von G. E. Hale angegeben und gibt eine sehr feine und gleichmäßige tiefschwarze Schicht, die ebensogut ist, wie ein Rußniederschlag aus Rauch.

Bei den Energiemessungen wurde die Glasglocke und die Drehwage von der Platte P (Fig. 2) entfernt und ein doppelwandiges Kupfergefäß AB (Fig. 6). das als Wassermantel diente und einen kleinen Luftraum C umschloß, auf denselben Platz gestellt. Eine Röhre von 2 cm Weite war in die Vorderseite des Gefäßes eingelötet, um den Lichtstrahl in den Raum C einzulassen. Ihre Öffnung war mit einer Spiegelglasplatte von derselben Beschaffenheit wie die größeren Fenster an der Glasglocke bedeckt.

Das Nadelsystem im Galvanometer G_1, ein du Bois-Rubens-Instrument mit einem Magnetgehänge von 0,09 g, war in einem starken Magnetfelde aufgehängt, so daß die Schwingungsdauer gegen 4 Sek. betrug. Das System besaß

eine starke Luftdämpfung in Gestalt eines Glimmerflügels von großer Oberfläche.

Die Thermoelemente und das Galvanometer reagierten rasch auf die Bestrahlung, was daraus zu erkennen war, daß sich die Bewegung des Magnetsystems 1,2 Sek. nach Abschluß des Lichtes umkehrte, wenn sich die Temperatur des Scheibchens etwas über der des Raumes befand.

Das Silberscheibchen wurde auf folgende Art für Temperaturangaben geeicht. Es wurde in ein Petroleumbad eingetaucht und der Galvanometerausschlag für zwei verschiedene Temperaturen abgelesen. Die eine Temperatur lag ca. 18° über der relativ konstanten Temperatur des Raumes *C* oder des Kalorimeters, und die andere etwa dieselbe Zahl von Graden darunter. Diese beiden Temperaturen wurden durch ein Fuesssches Normalthermometer gemessen, das in $^1/_{10}$ Grade geteilt und in der Reichsanstalt geeicht war. Zwei von obigen Eichungssätzen wurden unabhängig voneinander ausgeführt. Eine dieser Serien ist vollständig in Tab. V enthalten. Die ersten drei Kolumnen geben den Nullpunkt, den direkten und den kommutierten Ausschlag des Galvanometers, die vierte gibt die Temperatur des Bades, in das der Körper eingetaucht wurde, und die fünfte die des Kalorimeters von konstanter Temperatur. Die sechste Kolumne enthält die Ausschläge von G_1, die siebente die Mittelwerte je zweier Ausschläge nach der gleichen Seite, die achte das Mittel aus beiden vorhergehenden. Die letzte Kolumne gibt die Differenz swischen den Temperaturen der beiden Kalorimeter in Celsiusgraden an. Für das ganze Temperaturintervall in der Tabelle, 39,11°, betrug der Ausschlag von G_1 394 Skt. bei einer Empfindlichkeit von $G_1 = 996$. Einem Intervall von 1° entsprach also ein Ausschlag von 10,03 Skt. für eine Empfindlichkeit $G_1 = 1000$. Das Mittel aus den beiden getrennten Kalibrierungen ergab 9,96 Skt. für 1° Temperaturunterschied.

Vor Beginn einer Serie von Energiemessungen wurde das Scheibchen in einem Luftraum, der Phosphorpentoxyd enthielt und durch Eis und Salz abgekühlt wurde, aufgehängt. Wenn hier das Scheibchen eine Temperatur von ungefähr Null Grad erreicht hatte, wurde es rasch in den Raum *C* (Fig. 6) gebracht und der Lichtstrahl darauf gerichtet. Hatte sich dann

Eichung des Silberscheibchens.

Kältebad								
Ablesung von G_1			Scheibchen T_1^0	Kal. T_2^0	Ausschlag von G_1	Mittel der abwechselnden Ausschläge	G_1 Mittel	$T_2^0 - T_1^0$
Komm.	Nullpunkt	Direkt						
	221,2							
	221,0	35,2	1,58°	20,05°	185,8	—	—	—
	220,9							
402,0	221,0	—	1,60	20,07	181,0	185,7	183,4	18,47°
	221,2							
	221,2	35,7	1,57	20,10	185,5	181,3	183,4	18,53
	221,2							
403,1	221,5	—	1,56	20,14	181,6	185,8	183,7	18,58
	221,9							
	222,0	35,9	1,54	20,16	186,1	182,2	184,1	18,62
	222,1							
405,0	222,2	—	1,52	20,20	182,8	186,3	184,5	18,68
	222,4							
	222,7	36,2	1,57	20,22	186,5	182,7	184,6	18,65
	223,0							
405,8	223,1	—	1,60	20,26	182,7	186,7	184,7	18,66
	223,2							
	223,3	36,3	1,59	20,30	187,0	—	—	—
	223,5							
			Korrektion für $T_1^0 = 0,00°$.				184,0	18,60°

Wärmebad								
Ablesung von G_1			Scheibchen T_1^0	Kal. T_2^0	Ausschlag von G_1	Mittel der abwechselnden Ausschläge	G_1 Mittel	$T_1^0 - T_2^0$
Komm.	Nullpunkt	Direkt						
	217,3							
	218,6	434,2	41,45°	20,40°	215,6	—	—	—
	219,9							
2,0	220,5	—	41,35	20,42	218,5	213,7	216,1	20,93°
	221,1							
	222,4	434,2	41,25	20,44	211,8	216,4	214,1	20,81
	223,7							
10,0	224,4	—	41,08	20,50	214,4	209,1	211,7	20,58
	225,1							
	225,7	432,1	40,90	20,55	206,4	212,4	209,4	20,35
	226,3							
16,3	226,7	—	40,80	20,60	210,4	204,8	207,6	20,20
	227,2							
	227,8	431,0	40,67	20,61	203,2	208,5	205,8	20,07
	228,4							
21,8	228,5	—	40,55	20,63	206,7	201,8	204,2	19,92
	228,7							
	229,0	429,4	40,43	20,65	200,4	—	—	—
	229,3							
				Korrektion für $T_1^0 = 0,10°$.			209,8	20,41°
						Korrigiert:		20,51°

seine Temperatur auf 5 oder 6° der Raumtemperatur genähert, so wurde in Zwischenräumen von 5 Sek. das Galvanometer abgelesen, bis das Scheibchen eine Temperatur erreicht hatte, die mehrere Grade über der seiner Umgebung lag. Die Temperatur des Raumes wurde dadurch bestimmt, daß man das Scheibchen entfernte und nahe auf die Temperatur des Raumes abkühlte, dann wurde es wieder zurückgebracht und der Gang der Temperaturänderung während einiger Minuten beobachtet.

Tabelle VI.

Energiemessungen. „Luft“.

16. August 1902.

Zeit	G_1	Zeit	G_1	ΔG_1	Δt	$\frac{\Delta G_1}{\Delta t}$ in mm pro Sek.
0 Sek.	174,5	60 Sek.	253,2	78,7	60 Sek.	1,312
5	182,0	55	247,3	65,3	50	1,306
10	189,0	50	241,3	52,3	40	1,308
15	196,2	45	235,2	39,0	30	1,300
20	203,0	40	229,1	26,1	20	1,305
25	209,7	35	222,8	13,1	10	1,310
30	216,4					
					Mittel:	1,307

Ablesung des Lampengalvanometers $G_2 = 924$. Die Empfindlichkeit von G_2 betrug 667 und von G_1 996; $\Delta G/\Delta t$ reduziert auf die normalen Verhältnisse wird $1,307 . 667 . 996 : 924 . 1000 = 0,943$ mm/Sek.

Nulllage des Galvanometers G_1 (kurz geschlossen) bestimmt nach der Abkühlungsmethode gleich 216,8 gleich der Ablesung bei der Raumtemperatur.

Tab. VI gibt eine solche Beobachtungsserie, die die Erwärmung des Scheibchens durch den Lichtstrahl darstellt, vollständig wieder. Man sieht, daß die Temperatur des Scheibchens die des Raumes 30 Sek. nach Beginn der Serie überschreitet. Die letzte Kolumne enthält den Betrag, um welchen der Galvanometerausschlag pro Zeiteinheit zunahm, wenn das Scheibchen und seine Umgebung dieselbe Temperatur hatten. Energiemessungen wurden bei „Luft“, „rotem

Glas“ und „Wasserschicht“ angestellt, analog wie bei d
Druckmessungen. Während der Experimente wurde öft
die Rußschicht des Scheibchens abgewischt und eine ne
aufgetragen; das endgültige Resultat entspricht deswegen nic
einer einzelnen Schicht, sondern stellt einen Durchschnitt
wert dar.

Eine Ungleichheit der beiden Thermoelemente des Schei
chens oder eine in Bezug auf die Mittelebene unsymmetrisc
Lage hätte zur Folge gehabt, daß die Durchschnittstemperat
der Lötstellen nicht der mittleren Temperatur des Scheibche
entsprochen hätte. Um etwaige Fehler dieser Art zu elin
nieren, wurden Beobachtungsreihen für jede Seite des Schei
chens angestellt, wobei die Rußschicht jedesmal von der de
Licht abgewandten Seite weggewischt wurde. Alle Serien v
Energiemessungen sind in Tab. VII und VIII zusamme
gestellt. In den Tabellen, die mit „Luft“ bezeichnet sin
enthält die erste Kolumne die beobachtete Zunahme des G
vanometerausschlages G_1, wenn Scheibchen und Umgebu
auf gleicher Temperatur waren. Die zweite gibt das e
sprechende Mittel der Ausschläge des Lampengalvanomet
G_2; die dritte und vierte enthält die Empfindlichkeit von
und G_2 und die letzte Kolumne die Werte, die auf Norm
lichtstärke und normale Empfindlichkeit der beiden Galva
meter reduziert sind. Von jeder der an beiden Seiten
Scheibchens erhaltenen Serie wurde der Mittelwert gebil
und diese Werte mit ihren wahrscheinlichen Fehlern wur
dann am Schluß der Tab. VIII zu einem Hauptmittel v
einigt.

Tab. VII u. VIII geben folgende Resultate: Die du
schnittliche Zunahme der Ablenkung von G_1 für die norma
Zustände ergab 0,966 mm pro Sekunde. Nach der kal
metrischen Eichung entspricht ein Ausschlag von 9,96
einer Temperaturdifferenz von 1° C. Folglich beträgt bei
lichtung die Temperaturzunahme des Silberkörpers pro S

a) „Luft“: 0,966 : 9,96 = (0,0970° ± 0,00034°) C.,
b) „Rotes Glas“: 0,942 : 9,96 = (0,0946° ± 0,00036°) C.,
c) „Wasserschicht“: 0,880 : 9,96 = (0,0884° ± 0,00064°) C.

Vorderseite.

Datum	„Luft“					„Rotes Glas“			„Wasserschicht“		
	$\frac{dG_1}{dt}$	G_2 Bogen-lampe	E_1	E_2	$\frac{dG_1}{dt}$ reduziert	$\frac{dG_1}{dt}$	G_2	$\frac{dG_1}{dt}$ reduziert	$\frac{dG_1}{dt}$	G_2	$\frac{dG_1}{dt}$ reduziert
10. August	1,387	980	990	689	0,965	—	—	—	0,369	279	0,902
10. „	1,263	920	990	689	0,936	—	—	—	0,437	345	0,864
10. „	—	—	—	—	—	—	—	—	0,400	311	0,877
11. „	1,244	866	986	701	0,992	0,750	546	0,950	0,412	315	0,905
11. „	1,455	1010	986	701	0,995	0,750	546	0,950	0,510	382	0,922
11. „	1,505	1047	986	701	0,994	—	—	—	0,516	381	0,935
16. „	1,447	1022	996	669	0,942	0,736	529	0,927	0,416	327	0,873
16. „	1,284	886	996	669	0,966	0,740	527	0,936	0,451	352	0,853
16. „	1,316	925	996	669	0,948	0,797	550	0,965	0,502	382	0,875
16. „	1,307	924	996	669	0,943	—	—	—	—	—	—
18. „	1,598	1110	995	667	0,955	0,733	515	0,952	0,449	333	0,895
18. „	1,550	1047	995	667	0,984	0,732	518	0,940	0,445	342	0,865
18. „	1,548	1031	995	667	0,995	0,730	518	0,938	0,451	346	0,867
18. „	1,410	957	995	667	0,977	—	—	—	—	—	—
18. „	1,330	898	995	667	0,983	—	—	—	—	—	—
19. „	1,241	862	1001	675	0,975	0,760	532	0,965	0,451	343	0,892
19. „	1,360	934	1001	675	0,985	0,728	512	0,960	0,452	338	0,904
19. „	1,324	905	1001	675	0,990	0,738	525	0,950	0,466	351	0,898
19. „	1,364	934	1001	675	0,988	—	—	—	—	—	—
				Mittel:	0,973 ± 0,003			0,948 ± 0,002			0,888 ± 0,004

Tabelle VIII.

Rückseite.

Datum	„Luft“ $\frac{dG_1}{dt}$	„Luft“ G_2 Bogenlampe	„Luft“ E_1	„Luft“ E_2	„Luft“ $\frac{dG_1}{dt}$ reduziert	„Rotes Glas“ $\frac{dG_1}{dt}$	„Rotes Glas“ G_2	„Rotes Glas“ $\frac{dG_1}{dt}$ reduziert	„Wasserschicht“ $\frac{dG_1}{dt}$	„Wasserschicht“ G_2	„Wasserschicht“ $\frac{dG_1}{dt}$ reduziert
12. August	1,374	960	991	684	0,970	0,808	578	0,949	0,495	370	0,906
12. „	1,331	932	991	684	0,968	0,740	536	0,935	0,434	320	0,919
12. „	1,284	900	991	684	0,967	0,765	542	0,957	0,489	371	0,895
15. „	1,428	992	996	670	0,960	0,703	506	0,926	0,490	368	0,890
15. „	1,428	984	996	670	0,968	0,742	526	0,941	0,466	352	0,885
15. „	1,531	1068	996	670	0,962	0,765	551	0,926	0,440	337	0,873
20. „	1,477	1047	996	685	0,961	0,703	522	0,918	0,458	375	0,833
20. „	1,520	1090	996	685	0,951	0,760	537	0,965	0,497	400	0,848
20. „	1,576	1130	996	685	0,951	0,781	570	0,985	0,507	408	0,848
20. „	1,568	1124	996	685	0,950	—	—	—	—	—	—
21. „	1,783	1224	995	668	0,970	0,846	604	0,932	0,503	393	0,852
21. „	1,773	1232	995	668	0,957	0,790	575	0,915	0,481	377	0,850
21. „	1,705	1190	995	668	0,953	0,803	575	0,930	0,483	373	0,862
21. „	1,452	1019	995	668	0,948	—	—	—	—	—	—
				Mittel:	0,960 ± 0,0014			0,936 ± 0,003			0,872 ± 0,005
Mittel von Vorder- und Rückseite:					0,966 ± 0,0084			0,942 ± 0,0036			0,880 ± 0,0084

Das Gewicht des Silberscheibchens betrug 4,80 g; seine spezifische Wärme [1]) bei 18° C. = 0,0556; das mechanische Wärmeäquivalent bei 18° C. = 4,272 . 10^7 Erg. [2])

Folglich beträgt die Energie der Normalstrahlung:

a) „Luft“: 0,0970 . 4,80 . 0,0556 . 4,272 . 10^7,
$E_L = (1,108 \pm 0,004) . 10^6$ Erg pro Sek.

b) „Rotes Glas“: $E_G = (1,078 \pm 0,004) . 10^6$ Erg pro Sek.

c) „Wasserschicht“: $E_W = (1,008 \pm 0,007) . 10^6$ Erg pro Sek.

Reflexionskraft der benutzten Oberflächen.

1. Regelmäßige Reflexion.

Nach **Maxwell** ist bei senkrechter Inzidenz der Druck n Dynen pro Quadratzentimeter gleich der Energie in Erg, die in der Volumeneinheit des Mediums enthalten ist. Die in der Volumeneinheit enthaltene Energie besteht aus der Energie des direkten und reflektierten Strahles. Wenn E die Intensität des einfallenden Strahles ist und ϱ der Reflexionskoeffizient, so ist der Druck $p = E(1 + \varrho)/c$, wo c die Lichtgeschwindigkeit ist. Die Methoden zur Messung von p und E sind schon beschrieben. Die Bestimmung von ϱ für beide Seiten der Flügel C und D geschah folgendermaßen. Die Unterlagen der Drehwage wurden ersetzt durch eine geteilte kreisförmige Platte A (Fig. 7), die um eine zentrische vertikale Achse gedreht werden konnte. Die Achse ging durch die Platte hindurch und trug an ihrem Ende einen Spiegelhalter $b\,b$. Die Flügel wurden frisch versilbert und auf einer Spiegelglasplatte $a\,a$ befestigt, die von einer Klammer gegen die Rückseite von $b\,b$ gehalten wurde. Der Lichtstrahl wurde von der Linse L_3 (Figg. 3 u. 7) auf die Flügel gerichtet, gerade so, wie es bei den Druckbeobachtungen geschehen war. Nach der Reflexion durch den Flügel fiel der Strahl auf einen Konkavspiegel M, der ein Bild von dem Flügel auf einen einfachen Streifenbolometer B entwarf, das den unbekannten Widerstand einer Brückenanordnung bildete. Der Strom wurde von Akkumulatoren geliefert. Das Galvanometer war dasselbe, das

1) U. **Behn**, Ann. d. Phys. **4.** p. 266. 1900.

2) Mittel von **Rowlands** und **Griffiths** Werten (Phil. Trans. 184. 36. 1893).

bei den Energiemessungen benutzt worden war, nur Spulen von geringerem Widerstande. Das Bolometer w der früher benutzten Glasglocke bedeckt. Der Spiege Glocke und das Bolometer standen auf der drehbarei Die ausgezogenen Linien der Figur zeigen die Anordı Messung der Intensität des reflektierten Strahles, d tierten die Stellung zur Bestimmung des direkten Alle Messungen der regelmäßigen Reflexion wurden b Einfallswinkel von 12,5° ausgeführt.

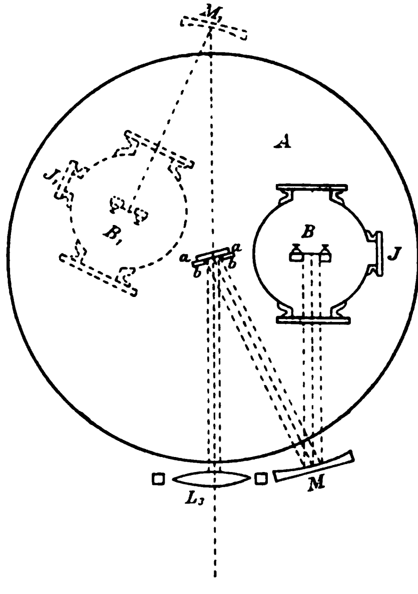


Fig. 7.

Die Beobachtungsmethode kann man aus Tab. IX die eine Journalaufzeichnung einer einzelnen Serie sungen darstellt. In der Tabelle bezeichnet *D* unc direkten und reflektierten Strahl. Die erste unc Kolumne enthält die Nulllage und die Umkehrpuı Schwingungen des Galvanometers G_1, die dritte den A Die übrigen Kolumnen enthalten der Reihe nach schlag des Lampengalvanometers, die Mittel aus jeder paar von *D* oder *R* und die abwechselnden Mittel. I Kolumne gibt die Quotienten der beiden vorhergehen

die gesuchten Reflexionskoeffizienten. Im ganzen wurden drei Serien von Messungen an der Silberseite und zwei an der Glasseite eines jeden Flügels gemacht. Um die mittleren Koeffizienten zu erhalten, die dem durchschnittlichen Zustand eines Flügels während der Druckmessungen entsprachen, wurden die Flügel zwischen je zwei Serien gereinigt und neue Silberschichten auf denselben Seiten niedergeschlagen. Die Reflexionskoeffizienten sind in Tab. X zusammengestellt.

Tabelle IX.

Reflexionskoeffizient von D_g. „Luft."

31. Oktober 1902.

	Nullpunkt	Umkehrpunkt	Ausschlag G_1	Bogenlampe	G_1 reduz. auf Normal	Mittel	Abwechselnd. Mittel	Reflexionskoeffizient
R	350,0	159,5	190,5	132,6	143,8	142,5	—	—
	349,0	152,0	197,0	139,3	141,3			
D	349,5	100,5	249,0	136,8	182,1	182,5	142,0	0,779
	350,0	111,5	238,5	130,5	183,0			
R	346,0	177,0	169,0	119,3	141,2	141,5	182,5	0,775
	347,0	171,0	176,0	124,4	141,7			
D	348,5	123,0	225,5	124,0	181,8	182,4	141,1	0,773
	348,5	120,0	228,5	125,0	183,0			
R	345,0	172,0	173,0	122,6	141,0	140,6	182,7	0,770
	345,0	171,0	174,0	124,0	140,3			
D	346,0	132,0	214,0	115,5?	—	183,0	141,2	0,773
	346,0	124,0	221,0	120,7	183,0			
R	344,0	173,0	171,0	120,7	141,8	141,7	182,1	0,778
	344,5	171,0	173,5	122,6	141,6			
D	346,0	119,0	227,0	125,3	181,0	181,2	141,6	0,781
	346,0	117,5	228,5	126,0	181,3			
R	342,0	174,0	168,0	118,0	142,3	141,5	181,8	0,780
	342,0	170,5	171,5	122,0	140,8			
D	347,0	130,0	217,0	119,0	182,3	182,5	141,4	0,775
	347,0	134,0	213,0	116,7	182,7			
R	341,5	174,5	167,0	118,0	141,3	141,2	—	—
	341,0	173,0	168,0	119,0	141,1			

Mittel: 0,776

Tabelle X.

Reflexionskoeffizienten in Prozenten.

	C_s				C_g			
	„Luft“	„Rotes Glas“	„Wasser“	Diffuse Reflex.	„Luft“	„Rotes Glas“	„Wasser“	Diffuse Reflex.
	92,8	94,5	88,9	0,98	77,8	75,9	80,8	—
	89,8	90,8	86,0	0,92	77,6	76,6	80,0	1,6
	90,8	—	—	1,23	—	—	—	—
Mittel:	91,1	92,7	87,5	1,04	77,7	76,3	80,4	1,6
	D_s				D_g			
	95,0	96,3	91,5	2,2	77,6	76,5	81,0	2,8
	92,0	94,0	90,4	—	76,7	75,2	79,7	2,2
	94,8	95,0	92,3	0,8	—	—	—	—
Mittel:	93,9	95,1	91,4	1,5	77,2	75,9	80,4	2,5
Mittlere Koeffizienten.								
	Luft—Silber				Glas—Silber			
	92,5	93,9	89,5	1,3	77,5	76,1	80,4	2,0
Korrigierte Koeffizienten.								
	92,0	93,4	89,0	—	77,6	76,2	80,5	—

Durchschnittswert der Koeffizienten.

„Luft“	„Glas“	„Wasser“
84,8	84,8	84,8

2. Diffuse Reflexion.

Für jede benutzte Oberfläche wurde die *diffuse* Reflexion eines Strahles, der durch Luft gegangen war, folgendermaßen bestimmt. Die Fläche wurde auf senkrechte Inzidenz gestellt, die Energie, die in einem Winkel von 25° reflektiert wurde und auf die volle Öffnung des Spiegels *M* fiel, wurde gemessen und der Gesamtbetrag für die Halbkugel auf Grund des

Kosinusgesetzes berechnet. Wenn $I_\Theta\, d\, A$ der Betrag der diffusen Strahlung ist, die unter einem Winkel Θ zur einfallenden Strahlung normal auf das Flächenelement $d\, A$ fällt, das sich in einer Entfernung r von dem Flügel befindet, dann ist

$$I_\Theta\, d\, A = I_0 \cos \Theta\, d\, A .$$

Der gesamte Betrag der diffusen Strahlung ist

$$\iint I_0 \cos \Theta\, d\, A ;$$

genommen über die Oberfläche der Halbkugel

$$= \int_0^{\pi/2} 2\, \pi\, r^2 I_0 \cos \Theta \sin \Theta\, d\, \Theta = \pi\, I_0\, r^2 .$$

Dieses Integral stellt den Betrag der diffusen Reflexion in Tab. X dar. Von der diffusen Strahlung $I_\Theta\, d\, A$ kommt allein die zum Flügel senkrechte Komponente $I_\Theta \cos \Theta\, d\, A$ in Betracht. Der Gesamtausdruck lautet

$$\int_0^{\pi/2} 2\, \pi\, r^2 I_0 \cos^2 \Theta \sin \Theta\, d\, \Theta = \tfrac{2}{3} \pi\, I_0\, r^2 .$$

Man sieht also, daß $^2/_3$ des diffus reflektierten Lichtes Druckwirkung ausübt. Dieses vergrößert die Luft–Silber-Reflexionskoeffizienten um 0,9 Proz. und die Glas–Silber-Koeffizienten um 1,3 Proz. Die kleinen Glasstäbchen d_1 (Fig. 2), die bei den Reflexionsmessungen nicht vorhanden waren, verkleinern die reflektierende Fläche der versilberten Flügel bei den Druckmessungen um 1,54 Proz. Die Werte für Luft–Silber sind also zu vermindern um 0,92 . 1,54 = 1,4 Proz. und die Werte für Glas–Silber um 0,78 . 1,54 = 1,2 Proz. Durch Anwendung dieser beiden Korrektionen erhält man die endgültig korrigierten Koeffizienten in Tab. X.

Die diffuse Reflexion von Rußschichten, die nach der bei der Schwärzung des Silberscheibchens angegebenen Methode hergestellt waren, wurde nach derselben Art gemessen und berechnet wie die diffuse Reflexion der Flügel C und D. Die Übereinstimmung, die Ångström[1]) zwischen der diffusen

1) K. Ångström, Wied. Ann. **26**. p. 271. 1885.

Reflexion von matten Oberflächen bei senkrechter Inzidenz ı dem Kosinusgesetz gefunden hat, war für den gegenwärti Zweck hinreichend. Es wurden fünf Bestimmungen der diffu Reflexion unter verschiedenen Bedingungen und mit ' schiedenen Rußschichten gemacht. Die Werte betrugen 4,5, 4,2, 4,6 und 5,2 Proz., im Mittel 4,6 Proz. der Intens des einfallenden Strahles. Also nur 95,4 Proz. des auffallen Lichtes wurden durch die Rußschicht des Silberscheibchens sorbiert. Folglich beträgt die wahre Energie des Lichtstra 1/0,954 der beobachteten.

Das Silberscheibchen von 13,3 mm Durchmesser emp lange Wellen und zerstreute Strahlung, die um und durch Lichtdruckflügel von 12,8 mm Durchmesser gegangen ı Dieser Betrag wurde für dicke und dünne Silberschicl experimentell festgestellt, um angenähert den durchschnittlic Einfluß der Schichten auf die Lichtdruckmessungen zu fin und man hatte im Mittel erhalten:

a) „Luft": 1,40 Proz., b) „Rotes Glas": 1,44 Proz.,
c) „Wasserschicht": 0,46 Proz.

Um einen solchen Betrag muß die Energie E der Norn strahlung noch verringert werden.[1]) Wenden wir diese I rektionen an und auch die oben erwähnten, von der diffu Strahlung des Silberkörpers herrührenden, so beträgt die Ene der Normalstrahlung:

a) „Luft": $E_L \cdot \frac{0,986}{0,954}$,

b) „Rotes Glas": $E_G \cdot \frac{0,986}{0,954}$,

c) „Wasserschicht": $E_W \cdot \frac{0,995}{0,954}$.

Folglich ist der Druck, der von einer konstanten Strahl herrührt, nach Maxwells Formel $p = E(1 + \varrho)/3 \, . \, 10^{10}$ rechnet, für $\varrho = 0,848$

1) Da durchschnittlich die Tangente des Öffnungswinkels des fallenden Lichtstrahles gegen $^1/_{40}$ betrug, war es nicht nötig, für sel Inzidenz eine Korrektion anzubringen. Ferner war die Innenseite Glasglocke geschwärzt und der Nullpunkt der Drehwage so gewählt, keine von den Fenstern reflektierte Energie Druckwirkungen ausüben ko

a) „Luft“:

$$p = E_L \cdot \frac{0,986}{0,954} \cdot \frac{1,848}{3.10^{10}} = 1,108 \cdot \frac{0,986}{0,954} \cdot \frac{1,848}{3.10^{10}} \cdot 10^6 \text{ Dynen}$$

$$p = (7,05 \pm 0,03) \,.\, 10^{-5} \text{ Dynen.}$$

b) „Rotes Glas“:

$$p = E_G \cdot \frac{0,986}{0,954} \cdot \frac{1,848}{3.10^{10}} = 1,078 \cdot \frac{0,986}{0,954} \cdot \frac{1,848}{3.10^{10}} \cdot 10^6 \text{ Dynen}$$

$$p = (6,86 \pm 0,03) \,.\, 10^{-5} \text{ Dynen.}$$

c) „Wasserschicht“:

$$p = E_W \cdot \frac{0,995}{0,945} \cdot \frac{1,848}{3.10^{10}} = 1,008 \cdot \frac{0,995}{0,954} \cdot \frac{1,848}{3.10^{10}} \cdot 10^6 \text{ Dynen}$$

$$p = (6,48 \pm 0,04) \,.\, 10^{-5} \text{ Dynen.}$$

Ein Vergleich der beobachteten und berechneten Drucke folgt:

	Beobachtet $p \,.\, 10^{-5}$ Dynen	Berechnet $p \,.\, 10^{-5}$ Dynen	Differenz in Proz.
Luft“	$p = 7,01 \pm 0,02$ [1]	$7,05 \pm 0,03$	$-0,6$
Rotes Glas“ . .	$p = 6,94 \pm 0,02$	$6,86 \pm 0,03$	$+1,1$
Wasserschicht“ .	$p = 6,52 \pm 0,03$	$6,48 \pm 0,04$	$-0,6$

Die aus Druck- und Energiemessungen erhaltenen Werte eigen eine befriedigende Übereinstimmung.

Eine Schätzung des ungefähren Betrages der *Luftstörungen*, ie bei der ballistischen Beobachtungsmethode nicht eliminiert rurden, kann man aus folgenden Betrachtungen erhalten.

Wenn Strahlung auf einen Flügel der Drehwage fällt, wird in Teil davon durch die Silberoberfläche absorbiert. Aus den Beträgen der regelmäßigen und diffusen Reflexion (Tab. X), aus em Betrage, der auf die Durchschnittsoberfläche übertragen ist xperimentell bestimmt, aber nicht in Tab. X angegeben), ferner us der Wirkung des Glasstäbchens und aus dem Reflexions-oeffizient der Glasoberfläche war gefunden worden, daß, wenn die

1) Um den beobachteten Druck mit dem aus der Energie berechteten vergleichen zu können, wurden für die drei verschiedenen Wellenruppen (Luft, rotes Glas, Wasserschicht) drei voneinander völlig unabhängige Experimente angestellt. Die Druckwerte 7,01, 6,94 und 6,52 kommen nander nur zufällig nahe. Die Differenz entsteht durch die verschiedene eflexionskraft der unter 45° geneigten Glasplatte für die verschiedenen rahlen, sowie auch dadurch, daß die Angaben des Lampengalvanometers G_2 ammen mit dem Bolometer R nicht streng proportional den Energiegen sind, deren gegenseitiges Verhältnis etwa 33 : 60 : 100 für „Wasser“, otes Glas“ und „Luft“ ist. Das Lampenbolometer und -Galvanometer nte nur dazu, die kleinen Schwankungen der Lichtintensität zu kontrolren, die selten mehr als 10 Proz. von jeder Seite des Mittelwertes betrugen

Silberseite des Flügels dem Lichte zugekehrt war, der Absorptionskoeffizient bei Strahlung durch „Luft“ 6 Proz., und wenn die Glasseite nach vorn stand, dann 18 Proz. betrug.

Die ganze Kraft, die auf den Flügel einwirkte, zerfiel in zwei Komponenten, eine die von dem Strahlungsdruck, und eine, die von der Lufteinwirkung herrührte. F_S sei die Kraft, die von der ersten Ursache herrührt, wenn wir annehmen, daß die gesamte Strahlung absorbiert werde, und F_L sei der von der zweiten Ursache herrührende Effekt unter derselben Voraussetzung. Dann beträgt der gesamte Effekt, wenn die Silberseite dem Lichte zugekehrt ist und die Strahlung durch „Luft“ geht, gleich $1{,}92\,F_S + 0{,}06\,F_L$. Steht die Glasseite nach vorn, ist der ganze Effekt $1{,}776\,F_S - 0{,}18\,F_L$. Setzen wir diese Ausdrücke gleich den entsprechenden reduzierten Ausschlägen (Tab. III, Kolumne 11 und 12), so haben wir zwei Gleichungen, aus welchen der Wert von F_S und F_L erhalten werden kann. Hiernach ist also der Effekt, der von der Einwirkung des Gases auf den Flügel herrührt, annähernd bestimmt und damit auch der Betrag $0{,}06\,F_L$, der bei der Bildung von Kolumne 13 (als Mittel aus den beiden vorhergehenden) nicht eliminiert ist.

Wenden wir diese Methode auf sämtliche Resultate der Tab. III an (mit Ausnahme derjenigen Resultate, die mit schlechtem Spiegel, wie unser Notizbuch angibt, erhalten sind), so beträgt die Lufteinwirkung, die bei den ballistischen Ausschlägen für „Luft“ auftritt, 0,8 Proz. Verfahren wir ebenso mit den Werten der Tab. IV, so beträgt die Lufteinwirkung bei „rotem Glas“ 1,1 Proz. und bei Wasserschicht 0,3 Proz. Das Vorzeichen von F_L erscheint negativ, was bedeutet, daß die Luftwirkung saugend war.

Diese Betrachtung hat zur Voraussetzung, daß die Glasseiten der Flügel während der Expositionsdauer weder durch Absorption noch durch Wärmeleitung von der Silberschicht aus erwärmt wurden. Der Effekt einer solchen Absorption oder Leitung hätte den berechneten Lufteinfluß vermindern müssen. Wie bei den statischen Beobachtungen vermutet wurde, ist die Lufteinwirkung bei den ballistischen Messungen der Größe nach vergleichbar mit den berechneten Werten, wie sie oben erhalten wurden und von demselben Vorzeichen. Beide Überlegungen zeigen, daß die Lufteinwirkung auch im ungünstigsten

Falle 1 Proz. des Strahlungsdruckes nicht überschreitet. Wegen der Kleinheit und Undefiniertheit wurde an den endgültigen Werten für den Druck keine Korrektion für die Luftstörung angebracht. Bei den Resultaten der Druck- und Energiemessungen sind die wahrscheinlichen Fehler mit angegeben; eine Zusammenstellung der prozentischen Genauigkeit der anderen Werte, die in den Berechnungen vorkommen, sowie die Beeinflußung des endgültigen Resultates wird in folgendem mitgeteilt.

1. Größen, die sich auf einzelne Serien beziehen:

a) Druckwerte:

wingungsdauer T . .	genau auf	0,2 Proz.,	bewirkt am Resultat	0,0 Proz.
belarm der Drehwage l	„ „	0,1 „	„ „ „	0,0 „
stante des Galv. G_2	„ „	0,5 „	„ „ „	0,0 „
positionsdauer . . .	„ „	0,4 „	„ „ „	0,1 „

b) Energiewerte:

stante des Galv. G_1	genau auf	0,1 Proz.,	bewirkt am Resultat	0,0 Proz.
„ „ „ G_2	„ „	0,5 „	„ „ „	0,0 „

2. Größen, die sich auf endgültige Durchschnittswerte beziehen:

a) Druckwerte:

sionskraft des Fadens	genau auf	0,2 Proz.,	bewirkt am Resultat	0,2 Proz.
duktionsfaktor 1,337 .	„ „	0,1 „	„ „ „	0,1 „
„ 1,550 für G	„ „	0,2 „	„ „ „	0,2 „
flexion der Flügeloberflächen	„ „	0,4 „	„ „ „	0,2 „

b) Energiewerte:

wicht des Silberscheibchens	genau auf	0,1 Proz.,	bewirkt am Resultat	0,1 Proz.
mperaturkalibrierung des Silberscheibchens .	„ „	0,5 „	„ „ „	0,5 „
fuse Reflexion der Rußschicht	„ „	0,5 „	„ „ „	0,1 „

Die Übereinstimmung der Werte von „Luft“, „rotes Glas“ und „Wasserschicht“ mit der Theorie innerhalb der Beobachtungsfehler beweist, *daß der Strahlungsdruck nur von der Intensität der Strahlung und nicht von der Wellenlänge abhängt.*

Die Maxwell-Bartolische Theorie ist somit innerhalb der wahrscheinlichen Beobachtungsfehler quantitativ bestätigt.

Hanover N. H., Wilder Laboratory, Dartmouth College, Dezember 1902.

(Eingegangen 2. März 1903.)

2. *Zur Theorie der Serienspektren; von Walter Ritz.*

(Auszug aus der Inaugural-Dissertation des Verfassers.)

Die merkwürdigen Gesetze, die von Balmer[1]), Kayser und Runge, und Rydberg in vielen Linienspektren entdeckt worden sind, zeigen bekanntlich, daß die Eigenschwingungen des Lichterregers einen durchaus anderen Typus besitzen als die uns aus der Elektrodynamik, Elastizitätstheorie und Hydrodynamik bekannten Fälle von Eigenschwingungen. Während in letzteren die Schwingungszahlen ν, als Funktionen willkürlicher ganzer Zahlen dargestellt, für große Werte dieser Zahlen arithmetische Progressionen bilden, welches auch immer die Gestalt der schwingenden Körper sei, und somit niemals zwischen zwei endlichen Werten von ν unendlich viele Eigentöne liegen, so findet genau das Gegenteil für die den Serienspektren (und wie es scheint, auch den Bandenspektren) entsprechenden schwingenden Systeme statt.

So ist das Wasserstoffspektrum bekanntlich mit außerordentlicher Genauigkeit darstellbar durch die Balmersche Formel, die man schreiben kann

$$\frac{10^8}{\lambda} = 109\,675{,}0 \left[\tfrac{1}{4} - \frac{1}{m^2}\right],$$

wo λ der Reihe nach die auf Vakuum reduzierten Wellenlängen der Wasserstofflinien in Ångströmeinheiten (10^{-8} cm) bedeutet, wenn $m = 3, 4, 5 \ldots 32$ gesetzt wird.[2]) Mit unendlich wachsendem m nähern sich die $1/\lambda$ immer wachsend einer endlichen Grenze, in deren Nähe unendlich viele Spektrallinien sich häufen.

Dabei ist die Genauigkeit, mit welcher sich diese Formel an die Erfahrung anschließt, eine so außerordentliche, und die Feinheit der Messungen so groß, daß nur wenige physikalische Gesetze in dieser Hinsicht mit jener Formel vergleichbar sind. Beim Versuch sie theoretisch zu begründen wird man somit

1) J. J. Balmer, Wied. Ann. 25. p. 80. 1885.

2) Näheres vgl. H. Kayser, Handbuch der Spektroskopie II. Aufl. 2. p. 504. 1902.

zunächst von der Voraussetzung ihrer absoluten Genauigkeit ausgehen dürfen.

Die ganz ähnlichen Gesetze anderer Linienspektren sind weiter unten zusammengestellt. Auch sie zeigen stets eine Häufungsstelle der Schwingungszahlen im Endlichen.

Daß eine solche Häufungsstelle auf Grund der bekannten Differentialgleichung

$$\frac{\partial^2 \varphi}{\partial t^2} = c^2 \left[\frac{\partial^2 \varphi}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 \varphi}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 \varphi}{\partial z^2} \right],$$

die für alle Schwingungsprobleme der Elastizitäts- und Elektrizitätstheorie maßgebend ist, nie eintreten kann, ist bekannt. Für festgehaltene Begrenzung ist der strenge Beweis von Hrn. Poincaré[1]) erbracht worden. Zwar können bei geeignet gewählten Bedingungen mehrere Eigenschwingungen sehr nahe zusammenfallen, doch ist ihre Zahl stets endlich, und sie weisen auch nicht annähernd die von der Balmerschen Formel geforderte Gesetzmäßigkeit auf.

Danach scheint die Anlehnung an die geläufigsten Hypothesenbildungen der Physik sehr erschwert. Bedenkt man noch, daß der Schluß aus den Schwingungszahlen eines zur Zeit uns noch ganz unbekannten Systems auf die Gesetze seiner Bewegung kein eindeutiger ist, so wird man die Aufgabe der Theorie so stellen dürfen:

Unter möglichster Anlehnung an Mechanik oder Elektrodynamik sollen physikalisch anschauliche, mathematische Operationen angegeben werden, deren Interpretation durch die Schwingungen eines geeigneten „*Modells*" für diese auf die Gesetze der Serienspektren führen; die Theorie soll gestatten, die empirischen Formeln zu verbessern, unter einheitlichen Gesichtspunkt zu ordnen und neue Gesetze aufzudecken.

In diesem Sinn der Fragestellung hoffe ich die Aufgabe im folgenden gelöst zu haben. Nach einer Übersicht des vorliegenden empirischen Materials werden zunächst aus einem geeigneten, möglichst einfachen Ansatz für die potentielle Energie eines zweidimensionalen Kontinuums (es sind Fernwirkungen angenommen) die Bewegungsgleichungen desselben auf Grund des *Prinzips der kleinsten Aktion* abgeleitet. Es ergeben sich eine Hauptgleichung

---

1) H. Poincaré, Rendic. del circ. mat. di Palermo 8. p. 57. 1894.

und gewisse Randbedingungen; die Lösung dieser Gle
zeigt, daß die Gesamtheit der Eigenschwingungen des
das Wasserstoffspektrum darstellt.

Auf die Spektren anderer Elemente wird man
wenn man die Hauptgleichung der Bewegung und di
des Systems ungeändert läßt und nur die Randbed
variiert. *Diese Annahme führt nämlich zu Formeln, d
ringerer Anzahl der verfügbaren Konstanten eine beso
roten Teil des Spektrums wesentlich höhere Annäherun
Erfahrung darstellen als bisher erreicht war.* Auch
sich Beziehungen zwischen verschiedenen Serien, die
von Rydberg wegen der Unvollkommenheit seiner
nur vermutet werden konnten. Der sogenannten zwei
stante der Formeln von Kayser und Runge, die von
zu Element auffallend wenig veränderlich sich zeig
spricht in den neuen Formeln eine *exakt universelle G*
Da somit die gemachten Voraussetzungen mehr als bloß
Bedeutung zu haben scheinen, wurde schließlich der
gemacht, durch geeignete Hülfshypothesen die *Ausst
fähigkeit der Obertöne des Systems* zu erzielen.

Auf Bandenspektren findet die Theorie keine Anw

Die empirischen Gesetze.

Mit λ wird im folgenden stets die *Wellenlänge in L*
Rowlands Skala und in Ångströmeinheiten bezeichnet
die Wellenzahl, d. h. die Anzahl Wellenlängen, die im
auf 1 cm fallen; abgesehen von der Luftbrechung ist $\nu =$
ν ist der Anzahl Schwingungen pro Sekunde prop
Endlich sei N der Koeffizient der Balmerschen For
Rowlands Messungen für H_α, H_β, H_γ abgeleitet. Es

$$N = 109\,675{,}0\,.$$

Dann schreibt sich die Balmersche Formel

$$\nu = N\left[\frac{1}{4} - \frac{1}{m^2}\right], \quad m = 3, 4\,\ldots$$

Von Pickering[1]) ist im Spektrum des Sternes ζ
der die Wasserstofflinien sehr stark zeigt, eine neue S

1) H. W. Pickering, Harvard College Observatory Circul
1896; Astrophys. Journ. 4. p. 369. 1896.

Linien gefunden worden, deren Wellenzahlen sich sehr genau darstellen lassen durch die Formel

$$\nu = N\left[\frac{1}{4} - \frac{1}{(m + 0,5)^2}\right], \quad m = 3, 4, 5 \ldots$$

($m = 2$ fällt ins Ultrarot). Pickering hat diese Serie mit der Balmerschen zu einer Formel vereinigt, wobei der Balmerschen die geraden, der neuen die ungeraden Ordnungszahlen zukommen. Doch haben Kayser[1]) und Rydberg[2]) nachgewiesen, daß nach der Analogie aller anderen Spektren diese Darstellung nur zufällig möglich ist, daß wir vielmehr in der Balmerschen Serie die sogenannte erste Nebenserie, in der Pickeringschen die zweite Nebenserie von Wasserstoff haben.

Für $m = 1$ ergibt sich nun $\nu = - 21\,325,7$, $\lambda = 4687,88$. Nach Analogie der anderen Spektren sollte eine hervorragend starke Linie, die Grundlinie der Hauptserie diese Wellenlänge aufweisen, was sich glänzend bestätigt hat.[3]) Die weiteren Linien der Hauptserie liegen im Ultravioletten und sind wegen der atmosphärischen Absorption unsichtbar. Die Formel der Hauptserie ist nach Rydberg

$$\nu = N\left[\frac{1}{(1,5)^2} - \frac{1}{m^2}\right], \quad m = 2, 3 \ldots$$

Danach besteht das Wasserstoffspektrum der Nebelsterne aus drei Serien: einer sehr intensiven, weit im Ultraviolett liegenden Serie mit scharfen Linien, der „*Hauptserie*“; einer weniger intensiven „*Nebenserie*“ mit verbreiterten Linien, der einzigen, die wir künstlich darstellen können; und einer noch schwächeren, aber schärferen „*zweiten Nebenserie*“, die an demselben Punkt endigt wie die erste Nebenserie. In jeder dieser Serien nimmt die Intensität ab mit wachsender Ordnungszahl.

Ganz ähnlich gebaut erweist sich das Spektrum von *Lithium*.[4]) Auch hier ordnen sich die Linien in drei Serien mit genau dem besprochenen Aussehen; wieder zeigt sich ein immer näheres Zusammenrücken der Linien jeder Serie, wenn man von Rot nach Violett geht.

---

1) H. Kayser, Astroph. Journ. 5. p. 243. 1897.

2) J. R. Rydberg, Astroph. Journ. 6. p. 238. 1897.

3) J. R. Rydberg, l. c. p. 235.

4) Die Linien sind wahrscheinlich sehr enge Paare, vgl. A. Hagenbach, Ann. d. Phys. 9. p. 729. 1902.

Auch Na, K, Rb, Cs zeigen dieselbe Erscheinung, nur sind die Linien doppelt. Von Hartley[1]) und Julius[2]) ist bemerkt worden, daß der Abstand der Komponenten jedes Paares, gemessen in der Skala der Wellenzahlen, also $\nu_1 - \nu_2$ konstant ist. Dies „*Gesetz der konstanten Differenzen*" hat sich von höchst allgemeiner Gültigkeit erwiesen.

Dies gilt für die Nebenserien. Für die Hauptserie werden die Paare mit zunehmendem ν immer enger; das rote Paar zeigt dieselbe Differenz $\nu_1 - \nu_2$ wie die Nebenserien.

Die Elemente der zweiten Mendelejefschen Gruppe zeigen Triplets an Stelle der Doppellinien; die Hauptserie ist noch nicht gefunden, für die Nebenserien gilt wieder das Gesetz der konstanten Differenzen.

Bei Helium[3]) hat man zwei Nebenserien und eine Hauptserie von Doppellinien, dann noch zwei Nebenserien und eine Hauptserie von einfachen Linien. Das sogenannte Compoundspektrum[4]) von O zeigt dieselbe Anordnung, nur daß an Stelle der Doppellinien Triplets treten; an Stelle der einfachen Linien Doublets.

Wenn die Linien einer Serie wegen ihres gemeinsamen wohl ausgeprägten physikalischen Charakters schon sehr früh in vielen Fällen als zusammengehörig erkannt waren, so haben die Untersuchungen von Runge und Paschen[5]) über das Verhalten der Serienlinien im magnetischen Feld diese Zusammengehörigkeit, *unabhängig* von jeder mathematischen Darstellung, definitiv dargetan. Danach zeigen alle Linien einer und derselben Serie qualitativ und quantitativ dieselbe meist ziemlich komplizierte Zerlegung, wenn man die Skala der Wellenzahlen zu Grunde legt; die verschiedenen Komponenten eines Triplets geben verschiedene Zerlegungen, ebenso die verschiedenen Serien. Die Zerlegung (in der ν-Skala) entsprechende

1) W. N. Hartley, Journ. chem. soc. **41.** p. 84. 1882; Phil. Mag. (5) **31.** p. 359. 1891.

2) V. A. Julius, Natuurk. Verh. der Kon. Akad. v. Wetensch. Amsterdam **26.** 1888.

3) C. Runge u. F. Paschen, Astrophys. Journ. **3.** p. 4. 1896.

4) C. Runge u. F. Paschen, Wied. Ann. **61.** p. 641. 1897.

5) C. Runge u. F. Paschen, Sitzungsber. d. k. Akad. d. Wissensch. zu Berlin p. 380 u. p. 720. 1902; Abhandlungen d. k. Akad. d. Wissensch. zu Berlin. 1902.

Linien verschiedener Elemente ist qualitativ und quantitativ ieselbe. Man hat hier ein von aller Willkür freies Mittel, ie Linien zu Serien zu ordnen.

Es handelte sich nun darum, für diese Serien Formeln ufzustellen, die der Balmerschen entsprechen. Dies ist gleichzitig von Kayser und Runge [1]) und Rydberg [2]) versucht orden, und zwar ordnen sie die Spektren im wesentlichen uns in derselben Weise.

Die Formel von Kayser und Runge lautet bekanntlich:

$$\frac{1}{\lambda} = a + \frac{b'}{m^2} + \frac{c}{m^4}, \qquad m = 3, 4 \ldots,$$

e von Rydberg

$$\frac{1}{\lambda} = A + \frac{B}{(n + \mu)^2}, \qquad n = 1, 2, 3,$$

ie von Runge und Paschen

$$\frac{1}{\lambda} = a' + \frac{b'}{n^2} + \frac{c'}{n^3}, \qquad n = 2, 3, 4 \ldots$$

ie Konstanten a, A, a' geben die Grenzen der Serien; b, B, b' riieren *nur wenig von Serie zu Serie.*

Für die rote Linie der Hauptserie nehmen Kayser und unge zumeist die Ordnungszahl 3 an, um den bestmöglichen nschluß an die Beobachtung zu erhalten. Bei Li, He dagegen eigt sich, daß $n = 2$ gewählt werden muß. Rydberg hat berall $n = 2$ (wenn seine Konstante μ zwischen $-0{,}5$ und $+0{,}5$ genommen wird). Da in der Hauptserie von Wasserstoff

$$\frac{1}{\lambda} = N\left[\frac{1}{(1{,}5)^2} - \frac{1}{m^2}\right]$$

ie Grundlinie der Ordnungszahl $m = 2$ entspricht, so ist letztere Wahl sicher die zweckmäßigere. Bei allen Formeln werden ie Grundlinien ($n = 2, 3$) schlecht dargestellt.

Daß Rydbergs Formel der von Kayser und Runge in ewissem Sinn überlegen ist, zeigt die Pickeringsche H-Serie, eren Gleichung

$$\frac{1}{\lambda} = N\left[\frac{1}{4} - \frac{1}{(m + 0{,}5)^2}\right]$$

nau die Rydbergsche Form hat.

---

1) H. Kayser u. C. Runge, Abhandlungen d. k. Akad. d. Wissensch. Berlin 1889, 1890, 1891, 1892.

2) J. R. Rydberg, K. Svenska Akad. Handl. 23. 1889.

Rydberg hat auf Grund seiner Formel eine An Gesetze gefunden, die von Kayser und Runge zum Teil stätigt wurden.

I. *Die beiden Nebenserien endigen an derselben Stelle*; stehen sie aus Doppellinien, so hat man *zwei* den beiden Se gemeinsame Konvergenzpunkte. Die ersten Konstante müssen dann in den Formeln der beiden Serien identisch Die Prüfung dieses Gesetzes erfordert Extrapolation auf $m=$ und das Gesetz zeigt sich bei den Formeln von Kayser Runge weniger genau erfüllt wie bei den Rydbergs Eine Zusammenstellung der Werte von A, die an dem G kaum einen Zweifel lassen, gibt Rydberg [1])

II. *Die Doppellinien der Hauptserien haben eine ge same Grenze*, wie auch Kayser und Runge angeben.

III. *Die Linien der ersten Nebenserie haben einen plizierten Bau:* nicht die intensivsten Linien, sondern „*Satteliten*" geben untereinander die konstante Differenz Wellenzahlen, und zwar dieselbe wie die Paare bez. Tri der zweiten Nebenserie.

IV. *Die Differenzen* ν_1, ν_2 *sind innerhalb einer und selben Gruppe chemisch verwandter Elemente proportional Quadrat des Atomgewichtes.* Diese Beziehung gilt nur angen

V. *Eine letzte wichtige Beziehung verbindet die Haup mit der zweiten Nebenserie.* Schreibt man für erstere

$$\nu = A - \frac{N}{(m+a)^2}, \quad m = 2, 3 \ldots, \tag{1}$$

für letztere aber

$$\nu = S - \frac{N}{(m+s)^2}, \quad m = 2, 3 \ldots, \tag{2}$$

so findet man, daß

$$A = \frac{N}{(1+s)^2}; \quad S = \frac{N}{(2+a)^2}$$

so daß beide Serien sich zusammenfassen lassen in

$$\pm \nu = N\left[\frac{1}{(m+s)^2} - \frac{1}{(n+a)^2}\right]. \tag{3}$$

---

1) J. R. Rydberg, Rapports présentés au Congrès intern de physique 2. p. 212. Paris 1900.

Vorzeichen ist so zu wählen, daß ν positiv wird. Für Hauptserie ist $m = 1$, $n = 2, 3, 4 \ldots$; für die zweite Neben- rie $n = 2$, $m = 1, 2 \ldots$. Für die rote Linie der Haupt- rie ist

$$\nu = N\left[\frac{1}{(1,5)^2} - \frac{1}{(2 + \mu)^2}\right];$$

r ν wäre also gleich der Differenz $A - S$ der Grenzen von Hauptserie und Nebenserien.

Die erste Beziehung läßt sich recht genau prüfen und weist sich als richtig, soweit die Sicherheit der extrapolierten renzen reicht.[1])

Die zweite Aussage der Gleichung (3) ist:

Die erste Linie der zweiten Nebenserie ($n = 2$, $m = 1$) *ist ntisch mit der ersten Linie der Hauptserie* ($m = 1$, $n = 2$).

Diese Beziehung scheint zunächst nur eine rohe An- herung zu sein, und wurde bis jetzt als solche betrachtet.[2]) n muß jedoch berücksichtigen, daß die Prüfung derselben e sehr weite Extrapolation der Formel (2) verlangt, nach der ite der kleineren Ordnungszahlen hin. Schon von $n = 3$ f $n = 2$ wird die Extrapolation recht ungenau, sie kann für $= 1$ ganz unsicher werden, aber es ist durch diese mangel- fte Übereinstimmung mit der Beobachtung nichts *gegen* die sammengehörigkeit der Serien bewiesen. Sehr *gestützt* wird selbe dagegen durch folgende Tatsachen:

Betrachtet man ein Spektrum von Doppellinien, so folgt annntlich[3]) aus den Rydbergschen Beziehungen, daß sich kleineren Wellenlängen der Doublets der Hauptserie und größeren in der zweiten Nebenserie entsprechen, und versa. Nun findet sich:

1. Die Intensitäten der Komponenten der Doublets zeigen der Hauptserie die umgekehrte Reihenfolge wie in der iten Nebenserie.

2. Die Abstände der Komponenten sind durch die Formeln genau beschrieben[4]) (näheres vgl. unten).

---

1) J. R. Rydberg, „Rapports etc. 2. p. 214, gibt eine Zusammenstellung.

2) H. Kayser, Handbuch 2. p. 557. 1902.

3) Vgl. J. R. Rydberg, l. c.; C. Runge u. F. Paschen, Wied. 61. p. 664. 1897.

4) C. Runge u. F. Paschen, Wied. Ann. 61. p. 664. 1897.

3. Die ersten (mehr nach Rot gelegenen) Komponen der Douplets der Hauptserie zerlegen sich im magnetisch Feld genau wie die zweiten Komponenten der Doublets d zweiten Nebenserie, und vice-versa.[1]

Besonders letztere Beobachtung spricht sehr für ein wirklichen Zusammenhang. Auch ist bemerkenswert, daß b Wasserstoff, wo die Formeln sich der Erfahrung am be anschließen, die Rydbergschen Beziehungen sich als v kommen exakt erwiesen haben.

Vorgreifend bemerke ich, daß die gerade für die nied Ordnungszahlen viel genaueren Formeln, die ich auf Gr der Theorie gefunden habe, eine weit bessere Übereinstimm der Rydbergschen Regeln mit der Erfahrung geben: bei al Elementen, *wo beide Serien bekannt sind, fällt die extrapo Grundlinie der zweiten Nebenserie in die unmittelbare Nähe d Grundlinie der Hauptserie;* in den Tabellen (vgl. unten) *direkt beide Serien durch eine einzige Formel dargestellt.*

Weiter zeigte sich, daß die zweite Konstante der neuen For genau universell ist, ein Resultat, dessen Deutung sich als einfach erweist.

Schon Balmer betrachtete seine Formel als Spezialfall

$$\frac{1}{\lambda} = N \cdot \frac{m^2 - n^2}{m^2 n^2} \quad (m, n = 1, 2, 3 \ldots).$$

Ebenso wird man vermuten, daß Wasserstoff außer der Se $\pm \nu/N = 1/(1,5)^2 - 1/m^2$ auch noch die Serien $\pm \nu/N = 1/(2,5)^2 - 1/$ $\pm \nu = 1/(3,5)^2 - 1/m^2$ etc. zeigt. Es lauten dann die Form des H-Spektrums:

$$\text{(A)} \quad \pm \frac{\nu}{N} = \frac{1}{n^2} - \frac{1}{m^2}; \quad \pm \frac{\nu}{N} = \frac{1}{(n + \frac{1}{2})^2} - \frac{1}{m^2}, \quad m, n = 1, 2, 3$$

Berücksichtigt man noch die Darstellbarkeit der Haupt- u Nebenserie durch eine einzige Formel bei allen Elementen, so die Erfahrung reicht, so wird man wohl mit Rydberg es sehr wahrscheinlich betrachten dürfen, *daß die Serienform eigentlich mit zwei willkürlichen ganzen Zahlen zu schreiben si*

1) C. Runge u. F. Paschen, Sitzungsber. d. k. Akad. d. Wissen zu Berlin p. 380, 720. 1902; H. Kayser, Handbuch 2. p. 670. 1902.

Dabei hätten dann positive und negative Schwingungszahlen dieselbe Bedeutung. Man erkennt sofort, da $N = 109\,675{,}0$, daß die nicht beobachteten Grundlinien, die den Ordnungszahlen 1, 2 in den Serien entsprechen, ins äußerste Ultrarot bez. Ultraviolett fallen. Denn es entsprechen sich folgende ν und λ:

$\nu = 10\,000$	17 000	32 000	50 000	
λ-E. = 10 000	5 900 (D-Linien)	3 100	2 000	Grenze der bekannten Spektren.

Weitere Serien, die den Formeln $\pm\,\nu = N[1/m^2 - 1/n^2]$, $= 1, 3, 4, \ldots$ entsprechen, liegen ganz im Ultrarot bez. Ultraviolett, bis auf die schon von der Balmerschen Serie aufgenommenen Linien; ihre Intensität ist wahrscheinlich geringer als die der letzteren Serie.

Die Formeln (A) verlangen also, daß im äußersten Ultrarot bez. Ultraviolett weitere Serien des Wasserstoffs parallel der bekannten verlaufen, ihre Wellenlängen sind durch obige Formeln (A) sehr genau voraus zu berechnen.

Bei den anderen Elementen gilt ähnliches, es sind in noch unbekannten, oder sehr mangelhaft bekannten Gebieten des Spektrums neue Serien zu erwarten, die sich aus den bekannten durch die unten angegebenen Formeln extrapolieren lassen. Die wenigen Spektren, bei welchen sich im Gelb und Blau Linien ergeben würden, lassen die genaue Berechnung nicht zu, da die Hauptserien noch nicht bekannt sind. (Näheres vgl. unten).

Eine entscheidende Prüfung der zu (A) führenden Annahme muß also der Zukunft überlassen bleiben. Doch scheint es wohl im jetzigen Stand unserer Kenntnisse der Linienspektren notwendig sie heranzuziehen, um zu einigem Verständnis der Ursachen zu gelangen.[1] Die Möglichkeit einer künftigen Prüfung dieser Hypothese rechtfertigt dieselbe ebenfalls; es liegen daher die Formeln

$$\pm\,\nu = N\left[\frac{1}{n^2} - \frac{1}{m^2}\right]; \quad \pm\,\nu = N\left[\frac{1}{(n+\frac{1}{2})^2} - \frac{1}{m^2}\right]$$

hier vorgetragenen Theorie zu Grunde.

1) Bei den Bandenspektren ist von Deslandres (näheres bei H. Kayser, Handbuch 2. p. 470—495. 1902) die Abhängigkeit von drei willkürlichen ganzen Zahlen *nachgewiesen* worden.

Die Grundlagen der Theorie.

Für die Theorie der Spektrallinien kommen von von herein zwei verschiedene Annahmen in Betracht. Man kan ausgehend vom Zeemanphänomen, die Schwingungen einzeln Körper bez. Elektronen untersuchen, die sich in verschieden Gleichgewichtslagen oder Konstellationen befinden. Abgeseh von dem schon erwähnten Einwand von Lord Rayleigh, d sich dann die einfachsten Gesetze auf das Quadrat d Schwingungszahl, nicht auf diese selbst beziehen (wie es d Balmersche Formel, das Gesetz der konstanten Differenz u. erfordern), scheint es sehr schwer auf diesem Weg eine zw fach unendliche Anzahl von Linien, wie sie bei den Linie spektren zu erwarten ist, oder gar eine dreifach unendlich wie sie Deslandres [1]) Gesetze für Bandenspektren erforde zu erhalten. Gerade letzterer Umstand zwingt für die Bande spektren auf Schwingungen eines (nach Runge [2]) positiv ele trischen) dreidimensionalen Körpers zurück zu greifen, u führt dann von selbst zur Annahme, daß die *Linienspekt ihren Ursprung den Eigenschwingungen zweidimensionaler Gebi verdanken.*

Dies soll unsere Grundannahme sein.

Bei dieser Auffassung wird sich insofern eine Analog unserer schwingenden Fläche zu elastischen Membranen e geben, als beide eine zweifach unendliche Anzahl von Knote linien aufweisen können, und ihre Schwingungszahlen Funktion zweier willkürlicher ganzer Zahlen sind, wie die Formel

$$\pm \nu = N\left[\frac{1}{n^2} - \frac{1}{m^2}\right]$$

verlangt. Mathematisch eingekleidet besagt diese Annahn daß jede stetige, für den Zustand charakteristische Größe in ihrer Abhängigkeit vom Ort durch eine *oszillierende Funkt* gegeben ist.

Man vergleiche die Formel

$$\pm \nu = N\left[\frac{1}{n^2} - \frac{1}{m^2}\right]$$

1) H. Deslandres, Compt. rend. **110.** p. 748. 1890.

2) H. Kayser, Handbuch **2.** p. 660. 1902.

mit der für eine transversal schwingende, quadratische Membran gültigen Formel:

$$(A) \qquad p^2 = b\,[n^2 + m^2], \qquad \begin{array}{l} m = \pm 1, \ \pm 2, \ \pm 3 \ldots, \\ n = \pm 1, \ \pm 2, \ \pm 3 \ldots, \end{array}$$

wo b eine Konstante, p die Schwingungszahl bedeutet. Sind die Seitenlängen $2a$, sind die Koordinatenachsen durch den Mittelpunkt parallel zu den Seiten gelegt und ist der Rand festgehalten, dann ist das Integral der Elastizitätsgleichungen von der Form:

$$A \sin(p\,t + c) \sin \frac{m \pi x}{a} \sin \frac{n \pi y}{a}$$

(A, c, Konstanten). Daß die Quadrate der ganzen Zahlen m, n ohne weiteren Faktor verbunden erscheinen, ist Folge der Gleichwertigkeit des Quadrates in der x und y-Richtung. Daß ganze Zahlen und nicht, wie gewöhnlich, Wurzeln transzendenter Funktionen auftreten, folgt aus dem Umstand, daß in dem Integral nur sinus und cosinus vorkommen; die eingeführte Grundannahme führt also in wohl nicht allzu willkürlicher Weise dazu, für das dem Wasserstoffspektrum entsprechende schwingende Gebilde ebenfalls nur mit trigonometrischen Funktionen zu operieren. Damit ist die allgemeine Form der Lösungen der gesuchten Bewegungsgleichungen festgestellt; für die Schwingungszahlen sollen sich außerdem die Formeln

$$(B) \quad \pm \nu = N\left[\frac{1}{n^2} - \frac{1}{m^2}\right] \quad \text{oder} \quad \pm \nu = N\left[\frac{1}{n^2} - \frac{1}{(m + \frac{1}{2})^2}\right]$$

ergeben. Die Aufgabe ist nun, einfache Ansätze für die potentielle Energie des Systems zu finden, die zu solchen Bewegungsgleichungen führen.

Drei Unterschiede zwischen den Formeln (A) und (B) charakterisieren nun die Spektralschwingungen gegenüber den Schwingungen elastischer Körper.

1. Bei unendlich wachsenden Ordnungszahlen m, n wird p unendlich, ν aber nicht.

2. Die Formel (A) enthält die Schwingungszahl p im Quadrat, in (B) dagegen tritt sie in der ersten Potenz auf.

3. Die Formel (A) ist in m und n symmetrisch, (B) aber nicht.

Es sei noch bemerkt, daß bei den Spektralschwingungen ebenso wie in der Elastizitätstheorie, das Superpositionsprinzip gelten muß, die Grundgleichungen also linear sein müssen. Dieselben sollen jetzt aus dem Hamiltonschen Prinzip unter Zugrundelegung einer geeigneten Form für die potentielle Energie abgeleitet werden.

Systeme mit endlicher Grenze der Schwingungszahlen.

Aus später zu erörternden Gründen lassen sich x und y in den folgenden Gleichungen nicht, wie zuerst nahe liegen möchte, auf einer Kugelfläche interpretieren. Als *weitaus einfachste* Interpretation erweist sich die Annahme eines *ebenen, schwingenden Quadrates*[1]), die von nun an der Betrachtung zu Grunde liegen möge. Die Koordinatenachsen seien durch den Mittelpunkt der Fläche parallel zu den Seiten gelegt; $2a$ sei die Seitenlänge, ϱ die Massendichte, do das Flächenelement.

Wir betrachten zunächst den einfachsten Fall, wo *eine* Größe w, die wir zweckmäßig als eine kleine Verschiebung der Punkte der Quadratfläche F senkrecht zu deren Ebene deuten, zur Beschreibung des Zustandes ausreicht. Dann ist die kinetische Energie des Systems:

$$\iint \tfrac{1}{2} \varrho \left(\frac{\partial w}{\partial t}\right)^2 do.$$

Die potentielle Energie soll auf einer Fernwirkung beruhen, die jedes aus dem Gleichgewichtszustand verschobene Teilchen $x'y'$ auf ein in xy gelegenes ausübt. Diese Wirkung sei proportional der mittleren Krümmung $1/\varrho_1 + 1/\varrho_2$ der deformierten Fläche in $x'y'$, d. h. bis auf Größen höherer Ordnung proportional

$$\frac{\partial^2 w}{\partial x'^2} + \frac{\partial^2 w}{\partial y'^2} = \Delta w.$$

Ist dann $f((x-x'), (y-y'))$ eine Funktion der relativen Lage der wirkenden Punkte, d. h. der Abstände gemessen parallel zu den Seiten des Quadrates, so sei die „Wirkung" Φ im Punkte xy:

$$\Phi = \iint \Delta w f \, dx' \, dy'. \tag{a}$$

Als Ausdruck der potentiellen Energie nehme man Φ^2 (analog wie in der Maxwellschen Theorie); dann besagt das Hamiltonsche Prinzip, daß

$$(1) \qquad \int_{t_0}^{t_1} dt \iint do \left[\tfrac{1}{2}\varrho\left(\frac{\partial w}{\partial t}\right)^2 - \Phi^2\right] = \text{Minimum.}$$

Setzte man f als Funktion der Entfernung

$$\sqrt{(x-x')^2 + (y-y')^2}$$

allein an, so erhielte man, selbst wenn nach der Grundannahme w als oszillierend vorausgesetzt wird, für Φ, also für die potentielle Energie keine oszillierende Funktion[1]), sodaß der Vorgang nicht von der gewünschten Art sein würde. Zu einem befriedigenden Ansatz führt dagegen folgende Überlegung: Wenn sich auf einer Geraden OX eine Reihe von Punkten nach dem Newtonschen Gesetz anziehen, so ist ihr Potential

$$\sum \frac{m_i\, m_k}{|x_i - x_k|}.$$

In diese Formel gehen die *absoluten Beträge* $|x_i - x_k|$ der Entfernungen ein. Dasselbe nehmen wir hier an; man hat dann jedes Integral von der Form

$$\int_\alpha^\beta \varphi(x')\,\psi(|x-x'|)\,dx'$$

zu zerlegen in

$$\int_\alpha^x \varphi(x')\,\psi(x-x')\,dx' + \int_x^\beta \varphi(x')\,\psi(x'-x)\,dx',$$

xy kommen dann auch in den Grenzen des Integrals vor, und Φ kann oszillierend werden.

1) Denn wäre Φ oszillierend, so würden bei sehr großer Anzahl der Knotenlinien die Perioden von Φ mit denen von w beliebig klein werden. Nun darf f von der willkürlichen Zahl (m, n) der Knotenlinien natürlich nicht abhängen. Differentiiert man beide Seiten von (a) nach x, so wird für große m, n, $\partial\Phi/\partial x$ unendlich groß gegen Φ; rechts aber hat man, *da die Grenzen bestimmt* sind, nur $\partial f/\partial x$ statt f zu setzen; die rechte Seite bleibt von derselben Größenordnung, sobald f und $\partial f/\partial x$ stetig sind, oder die Funktion der Entfernung $\varphi(r)$ Singularitäten wie die in der Potentialtheorie auftretenden besitzt, sodaß das Integral (a) einen Sinn hat. Man erkennt dies leicht durch Anwendung des Mittelwertsatzes.

Besonders naheliegend ist nun die Annahme, daß

$$f(|x - x'|, |y - y'|),$$

und somit die Elementarwirkung *einfach proportional* sei der Entfernungen $|x - x'|$, $|y - y'|$. Es sei also, unter v eine Konstante verstanden,

$$\Phi = \iint v\,|x - x'|\,|y - y'|\,\Delta w\,d o'.\text{[1]} \tag{2}$$

Dann ist mit dieser Bedingung das Integral (1)

$$\int_{t_0}^{t_1} d t \iint d o \left[\frac{\varrho}{2}\left(\frac{\partial w}{\partial t}\right)^2 - \Phi^2\right]$$

zum Minimum zu machen.

Vorerst aber eine Bemerkung. Soll diese Form des Hamiltonschen Prinzipes anwendbar sein, so muß die *Ausstrahlung vernachlässigt werden dürfen, wenn es sich nur um die Berechnung der Lage der Spektrallinien handelt.* Die geringe Größe der Dämpfung, die durch die hohen Gangunterschiede, bei denen noch Interferenzen erscheinen, einerseits, und durch die unveränderliche Lage der Spektrallinien bei sehr veränderlichen Intensitäten andererseits erwiesen ist, berechtigt wohl zu dieser Annahme. Umgekehrt scheinen erhöhte Dampfdichte und Temperatur, also Vergrößerung der äußeren Einwirkungen nur im Sinne einer Verbreiterung, nicht einer Verschiebung der Spektrallinien zu wirken.[2]

Das aufgestellte Variationsproblem läßt sich nicht ohne weiteres nach Lagranges Methoden behandeln wegen des dabei auftretenden Integrals Φ. Durch ganz ähnliche Rech-

---

1) Die Elementarwirkung ist also proportional dem Inhalt eines Rechtecks $|x - x'|\,|y - y'|$.

2) Hierüber vgl. H. Kayser, Handbuch 2. p. 297 ff. Jedenfalls ist die Verschiebung sehr klein gegen die Verbreiterung der Linie und kommt hier nicht in Betracht.

nungen, wie in den unten ausführlich behandelten Fällen, findet man die Hauptgleichung

$$\varrho \frac{\partial^{10} w}{\partial t^2 \partial x^4 \partial y^4} + 32 v^2 \varDelta \varDelta w = 0$$

und die Randbedingungen

$$\frac{\partial \bar{w}}{\partial n} = 0, \qquad \frac{\partial \Phi}{\partial n} = 0,$$

unter n die Normale zur Begrenzungslinie des Quadrates verstanden. Als einzige Lösung ergibt sich

$$w = A \sin(v t + c) \sin(m + \tfrac{1}{2}) \frac{\pi x}{a} \sin(n + \tfrac{1}{2}) \frac{\pi y}{a}.$$

Hier sind A, c willkürliche Konstanten, m, n ganze Zahlen, $2a$ die Seitenlänge des Quadrates. Die Schwingungszahl v ist gegeben durch

$$\pm v = N \left[\frac{1}{(m+\frac{1}{2})^2} + \frac{1}{(n+\frac{1}{2})^2}\right], \quad \begin{array}{l} m = 0, \pm 1, \pm 2, \ldots \infty, \\ n = 0, \pm 1, \pm 2, \ldots \infty, \end{array}$$

worin

$$N = \sqrt{\frac{32}{\varrho}} \frac{a^2 v}{\pi^2}$$

gesetzt ist.

Durch die oben gemachten einfachen Annahmen wird man also zu einer Formel geführt, die schon verschiedene wesentliche Eigenschaften der Wasserstoffformel

$$\text{(a)} \qquad \pm v = 109675{,}0 \left[\frac{1}{n^2} - \frac{1}{m^2}\right]$$

aufweist: die Schwingungszahlen haben eine Grenze; aus der zunächst auftretenden *Formel für das Quadrat der Schwingungszahl läßt sich die Wurzel ausziehen* etc. Ein bemerkenswerter Unterschied bleibt im *Vorzeichen*; durch passende Änderungen in den Grundannahmen kann man genau die Formel (a) erhalten; die vorhergehenden Erörterungen sollten die Berechtigung dieser neuen Annahmen, zu denen wir jetzt übergehen, erweisen. Dieselben würden, unvermittelt auftretend, recht willkürlich scheinen.

Die Balmersche Wasserstoffformel.

Durch die Symmetrie des Quadrates sind nicht nur die Richtungen der Seiten, sondern auch die der Diagonalen ξ, η

ausgezeichnet. Auf letztere als Koordinatenachsen bezogen, sind für die Deformation der Fläche in jedem Punkt charakteristisch die Koeffizienten $\partial^2 w / \partial \xi^2$, $\partial^2 w / \partial \eta^2$, $\partial^2 w / \partial \xi \partial \eta$ der Dupinschen Indicatrix in diesem Punkt (w als z-Koordinate aufgefaßt). Letztere Größe ist das Maß für die Abweichung der Ebene der zwei Hauptkrümmungslinien von den Richtungen der Diagonalen ξ, η. Ist $x' = \xi' + \eta'$, $y' = \xi' - \eta'$, so folgt

$$\frac{\partial^2 w}{\partial \xi' \partial \eta'} = \frac{\partial^2 w}{\partial x'^2} - \frac{\partial^2 w}{\partial y'^2} \equiv \nabla' w.$$

Diesen Ausdruck werden wir als Maß der Deformation betrachten.

Ferner seien

$$X = |x - x'| - \frac{|x - x'|^2}{2a},$$

$$Y = |y - y'| - \frac{|y - y'|^2}{2a},$$

im folgenden vielfach auftretende Funktionen der absolut genommenen, parallel den Quadratseiten gemessenen Entfernungen je zweier Punkte x, y und x', y'; $2a$ sei die Seitenlänge des Quadrates. Die „Wirkung" Φ definieren wir durch

$$\Phi = v \iint X Y \nabla' w \, d o' \tag{3}$$

(v ist eine Konstante). Die potentielle Energie sei wie oben Φ^2; dann *fordert das Hamiltonsche Prinzip*, daß

$$\int_{t_0}^{t_1} \iint \left[\frac{\varrho}{2} \left(\frac{\partial w}{\partial t} \right)^2 - \Phi^2 \right] d o \, d t = \text{Minimum}.$$

Das Integral wird über die ganze Fläche erstreckt, do ist das Flächenelement. Um diese Variation ausführen zu können, zeigen wir zunächst, daß man die Größe $\Phi = \Phi(x, y)$ *auch auffassen kann als abhängig vom Zustand im Punkte x, y allein*, d. h. daß man *die Integralgleichung (3) durch eine partielle Differentialgleichung ersetzen kann.*

Jedes Integral der Form

$$T = \int_{-a}^{+a} \varphi(x') \, |x - x'| \, d x'$$

muß wegen des auftretenden absoluten Betrages $|x - x'|$ zerlegt werden in

$$T = \int_{-a}^{x} (x - x')\,\varphi\,d\,x' + \int_{+a}^{x} (x - x')\,\varphi\,d\,x'$$

Je nach dem Vorzeichen von $x - x'$, $y - y'$, ist also das Integrationsgebiet von Φ in vier Teile zu zerlegen.

Man findet durch Ausführung der Variation[1]), wenn man die Hülfsgröße

$$\psi = \iint \Phi\,X\,Y\,d\,o'$$

einführt, eine Hauptgleichung

$$\varrho\,\frac{\partial^2 w}{\partial t^2} + 2\,v\,\nabla\,\psi = 0$$

und die Randbedingungen:

$$\overline{\frac{\partial w}{\partial n}} = 0\,; \quad \int_{-a}^{+a} w\,d\,x = 0\,; \quad \int_{-a}^{+a} w\,d\,y = 0, \quad \overline{\frac{\partial \psi}{\partial n}} = 0.$$

Diese Gleichungen bestimmen die Lösung bei gegebenem Anfangszustand vollständig. Aus ihnen folgt, entsprechend den gemachten Voraussetzungen, die *Energiegleichung*

$$\iint \left[\frac{\varrho}{2}\left(\frac{\partial w}{\partial t}\right)^2 + \Phi^2\right] d\,o = \text{konst.}\,(t)\,.$$

Führt man

$$\sqrt{\frac{\varrho}{2}}\,\frac{\partial w}{\partial t} = A, \quad \Phi = B$$

als zwei den Zustand beschreibende Größen ein, so ist die *Analogie des hier aufgestellten Energieausdruckes*

$$\iint (A^2 + B^2)\,d\,o$$

mit dem für die elektromagnetische Energie des Äthers gültigen auffallend.

Man kann diese Gleichungen in partielle Differentialgleichungen (Nahewirkung) umwandeln; *die Hauptgleichung wird*

$$\varrho\,\frac{\partial^{10} w}{\partial t^2\,\partial x^4\,\partial y^4} + 32\,v^2\,\nabla\,\nabla\,w = 0\,.$$

---

1) Bezüglich näherer Ausführung vgl. die Göttinger Inauguraldissertation des Verfassers p. 27 ff. Leipzig 1903.

Die einzige, Eigenschwingungen entsprechende Lösung

$$w = A \sin(\nu t + c) \cos \frac{m \pi x}{a} \cos \frac{n \pi y}{a}, \tag{4}$$

wo A, c willkürliche Konstanten, m, n ganze Zahlen sind. ergibt sich für die Schwingungszahl ν

$$\varrho \nu^2 - 2 \nu^2 . \left[\frac{1}{m^2} - \frac{1}{n^2}\right]^2 \frac{16 \pi^4}{a^4} = 0,$$

oder wenn

$$N = \sqrt{\frac{32}{\varrho}} \, v \, \frac{\pi^2}{a^2},$$

eine Konstante bezeichnet:

$$\pm \nu = N \left[\frac{1}{m^2} - \frac{1}{n^2}\right], \quad \begin{aligned} m &= \pm 1, \pm 2, \pm 3 \ldots \infty, \\ n &= \pm 1, \pm 2, \pm 3 \ldots \infty. \end{aligned}$$

Die Schwingungszahlen des Systems sind durch die verallgemeinerte Balmersche Formel gegeben. Für $n = 2$, $m = 4 \ldots 32$ ergibt sich die bekannte Wasserstoffserie. Positive und negative Werte der Schwingungs- und Ordnungszahlen haben dieselbe physikalische Bedeutung.

Nimmt man die Å.-Einheit (10^{-8} cm) als Längeneinheit, so ist

$$109675{,}0 = \sqrt{\frac{32}{\varrho}} \cdot \frac{v \, \pi^2}{5{,}996 \, . \, 10^{19}} \cdot$$

Die *Knotenlinien* der durch (4) dargestellten Bewegungen zeigen auffallende Eigentümlichkeiten. Für eine Eigenschwingung, für welche $m = n$ ist, d. h. wenn auf den vier Seiten gleich viele Knotenpunkte liegen, ist $\nu = 0$, somit $w =$ konst. (t), solche Eigenschwingungen sind *unmöglich*. Sobald $m \lesseqgtr n$ ist, haben wir dagegen Doppelschwingungen, da die Vertauschung von m mit n die Formeln nicht ändert; es ist dann, wenn A, B Konstanten sind

$$w = \sin(\nu t + c) \left[A \cos \frac{m \pi x}{a} \cos \frac{n \pi y}{a} + B \cos \frac{n \pi x}{a} \cos \frac{m \pi y}{a}\right]$$

das System dieser Schwingungen; die Knotenlinien zeigen die bekannten Figuren. Um zu entscheiden, ob auch mehrfache Schwingungen höherer Ordnung möglich sind, hat man eine diophantische Gleichung 4ten Grades zu behandeln.

Weitere Auffassungen der Grundgleichung.

Bemerkenswerte Transformationen der Grundgleichung ergeben sich, wenn man die, durch direkte Rechnung zu beweisende, Formel

$$\int_{-a}^{+a} \cos \frac{m \pi x'}{a} \cdot X^2 \, d x' = \frac{12 a^4}{m^4 \pi^4} \cos \frac{m \pi x}{a}$$

benutzt. Es genügt w nämlich den Gleichungen

$$\varrho \cdot \frac{\partial^2 w}{\partial t^2} + \tfrac{3}{8} \cdot v^2 \int_{-a}^{+a} \int_{-a}^{+a} \nabla \nabla w \, . \, X^2 \, Y^2 \, d o' = 0,$$

$$\varrho \frac{\partial^2 w}{\partial t^2} + 2 v^2 \nabla \int_{-a}^{+a} \int_{-a}^{+a} \nabla w \, X^2 \, Y^2 \, d o' = 0 \text{ [1]},$$

$$\varrho \frac{\partial^2 w}{\partial t^2} + v' \nabla \nabla \int_{-a}^{+a} \int_{-a}^{+a} w \, X^2 \, Y^2 \, d o' = 0.$$

Diese Formen sind alle geeignet, die Hauptgleichung vollständig zu ersetzen. Zusammen mit den für w geltenden Bedingungen bestimmen sie eine und nur eine Lösung, wie man durch Anwendung trigonometrischer Reihen beweist. Sie können dazu dienen, eine physikalische Deutung der zu Grunde liegenden mathematischen Sätze zu erleichtern.

Auf etwas anderer Grundlage und mit weniger Rechnung erhält man ebenfalls die Balmersche Formel, wenn man die „Wirkung" Φ zunächst durch die eine Kontaktwirkung ausdrückende Gleichung

$$\frac{\partial^4 \Phi}{\partial x^2 \, \partial y^2} = 4 v w$$

---

1) Der Ansatz für die potentielle Energie

$$v^2 \nabla w \, . \int\int \nabla w \, . \, X^2 \, Y^2 \, d o'$$

führt, bei geeigneten Randbedingungen, zu dieser Formel als Hauptgleichung. Dieser Ausdruck hat die Form eines Selbstpotentials.

definiert, die erst nachträglich durch Fernwirkung zu erklären sein wird. Das Hamiltonsche Integral sei, unter

$$\nabla = \frac{\partial^2}{\partial x^2} - \frac{\partial^2}{\partial y^2} = \frac{\partial^2}{\partial \xi \, \partial \eta}$$

die frühere Operation verstanden

$$\int_{t_0}^{t_1}\!\!\int\!\!\int do \left[\frac{\varrho}{2}\left(\frac{\partial w}{\partial t}\right)^2 - [\nabla \Phi]^2\right] dt = \text{Minimum.}$$

Hierin führe man w aus (14) ein; die Variation ist sofort ausführbar und gibt

$$\varrho \frac{\partial^{10} \Phi}{\partial t^2 \, \partial x^4 \, \partial y^4} + 32 \, v^2 \nabla \nabla \Phi = 0,$$

also für Φ die Grundgleichung (II), die früher für w erhalten war. Als Randbedingungen kann man wählen:

$$\overline{\Phi} = 0, \quad \overline{\frac{\partial^2 \Phi}{\partial n^2}} = 0, \text{ also } \overline{w} = 0,$$

d. h. man hält den Rand fest.

Auch hier ergiebt sich:

Die zeitliche Änderung der Energie eines Flächenstückes, als

$$\frac{\partial}{\partial t}\int\!\!\int \left\{\frac{\varrho}{2}\left(\frac{\partial w}{\partial t}\right)^2 + \Phi^2\right\} do,$$

drückt sich aus durch ein Randintegral über dessen Begrenzung. Die Energie des gesamten Systems bleibt erhalten.

Nicht wesentlich verschieden von den bisher betrachteten Ansätzen verhält sich der Fall, wo man Verschiebungen der Platte in ihrer Ebene voraussetzt, und dementsprechend zwei Komponenten u, v einer in der Plattenebene liegenden gerichteten Größe einführt. Ich halte mich dabei nicht auf und gebe im *folgenden eine nicht auf dem Hamiltonschen Prinzip beruhende Auffassung der Vorgänge, die sich aber in ihrer symmetrischen Form den Maxwellschen Gleichungen sehr nähert.*

Seien u, v zwei Größen, die in jedem Punkt den Zustand des schwingenden Quadrates beschreiben, etwa die Verschiebungen zweier sich in diesem Quadrat berührenden Medien, senkrecht zu dessen Ebene. Die Bezeichnungen ∇, X, Y be-

...lten ihre frühere Bedeutung. Die Gleichungen der Bewegung seien nun

$$\text{II)}\quad \frac{\partial U}{\partial t} = \varepsilon \iint \nabla V X Y d o', \quad -\frac{\partial V}{\partial t} = \varepsilon \iint \nabla U X Y d o',$$

...m Rande sei

$$\text{IIa)}\qquad \bar{U} = 0, \quad \bar{V} = 0.$$

...ur Integration dieser, wie sich ergeben wird, den Vorgang bei gegebenem Anfangszustand eindeutig bestimmenden Gleichungen sei

$$U = U_1 (x, y) \sin \nu t, \quad V = V_1 (x, y) \cos \nu t$$

...setzt; es wird (III):

$$\nu U_1 = \varepsilon \iint \nabla V_1 X Y d o', \quad \nu V_1 = \varepsilon \iint \nabla U_1 X Y d o'.$$

...diert und subtrahiert man diese zwei Gleichungen, so findet ...n, daß $U_1 + V_1$, $U_1 - V_1$ Lösungen sind von

$$)\quad \begin{cases} \nu w = \varepsilon \iint \nabla w . X Y d o', \\ w = 0 \text{ am Rande.} \end{cases}$$

...r Ansatz trigonometrischer Funktionen führt auf

$$w = A \sin \frac{m \pi x}{a} \sin \frac{n \pi y}{a}, \quad \nu = 4 \varepsilon \frac{a^2}{\pi^2} \left[\frac{1}{m^2} - \frac{1}{n^2}\right],$$

$$U = B \sin (\nu t + c) \sin \frac{m \pi x}{a} \sin \frac{n \pi y}{a},$$

$$V = B \cos (\nu t + c) \sin \frac{m \pi x}{a} \sin \frac{n \pi y}{a},$$

A, *B*, *c* willkürliche Konstanten bedeuten.

Es ist dies auch die einzige, Eigenschwingungen entsprechende Lösung.[1]) Durch Differentiation von (III) findet man ...r U, V die Grundgleichung (II), p. 281.

Die allgemeinste Lösung der Gleichungen bei *beliebigen Anfangsbedingungen* stellt sich vermöge der Natur der partikulären Integrale in diesem wie in allen behandelten Fällen ...dar als eine *Superposition von Eigenschwingungen* nach der Fourierschen Formel, also

$$U = \sum A_{mn} \sin (\nu_{mn} t + c_{mn}) \sin \frac{m \pi x}{a} \sin \frac{n \pi y}{a},$$

$$V = \sum A_{mn} \cos (\nu_{mn} t + c_{mn}) \sin \frac{m \pi x}{a} \sin \frac{n \pi y}{a}.$$

1) Vgl. Diss. p. 42.

Damit hängt zusammen, wie man aus obiger Darstellung U und V entnimmt, daß die Energie des Systems

$$\iint (U^2 + V^2)\, d\, o$$

erhalten bleibt. Die Ähnlichkeit mit dem elektromagneti Energieausdruck ist auffallend.

Das Wasserstoffspektrum von ζ Puppis.

Nach Analogie der bisherigen Entwickelungen findet sofort eine ganze Reihe von Ansätzen, die auf die bisher astronomisch beobachtete Hauptserie und die zweite Neben von Wasserstoff, also auf die Formel führen

$$\pm\, \nu = N\left[\frac{1}{(m+\frac{1}{2})^2} - \frac{1}{n^2}\right]. \tag{7}$$

Es sei wieder

$$\frac{\partial^4 \Phi}{\partial x^2 \partial y^2} = 4\, v\, w \tag{α}$$

und

$$\iint \left[\frac{\partial^2 \Phi}{\partial \xi\, \partial \eta}\right]^2 d\, o$$

die potentielle Energie. Das Hamiltonsche Prinzip scl sich wieder

$$\int_{t_0}^{t_1}\iint d\, o \left\{\frac{\varrho}{2}\left(\frac{\partial w}{\partial t}\right)^2 - \left[\frac{\partial^2 \Phi}{\partial \xi\, \partial \eta}\right]^2\right\} = \text{Minimum.}$$

Die Hauptgleichung (I)

$$\varrho\, \frac{\partial^{10} w}{\partial t^2\, \partial x^4\, \partial y^4} + 32\, v^2\, \nabla \nabla\, w = 0$$

und das Randintegral folgen wie auf p. 284. Wir entne aus letzterem die Bedingungen

$$\frac{\partial \Phi}{\partial n} = 0, \quad \frac{\partial^3 \Phi}{\partial n^3} = 0 \quad \text{also} \quad \frac{\partial w}{\partial n} = 0.$$

Entsprechend der Dissymmetrie der Gleichung (7) sei jetzt r Ansatz (α) für Φ durch Fernwirkung erklärt nach der rmel

$$\Phi = v \iint w \cdot |x - x'| \left[|y - y'| - \frac{(y - y')^2}{2a} \right] dx' \, dy'.$$

as Gesetz der Fernwirkung ist demnach *nicht dasselbe wie üher;* es gelang mir nicht, in einwandsfreier Weise diesen was unbefriedigenden Umstand zu vermeiden. Die *Haupteichung* dagegen ist *unverändert* geblieben. Dieser Ansatz für ist äquivalent (α) mit gewissen Randbedingungen.

Das einzige Integral ist

$$\Phi = A \sin(\nu t + c) \sin \frac{(m + \frac{1}{2}) \pi x}{a} \cos \frac{n \pi y}{a}$$

d (III) liefert die Schwingungszahlen

$$\pm \nu = \sqrt{\frac{32}{\varrho} \frac{v a^2}{\pi^2}} \left[\frac{1}{(m + \frac{1}{2})^2} - \frac{1}{n^2} \right], \quad \begin{array}{l} m = 0, \pm 1, \pm 2 \ldots \\ n = \pm 1, \pm 2 \ldots \end{array}$$

ch der Ableitung dieser Formeln *haben negative sowohl wie itive m, n, ν eine physikalische Bedeutung.*

Auch hier sind im Gebiet der Schumannschen Strahlen ie Serien zu erwarten.[1])

Die Spektren anderer Elemente.

Der Versuch, die für Wasserstoff gefundenen Ansätze auf Spektren anderer Elemente zu verallgemeinern, stößt zu:hst auf die Schwierigkeit, daß für dieselben so einfache l exakte Gesetze bis jetzt nicht bekannt sind. Nur das ftreten der konstanten Differenzen in den Nebenserien ist voller Schärfe nachgewiesen. Man wird wieder schließen, ; sich aus der Formel für das zunächst auftretende Quadrat Schwingungszahl die Wurzel ausziehen läßt. Dieses beitet im allgemeinen eine recht komplizierte Forderung, die

1) In ganz ähnlicher Weise wie hier für zweidimensionale Gebilde :heben ist, kann man auch Schwingungen eindimensionaler Gebilde endlicher Grenze der Schwingungszahlen behandeln; doch erhält man Gesetze der Serienspektren nur teilweise. Vgl. Inaug.-Diss. p. 46 ff.

nur bei sehr speziellen Differentialgleichungen und Ran
bedingungen erfüllt sein wird. Bedenkt man noch, daß d
Gestalt der Spektralformel bei allen Elementen dieselbe i
und daß einer der auftretenden Koeffizienten sich als a
nähernd universell erwiesen hat, so wird man zur Annah
geführt, daß bei allen Elementen die Serien durch das früh
betrachtete, schwingende System ausgestrahlt werden und d
die Randbedingungen *allein* von Serie zu Serie variieren. Da
gilt für die Lichterreger aller Elemente die für alle Serien w
Wasserstoff erfüllte Grundgleichung (*II*)

$$\text{(II)} \qquad \varrho \frac{\partial^{10} w}{\partial t^2 \partial x^4 \partial y^4} + 32 v^2 \nabla \nabla w = 0, \quad \nabla = \frac{\partial^2}{\partial x^2} - \frac{\partial^2}{\partial y^2}.$$

***Wieder hat man Schwingungen eines Quadrates anzunehmen,** u*
*die Größen v, ϱ, die Länge $2a$, als **universell anzusetzen.***

Dann behält die Operation ∇ ihren Sinn, den sie b
beliebiger Berandung verliert (da sie von der Wahl d
Koordinatensystems abhängig ist); die Herleitung der Grun
gleichung wird wieder durch das Hamiltonsche Prinzip un
Zugrundelegung einer der angeführten Ansätze für die potenti
Energie geschehen. Dabei wird man nicht von der Fe
wirkung ausgehen, die bei den verschiedenen Serien von Wass
stoff schon verschieden angenommen werden mußte, sond
von einer der beiden partiellen Differentialgleichungen

$$\frac{\partial^4 \Phi}{\partial x^2 \partial y^2} = 4 v \nabla w, \quad \text{oder} \quad \frac{\partial^4 \Phi}{\partial x^2 \partial y^2} = 4 v w,$$

und diese durch Fernwirkung erklären. *Verschieden von Elem*
zu Element sind dann nur die Bedingungen, denen die Schwing
unterworfen ist und die das Integral von (*II*) *vollends bestim*

Man erhält bei sehr allgemeinen Annahmen über
Randbedingungen (Dissert. p. 49) die Formel

$$\nu^2 = \left[\frac{1}{k^2} - \frac{1}{l^2}\right]^2 \frac{32}{\varrho} v^2,$$

$$\pm \nu = \left[\frac{1}{k^2} - \frac{1}{l^2}\right] \sqrt{\frac{32}{\varrho}}\, v.$$

welcher k, l Wurzeln transzendenter Gleichungen der Form

$$\operatorname{tg} k a = \varphi(k),$$
$$\operatorname{tg} l a = \psi(l)$$

deuten; φ, ψ lassen sich in semikonvergente, für positive l gültige Reihen entwickeln.

Man kann wieder die Wurzel aus der Formel für das Quadrat r Schwingungszahl ausziehen, die erste Forderung ist erfüllt.

Bei Wasserstoff waren die Gleichungen $\sin k a = 0$ oder $k a = 0$. Für gewisse Randbedingungen wird φ bei achsendem k unendlich groß, für andere Null, noch für weitere dlich. Letzterer Fall tritt schon beim entsprechenden einmensionalen Problem auf; setzen wir geeignete Bedingungen raus, so wird also für große positive k oder m

$$\operatorname{tg} k a = \text{konst.}, \quad k = \frac{m \pi}{a} + \text{konst.},$$

Eine bessere Annäherung wird man erzielen durch Betzung weiterer Glieder der im allgemeinen nur semikonvernten Entwickelung von $\varphi(k)$. (Die c sind Konstanten.)

$$\operatorname{tg} k a = c_0 + \frac{c_1}{k} + \frac{c_2}{k^2} + \dots$$

o

$$k a = m \pi + c_0' + \frac{c_1'}{k} + \frac{c_2'}{k^2} + \dots,$$

r angenähert

$$k a = m \pi + c_0' + \frac{c_1' a}{m \pi + c_0'} + \frac{c_2' a^2}{(m \pi + c_0')^2} + \dots$$

liches gilt für l. Diese Betrachtungen führen also auf die positive große m, n gültige Formel

$$\nu = \sqrt{\frac{32}{\varrho}}\, v \frac{a^2}{\pi^2} \left[\frac{1}{(m+\mu)^2} - \frac{1}{(n+\mu')^2}\right] = N \left[\frac{1}{(m+\mu)^2} - \frac{1}{(n+\mu')^2}\right],$$

welcher N, μ, μ' Konstanten sind, *also auf die Rydbergsche mel*, und da nach den gemachten Annahmen ϱ, a, v *universell l, wird der Koeffizient N universell.*

Gleichzeitig erkennt man aber, daß die Rydbergsche Formel niedere m, n zu korrigieren ist, aber nicht durch Variieren

des Koeffizienten N, wie bisher getan wurde, sondern indem μ, μ' *je durch Entwickelungen der Form*

$$\mu + \frac{b}{(m+\mu)} + \frac{c}{(m+\mu)^2} + \ldots, \quad \mu' + \frac{b'}{(m+\mu')} + \frac{c'}{(m+\mu')^2} + \ldots$$

oder

$$\mu + \frac{\beta}{(m+\mu)^2} + \frac{\gamma}{(m+\mu)^4} + \ldots, \quad \mu' + \frac{\beta'}{(m+\mu)^2} + \frac{\gamma'}{(m+\mu)^4} + \ldots$$

ersetzt.

Jede Serie entspricht einem bestimmten m und variabeln oder umgekehrt, und wird demnach durch die Formel gege

$$\pm \nu = A - \frac{N}{\left(m + \mu + \frac{b}{(m+\mu)} + \ldots\right)^2},$$

in der A, μ, b Konstanten sind.

Der zweite Koeffizient N aller Serienformeln muß *versell sein.*

Die Linien eines Doublets oder Triplets gehören im Sin dieser Theorie Quadraten an, die sich unter nur wenig verschie denen Bedingungen befinden. Dagegen werden die Linien ein Serie, die Hauptserie und ihre entsprechende 2te Nebense von Schwingungen eines und desselben Trägers, die gen gleichartig sind, gebildet. Es lassen sich nun die Ergebni der Untersuchungen von Runge und Paschen leichter ver stehen, nach welchen die *Linien einer und derselben Serie quali tativ und quantitativ denselben Typus besitzen; ebenso die Linien von Haupt- und 2ter Nebenserie, während dies für die zwei Linien je eines Doublets nicht der Fall ist.*

Die weitere Bestätigung der neuen Formeln wird in den unten gegebenen Tabellen sich finden; sie zeigen folgendes: *Bei allen Elementen gilt für die Hauptserie die Formel*

$$\nu = A - \frac{109\,675{,}0}{(m + a + b/m^2)^2}, \quad m = 2, 3 \ldots,$$

für die erste Nebenserie eine ähnliche Formel, für die 2te Nebenserie

$$\nu = A - \frac{109\,675{,}0}{(m + \frac{1}{2} + a' + b'/(m + \frac{1}{2})^2)^2},$$

oder, was bis auf Glieder höherer Ordnung auf dasselbe hinauskommt:

$$\nu = A - \frac{109\,675{,}0}{p^2}, \quad \text{wo } p = m + \alpha + \gamma/p^2 = m + \alpha + \beta(A - \nu).$$

'ydbergschen Gesetze sind bei diesen Formeln so genau daß Hauptserie und 2te Nebenserie direkt durch eine einzige ' dargestellt werden. Dieselbe enthält bloß vier Konstanten chs, wie Kayser und Runge benutzen; sie lautet:

$$109675{,}0\left[\frac{1}{(m+a+b/m^2)^2}-\frac{1}{[n+0{,}5+a'+b'/(n+0{,}5)^2]^2}\right].$$

m ist die Annäherung an die Erfahrung besonders für die ı Ordnungszahlen eine viel bessere wie bisher erreicht war. e Grenzen der beiden Nebenserien fallen zusammen bei :h dieser Formeln, soweit die unsichere Beobachtung uktur der ersten Nebenserie es zu beurteilen erlaubt. .lls ist der Abstand nur durch Bruchteile einer Å.-E. ı. Auch die Konstanten a, b, a', b' zeigen vielfache Be- en. Erwähnt sei gleich hier, daß nach dem Gesetz stanten Differenzen, a', b', für die Linien eines Doublets iplets denselben Wert haben; dasselbe findet sich für b, nimmt verschiedene Werte an. Infolgedessen ergibt ne weiteres, daß die Doublets der Hauptserien einen ɪamen Konvergenzpunkt besitzen, und ihre Abstände lie Rydbergsche Formel erheblich genauer dargestellt als ihre absolute Lage. *Weiter sind b/a, b', bei allen ɜn negativ.*

r die Spektren der Alkali ergibt sich also folgendes Schema:

Hauptserie:

$$= \begin{cases} \dfrac{1}{(n+a_1+b/n^2)^2}-\dfrac{1}{[1{,}5+a'+b'/(1{,}5)^2]^2} \\ \dfrac{1}{(n+a_2+b/n^2)^2}-\dfrac{1}{[1{,}5+a'+b'/(1{,}5)^2]^2} \end{cases} \quad n=2,\ 3,\ 4\ \ldots$$

Zweite Nebenserie:

$$= \begin{cases} \dfrac{1}{(2+a_1+b/2^2)^2}-\dfrac{1}{[m+a'+b'/(m)^2]^2} \\ \dfrac{1}{(2+a_2+b/2^2)^2}-\dfrac{1}{[m+a'+b'/(m)^2]^2} \end{cases} \quad m=1{,}5,\ 2{,}5\ \ldots$$

Erste Nebenserie:

$$= \begin{cases} \dfrac{1}{(2+a_1+b/2^2)^2}-\dfrac{1}{[m+c+d/m^2]^2} \\ \dfrac{1}{(2+a_2+b/2^2)^2}-\dfrac{1}{[m+c+d/m^2]^2} \end{cases} \quad m=3,\ 4,\ 5\ \ldots$$

$$N = 109675{,}0.$$

Allen positiven Werten von m, n müssen Spektrallii entsprechen, ob die Schwingungszahl positiv oder negativ *Die Formeln sagen also die Existenz unendlich vieler Li voraus*; leider fallen diese Linien in allen Fällen, wo ich genau berechnen konnte, ins Rot und Ultrarot oder in das Gel der Schumannschen Strahlen. Diese neuen Serien müssen den bekannten sehr angenähert konstante Differenzen ergeb und für die Grundlinien ($m = 1$ oder $n = 1$) aus weiteren, die ultraroten Serien aus engeren Doublets oder Triplets stehen.

Für negative Ordnungszahlen dagegen gelten die Forn nicht, weil die zu Grunde liegenden Reihenentwickelungen *semikonvergent sind.*

Die Spektra der Alkalimetalle.

In den folgenden Tabellen sind die Formeln von p. und p. 291 mit den Beobachtungen verglichen. Die Konstan $a' b'$, $a b$ sind stets in dem dort angegebenen Sinne gebrau Ich habe nur die Hauptserie und die zweite Nebenserie rücksichtigt, und von letzterer wegen des Gesetzes der k stanten Differenz nur eine Linie jedes Doublets und Tripl Die erste Nebenserie ist einerseits wegen ihrer komplizie Struktur und ihrer besonders bei höheren Ordnungszal sehr diffusen Linien nicht so sicher beobachtet; anderers wird sie durch die bisherigen Formeln meist schon sehr dargestellt; der Grund hierfür ist wohl, daß die den niedrig Ordnungszahlen 1, 2 sogar manchmal 3, 4 entsprechen Linien weit im Ultrarot bez. Ultraviolett liegen und n beobachtet sind. Danach ist die Übereinstimmung mit Erfahrung hier wenig beweisend. Immerhin zeigen die besonderen Gründen bei Ka, Tl mitgeteilten Tafeln der er Nebenserie, daß sie ebenfalls sehr gut dargestellt wird.[1]) Formeln sind meist aus einzelnen Linien und nicht d Ausgleichung berechnet. Denn wie aus der Theorie zu warten ist und sich bei einzelnen Serien bestätigt, sind

1) Daß auf Grund der Rydbergschen Formel die Grenzen Nebenserien zusammenfallen, hat Rydberg gezeigt. Rapports du Co etc. 2. p. 212. Paris 1900.

mmer der Formeln in Wirklichkeit doch noch durch höhere lieder in $1/m^2$, $1/n^2$ zu ergänzen, wodurch die nach der ethode der kleinsten Quadrate erreichbare höhere Genauigkeit i der Festlegung der Konstanten doch illusorisch wird. Lehrlicher schien es mir zu zeigen, wie genau die Extrapolation eschieht.

Die erste Kolumne gibt die Wellenlänge λ in Luft. Die weite die nach Kayser und Runges[1]) Bestimmung der uftdispersion auf Vakuum reduzierten Wellenzahlen ν (gleich $0^8 \lambda^{-1}$ in Vakuum). Diese Reduktion beträgt für $\nu = 40000$ a. 12, für $\nu = 16000$ ca. 4 Einheiten der letzten Stelle; sie nußte also durchaus berücksichtigt werden. — Die Fehlerrenze ist unter F angegeben, der *Fehler* $\lambda_{beobachtet} - \lambda_{berechnet}$ ist ir die Formeln von Kayser und Runge mit K. R., für die neinigen mit R. bezeichnet. Die Ordnungszahl ist unter m und n ingetragen.

Lithium.

	Hauptserie.					Zweite Nebenserie.					
m	λ	ν	F	K. R.	R.	λ	ν	F	K. R.	R.	m
2	6708,2	14903,1	0,2	+108	0,00	6708,2	14903,1	0,2	+615	0,00	1,5
3	3232,77	30924,4	0,03	0,00	0,00	8127,3[2])	12300,8	—	− 65	+0,75	2,5
4	2741,39	36467,3	0,03	0,00	+0,07	4972,11	10106,7	0,1	0,00	0,00	3,5
5	2562,60	39011,5	0,03	0,00	0,00	4273,44	23393,8	0,2	0,00	−0,08	4,5
6	2475,13	40390,0	0,1	−0,2	+0,20	3985,94	25081,2	0,2	0,00	−0,04	5,5
7	2425,55	41215,5	0,1	−0,01	+0,01	3838,3	26046	3,0	−0,2	+2,1	6,5
8	2394,54	41749,3	0,2	+0,30	+0,03						
9	2373,9[3])	42112,0	—	+0,75	+0,10						
10	2359,4[3])	42370,7	—	+1,18	+0,22						

Hauptserie: $a = -0,04751$, $b = +0,0261$. Grenze: 43482,8.
Nebenserie: $a' = +0,09994$, $b' = -0,02646$. Grenze: 28579,7.

Es sind hier vier verfügbare Konstanten (bei Kayser und Runge sechs). Zur Berechnung sind die Linien $\begin{Bmatrix}2\\1,5\end{Bmatrix}$, 3, 5, 3,5 benutzt. Die Rydbergschen Sätze sind in den Formeln schon berücksichtigt. Die Formeln von Kayser und Runge geben hier bei Extrapolation der Nebenserie (für $n = 2$ ihrer

1) H. Kayser u. C. Runge, Abhandl. d. k. Akad. d. Wissensch. z Berlin 1894.

2) Nach H. H. Lehmann, Ann. d. Phys. 5. p. 633. 1901; 8. p. 643. 1902.

3) Nach G. D. Liveing u. J. Dewar.

Ordnungszahlen) einen Fehler von 615 Ångström-Einheit[en]. Er wird bei den übrigen Alkalien noch größer, es wäre zwec[k]los, ihn einzutragen.

Natrium.

n	Hauptserie. λ	ν	F	K.R.	R.	m	Zweite Nebenserie. λ	ν	F	K.R.	R.
2	5896,16	16955,6	0,00	+78	0,00	1,5	5890,19	16972,8	0,00	+334	0,0[illegible]
	5890,19	16972,8	0,00	+86	0,00	2,5	11404 [1])	8766,3	?	+100	+0,[illegible]
3	3303,07	30266,3	0,03	0,00	+0,03	3,5	6161,15	16226,3	0,1	0,00	0,0[illegible]
	3302,47	30271,8	0,03	0,00	0,00	4,5	5153,72	19398,2	0,1	0,00	−0,[illegible]
4	2852,91	35040,9	0,05	0,00	−0,10	5,5	4752,19	21037,1	0,15	0,00	−0,[illegible]
	2852,91	35040,9	0,05	0,00	+0,07	6,5	4546,03	21991,1	0,2	+1,16	+0,[illegible]
5	2680,46	37295,5	0,1	0,00	−0,08	7,5	4423,7	22599,2	?	+1,7	−0,1[illegible]
	2680,46	37295,5	0,1	0,00	0,00						
6	2593,98	38539,2	0,1	+0,03	−0,13						
	2593,98	38539,2	0,1	+0,09	−0,08						
7	2543,85 [2])	39298,7	0,1	+0,10	−0,22						
	2543,85	39298,7	0,1	+0,24	−0,19						
8	2512,23 [2])	39793,4	0,2	+0,50	−0,15						
	2512,23	39793,4	0,2	+0,60	−0,12						

Hauptserie: $\left\{ \begin{array}{l} a_1 = 0,14595 \\ a_2 = 0,14521 \end{array} \right\} b = -0,1158.$ Grenze: 41444,87.

Nebenserie: $a' = +0,15157$, $b' = -0,05586$. Grenze: 24472,1.

Für die Nebenserie (deren Grenze nach Rydberg [...] der Hauptserie entnommen wird) habe ich auch aus 1,5, [...] die Formel

$$\text{(A)} \qquad \nu = A - \frac{N}{\left(m + \alpha + \beta\, 10^{-5}(A - \nu)\right)^2}$$

berechnet.[3]) Es fand sich $\alpha = 0,15205$, $\beta = -0,06107$. [...] Fehler sind unter R' eingetragen. Kayser und Runge ha[...] neun Konstanten, hier sind fünf gebraucht. Die Doppelli[nien] sind nur bis $n = 3$ beobachtet; von da an beziehen sich [die] beobachteten λ auf das Intensitätsmaximum, also ungefähr [...] kleinere Wellenlänge. Dasselbe gilt bei Kalium.

1) Nach P. Lewis, l. c.

2) Nach G. D. Liveing u. J. Dewar.

3) Nach p. 290 ist hierin das Vorzeichen von ν positiv zu neh[men], wenn $A > \nu$; negativ, wenn $A < \nu$.

Kalium.

Hauptserie.

λ	ν	F	K. R.	R.
7701,92[1]	12980,7	?	+161,3	0,00
7668,54[1]	13036,8	?	+159,6	−0,24
4047,36	24701,6	0,03	0,00	0,00
4044,29	24719,4	0,03	0,00	+0,00
3447,49	28998,4	0,03	0,00	+0,13
3446,49	29006,7	0,03	0,00	+0,12
3217,76	31068,7	0,03	0,00	0,00
3217,27	31073,5	0,03	0,00	−0,05
3102,37	32224,2	0,10	+0,27	+0,10
3102,15	32226,5	0,10	+0,36	+0,40
3034,94	32939,4	0,10	+0,23	−0,20
3034,94	32939,4	0,10	+0,44	−0,05
2992,33	33408,7	0,15	+0,68	−0,19
2992,33	33408,7	0,15	+0,80	−0,08
2963,36	33736,2	0,20	+1,05	−0,13
2963,36	33736,2	0,20	+1,11	−0,07
2942,8	33971,4	1,0	+1,45	−0,27
2942,8	33971,4	1,0	+1,60	−0,23

Zweite Nebenserie.

m	λ	ν	F	K. R.	R.	R'
1,5	7701,92	12980,7	?	—	0,00	0,00
2,5	—	—	—	—	—	—
3,5	6911,2	14465,3	0,5	−4,2	0,00	0,00
4,5	5782,67	17288,8	0,05	0,0	+0,20	+0,09
5,5	5323,55	18779,2	0,15	0,0	+0,22	+0,10
6,5	5084,49	19662,3	0,20	0,0	+0,22	+0,04
7,5	4943,1	20224,7	1,0	+1,0	+1,10	+0,94

Erste Nebenserie.

m	λ	ν	F	K. R.	R.
5	5812,54	17199,5	0,05	0,00	0,00
6	5343,35	18709,5	0,15	0,00	0,00
7	5097,75	19611,2	0,20	0,00	+0,16
8	4952,2	20188	1,0	+1,2	+0,7

Die zu wenig genauen Messungen von Liveing u. Dewar sind nicht berücksichtigt.

Von $n = 6$ an beziehen sich die Messungen bei der Hauptserie auf die kleinere Wellenlänge. Die Grundlinien 7701, 7668 sind sehr breit und unsicher bestimmt, die Differenzen ν_1 der Schwingungszahlen stimmen schlecht mit den übrigen ν_1. Daher ist auch die Grenze der Nebenserie ungenau. Nimmt man für die Grundlinien einen (sehr wahrscheinlichen) Fehler von 0,5 Å.-E. an, so erhält man die Abweichungen R'. Dies zeigt, welche Genauigkeit die Messungen in ihrer Gesamtheit besitzen müssen, um eine entscheidende Prüfung der Formeln zu erlauben. Es ist

Hauptserie: $\left\{\begin{matrix} a_1 = +\,0{,}29034 \\ a_2 = +\,0{,}28750 \end{matrix}\right\}$, $b = -\,0{,}2239$. Grenze: 35005,0.

Nebenserie: R. $a' = +\,0{,}31789$, $b' = -\,0{,}1076$. Grenze: 22024,3.

R' $a' = +\,0{,}31815$, $b' = -\,0{,}1081$. „ 22023,5.

---

1) Nach H. Lehmann. H. Kayser u. C. Runge geben 7699,3 ± 5,0, 7665,6 ± 5,0.

Die beiden Nebenserien von Ka sind in ihrem Charakter kaum zu unterscheiden; man betrachtete bisher die mit 6938 und 6911 beginnende als die *erste* Nebenserie, doch würde dies [illegible] einzige Fall sein, wo b' positiv wäre und wo die Rydbergschen Regeln sich als unrichtig erweisen. Betrachtet man aber, wie hier geschehen ist, als zweite Nebenserie, so ordnet sie sich genau in das Schema der übrigen Serien ein. Diese Entscheidung wäre auf Grund der älteren Formeln nicht möglich gewesen. Für $n = 2{,}5$ berechnet man $\lambda = 12430$, $\lambda = 1252$[illegible].

Die Gleichung der ersten Nebenserie, deren Grenze aus der zweiten Nebenserie entnommen ist, lautet:

$$\nu = 22024{,}3 - \frac{109675{,}0}{[m - 0{,}2828 + 1{,}26/m^2]^2}.$$

Für $m = 4$ berechnet man das Linienpaar $\lambda = 6936{,}4$, $\lambda = 6964{,}7$. Schon Kayser und Runge bemerkten, daß hier ein allerdings bis jetzt nicht beobachtetes[1]) Linienpaar liegen sollte. Sie extrapolieren $\lambda = 6957{,}4$, $\lambda = 6985{,}4$. Ich habe die Formel der ersten Nebenserie hier angegeben, weil sie gestattet, diese roten Kaliumlinien mit größerer Sicherheit voraus zu berechnen und zu ihrer Auffindung nützlich sein können.

Für $m = 3$ finden sich $\lambda = 11643$, $\lambda = 11721$; Kayser und Runge berechnen $\lambda = 12444$, $\lambda = 12525$. Becquerel hat die Kaliumlinien $\lambda = 10980$, 11020, 12330 beobachtet, doch sind die Messungen sehr unsicher, und zwei Linien offenbar nicht getrennt worden. —

Rubidium.

	Hauptserie					Zweite Nebenserie.					
n	λ	ν	F	K.R.	R.	m	λ	ν	F	K.R.	R.
2	7950,46[2])	12574,4	?	+183	0,00	1,5	7805,98[2])	12807,2	?	—	0,00
	7805,98[2])	12807,2	?	+175	+3,5	2,5	—	—	—	—	—
3	4215,72	23714,1	0,03	0,0	0,00	3,5	7406,19	13498,5	0,3	—	0,00
	4201,98	23791,7	0,03	0,0	0,00	4,5	6159,8	16230,0	0,2	—	+1,8
4	3591,74	27833,9	0,05	0,0	0,00	5,5	5654,22	17681,2	0,15	—	+1,6
	3587,23	27868,9	0,05	0,0	+0,02						
5	3351,03	29833,2	0,05	0,0	−0,11						
	3348,86	29852,5	0,05	0,0	0,00						

Das Paar 2,5 ist noch nicht beobachtet; man berechnet $\lambda = 13657$, $\lambda = 13228$.

1) Lecoq hat ein Band 6825—7248.

2) Nach H. Lehmann.

Der erhebliche Fehler von 3,5 Å.-E. bei der Grundlinie ist zum Teil auf die Unsicherheit der Messungen von Lehmann zurückzuführen. Die Differenz der Schwingungszahlen dieses Paares sollte 235,3 sein nach Kayser und Runge's Bestimmungen; sie ist 232,8, der relative Fehler der zwei Linien also 0,8 Å.-E., der absolute wohl noch größer. Immerhin sind die Differenzen auch den fehlenden Gliedern der Formel, die sich bei höherem Atomgewicht immer stärker bemerkbar machen, zum Teil zuzuschreiben.

Hauptserie: $\left\{\begin{matrix} a_1 = 0,35948 \\ a_2 = 0,34652 \end{matrix}\right\}$, $b = -0,2688$. Grenze: 33681,5.

Nebenserie: $a' = +0,36669$, $b' = -0,1401$. Grenze: 20877,3.

Cäsium.

Hauptserie.						Zweite Nebenserie.				
n	λ	ν	F	K.R.	R.	m	λ	ν	F	R.
2	8949,92[1]	11170,3	?	+305	0,00	1,5	8527,72[1]	11723,6	?	−3,75
	8527,72[1]	11723,6	?	+230	−3,75		8949,92	11170,3	?	0,00
3	4593,31	21764,6	0,05	0,00	0,00					
	4555,44	21945,8	0,05	0,00	−0,07					
4	3888,83	25707,5	0,1	0,00	0,00					
	3876,73	25787,7	0,1	0,00	−0,04					
5	3617,08	27638,9	0,3	0,00	−0,72					
	3611,84	27679,0	0,2	0,00	−0,14					

Hauptserie:

$\left.\begin{matrix} a_1 = 0,44293 \\ a_2 = 0,41068 \end{matrix}\right\}$, $b = -0,3286$.

Grenzen:

Hauptserie: 31397,8.

Nebenserie: 20227,5, 19674,8.

Wieder liegt im Ultrarot ein Fehler von 3,7 Å.-E. vor; doch hat er *entgegengesetztes Vorzeichen wie bei Rb*, sodaß, bis genauere Messungen vorliegen, kein Grund ist zu bezweifeln, daß b für beide Hauptserien denselben Wert hat. Die zweite Nebenserie war bisher unbekannt. Da aber die Grundlinien ($n = 1,5$) nach dem Rydbergschen Gesetz 8949,92, 8527,72 sein müssen, so folgt zwischen a', b' die Gleichung

$$0,36898 = a' + b'/(1,5)^2.$$

Nimmt man nach Analogie von Ka und Rb[2] $b'/a' = -0,38$, so findet man, daß die Linie (2,5) ins äußerste Ultrarot fällt; für $n = 3,5$ erhält man $3,5 + a' + b'/(3,5)^2 = 3,930\ldots$, während

1) Nach H. Lehmann.

2) Vgl. Tabelle am Schluß der Abhandlung.

Lehmann die Linie 7616,6, $\nu = 13125,5$ beobachtet hat; sie gibt 3,9297, gehört also zur zweiten Nebenserie. Die zweite Linie des Paares müßte $\nu = 12576$ ergeben; sie wird von Lehmann nicht angegeben.[1]) Für $n = 4,5$ erhält man 4,936... im Nenner; Lecoq hat das Linienpaar 6602, 6361 beobachtet, welches innerhalb der geringen Genauigkeit seiner Messungen die zu fordernde Differenz $\nu_1 - \nu_2$ ergibt, wie Kayser und Runge schon bemerkt haben. Man erhält aus ihnen 4,933 und 4,920, statt 4,936; doch liegt der Unterschied innerhalb Lecoqs Beobachtungsfehler, sie bilden somit das Paar $n = 4,5$. Weitere Paare sind nicht beobachtet. Eine derartige Konstruktion der zweiten Nebenserie aus der Hauptserie wäre in diesem Fall mit den Rydbergschen, hier sehr ungenauen Formeln, nicht möglich gewesen.

Das Spektrum von Helium.

Einfache Linien.

	Hauptserie I.						Zweite Nebenserie I.		
n	λ	ν	R. P.	R.	Rydberg	m	λ	ν	R. P.
2	—	4857,3	+143	−80	+186	1,5	—	4857,3	−1360
3	5015,732	19931,81	0,00	0,000	0,000	2,5	7281,81	13729,13	+8,4
4	3964,875	25214,48	0,00	0,000	−0,092	3,5	5047,816	19805,12	0,00
5	3613,785	27664,09	0,00	0,000	0,000	4,5	4437,718	22527,89	0,00
6	3447,734	28996,41	−0,02	−0,001	+0,033	5,5	4169,131	23979,18	0,00
7	3354,667	29800,82	−0,08	−0,038	+0,032	6,5	4024,136	24843,16	−0,06
8	3296,900	30322,96	−0,08	−0,032	+0,005	7,5	3936,063	25399,04	−0,17
9	3258,336	30681,83	−0,17	−0,116	0,000	8,5	3878,330	25777,12	−0,21
10	3231,327	30938,28	−0,19	−0,13	+0,016	9,5	3838,240	26046,36	−0,29
11	3211,626	31128,06	−0,21	−0,12	0,00	10,5	—	—	—
12	3196,81	31272,32	−0,20	−0,09	0,00	11,5	3887,64	26394,31	−0,33
13	—	—	—	—	—	12,5	3770,72	26512,74	−0,63
14	3176,6?	31471,3	+0,04	+0,08	+0,23				

I. Hauptserie: $a = 0,01150$, $b = -0,0072$. $A = 32031,50$.

Nebenserie: $\alpha = +0,36013$, $\beta = -0,0295$. $A = 27173,90$.[2])

Nach Rydbergs Formel erhält man:

$$32032,63 - \frac{109675,0}{(m + 0,01055)^2}$$

für die Hauptserie. Die Grenze dürfte hier richtiger sein.

1) Rb hat die Linie $\nu = 12574,4$; Lehmann konnte daher wohl die zwei Linien nicht trennen, doch gibt er an, daß stets diese Rb-Linie auf seinen Platten erschien.

2) Formel (A) p. 294.

Doppellinien.

Hauptserie II.				Zweite Nebenserie II.					
λ	ν	R. P.	R.	m	λ	ν	R. P.	R	R'
—	9230,8	−74	0,000	1,5	—	9230,8	−1320	0,00	−42
3888,785	25707,82	0,000	0,000	2,5	7065,48	14149,48	+24	0,00	0,000
3187,830	31360,41	0,000	−0,056	3,5	4713,252	21210,94	0,00	0,00	0,000
2945,220	33943,59	0,000	0,000	4,5	4120,978	24259,39	0,00	+0,27	+0,036
2829,173	35335,82	−0,017	−0,007	5,5	3867,613	25848,55	0,00	+0,11	0,000
2763,900	36170,28	+0,005	−0,003	6,5	3733,004	26780,61	−0,19	+0,09	−0,016
2723,275	36709,83	+0,007	−0,013	7,5	3652,121	27373,71	−0,46	+0,09	−0,035
2696,230	37078,04	+0,050	−0,083	8,5	3599,472	27774,80	−0,70	+0,11	+0,035
2677,2	37341,58	+0,023	+0,013	9,5	3563,125	28057,39	−0,95	+0,10	+0,005
2663,3	37536,45	−0,016	−0,019	10,5	3536,963	28264,92	−1,16	+0,08	−0,037
				11,5	3517,48	28421,47	−1,33	+0,12	0,000
				12,5	3502,47	28543,27	−1,57	+0,03	−0,073
				13,5	3490,77	38638,9	−1,72	+0,07	−0,060
				14,5	3481,6	28714,4	−1,69	+0,20	+0,040

Das Spektrum von He ist eines der am genauesten bekannten Spektren. Die Wellenzahlen sind aus Runge und Paschens Abhandlung entnommen[1]), mit Ausnahme der im Ultrarot gelegenen, nur bolometrisch nachgewiesenen Linen, die nach dem Vorgang von Rydberg[2]) aus den sehr genau bestimmbaren Grenzen von Haupt- und Nebenserien berechnet sind. Die Fehlergrenze liegt wohl bei keiner Linie oberhalb 0,02 Å.-E.; nach Perot und Fabry soll 0,01 die Grenze der Zuverlässigkeit Rowlandscher Gitter sein bei solchen Bestimmungen. Die Abweichungen deuten wieder auf das Fehlen höherer Glieder. Die Grundlinie der ersten Hauptserie paßt ausnahmsweise schlecht, überhaupt ist der Vorzug der neuen Formeln bei dieser Serie gering. Bei den anderen Serien zeigt er sich aber in sehr auffallender Weise. Extrapoliert man die Nebenserie I auf die Ordnungszahl 1,5, so soll man nach dem Rydbergschen Gesetz die Grenze der Hauptserie finden; man extrapoliert 32013,0, beobachtet ist 32031,5; aus der Nebenserie II findet sich 38420, beobachtet ist 38453,4, die Differenz entspricht 2,4 Å.-E. Dabei ist die Extrapolation eine sehr weite.

1) C. Runge u. F. Paschen, Astrophys. Journ. 3. p. 4. 1896.

2) J. R. Rydberg, Wied. Ann. 58. p. 674. 1896; Astrophys. Journ. 4. p. 91. 1896.

Die Hauptserie I ist auch nach Rydbergs Formel berechnet, die hier, abgesehen von der Grundlinie, ausnahmsweise genau paßt. Die unter R' eingetragenen Fehler ergeben sich bei Anwendung von Formel (A) p. 294.

II. Hauptserie:

$a = -0,06965$, $b = +0,0276$. Grenze: 38453,38

Nebenserie:

$a' = +0,20221$, $b' = -0,03017$ aus 1,5, 2,5, 3,5. 29223,46 (R)
$\alpha = +0,20288$, $\beta = -0,0358$ aus 2,5, 3,5, 5,5. 29222,18 (R')

Silber.

Zweite Nebenserie.

$\lambda =$	8274,04 [1]	4668,70	3981,87	3710,11
$\nu =$	12082,7	21413,3	25106,8	26945,9
λ beob.-λ ber. =	0,00	0,00	−0,30	0,00
$m =$	2,5	3,5	4,5	5,5

Konstanten: $a' = -0,02890$, $b' = -0,2423$. Grenze: $A = 30620,7$.

Für 1,5 erhält man $\lambda = 3050$; nach den Beobachtungen im magnetischen Feld sollte 3280,80 herauskommen. Die Formel

$$\nu = A - \frac{N}{[m + a' + b'/m^2]^2}$$

ergibt also für die niederste Ordnungszahl einen bedeutenden Fehler. Es zeigt sich, daß die nur durch Glieder höherer Ordnung veschiedene Formel (A) p. 294:

$$\nu = A - \frac{N}{(m + \alpha + \beta(A - \nu)10^{-5})^2}$$

hier und in den Spektren der zweiten Mendeleffschen Kolonne etwas besser sich anschließt. Für $\alpha = -0,03025$, $\beta = -0,2023$, $A = 30621,7$ erhält man

$\lambda =$	8274,04	4668,70	3981,87	37,10,11
λ beob.-λ ber =	0,00	0,00	−0,35	0,00

Für 1,5 findet sich durch successive Approximation $\lambda = 3210$, während beobachtet 3280,80 ist.

1) Nach Lewis.



Sauerstoff.

Triplets; zweite Nebenserie.

λ =	6456,287	5437,041	5020,31	4803,18	4673,88	4590,07
ν =	15484,57	18387,34	19913,63	20813,84	21389,6	21780,2
n =	3,5	4,5	5,5	6,5	7,5	8,5
R. P. =	+0,11	−0,31	+0,02	+0,18	+0,05	−0,19
R. =	0,00	0,00	−0,04	−0,40	+0,06	−0,02

Die Linie 1,5 ist $\lambda = 7772,26$; aus ihr und 3,5, 4,5 ist die Formel berechnet, deren Abweichungen unter R. verzeichnet sind. $\lambda = 7772$ ist also die Grundlinie der Hauptserie. Runge und Paschen vermuteten dies auch schon, doch sind ihre Formeln zu ungenau für kleine Ordnungszahlen, eine sichere Prüfung war nicht möglich, denn die Intensität der Linien nimmt in der Hauptserie so rasch ab, daß nur das nächste Glied noch beobachtet werden konnte. Die Abstände desselben entsprechen genau der Hypothese, daß b für alle drei Linien der Triplets denselben Wert habe, was schon bei den Doublets der Alkalimetalle der Fall war. Es ist

Zweite Nebenserie: $A = 23204,87, \quad a' = +\,0,27479, \quad b' = -\,0,06976.$

Für die Hauptserie erhält man unter Berücksichtigung des zweiten beobachteten Paares:

$$A = 36067,7 \quad \left\{ \begin{array}{l} a_1 = 0,21230 \\ a_2 = 0,21215 \\ a_3 = 0,21204 \end{array} \right\} \quad b = -\,0,1530\,.$$

Man berechnet

$$\lambda_4 = 3348,20, \quad \lambda_5 = 3122,28,$$

die von Runge und Paschen nicht angegeben werden.

Die Grenze der zweiten Nebenserie berechnen Runge und Paschen zu 23193,85, die der ersten zu 23207,93. Für die neuen Formeln reduziert sich die Differenz sehr; die berechnete Grenze ist 23204,87. Ebenso verhält es sich in den anderen Fällen.

Die Doppellinien des Sauerstoffspektrums übergehe ich hier; die Grundlinien ($n = 1,5,\ 2,5$) sind nicht beobachtet, weil im Ultrarot liegend, die übrigen Linien werden von den alten Formeln beinahe ebensogut dargestellt wie von den neuen.

Zweite Nebenserie der Elemente der zweiten Kolonne des periodischen Systems.

Magnesium.

m =	2,5	3,5	4,5	5,5	6,5	7,5
λ =	5172,87	3332,28	2938,67	2778,36	2695,53	2646,61
ν =	19326,3	30001,1	34019,4	35982,1	37088,0	37773,0
F. =	0,03	0,03	0,03	0,03	0,15	0,50
K. R. =	+53,07	0,00	−0,01	−0,01	+0,20	+0,47
R. =	0,00	0,00	+0,18	0,00	−0,06	+0,08
R′ =	0,00	0,00	+0,08	0,00	+0,02	+0,07

(R.) Formeln $\pm \nu = 39\,789{,}0 - \frac{N}{[m - 0{,}11893 - 0{,}4123/m^2]^2}$,

(R′) $\pm \nu = 39\,793{,}0 - \frac{N}{[m - 0{,}12411 - 0{,}2981\,(A - \nu)\,10^{-5}]^2}$.

$N = 109\,675{,}0$.

Die Abweichungen sind unter R., R′ gegeben. Die Form von Kayser und Runge ist nach der Methode der kleinste Quadrate, ohne Berücksichtigung der Linie 2,5, berechnet; d meine aus 2,5, 3,5, 5,5.

Für die mittlere Linie des Triplets 1,5 extrapoliert ma

aus Formel (R.) . . . . $\nu = 36\,640$,
aus Formel (R′) . . . . $\nu = 48\,960$.

Bei Ag war schon eine wenn auch geringere Abweichu der zwei Formeln voneinander für $m = 1{,}5$ gefunden; die zwei Formel (in α, β) war die erheblich genauere, doch lieferte s einen Wert von λ, welcher um 50 Å.-E. zu groß sich fan Hier muß, wie schon aus der großen Differenz zwischen beid Formeln sich ergibt, der Fehler ein viel größerer sein; hängt dies mit dem (bisher nicht annähernd so großen) Wert vo b', der bei den Elementen dieser Kolonne des periodischen System vorliegt, zusammen. Die Formeln von Kayser und Rung sowie Rydbergs versagen überhaupt ganz bei dieser Extra polation. Man kann hier somit nur das Resultat aussprechen

Schon die Grundlinie der Hauptserie liegt im äußersten Ultra violett bei 2000—1800 Å.-E., wo keine Beobachtungen vorliegen ihre Grenze ist weit im Gebiet der Schumannschen Strahle

($\nu = 76430$ bei R., $\nu = 88750$ bei R′) zu suchen. Es erklärt sich so das bisher ganz unverständliche Fehlen der Hauptserie bei diesem Elemente.

Um einen Begriff der Schwierigkeit der hier vorgenommenen Extrapolation zu geben, genügt die Bemerkung, daß die in Wellenzahlen gemessene Entfernung zwischen den äußersten beobachteten Linien der Serie ca. 18400 beträgt; von der Linie 2,5 bis zu 1,5 dagegen ist der Abstand mindestens 68300.

Wegen der ungewöhnlich kleinen Wellenlänge der Grundlinie ist es nicht sicher, ob sie, wie bei anderen Spektren, besonders intensiv sein wird.

Calcium.

$m =$	2,5	3,5	4,5	5,5	6,5	7,5
$\lambda =$	6122,46	3957,23	3474,98	3274,88	3170,23	3107,86
$\nu =$	16328,9	25263,2	28769,0	30526,9	31534,5	32172,2
$F =$	0,05	0,05	0,05	0,10	0,50	1,0
K. R. =	+61	−0,01	+0,02	0,00	+0,23	+0,56
R. =	0,00	0,00	+0,10	0,00	+0,04	−0,38

Man findet nach der Formel

$$\nu = A - \frac{109675{,}0}{\left(m + \alpha + \beta\, 10^{-5}(A - \nu)\right)^2}$$

für die Konstanten die Werte:

$$A = 34038{,}75, \quad \alpha = +\,0{,}06481, \quad \beta = -\,0{,}4492.$$

Durch successive Approximation ergibt sich mit einem wohl noch größeren Fehler als bei Mg:

Grenze der Hauptserie $\nu = 70300$, Grundlinie $\lambda = 2760$.

Strontium.

$n =$	2,5	3,5	4,5	5,5	6,5
$\lambda =$	7070,7	4438,22	3865,59	3628,62	3504,70
$\nu =$	14139	22525,3	25862,1	27551,0	28525
K. R. =	+75	+0,01	+0,20	0,0	+0,08
R. =	0,00	0,00	+0,28	0,00	−0,09

$A = 31026{,}07$, $\alpha = +0{,}13597$, $\beta = -0{,}5183$. Hauptlinie 1,5: $\lambda =$ ca. 2940.

Es ist merkwürdig, daß bei Sr in dieser Gegend des Spektrums ein Paar umgekehrter Linien 3307,64, 3351,35 von bedeutender Intensität liegt, welches die für die intensiveren

Linien des Triplets 1,5 zu fordernde Differenz ν_1 er
als der dritten Linie entsprechend könnte man das
schwächere Paar 3380,89, 3366,43 betrachten, dessen
gegen 3351,35 ungefähr die Differenz ν_2 ergibt. Au
Mg, Ca kann man die entsprechenden Paare angeben.
scheint mir die Annahme, daß hier das erste Glied der
serie vorliege, aus verschiedenen Gründen unwahrsch
Untersuchungen im Gebiet 2100—1800 müssen darübe
scheiden.

Zink.

m =	2,5	3,5	4,5	5,5	6,5	
λ =	4810,71	3072,19	2712,60	2567,99	2493,67	
ν =	20781,2	32540,9	36854,4	38929,6	40090,0	4
F =	0,03	0,05	0,05	0,10	0,15	
K. R. =	+58	0,00	+0,02	−0,01	−0,04	·
R. =	0.00	0,00	0,00	+0,01	−0,09	·

A = 42871,44, α = − 0,21526, β = −0,2559.

Grenze der Hauptserie ν = 115000, Grundlinie ν = 72000, also λ
jedenfalls mit einem Fehler von mehreren Hundert Å.-E.

Kadmium.

m =	2,5	3,5	4,5	5,5	6,5	7,5?
λ =	5086,06	3252,63	2868,35	2712,65	2632,29	2582,86
ν =	19656,2	30735,7	34853,3	36853,7	37978,7	38705,3
F =	0,05	0,05	0,03	0,05	0,10	0,30
K. R. =	+68	+0,01	−0,02	+0,03	+0,15	−1,75
R. =	0,00	0,00	+0,09	0,00	−0,10	−2,2

A = 40706,3, α = − 0,15287, β = − 0,3063, Grundlinie 1,5: λ

Die Linie 7,5 gibt auch nach dem Gesetz der kon
Differenzen einen Fehler von 1 Å.-E.; ihre Zugehörigk
Serie muß daher unentschieden bleiben.

Quecksilber.

m =	2,5	3,5	4,5	5,5	
λ =	5460,97	3341,70	2925,51	2759,83	
ν =	18306,6	29916,5	34172,2	36223,6	:
F =	0,05	0,05	0,10	0,05	
K. R. =	+57	−0,01	+0,02	+0,05	
R. =	0,00	0,00	+0,08	0,00	

A = 40136,80, α = 0,19385, β = − 0,2966.

Grenze der Hauptserie ν = ca. 126000, λ = ca. 1160 für die Gr

Thallium.

Zweite Nebenserie.						Erste Nebenserie.				
λ	ν	F	K. R.	R.	n	λ	ν	F	K. R.	R.
,65	18684,2	0,03	−168	0,00	3	3519,39	28406,0	0,03	+0,02	0,00
,88	30952,1	0,03	−21,7	−0,12	4	2918,43	34255,2	0,03	−0,07	−0,06
,27	35372,1	0,05	−3,65	+0,14	5	2709,33	36899,7	0,03	+0,13	+0,07
,67	37503,1	0,05	−1,69	−1,14	6	2609,08	38316,5	0,03	−0,02	+0,14
,68	38663,2	0,05	+0,01	−0,02	7	2552,62	39163,9	0,10	−0,12	+0,13
,27	39385,3	0,10	+0,04	−0,03	8	2517,50	39710,3	0,10	−0,34	+0,13
,03	39680,1	0,15	+0,01	0,00	9	2494,00	40084,4	0,10	−0,19	+0,05
,57	40188,0	0,20	+0,08	+0,08	10	2477,58	40350,1	0,10	+0,06	+0,04
65	40430,4	0,20	−0,21	−0,21	11	2465,54	40547,1	0,20	+0,24	−0,01
01	40605,2	0,30	−0,03	−0,07	12	2456,53	40696,3	0,20	+0,47	−0,06
87	40740,0	0,30	+0,07	−0,01	13	2449,57	40811,4	0,30	+0,68	−0,06
59	40844,4	0,30	+0,22	+0,07	14	2444,00	40904,4	0,30	+0,79	−0,15
24	40934,0	0,30	−0,01	−0,23	15	2439,58	40978,6	0,30	+0,95	−0,18

ı den Elementen Aluminium, Indium, Thallium, bei
ɔrien von Doublets existieren, habe ich nur das letztere
ɪt. Die zweite Nebenserie von Tl wird nämlich am
ɔsten von allen bekannten Serien durch die Formeln
ɾser und Runge dargestellt; die Serien der anderen
ɔ zeigen normalen Verlauf. Ein Vergleich der Formeln
aher nur bei Tl interessant. Kayser und Runge
n ihre Konstanten nach der Methode der kleinsten
ɔ aus $n = 6,5$ bis 14,5; meine Formel ist aus allen
erechnet; sie ergibt

$$A = 41469,6, \quad \alpha = -0,24088, \quad \beta = -0,2860.$$

Grundlinie der Hauptserie $\lambda = 1110$.

erschied zu Gunsten der neuen Formel ist ein sehr
der; doch macht sich das Fehlen der höheren Glieder
ar. Merkwürdig ist die große Abweichung bei 5,5;
ayser und Runge haben hervorgehoben, daß die
$= f(m)$, graphisch aufgetragen, hier einen Knick zeigt.
e fällt ganz aus der Serie bei den neuen Formeln.
t, daß die fehlenden Glieder der Formel eine recht
ɔrte Form und wohl auch Singularitäten aufweisen

Die sehr vollständig beobachtete erste Nebenserie von Thallium habe ich als Beispiel beigefügt. Ihre Grenze ist gleichgesetzt der der zweiten Nebenserie. Da von $n = 8$ an die Satelliten von den Hauptlinien nicht mehr getrennt werden konnten und sich die Messungen dann auf die intensiveren Hauptlinien beziehen, sind nur letztere der Rechnung unterzogen worden. Die Formel von Kayser und Runge bezieht sich eigentlich auf die Satelliten, sie kann nur von $n = 8$ an mit meiner Berechnung verglichen werden. Für erste und zweite Nebenserie haben Kayser und Runge sechs Konstanten, hier sind nur fünf gebraucht.

$$\pm \nu = 41\,469{,}6 - \frac{109\,675{,}0}{(n - 0{,}09947 - 0{,}0276/n^2)^2} \cdot$$

Der ersten Nebenserie sollte nun auch eine Hauptserie entsprechen, die, nach den Formeln, mit der zur zweiten Nebenserie gehörigen konstante Differenzen aufweist. Sie kann leider nur ganz roh nach Rydbergs Formel berechnet werden. Für die Grenze der intensivsten Linien findet man $\nu = 30\,585$ (genau); Grundlinie ($n = 2$): $\nu = 10\,855$; diese weit im Ultrarot liegende Linie muß große Intensität besitzen; die folgenden Linien sind (nur roh angenähert) $\nu = 14\,600$; $\nu = 22\,200$. Erst die letzte Linie könnte von Kayser und Runge beobachtet sein. Wegen des größeren Intensitätsabfalles in den Hauptserien wird sie ziemlich schwach sein. Ob ihr die schwache Linie $\nu = 18\,083{,}7$, $\lambda = 5528{,}3$ entspricht (die einzige des Tl-Spektrums, die nicht zu den Doublets gehört), ist zweifelhaft. Die Linien des Paares müßten hier schon ziemlich nahe bei einander liegen.

Auch bei anderen Elementen sind meist im Ultrarot, Rot und Gelb enge Paare bez. Triplets zu erwarten, die zu dieser zweiten Hauptserie gehören. Man kann auch (wie z. B. bei Ka im Funkenspektrum von Eder und Valenta [1]) das schwache Paar 4309,3; 4305,1) Linien angeben, deren Lage, Intensität und Abstand die zu erwartenden sind; doch bleibt diese Zuordnung vor der Hand hypothetisch.

1) J. M. Eder u. E. Valenta, Denkschr. Wien. Akad. 61. p. 347. 1894.

Zweite Nebenserie: $\frac{\pm \nu}{109675,0} = \frac{1}{(2 + a_i + b/4)^2} - \frac{1}{[m + a' + b'/m^2]^2}$, $m = 1,5$ 2,5, 3,5 ..., $i = 1, 2, 3$,

oder, wo die Hauptserie noch nicht beobachtet ist

Zweite Nebenserie: $\pm \nu = A_i - \frac{109675,0}{[m + \alpha + \beta\, 10^{-5}(A - \nu)]^2}$, $m = 1,5,\ 2,5,\ 3,5 \ldots,\ i = 1, 2, 3.$

Element	a	$(a_2 - a_1)10^5$	b	b/a	a'	b'	b'/a'	$0,5 + \alpha$	β
H	0	0	0	—	0	0	—		
He_I	+0,01150	—	−0,0072	−0,630	—	—	—	+0,86013	−0,0295
He_{II}	−0,06965	—	+0,0276	−0,400	+0,20221	−0,03017	−0,150	+0,70288	−0,0358
Li	−0,04751	—	+0,0261	−0,550	+0,09994	−0,02646	−0,265	—	—
Na	0,14595 0,14521	74	−0,1158	−0,794 −0,798	+0,15157	−0,05586	−0,368	+0,65205	−0,06107
Ka	0,29034 0,28750	284	−0,2239	−0,771 −0,779	+0,31789	−0,1076	−0,338	—	—
Rb	0,35948 0,34652	1296	−0,2688	−0,748 −0,776	+0,36669	−0,1401	−0,382	—	—
Cs	0,44293 0,41068	3225	−0,3286	−0,742 −0,801	+0,444 ..	−0,169 ..	−0,38 ..	—	—
Ag	—	—	—	—	—	—	—	0,46975	−0,2023 [1]
O_I	0,21230 0,21215 0,21204	15 11	−0,1530	−0,772	+0,27479	−0,06976	−0,254	—	—

1) $\beta/\alpha = -0,4316$.

	$\alpha + 0,5$	β	$\beta/2$		$\alpha + 0,5$	β	β/α
Mg	+0,37589	−0,2981	−0,793	Zn	+0,28474	−0,2559	−0,900
Ca	+0,56481	−0,4492	−0,796	Cd	+0,34713	−0,3063	−0,880
Sr	+0,63597	−0,5183	−0,813	Hg	+0,30615	−0,2966	−0,970
Tl	+0,25912	−0,2860	−1,102				

Innerhalb der Alkalimetalle steigen die Differenzen $a_1 - a_2$ etwa wie die Quadrate der Atomgewichte; die Quotienten $a_1 - a_2/\mu^2$ sind ungefähr:

Na 0,142, Ka 0,189, Rb 0,180, Cs 0,186.

Bei Li müßte somit $a_2 - a_1 = 5$ ungefähr sein, der Abstand der Komponenten der roten Li-Linie wäre zu 0,76 Å.-E. zu erwarten, wie schon Kayser und Runge hervorhoben.[1])

Die Konstanten wachsen im allgemeinen mit dem Atomgewicht innerhalb einer Gruppe chemisch verwandter Elemente; sie sind deutlich periodische Funktionen des Atomgewichtes. Aber auch innerhalb der Alkalimetalle z. B. ergeben sie keine einfachen Kurven, ebensowenig wie die Konstanten von Kayser und Runge. Da die in den Grenzbedingungen auftretenden Größen mit der Konstitution des Atomes vermutlich eng zusammenhängen werden, und die a, b nur durch einen komplizierten Rechnungsprozeß aus ihnen entstehen, ist eine nicht ganz einfache Gestalt dieser Kurven wohl zu erwarten. Doch sind möglicherweise die Atomgewichte hier überhaupt nicht die richtigen Variabelen. Die Quotienten b/a_1, b/a_2, b'/α' variieren in den Alkalimetallen nur wenig; deshalb konnte die zweite Nebenserie von Cs so sicher bestimmt werden. Ebenso sind die $\beta/(\alpha + 0,5)$ annähernd konstant bei Mg, Ca, Sr und wieder bei Zn, Cd, Hg; sie sind aber auch periodischen

1) Der von A. Hagenbach (Ann. d. Phys. 9. p. 719. 1902) gefundene Wert für den Abstand der Li-Doppellinie ergibt $(a_1 - a_2)/\mu^2$ etwa doppelt so groß wie bei den anderen Alkalimetallen; das Gesetz von Kayser und Runge, nach welchem $(a_1 - a_2)/\mu^2$ annähernd konstant ist in dieser Gruppe, wäre daher unrichtig, doch sind die Beobachtungen an nur einer Linie wohl noch nicht ganz entscheidend.

Schwankungen von einer Gruppe zur anderen unterworfen. Die Serien von Ba sind noch nicht gefunden; nach obiger Beziehung wird die Gleichung der zweiten Nebenserie lauten:

$$\nu = A - \frac{109\,675{,}0}{\left[m + \alpha\left[1 - 0{,}825 \cdot 10^{-5}(A - \nu)\right]\right]^2},$$

wobei der im Nenner vorkommende Wert von A nur roh angenähert bekannt zu sein braucht, sodaß gleich die zweite Approximation die exakten Werte von α, A liefert

---

Der Versuch, die im ersten Teil dieser Arbeit gegebene Theorie des Wasserstoffspektrums auf andere Elemente auszudehnen, führt also zu einer bemerkenswerten Übereinstimmung mit der Erfahrung. Die aus der Theorie sich ergebende Formel übertrifft wesentlich an Genauigkeit, besonders bei den niedrigen Ordnungszahlen, das bisher Erreichte. Ferner veranschaulicht die Theorie in sehr einfacher Weise die exakte Universalität des sogenannten zweiten Koeffizienten; sie fordert gewisse quantitative Beziehungen zwischen verschiedenen Serien, endlich macht sie die qualitative Identität des Zeemaneffektes der Linien einer Serie und der Linien der Hauptserie und zweiten Nebenserie verständlich. Alle diese Forderungen sind in Übereinstimmung mit der Erfahrung. Darüber hinaus zeigen die Koeffizienten der Formeln noch verschiedene einfache Beziehungen, sodaß z. B. die bisher unbekannte zweite Nebenserie von Cs gefunden werden konnte. Wenn diese Resultate nun auch für die Fruchtbarkeit der Grundannahme der Theorie sprechen, so zeigen doch die gegebenen Entwickelungen selbst, daß die über die allgemeine mathematische Grundlage hinausgehenden speziellen Ansätze und Deutungen noch sehr willkürlich sind, wie ja die Natur des Problems es beim jetzigen Stand unserer Kenntnisse bedingt. Mein Bestreben war, die zunächst allein zugängliche mathematische Seite des Vorganges dem Verständnis näher zu bringen.

Ein Vorzug der Theorie der Lichtemission in ihrer gegenwärtigen Gestalt, gegenüber der hier vorgetragenen, ist ihre Einfachheit. Solange jedoch jenes einfachere Bild den Spektral-

gesetzen gegenüber versagt, muß es unentschieden bleiben, welc der beiden Auffassungen der *Gesamtheit* der Erscheinung gegenüber sich als einfacher erweisen wird.[1])

Es sei mir gestattet an dieser Stelle Hrn. Geheimr. Voigt meinen Dank auszusprechen für das liebenswürdig Interesse, mit dem er dem Fortgang dieser Arbeit folgte.

Göttingen, Februar 1903.

---

1) Über die Frage nach der Ausstrahlungsfähigkeit der Obertöne des Systems vgl. Dissertation p. 74.

(Eingegangen 18. April 1903.)

3. *Plastische, fließende und flüssige Kristalle; erzwungene und spontane Homöotropie derselben;*
von O. Lehmann.

Seit alten Zeiten nennt man Körper, welche die Eigenschaften haben zu „fließen“ [1]), Flüssigkeiten [2]) im Gegensatz zu den festen Körpern, welche diese Fähigkeit nicht besitzen. Immerhin sind die Flüssigkeiten durch diese Eigenschaft nicht definiert, die in den meisten Lehrbüchern der Physik gegebenen Definitionen kommen vielmehr darauf hinaus, daß als Flüssigkeit ein Körper zu betrachten ist, dessen Elastizitätsgrenze den Wert Null hat. Demgemäß wäre die Unfähigkeit fester Körper zu fließen der Ausdruck einer Tatsache, welche eventuell bestritten werden kann und auch mit Recht vielfach angezweifelt wurde.

Unmittelbar einleuchtend erschien die Unfähigkeit fester Körper zu fließen speziell bei *Kristallen* zu jener Zeit, als man diese noch als *Individuen* betrachtete wie Organismen. Ein Mensch z. B. kann unmöglich in seinem Innern in wirbelnde Strömung geraten, er kann nicht in zwei Teile geteilt werden, von welchen jeder wieder einen vollkommenen lebensfähigen Menschen darstellt und ebensowenig können zwei Menschen wie zwei Flüssigkeitstropfen zu einem Individuum zusammenfließen.

Bei niederen Organismen lassen sich allerdings, wie man später fand, solche Teilungs- und Kopulationsvorgänge tatsächlich beobachten, man hält solche dementsprechend nicht mehr für Individuen und folgerichtig ist auch die Vorstellung, Kristalle seien Individuen, heute nur noch vereinzelt anzutreffen. Insbesondere hat auch die ausgezeichnete Spalt-

1) Damit ist insbesondere gemeint die Fähigkeit in wirbelnde Strömung zu geraten bei gleichbleibender äußerer Gestalt.

2) Da auch Gase fließen können, spricht man von „tropfbaren“ und „gasförmigen“ Flüssigkeiten.

barkeit mancher Kristalle (Kalkspat, Steinsalz etc.) zu der Annahme geführt, die Kristalle hätten nicht wie Organismen im Zentrum und in den peripherischen Schichten verschiedene Struktur, sondern seien *regelmäßige Molekularaggregate*, welche Auffassung als bewiesen gelten kann, wenn man überhaupt die Existenz von Molekülen zugibt. Auch derjenige, welcher die Existenz von Molekülen bezweifelt, kann übrigens ohne Bedenken von jener Annahme Gebrauch machen, da die Behauptung, die Kristalle verhalten sich so „*als ob* sie aus Molekülen beständen, lediglich eine Tatsache ausdrückt und nichts Hypothetisches enthält und er *muß* sogar diese Annahme in zahlreichen Fällen seinen Betrachtungen zu Grunde legen, da sich gewisse Erscheinungen, z. B. die Identität der Lösungen von Mischkristallen mit Mischungen der Lösungen ihrer Komponenten, nur auf Grund derselben beschreiben lassen, insofern anderweitige Beschreibung die Aufstellung *unendlich vieler neuer Bezeichnungen* nötig machen würde, was praktisch undurchführbar ist. [1])

Auch vom Standpunkte der Molekulartheorie ergibt sich nun aber die Unmöglichkeit plastischer Veränderungen bei Kristallen auf Grund zweier Tatsachen, der Erscheinungen der *Polymorphie* (Mitscherlich) und der *Amorphie* (Fuchs).

Die Polymorphie, welche zuerst bei Quecksilberjodid und Schwefel beobachtet wurde, lehrt, daß für denselben Stoff, d. h. für dieselben Moleküle zwei oder mehr verschiedene Kristallformen, d. h. *verschiedene Molekularstrukturen* (Raumgitter, regelmäßige Punktsysteme) möglich sind, daß ein Umklappen aus der einen Gleichgewichtslage der Moleküle in die andere hervorgerufen werden kann (z. B. durch Temperaturänderungen) und daß durch die Art der Aggregation der Moleküle die physikalischen Eigenschaften, z. B. Härte, Elastizität, Farbe, Brechungsexponent, ganz besonders aber auch die Löslichkeit und der Schmelzpunkt in hohem Maße beeinflußt werden. So zeigt sich namentlich, wie ich durch Beobachtung bei zahl-

1) Von denjenigen, welche die Molekulartheorie ausschließen wollen unter Bezugnahme darauf, daß die Physik lediglich eine *exakte Beschreibung* zu geben habe, wird dieser Umstand nicht berücksichtigt. Solange dies nicht geschieht, haben Einwendungen gegen die Molekulartheorie keine Bedeutung.

‑en Stoffen gefunden habe, daß stets der stabileren Modifi‑on *geringere Löslichkeit* und höherer Schmelzpunkt zukommt.

Die Amorphie, welche bei den meisten Stoffen zu be‑chten ist, z. B. bei Zucker, welcher als Kandiszucker ‑tallisiert auftritt, in den aus geschmolzenem Zucker her‑tellten Waren der Konditoreien als amorpher Zucker, lehrt, dieselben Moleküle, welche im Kristall regelmäßig an‑rdnet sind, sich unter geeigneten Bedingungen auch völlig ‑llos zusammenlagern können, wie aus der vollkommenen ‑tropie der amorphen Körper in Bezug auf alle Eigenschaften schließen ist. Daß die Moleküle dieselben sind, schließt n wie bei der Polymorphie aus der Übereinstimmung des ‑mischen Verhaltens, des Molekulargewichtes und namentlich ‑h aus der Leichtigkeit der Umwandlung in die kristallisierte ‑difikation (Entglasung), welche in manchen Fällen (besonders ‑er Vermittelung von Feuchtigkeit) sich nach und nach von ‑st vollzieht.

Ebenso wie im Falle der Polymorphie erweist sich die der Aggregation der Moleküle von außerordentlich großem ‑fluß auf die physikalischen Eigenschaften. Die amorphen ‑difikationen sind stets weniger dicht und hart, haben ge‑gere Lichtbrechung und zeigen, wie ich durch Beobachtung ‑lreicher Präparate gefunden habe, im Gegensatz zu den ‑stallisierten überhaupt keine reversible Löslichkeit[1]), d. h. ‑itzen *keinen Sättigungspunkt* und analog keinen bestimmten ‑melzpunkt.

Daß die Art der Aggregation der Moleküle die Eigen‑aften in so hohem Maße beeinflussen kann, erscheint in ‑er Übereinstimmung mit der aus alten Zeiten stammenden ‑fassung, daß die sogenannten *drei Aggregatzustände* eines ‑rpers, z. B. Eis, Wasser, und Dampf, deren physikalische ‑enschaften sehr erheblich voneinander abweichen, lediglich ‑ch die Art der Aggregation der Moleküle voneinander ver‑ieden sind.

Wäre also wahre plastische Deformation eines Kristalles, ‑. „Fließen" desselben möglich, so müßte man, da hierbei

1) Von verschiedenen Seiten wurde diese Tatsache bestritten, indes bis jetzt kein zweifellos amorpher Körper genannt worden, für welche nicht zutrifft.

unausbleiblich die Art der Aggregation der Moleküle ge
wird, entsprechende Änderung der physikalischen Eigens
erwarten, insbesondere deutliche Änderung von Löslichk
Schmelzpunkt wie bei Umwandlung polymorpher Modifik
oder bei Entglasung amorpher Körper. Bis jetzt is
solche Änderung der Eigenschaften in keinem einzigen
beobachtet worden, man schließt also mit Recht, daß
Plastizität bei Kristallen unmöglich ist [1]), sowie daß in
wo Kristalle anscheinend plastische Veränderungen zu
lediglich *scheinbare* Plastizität vorliege, beruhend auf
setzter Zertrümmerung und Wiederverschweißung der Trü
wobei aber jedes Fragment seine Molekularstruktur und
gemäß auch seine Eigenschaften völlig unverändert bei

In diesem Sinne suchte man namentlich früher die Glet
bewegung zu deuten, welche später insbesondere nac
Vorgang von Tyndall und Helmholtz als Wirkun
Regelation aufgefaßt wurde. Die Versuche Trescas üb
Fließen von Blei unter hohem Druck bei gewöhnlicher Temp
schienen Aufklärung zu finden durch die Versuche Sp
über das Verschweißen feiner Pulver unter starkem
welche außerdem darauf hinzuweisen schienen, daß unter
Druck in allen Fällen eine Art Verflüssigung eintrete (Poyı
was aber den neuesten Versuchen Tammanns zufolge
zutrifft. [2])

Verständlicher werden solche Fälle plastischer Defor
von Kristallen, bei welchen Regelation ausgeschlossen ist,
Reuschs Entdeckung der *Translation längs Gleitfläche*
der *künstlichen Zwillingsbildung durch Druck.* Bei diese
gängen wird, wie insbesondere die Versuche von O. M
über die Fähigkeit der deformierten Kristalle in Lösun
normalen Kristallen bez. Zwillingen auszuheilen erwiesen
die Molekularstruktur durch die Deformation nicht g
somit kann auch eine Änderung der physikalischen
schaften nicht erwartet werden.

---

1) Bei amorphen Körpern, d. h. regellosen Molekularaggreg
eine Änderung der Eigenschaften durch Deformation (anscheinen
zu erwarten.

2) N. Werigin, L. Lewkojeff, u. G. Tammann, Ann. d
10. p. 647. 1903.

Berücksichtigt man noch Hagenbachs Entdeckung der *[Zus]ammenkristallisation*, d. h. der Erscheinung, daß zwei Kristalle, [we]lche in paralleler Stellung miteinander verschweißen, sehr [fe]st aneinander haften und sich wie *ein* Individuum verhalten, [w]ährend dagegen in anderer Stellung verschweißte Kristalle [l]eicht wieder auseinanderbrechen, so kann man wohl verstehen, [d]aß beim scheinbaren Fließen einer kristallinischen Masse, wie [b]ei den Versuchen Trescas und bei der Gletscherbewegung, [d]ie Trümmer nicht unendlich klein werden, weil sie durch [Z]usammenschweißen parallel gestellter Fragmente fortwährend auch [w]ieder wachsen und zwar so, daß Struktur und somit Eigenschaften ungeändert bleiben.

Man könnte also hiernach sagen: „wahre Plastizität der [K]ristalle ist aus den angegebenen theoretischen Gründen un[m]öglich und bisher in keinem Falle experimentell nachgewiesen. [S]elbst die Gletscherbewegung und die Versuche Trescas be[w]eisen nicht, daß eine Änderung der Kristallstruktur möglich [i]st durch wahres Fließen der Masse, wobei sich die kleinsten [T]eile dem Verlauf der hydrodynamischen Strömungslinien ent[s]prechend wenden und drehen müßten wie bei Wirbelbewegung [i]n Flüssigkeiten".

Zu dem Ergebnis, daß dennoch wahre Plastizität der [K]ristalle existieren müsse, führte mich zuerst eine gelegent[l]iche Beobachtung bei Gips im Jahre 1872, welcher bald [ä]hnliche folgten bei salpetersaurem Ammoniak, Phosphor, Wachs, [P]araffin etc., die ich in einzelnen Kristallindividuen aus Lösungen [z]u züchten versuchte, wobei sich ergab, daß bleibende Biegung [e]ines Kristalles mit entsprechender Änderung seiner optischen [S]truktur und der Fähigkeit zu wachsen möglich ist, und zwar [o]hne Auftreten von Rissen oder jener Trübung, welche eine [i]nnere Zertrümmerung anzuzeigen pflegt.

Das erste Beispiel einer kristallinischen Masse, welche so [h]ohe Plastizität zeigt, daß sie früher allgemein, auch von mir [s]elbst, für wirklich flüssig gehalten worden war, fand ich in [d]er regulären Modifikation des *Jodsilbers*, welche sich aus der [g]ewöhnlichen hexagonalen beim Erhitzen über 146° bildet und bei 450° in die wirklich flüssige übergeht.[1]) Sie tritt beim

---

1) O. Lehmann, Zeitschr. f. Krist. 1. p. 120. 492. 1877.

Abkühlen der Schmelze unter 450° in Form zierlicher Kristallskelette mit gerundeten Kanten und Ecken auf, deren Gestalt an die der bekannten Salmiakskelette erinnert. Hätte ich mich an die bestehende Auffassung, daß der Aggregatzustand dieser Masse als flüssig zu bezeichnen sei, gehalten, so läge hier das *erste Beispiel flüssiger Kristalle* vor. Ich habe dies indes nicht getan, einesteils weil ich damals noch in dem Vorurteil befangen war, daß ein Kristall unmöglich flüssig sein könne, daß wirkliches Fließen unverträglich sei mit regelmäßiger Molekularstruktur, und zwar deshalb, weil Flüssigkeiten keine Elastizität besitzen, somit keine Kraft vorhanden ist, welche die regelmäßige Anordnung der Moleküle aufrecht erhalten könnte; anderenteils, weil die polyedrischen Umrisse der Kristalle einen direkten Beweis darstellten, daß der Masse tatsächlich Elastizität zukomme, daß sie somit nicht zu den Flüssigkeiten gerechnet werden könne, welche, eben weil sie keine *permanente*[1]) Elastizität besitzen, unter ähnlichen Umständen durch die Oberflächenspannung zu Tropfen abgerundet werden.

Gleiches gilt von einem anderen, sich ähnlich verhaltenden[2]) Präparat, welches mir später von Hrn. Reinitzer[3]) zur Untersuchung zugesandt wurde, dem Cholesterylbenzoat. Ebenso wie das hexagonal kristallisierende Jodsilber beim Erhitzen plötzlich in die weiche regulär kristallinische Modifikation übergeht und diese dann bei noch weiterem Erhitzen in die wirklich flüssige, geht auch das feste Cholesterylbenzoat beim Erhitzen plötzlich in eine weich kristallinische über und bei noch weiterem Erhitzen schmilzt diese. Freilich ist der Ausdruck „schmelzen“ hier nicht besonders gut angebracht, weil die weich kristallinische so weich ist, daß sich ihre Konsistenz nur wenig von der des Olivenöls unterscheidet, so daß man ver-

---

1) Die Flüssigkeiten besitzen wohl *temporäre* Elastizität, die aber bei Bestimmung der Elastizitätsgrenze nicht in Betracht kommt, ebensowenig wie die Volumenelastizität, die auch den Gasen zukommt.

2) In meiner ersten Abhandlung über fließende Kristalle ist auf diese Ähnlichkeit ausdrücklich hingewiesen (Zeitschr. f. phys. Chem. 4. p. 471. 1889).

3) F. Reinitzer, Sitzungsber. d. k. Akad. d. Wissensch. z. Wien 97. p. 167. 1888.

acht sein könnte den Aggregatzustand bereits als flüssig zu zeichnen, eine Flüssigkeit aber nicht schmelzen kann.

Meines Erachtens ist die Annahme des flüssigen Aggregatstandes indes durchaus unzulässig, da vereinzelte Kristalle, ie sie sich durch Zufügung einer geringen Menge eines lsungsmittels (z. B. von Kolophonium) erhalten lassen, sich ineswegs wie Flüssigkeitstropfen zu vollkommenen Kugeln runden, sondern ellipsoidische Formen annehmen mit deutchen Spitzen, welche an die polyedrische Gestalt fester Kristalle innern.

Der Umstand, daß sich diese überaus weichen Kristalle r bei Temperaturen bilden und halten, welche zwischen den mperaturbereichen liegen, in welchen die Substanz unzweifelft fest bez. flüssig ist, hat zu der irrigen Auffassung laß gegeben, es handle sich hier um einen *vierten* Aggregatstand, welcher eine Zwischenstufe zwischen dem festen und ssigen darstelle. Dieser Irrtum entspringt aus der anderen it alten Zeiten üblichen, noch immer in allen Lehrbüchern rgetragenen Anschauung, daß jeder Körper in *drei* Aggregatständen auftreten müsse, nach welcher allerdings eine neue odifikation, die zwischen dem festen und flüssigen Zustand ftritt, als vierter Aggregatzustand zu bezeichnen wäre. abei bleibt aber ganz unberücksichtigt, daß ich früher z. B. im salpetersauren Ammoniak nachgewiesen habe, daß daslbe in *vier festen* kristallinischen Modifikationen auftritt, lche in dem Maße weicher sind als das Temperaturgebiet, nerhalb dessen sie stabil sind, dem Schmelzpunkt näher liegt, ß die Stoffe, welche in flüssigen Kristallen auftreten, sicher *zwei flüssigen* Modifikationen existieren etc., daß somit die hl der Modifikationen, in welcher eine Substanz auftritt, ineswegs identisch ist mit der Zahl der Aggregatzustände, ß eine Substanz mehrere feste, mehrere flüssige und mehrere sförmige Modifikationen haben kann, von welchen jede mit igender Temperatur bei bestimmter Umwandlungstemperatur h in die nächstfolgende, bei höherer Temperatur stabile umndelt und bei Abkühlung sich aus dieser wieder zurückdet.

Wenn ich trotz der großen Ähnlichkeit im Verhalten des lsilbers und des Cholesterylbenzoats anfänglich Bedenken

getragen habe, die fließend kristallinische Modifika
letzteren als eine einheitliche enantiotrope Modifikat
zufassen, wie das weich kristallinische reguläre J
wenn ich vielmehr zunächst [1]) an eine breiartige Mischu
Emulsion zweier verschiedener Substanzen dachte,
durch Dissoziation, wie z. B. beim Zerfall wasse
Kristalle, bilden, so war der Grund einesteils das A
der eigentümlichen *Trübung*, anderenteils das Auftret
merkwürdigen optischen Erscheinungen, welche von Re
als *„ölige Streifen“* bezeichnet wurden und welche b
Jodsilber fehlten. Erst die sorgfältige weitere Unter
unter Anwendung der stärksten Vergrößerungen (Ölim
ergab, daß diese Bedenken durchaus grundlos waren.
zeigt sich ganz allgemein bei plastischer Deformatic
Kristalle und wurde wohl zuerst von Helmholtz [2]) bei I
von Eis beobachtet, später von Kick, J. Lehmann, Ri
in verschiedenen anderen Fällen, in welchen stets die
lufthaltiger Sprünge ausgeschlossen war. Sie beruht
Brechung des Lichtes an den Grenzen verschieden ori
Partien der Substanz und kann selbstverständlich be
isotropen Substanzen wie Jodsilber, bei welchen der Br
exponent nicht von der Richtung abhängt, nicht auf

Die andere erwähnte sonderbare Erscheinung,
stehung der „öligen Streifen“ beruht auf einer bish
nicht bekannten Wirkung von Zug- und Druckkräften
Orientierung anisotroper Moleküle und kann deshalb
nicht auftreten bei Substanzen, welche sich optisch
verhalten wie die reguläre Modifikation des Jodsilbe
schlage vor, diesen eigentümlichen Effekt *Homöotrop*
Gleichrichtung (der Moleküle), zu nennen.

1. Homöotropie.

Die Untersuchungen bei Cholesterylbenzoat ve
die Entstehung der „öligen Streifen“ nicht völlig auf

1) Vgl. O. Lehmann, Molekularphysik 2. p. 592. 1889.

2) H. v. Helmholtz, Vorträge und Reden 1. p. 223. 18

3) Durch Pressung eines klaren Steinsalzkristalles in eine
Presse erhielt ich dementsprechend eine in der Mitte, wo l
zutreten konnte, völlig klar durchsichtige Platte; vgl. auch G. T
Ann. d. Phys. 8. p. 105. 1902; R. Schenck, Ann. d. Phys. 9. p. 1

da es zu schwierig ist größere einzelne Kristalle der fließend-kristallinischen Modifikation dieser Substanz herzustellen und in ihrem Verhalten bei Einwirkung von Zug- und Druckkräften zu studieren.

Erst die Auffindung äußerst weicher Kristalle bei ölsaurem Ammoniak, welche bei gewöhnlicher Temperatur beständig sind, führte zur Lösung dieser Aufgabe. Schon die gewöhnliche Modifikation des Ammoniumoleats, welche etwa die Konsistenz von weichem Wachs besitzt, und entsteht, wenn man in Salmiakgeist so viel Ölsäure einrührt, bis der Ammoniakgeruch verschwindet, läßt das Auftreten von Homöotropie deutlich erkennen.

Bringt man eine kleine Menge der Substanz unter einem an den Rändern aufgebogenen (flachuhrglasförmigen) Deckglas bei gekreuzten Nicols unter das Mikroskop und schiebt nun das Deckglas hin und her, so erhalten nach und nach immer größere Teile des Präparates einheitliche Auslöschung und man kann leicht bewirken, daß die ganze Masse, abgesehen von einer schwachen Streifung, welche auf faserige Struktur hinweist, in der entsprechenden Stellung dunkel wird. Man erhält den Eindruck, die Moleküle verhielten sich unter der Einwirkung von Zug- und Druckkräften ganz ebenso wie ein Haufen loser oder durch eine zähe Flüssigkeit verklebter Stäbchen (z. B. Drahtstifte), welche bekanntlich aus leicht zu übersehenden Gründen, wenn man sie zwischen zwei Platten hin- und herwälzt, nach und nach sämtlich parallele Stellung annehmen, und zwar so, daß ihre Längsrichtung senkrecht zur Kraftrichtung steht. Jedenfalls beweist das Auftreten einheitlicher, zur Kraftrichtung in Beziehung stehender dauernder Auslöschung in der deformierten Masse, daß eine Parallelrichtung der Moleküle stattgefunden hat, und man kann sich leicht durch Zugabe eines Lösungsmittels (z. B. Alkohol) schwaches Erwärmen und Wiedererkaltenlassen davon überzeugen, daß ein Stück der auf diesem Wege optisch einheitlich gewordenen Masse sich wie ein normaler Kristall verhält, d. h. einen Sättigungspunkt besitzt wie dieser, und die Fähigkeit, unter Beibehaltung der einheitlichen Struktur weiter zu wachsen. [1])

---

1) Möglicherweise beruht hierauf auch die Erhöhung der Plastizität durch Kneten und allgemein die Zunahme der Plastizität mit der defor-

Noch weit schöner zeigt sich die Erscheinung bei der fließend-kristallinischen Modifikation des ölsauren Ammoniaks, welche man erhält, wenn man mit etwas Alkohol verdünnte Ölsäure vorsichtig in Salmiakgeist einrührt, bis die Masse eine weiche, sirupartige Konsistenz hat. [1])

Der Zusatz von Alkohol ist nicht unbedingt nötig, erleichtert aber die Bildung der sirupartigen Modifikation. Diese läßt sich ähnlich wie Honig aus einer Flasche ausgießen, doch erscheint die Oberfläche nicht glänzend spiegelnd und das Innere nicht klar wie bei Honig, sondern trüb, wie bei anderen fließenden Kristallen.

Dünne Schichten dieser Substanz kann man leicht durch Hin- und Herschieben des Deckglases so deformieren, daß sie in ihrer ganzen Ausdehnung (abgesehen von den durch die Faserstruktur bedingten geringen Abweichungen) einheitliche Auslöschung annehmen.

Ist die Masse relativ dick und keine Lösung zugegen, so kann sich die künstlich hergestellte einheitliche Struktur lange Zeit erhalten; dünne Schichten aber, welche nicht an den Glasflächen anhaften, sondern durch zwischengelagerte Lösung davon getrennt sind, bekommen bald da, bald dort Löcher; ähnlich etwa wie eine dünne, auf Wasser ausgebreitete Ölschicht, welche infolge der Oberflächenspannung das Bestreben zeigt, sich in vereinzelte Tropfen zusammen zu ziehen.

Auch bei den kristallinischen Lamellen ist jedenfalls die Oberflächenspannung die Ursache der Löcherbildung, durch die Kontraktion entstehen aber keine Tropfen, sondern Kristalle von polyedrischer, wenn auch nicht gerade sehr regelmäßiger Form, wohl aber mit einheitlicher Auslöschung. Bei Präparaten von mäßiger Dicke wird die Auflösung in getrennte Kristalle

---

mierenden Kraft (vgl. G. Tammann, Ann. d. Phys. 7. p. 224. 1902), denn parallel gerichtete Moleküle werden leichter übereinander hin gleiten als verschieden orientierte, ebenso wie z. B. ein Möbel mit parallel gestellten Rollen sich leichter verschieben läßt als ein solches mit gegeneinander verdrehten Rollen.

1) Von der chemischen Fabrik E. Merck in Darmstadt erhielt ich unter der Bezeichnung „ölsaures Ammoniak" bald diese sirupartige Modifikation, bald auch eine solche, welche noch konsistenter ist als die erst erwähnte.

t völlig erreicht, diese bleiben vielmehr da und dort im ammenhang, es entstehen *netzartige* kristallinische Massen.

Insofern in derartigen Fällen die Parallelrichtung der ekule unter Einwirkung eines äußeren Zwanges erfolgt, n man sie als *erzwungene Homöotropie* bezeichnen.

Es ist leicht einzusehen, daß außer dieser auch eine andere, *spontane Homöotropie* zu bezeichnende ähnliche Wirkung beobachten sein muß, welche nicht durch äußere Kräfte anlaßt wird, sondern diejenigen, welche der Substanz eigenlich sind, die Oberflächenspannung und die Stoßwirkungen lge der Wärmebewegung. Die Vorstellung, welche man gewöhnlich von der Heftigkeit dieser Wärmebewegung cht, läßt erwarten, daß ein durch Strömung in Unordnung rachtes kristallinisches Molekularaggregat außerordentlich ch infolge spontaner Homöotropie seine normale Struktur der annehmen werde. In Wirklichkeit kann man wohl e solche Tendenz erkennen, die Umbildung vollzieht sich r mit großer Langsamkeit und nur wenn etwa durch chanische Zerrung bereits eine bestimmte Richtung vor leren bevorzugt ist. Augenscheinlich beruht der Grund darin, bei unregelmäßiger Zusammenlagerung von Molekülen jede htung mit jeder anderen gleichwertig ist, so daß gar nicht gegeben werden könnte, welcher derselben die Moleküle sich allel stellen sollen.

Anders verhält sich die Sache, wenn wie bei freischweben- isolierten Kristallen bereits die Hauptmasse der Moleküle rdnet ist. Deformiert man einen solchen Kristall etwa ch stoßweise Bewegung der Flüssigkeit, Andrücken gegen e Luftblase und dergleichen und überläßt ihn dann wieder selbst, so kommt die spontane Homöotropie in auffälliger ise zur Geltung, insofern er sehr rasch wieder seine frühere male Struktur d. h. einheitliche Auslöschung annimmt, sowie h normale Form, abgesehen davon, daß die Kanten und ken, augenscheinlich infolge der Wirkung der Oberflächen- annung, gerundet bleiben. Noch auffälliger zeigt sich die irkung beim Zusammenfließen zweier nicht parallel gerichteter istalle, da dann die Richtung der Moleküle des größeren uptsächlich die resultierende Molekülrichtung des durch die pulation entstehenden einheitlichen Kristalles bestimmt.

2. Das Zusammenfließen.

Oben wurde erwähnt, daß die weich kristallinischen Mo
fikationen von Jodsilber und Cholesterylbenzoat sich durcha
ähnlich verhalten und daß beide, wie die polyedrische Fo
der Kristalle beweist, eine merkliche Elastizitätsgrenze b
sitzen, somit nicht als „flüssige“ Kristalle bezeichnet werd
können, sondern zu den festen gerechnet werden müssen. I
einem Punkte zeigt sich indes eine wesentliche Verschiedenhe
Bringt man nämlich zwei freischwebende Kristalle von Cholester
benzoat oder besser von ölsaurem Ammoniak an einem Punk
in Berührung, so geschieht dasselbe, wie wenn zwei fr
schwebende Öltropfen in Kontakt gebracht werden: *sie fließ
zu einem optisch einheitlichen und völlig symmetrisch gestalte
Individuum zusammen*, während weiche Jodsilberkristalle alle
falls aneinander adhärieren, aber nicht zusammenfließen. Solc
weiche Kristalle nun, welche von selbst, d. h. lediglich infol
der Wirkung der Oberflächenspannung zusammenfließen, wen
sie in Kontakt kommen, habe ich „*fließende*“ genannt. D
reguläre Jodsilber gehört also trotz seiner an den Flüssigkeit
zustand heranreichenden Weichheit nicht zu den fließend
Kristallen; die Oberflächenspannung ist nicht im stande, d
Elastizität zu überwinden. Ganz geschieht dies allerdings a
nicht bei den fließenden Kristallen, denn sonst könnten di
keine polyedrische Form zeigen, sondern müßten zu vollkom
kugelförmigen Tropfen zusammengedrückt werden, wie di
bei verschiedenen anderen Substanzen, z. B. Azoxyphenet
Azoxyanisol, Azophenetol, Methoxyzimtsäure u. a. tatsächli
beobachtet wurde. Die letzteren weichen Kristalle sind de
halb der Definition des Flüssigkeitszustandes gemäß als wirkl
„*flüssige*“ Kristalle zu bezeichnen und wohl zu unterscheid
von den fließenden. Ich hebe dies deshalb besonders herv
weil in manchen Berichten die beiden Worte in gleichem Sin
gebraucht werden, was natürlich zu Mißverständnissen Anl
geben kann.

Außer dem Benzoat des Cholesterins besitzen, wie sch
früher mitgeteilt wurde, auch das Acetat des Cholesterin
sowie des Benzoat des Hydrocarotins und das Oleat des Kaliu
fließend kristallinische Modifikationen. Neuerdings habe i

olche auch aufgefunden bei dem Propionat und dem Oleat des Cholesterins, welche ich Hrn. Prof. Scholl in Karlsruhe verdanke, ferner bei den Oleaten von Natrium, Methyl-, Dimethyl- und Trimethylamin. Die Erscheinungen sind in allen Fällen übereinstimmend, so daß nähere Beschreibung unnötig erscheint.

Das schönste Beispiel fließender Kristalle wurde in neuester Zeit von Hrn. Prof. Vorländer in Halle in dem *p-Azoxybenzoesäureäthylester* aufgefunden.[1]) Vor den der anderen genannten Präparate haben die zwischen 113,5° und 120,5° beständigen fließenden Krystalle dieser Substanz den großen Vorzug, daß ihr Brechungsexponent von dem der isotrop flüssigen Modifikation oder der Lösungen beträchtlich verschieden ist, so daß sie sehr scharf und klar auf dem hellen Hintergrund des Gesichtsfeldes hervortreten, während in den meisten anderen Fällen Beobachtung zwischen gekreuzten Nicols oder Zusatz löslicher Farbstoffe erforderlich ist, um die Kristalle überhaupt zur Wahrnehmung zu bringen. Hr. Vorländer hatte die Freundlichkeit, mir das Präparat zur Untersuchung zuzusenden und ich gebe im folgenden hauptsächlich eine Zusammenstellung der an diesem Präparate gemachten Beobachtungen.

Die Oberflächenspannung an der Grenze der fließenden Kristalle gegen die isotrope Schmelze ist weitaus größer als bei den anderen genannten Präparaten, das Zusammenfließen der Kristalle vollzieht sich daher mit weit größerer Geschwindigkeit, gewöhnlich so rasch, daß es kaum möglich ist mit dem Auge zu folgen und hier ein Fall vorliegt, der die bis in die neueste Zeit vorhandenen Zweifel, ob auch festen Körpern eine Oberflächenspannung zukomme, endgültig beseitigen dürfte. Bei reinen Präparaten und solchen, denen nur sehr wenig Kolophonium beigemischt ist, scheiden sich die Kristalle natürlich dicht nebeneinander aus, so daß die Gelegenheiten zu gegenseitiger Berührung außerordentlich häufig sind. In solchem Fall scheint sich deshalb die Grenze der fließend kristallinischen Modifikation beständig in zuckender Bewegung zu befinden, da bald da, bald dort ein neugebildeter Kristall plötzlich mit der übrigen Masse zusammenfließt. Wer

1) Vgl. R. Schenck, Ann. d. Phys. 9. p. 1060. 1902.

in solchen Beobachtungen wenig geübt ist, vermag sich
die merkwürdigen Bewegungsvorgänge kaum zu deut
längerer Beobachtung hat man indes nicht selten Gele
tadellos ausgebildete vereinzelte Kristalle in Form lan
rader, dünner Nadeln mit blitzartiger Geschwindigk
da, bald dort in der Flüssigkeit hervorschießen zu
welche ebenso schnell wieder verschwinden, indem s
Auftreffen auf eine größere Masse sofort mit dieser zus
fließen. Diese Nadeln sind optisch einachsig und sind
scheinlich Kombinationen eines tetragonalen Prismas
Basis. Trifft eine wachsende
auf eine zweite schräg dazu lie
wie Fig. 1 zeigt, so dreht
letztere, welche allein bewegl
möge, sofort beim Zusamme
in der Richtung des Pfeiles,
der anderen parallel geword
mit ihr zu einem einheitlich
stall zusammengeflossen ist.
des Widerstandes, den die
keit bietet, erfolgt die Dreh
solcher Schnelligkeit, daß d
dem Vorgang kaum zu folgen

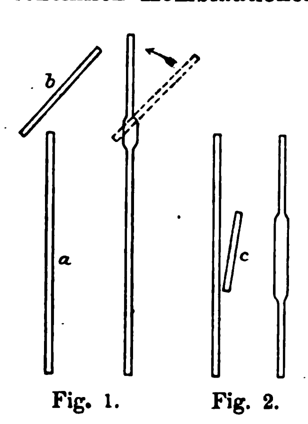


Fig. 1. Fig. 2.

und selbst mit sehr kurzer Expositionszeit hergestellte M
photographien nur unscharfe Abbildungen liefern. Natürli
im allgemeinen beide Kristalle in gleicher Weise bewegl
sie frei in der Flüssigkeit schwimmen, sie geraten also b
Bewegung. Ein seitlich heranschwimmender Kristall *c*
von geringerer Länge wird im Momente der Berührung
in parallele Stellung gedreht und vollständig aufgen
so daß die Nadel an der betreffenden Stelle eine entspre
Verdickung erhält. Werden der Reihe nach eine
kleinerer Kristalle aufgenommen, so erhält die Nadel
viele Anschwellungen, und da sich diese symmetrisch
Achse gestalten, gehen hierdurch Bildungen hervor,
lebhaft an gedrechselte Säulchen, Kegel, Puppen un
gleichen erinnern. Alle diese merkwürdig gestalteten
sind infolge des Zusammenfließens bei sinkender Tem
beständig in lebhaftester Bewegung, man könnte von ei

ppentanz sprechen, und der Anblick ist oft derart drollig, ß man unwillkürlich zum Lachen gereizt wird und die Gelde für belebt ansehen möchte. Schließlich ist das ganze esichtsfeld mit eng aneinander gereihten, zu netz- oder mosaikrtig gestalteten Mustern vereinigten Kristallen erfüllt, von elchen im polarisierten Licht wegen der dichroitischen Eigenhaften einzelne weiß, andere gelb erscheinen und beim Drehen wischen gekreuzten Nicols diejenigen, deren optische Achse icht zufällig in die Sehrichtung fällt, in bekannter Weise iermal hell und dunkel werden. Bei Präparaten, die längere eit erhitzt wurden, speziell im Brennpunkt der Strahlen iner elektrischen Lampe, wo nicht nur Wärme, sondern auch icht einwirken, vollzieht sich das Zusammenfließen mit geingerer Geschwindigkeit, jedenfalls infolge der Anwesenheit iner durch Zersetzung oder Umlagerung entstandenen Vernreinigung. Solche Präparate eignen sich deshalb zur näheren ntersuchung des Verlaufes der Erscheinung erheblich besser ls ganz reine und neue.

Wird ein ganz reines Präparat zwischen sorgfältig geeinigten Glasplatten geschmolzen, so daß die bei der Erarrung sich bildenden Kristalle sich unmittelbar den Glasächen anlegen, ohne daß eine, wenn auch nur sehr dünne chicht einer Verunreinigung dazwischen treten kann, so beobchtet man sehr auffällig eine Erscheinung, die ich zuerst bei -Azoxyphenetol wahrgenommen hatte. Beim Übergang in die ießend kristallinische Modifikation infolge von vorsichtigem rwärmen bleiben nämlich, zwischen gekreuzten Nicols berachtet, die Umrisse der vorhandenen Kristalle erhalten und ie durch sie begrenzten Felder zeigen einheitliche Auslöschung nd bei Anwendung nur eines Nicols einheitlichen Dichroismus. ie Erscheinung ist offenbar dadurch bedingt, daß ganz ebenso ie in anderen Fällen enantiotroper Umwandlung, z. B. bei lpetersaurem Ammoniak, die Stellung der Moleküle der neu ch bildenden Modifikation gegenüber den früher vorhandenen ne gesetzmäßig bestimmte ist, und durch Adhäsion an den lasflächen fixiert wird. Für die Beobachtung und Unterchung des Verhaltens der flüssigen Kristalle gewährt diese scheinung den großen Vorteil, daß man hierdurch große lividuen mit einheitlicher Auslöschung gewinnen kann, was

namentlich zur näheren Untersuchung der später zu besprechen den Strukturstörungen von Wichtigkeit ist.

3. Zwillingsbildung.

Die Kraft, mit welcher die Parallelrichtung zweier schief zusammentreffender Individuen der fließend-kristallinischen Modifikation des p-Azoxybenzoesäureäthylesters erfolgt, ist natürlich von der Größe des Neigungswinkels abhängig und um so kleiner, je mehr sich dieser einem rechten nähert, immerhin auch in diesem Falle noch so groß, daß die Parallelrichtung auch dann erfolgt, wenn die Abweichung von 90° kaum merklich ist. Treffen sich aber zwei Kristalle genau unter rechtem Winkel, so fließen sie zusammen ohne gleichzeitige Parallelrichtung, es entsteht also ein Zwilling oder Durchkreuzungszwilling. Erscheint in polarisiertem Lichte die eine Hälfte eines solchen Zwillings gelb, so erscheint die andere weiß, und umgekehrt. Die Vereinigungsstelle ist gewöhnlich, wie Fig. 3 andeutet, winkelförmig gestaltet.[1])

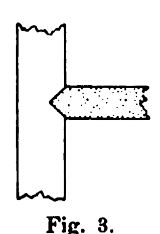


Fig. 3.

Eigentümliche Störungen der Struktur, welche aller Wahrscheinlichkeit nach im Prinzip wohl ebenfalls auf der Bildung von Durchkreuzungszwillingen beruhen, treten stets da und dort in der Masse im übrigen homogener Kristalle auf, ohne daß sich ein besonderer Anlaß dazu erkennen ließe.

Bei Beobachtung in gewöhnlichem Licht erscheinen diese gestörten Stellen als graue Flecke in Gestalt eines länglichen Rhombus, dessen längere Diagonale der Längsrichtung der Kristalle parallel ist. Die Diagonalen sind als feine schwarze oder helle Linien deutlich ausgeprägt, liegen indes nicht in gleicher Ebene. Man kann zwei Fälle unterscheiden, je nachdem die kürzere (Querdiagonale) oder die längere (Längsdiagonale) die obere ist, welche als Störungen *A* und *B* bezeichnet werden mögen (Fig. 4 und 5).

Das Verhalten der *Störungen A* im polarisierten Licht wird durch die Figg. 6—11 dargestellt. Ist die Schwingungsrichtung des Lichtes der Längsrichtung des Kristalles parallel

1) Gelb ist in den Figuren durch Punktierung angedeutet.

wobei dieser gelb erscheint, so tritt die Störung als weißes Quadrat oder mehr oder minder gestreckter weißer Rhombus auf gelbem Grunde auf (Fig. 6). Man könnte hieraus schließen, daß in dem weißen Feld die Moleküle um 90° verdreht sind. Hiermit stimmen aber die Erscheinungen bei Auslöschung des Lichtes durch einen zum Polarisator gekreuzten Analysator nicht überein. In diesem Fall erscheint nämlich wohl die unveränderte Masse des Kristalles wie zu erwarten dunkel, der gestörte Fleck dagegen bleibt nach wie vor weiß (Fig. 7). Dreht man dagegen den Analysator um 90°, wobei die Masse

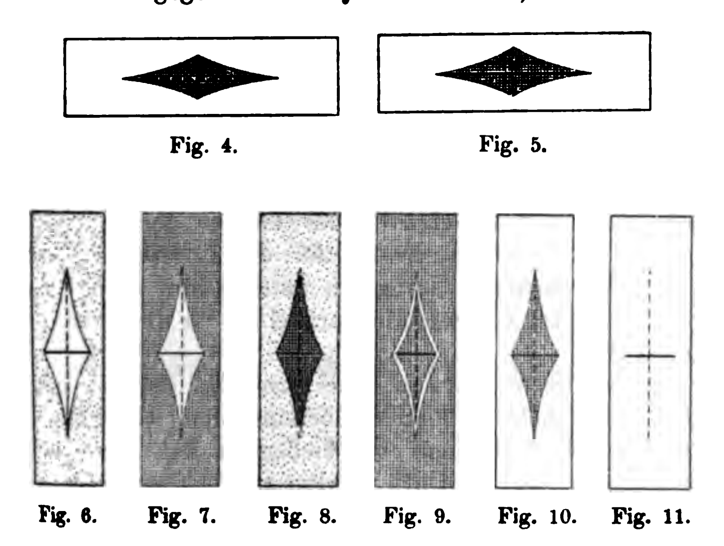


Fig. 4. Fig. 5.

Fig. 6. Fig. 7. Fig. 8. Fig. 9. Fig. 10. Fig. 11.

des Kristalles (bei genügender Dicke) gelb erscheint, so wird der Fleck schwarz, wie wenn im Gebiete des Fleckes Drehung der Polarisationsebene um 90° stattfände (Fig. 8). Daß indes auch diese Annahme nicht das Richtige trifft, erhellt daraus, daß wenn man nun den unteren Nicol entfernt, der schwarze Fleck auf gelbem Grunde unverändert bleibt. Die Schwärzung ist augenscheinlich nur die Folge starker Lichtbrechung. Hiermit stimmt überein, daß wenn man nun den Polarisator wieder einsetzt, aber gegen den Analysator um 90° gedreht, nun der ganze Kristall mit Ausnahme der Konturen des Fleckes dunkel erscheint (Fig. 9). Entfernt man nun den Analysator, so bleibt der schwarze Fleck bestehen, die übrige Kristallmasse aber

erscheint weiß, wie wenn das Präparat bei festgehaltenem Polarisator um 90° gedreht worden wäre (Fig. 10). Ebenso erscheint der Kristall, wenn man den Analysator wieder einsetzt, und zwar dem Polarisator parallel. Entfernt man nun mehr letzteren, so bleiben von dem ganzen Fleck nur die Diagonalen übrig (Fig. 11) und nichts verrät mehr, daß in der Nähe derselben eine Strukturstörung vorhanden ist.

Das Verhalten der *Störungen B* (bei welchen die lange Diagonale die obere ist) in polarisiertem Licht ist genau das umgekehrte wie das der Störung *A*, insofern die Erscheinungen, welche sich bei diesen unter Anwendung des Polarisators allein zeigen, hier bei Benutzung des oberen Nicols auftreten, und umgekehrt. Der Kristall erscheint somit wie Figg. 6 bez. 10, wenn nur der Analysator eingesetzt ist, und zwar so, daß die Schwingungsrichtung zur Längsrichtung des Kristalles parallel bez. senkrecht ist. Die Figg. 8 und 11 gelten unter gleichen Umständen für den Gebrauch des unteren Nicols. Ebenso sind die Figg. 7 und 9, welche für die Störungen *A* gelten, falls die Schwingungsrichtung des unteren bez. oberen Nicols der Längsrichtung der Kristalle parallel ist, für die Störungen *B* umzutauschen.

Eine völlige Aufklärung dieses eigentümlichen Verhaltens, welches in manchen Punkten übereinstimmt mit früher beschriebenen Beobachtungen bei fließenden Kristallen von ölsaurem Ammoniak und Cholesterylbenzoat, ist mir noch nicht gelungen, indes kann wohl als sicher angenommen werden, daß die Erscheinungen lediglich durch Zwillingsbildungen bedingt sind.

Strukturstörungen verwandter Art treten hervor, wenn das Präparat von unten erhitzt wird, wodurch wirbelartige Strömungen angeregt werden, einerseits infolge von Dichtedifferenzen, andererseits (und zwar hauptsächlich) infolge von Differenzen der Oberflächenspannung, da diese an den erhitzten Stellen jedenfalls wie bei gewöhnlichen Flüssigkeiten kleineren Wert annimmt.

Man sieht bei Beobachtung in gewöhnlichem Licht, falls die optische Achse des Präparates senkrecht zur Ebene steht, kreisrunde graue Flecke (Fig. 12) auftreten. Bei Betrachtung in polarisiertem Licht zerfallen sie in zwei weiße (farblose) und zwei schwarze (gelbe) Quadranten (Fig. 13), was auf

krolithische Struktur hinweist. Die Quadranten haben die
ler Figur gezeichnete horizontale Lage, wenn die Schwin-
gsrichtung des Lichtes horizontal verläuft. Es ist gleich-
tig ob lediglich unten oder oben, oder sowohl unten und
n ein Nicol benutzt wird. Bei Drehung des Präparates
iben natürlich die dunklen Quadranten stehen, während sie
Drehung des Nicols mitwandern, also senkrechte Lage ein-

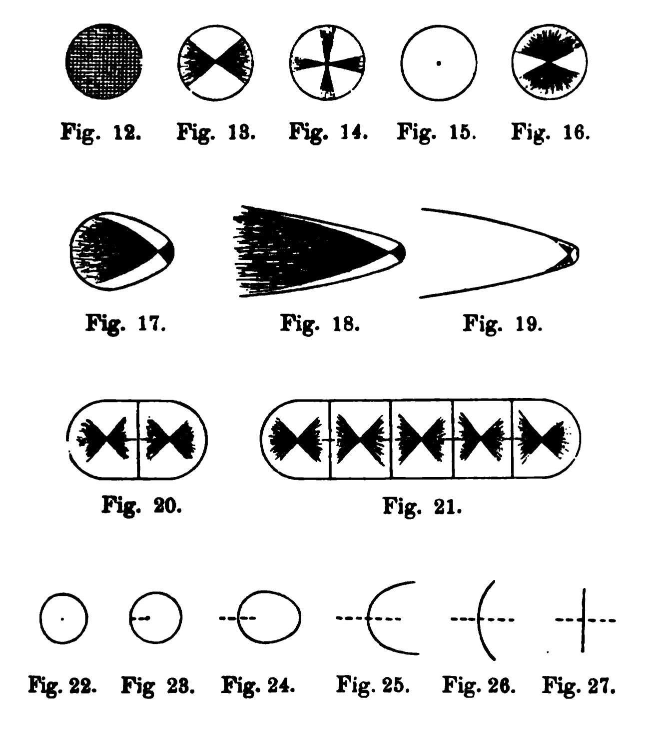


Fig. 12. Fig. 13. Fig. 14. Fig. 15. Fig. 16.

Fig. 17. Fig. 18. Fig. 19.

Fig. 20. Fig. 21.

Fig. 22. Fig 23. Fig. 24. Fig. 25. Fig. 26. Fig. 27.

nmen, wenn dessen Schwingungsrichtung senkrecht steht.
i gekreuzten Nicols erscheint ein schwarzes Kreuz, wie bei
wöhnlichen Sphärokristallen (Fig. 14). Erhitzt man Schichten,
lche nicht senkrecht zur optischen Achse stehen, namentlich
che, welche im polarisierten Licht stark ausgeprägten
hroismus zeigen, so erscheinen die Störungsfiguren verzerrt,
die Figg. 17, 18 und 19 andeuten. Durch Zusammen-
ßen solcher verzerrter Figuren (Figg. 20 und 21) werden
rungen wie die zuerst beschriebenen erhalten und zwar

entsprechend der Fig. 10. In demselben Kristall kön
auch nach entgegengesetzter Richtung verzerrte Figure
treten, welche die Eigenschaften der früher in Fig
gestellten Störungen haben. Sie erscheinen für
Schwingungsrichtung des Lichtes als scharfe runde K
dunklem Punkt in der Mitte (Fig. 15), bei Drehung
als fast ganz dunkle Flecke (Fig. 16). Zwischen der
und Kreuzen (Fig. 11) zeigen sich alle möglichen Ül
formen, wie solche in den Figg. 22—27 dargestellt sin

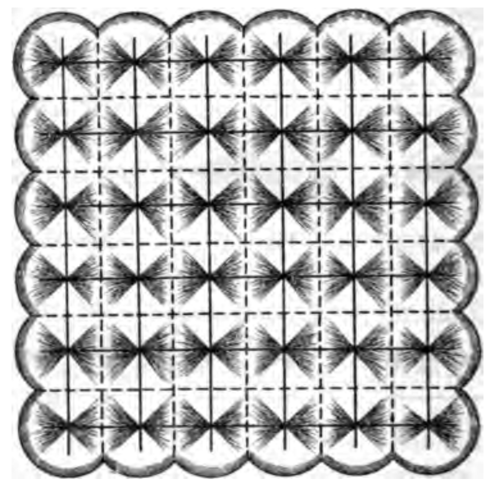


Fig. 28.

Aneinanderreihung von Figuren der ersten Art entstehe
brettartige Muster, wie ein solches Fig. 28 zeigt. I
die in Quadrate umgestalteten dunklen gelben Rhomb
mit weißen Quadraten abwechseln, in welchen sich d
der ungleich hochgelegenen Diagonalen zeigt. Dr
Präparat oder Nicol um 90°, so verwandeln sich die
gelben Felder in weiße, und umgekehrt.[1])

Außer diesen mosaikartigen Mustern kommen n
liche andere vor, die durch Aneinanderreihung der

1) Ich habe eine große Zahl von Photographien dieser Ers
hergestellt, der Kosten halber können sie indes hier nicht beigefü

Kreuze (Fig. 11) entstehen (Fig. 29) und bei Drehung um 90° in schwarze Felder auf gelbem Grunde übergehen (Fig. 30). Diese erscheinen indes mehr als zufällige Aneinanderreihung

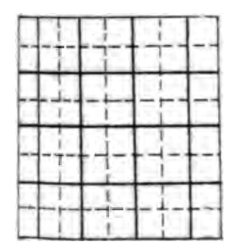


Fig. 29.

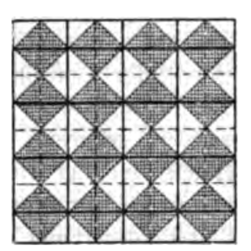


Fig. 30.

von Figuren, während die ersteren als sich gegenseitig bedingende Störungen der Form *A* und *B* betrachtet werden können, und deshalb große Regelmäßigkeit zeigen.

4. Oberflächenspannung.

Oben wurde darauf hingewiesen, daß die Oberflächenspannung frei in der Lösung schwimmender fließender Kristalle nicht ausreicht, sie zu einem Tropfen zusammenzudrücken, wie es der Fall sein müßte, wenn keine widerstrebende Elastizität vorhanden, d. h. der Aggregatzustand nicht der feste, sondern der flüssige wäre.

Anders würden sich die Kristalle verhalten, wenn es möglich wäre, sie freischwebend in der Luft oder im Vakuum zu erhalten. Die Oberflächenspannung an der Grenze gegen Luft oder gegen den leeren Raum ist weitaus größer als diejenige gegen Lösung, so daß Überwindung der elastischen Kräfte recht wohl denkbar wäre.

Einen Fall, welcher zwischen diesen beiden liegt, bildet die Ausscheidung eines Kristalles an der freien Oberfläche der Lösung oder an der Oberfläche einer in der Lösung befindlichen Luftblase.

Die Erscheinungen, welche sich bei der Ausscheidung eines Flüssigkeitstropfens unter gleichen Umständen zeigen, sind durch die feststehenden Gesetze der Oberflächenspannung bedingt und führen bekanntlich zu linsenförmiger Verzerrung des Tropfens mit konstantem Randwinkel oder zur Ausbreitung

bis zu kaum mehr wahrnehmbarer Dicke. Kommt einer der nadelförmigen fließenden Kristalle des p-Azoxybenzoesäureäthylesters, etwa veranlaßt durch die (infolge von Temperaturdifferenz der oberen und unteren Schichten in der Nähe von Luftblasen stets vorhandene) Kontaktbewegung in radialer Richtung mit der Luftblase in Berührung, so beginnt er sich an der Berührungsstelle, wie die Figg. 31—33 zeigen, alsbald zu verbreitern, während die übrige Masse nachrückt, so daß er schließlich eine der Luftblase mit breiter Basis aufgesetzte Pyramide mit gekrümmten Seitenflächen darstellt. Diese Ausbreitung und Verzerrung des Kristalles erfolgt derart, daß die Auslöschungsrichtungen überall senkrecht zur Oberfläche der

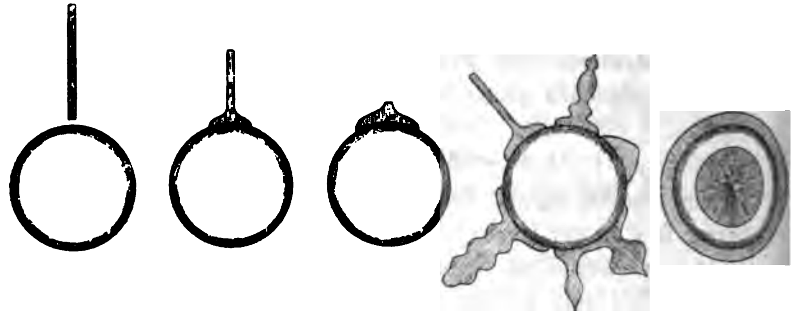


Fig. 31. Fig. 32. Fig. 33. Fig. 34. Fig. 35.

Blase stehen und ebenso die Streifung, welche stets der Längsrichtung der Kristalle entspricht.

Diese Erscheinung zeigt deutlich, daß die Oberflächenspannung an der Grenze zwischen Kristall und Luft etwas kleiner ist, als die zwischen Lösung und Luft. Bildet sich also ein Kristall an der freien Oberfläche der geschmolzenen Masse, wie es bei Präparaten ohne Deckglas infolge der abkühlenden Wirkung der Luft an der Oberfläche der Fall ist, so muß sich derselbe zu einer Linse von kreisförmigem Umriß ausbreiten und zwischen gekreuzten Nicols dunkel bleiben, weil die optische Achse, welche mit der Längsrichtung der Kristalle zusammenfällt, senkrecht zur Oberfläche steht. Der Versuch bestätigt diese Konsequenz. Man sieht solche Linsen von sehr großer Ausdehnung entstehen, welche wie eine durchsichtige, nur schwer sichtbare und auch bei gekreuzten Nicols

icht hervortretende Haut die Flüssigkeit bedecken. Infolge der Störungen durch Wirbelbewegungen bei stärkeren Temperaturdifferenzen behalten aber diese Linsen oder Häute ihre anfängliche Durchsichtigkeit nicht, sie erfüllen sich vielmehr alsbald scheinbar mit zahllosen Tropfen, welche zwischen gekreuzten Nicols sich wie Sphärokristalle verhalten oder zwei dunkle Büschel zeigen (Fig. 36) und in Wirklichkeit nichts anderes sind als Stellen mit gestörter Struktur, deren optisches Verhalten ganz dem der oben besprochenen Strömungen mit kreisförmigem Umriß entspricht. In der Mitte der Linsen, d. h. an Stellen größerer Dicke, ist der Durchmesser der scheinbaren Sphärokristalle am größten, gegen den Rand hin wird er allmählich kleiner und der äußerste (hyaline) Saum erscheint

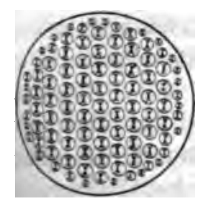


Fig. 36.

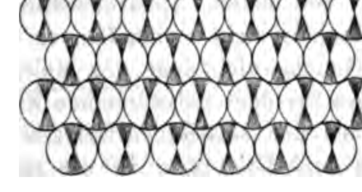


Fig. 37.

ganz frei davon, bleibt also zwischen gekreuzten Nicols dunkel (Fig. 36). Bei weit ausgedehnten Häuten treten solche Größenunterschiede nicht hervor, die Sphärolithen sind von durchaus gleicher Größe und da sie sich dicht aneinander anreihen, entsteht eine regelmäßige Zeichnung, welche etwa an das Aussehen eines Insektenauges erinnert (Fig. 37). Bildung von quadratischen schachbrettartigen Mustern, wie sie oben besprochen wurde, findet in diesem Falle nicht statt.

Könnte man die Bildung der besprochenen Linsen von der Seite betrachten, so würde jede Linse einem der Flüssigkeitsoberfläche angelagerten Kristall entsprechen. Auch bei Luftblasen kann man in der Regel solche gleichzeitige Anlagerung mehrerer Kristalle beobachten, wie Fig. 34 zeigt. Sie stören sich gegenseitig nicht, solange sie durch freie Stellen der Oberfläche getrennt sind. Kommen aber diese Kristalle gegenseitig in Berührung, so fließen sie zusammen und die Blase scheint von einem Ringkristall umgeben (Fig. 35).

Ist die Blase keine Luftblase, sondern eine Dampfblase, wel
bei fortschreitender Abkühlung sich verdichtet und verschwind
so kontrahiert sich der hohlkugelförmige Kristall zu ein
massiven Sphärokristall (in Fig. 35 hineingezeichnet).

Kommt ein Kristall nicht mit der Spitze, sondern
einer Seitenfläche mit der Luftblase in Berührung, so tr
eine Ausbreitung nicht ein, der Kristall bleibt vollkom
unverändert. Vielleicht kann man hieraus schließen, daß
Oberflächenspannung an den Seiten-(Prismen-)flächen größer
als an der Spitze (Basis) und weiter, da Kristalle vorkom
an welchen die Basis wirklich ausgebildet ist, daß die V
schiedenheit der Oberflächenspannungen der verschieden
Flächen eines Kristalles kompensiert wird durch die vorh
denen elastischen Kräfte, da sonst kein Gleichgewicht mögli
wäre. Bei einem Sphärokristall wie Fig. 35 ist diese V
schiedenheit nicht vorhanden, er stellt somit selbstverständli
eine Gleichgewichtslage der Moleküle dar. Eine Störung d
Gefüges bei dem polyedrischen Kristall wird das Gleichgewi
zwischen den elastischen Kräften und der Oberflächenspannu
stören und Umkippen in die sphärolithische Gleichgewich
lage veranlassen. Man kann deshalb wohl die polyedris
Form der sphärolithischen gegenüber als labil bezeichn
Vermutlich ist hierauf die Leichtigkeit, mit welcher sphä
lithische Störungen, wie oben beschrieben, auftreten, auf di
Ursache zurückzuführen. Immerhin ist diese Verschieden
der Stabilität nicht etwa vergleichbar derjenigen polymorph
Modifikationen oder des amorphen und kristallisierten Z
standes, da, weil es sich lediglich um Deformation hand
Löslichkeit und Schmelzpunkt, sowie die andern physikalisch
Eigenschaften für die polyedrische und sphärolithische Fo
identisch sein müssen. Auch die früher beschriebenen E
scheinungen der Bildung sogenannter „öliger Streifen“
Deformation größerer Massen der fließend-kristallinischen Mo
fikationen von ölsaurem Ammoniak und Cholesterylbenzo
welche auf ähnliche Wirkungen wie die Bildung der beschr
benen Ringe um Luftblasen mit radial und tangential geri
teten Auslöschungen zurückzuführen sein dürfte, da sich di
Streifen überall da bilden, wo z. B. durch Vorbeifließen
einer Luftblase oder einem anderen Hindernis eine Art Schn

h. die Bildung zweier dicht aneinander liegender Grenzen
folgt, läßt deutlich eine Tendenz der einheitlich auslöschen-
n Bänder zum Übergang in dicht aneinander gereihte Sphäro-
istalle erkennen und häufig sieht man solche Bänder geradezu
Ketten gleichgroßer Sphärokristalle übergehen.

Die richtende Wirkung, welche die Oberfläche von Luft-
lasen auf die dort sich ausscheidenden Kristalle ausübt[1]),
hängt wahrscheinlich auch zusammen mit ähnlichen Erschei-
ungen, welche man bei Eis beobachtet hat. So fand Bertin[2]),
aß die optische Achse der Eiskristalle stets senkrecht ge-
chtet ist zu der Fläche, von welcher die Erkaltung ausgeht,
n Resultat, welches Klocke[3]) bestätigt fand. G. Rose[4])
nd ähnlich, daß bei Ausscheidung von Gold aus Goldlösung
it Oxalsäure die Goldkriställchen sich alle mit einer Oktaeder-
äche an die Gefäßwände ansetzen.

5. Folgerungen.

Die Entdeckung der plastischen, fließenden und flüssigen
ristalle widerlegt die eingangs erwähnten Molekularhypothesen,
elche eine Plastizität der Kristalle ausgeschlossen erscheinen
eßen. Insbesondere beweist die hier in ihren verschiedenen
Virkungen näher besprochene Erscheinung der Homöotropie,
aß ein Kristall auch bei wahrer plastischer Deformation keine
nderung seiner Eigenschaften und keine Neigung zum Um-
lappen in eine andere molekulare Gleichgewichtslage erkennen
läßt, daß er vielmehr das Bestreben hat, die gestörte Molekular-
truktur wieder herzustellen und daß nicht daran zu denken
st, durch fortgesetzte Deformation, mag sie auch eine wirbel-
rtige Strömung sein, ein völlig regelloses stabiles Molekular-
ggregat zu erhalten. Läge tatsächlich ein solches regelloses
Molekularaggregat vor, wie man es für amorphe Körper an-

---

1) Bei Cholesterylpropionat treten merkwürdigerweise die Kristalle
mer zuerst an der Oberfläche von Luftblasen auf, so daß sich bei
trachtung zwischen gekreuzten Nicols zunächst alle Luftblasen mit
r leuchtenden Ringquadranten umgeben.

2) A. Bertin, Ann. de chim. et phys. (3) 13. p. 283. 1878.

3) F. Klocke, Neues Jahrb. f. Min. 1879. p. 272.

4) G. Rose, Pogg. Ann. 73. p. 8. 1848.

nimmt, so könnte es nicht dauernd erhalten bleiben und müßte ein leichtes sein, durch fortgesetzte Deformation d selbe in einen Kristall, d. h. einen Körper mit bestimmt Sättigungspunkt und Schmelzpunkt (im Gegensatz zum amorph Zustand) umzuwandeln, was der Erfahrung durchaus wid spricht.

Wären, wie es die Theorie der Polymorphie und Amorp annimmt, die Eigenschaften eines Stoffs von der Art Aggregation der Moleküle abhängig, so müßte an den En der Symmetrieachse eines Kristalltropfens, wo die Molek in konzentrischen Kreisen angeordnet sind, z. B. die Lösli keit eine andere sein als an äquatorialen Punkten, d. h. Tropfen könnte in gesättigter Lösung durchaus nicht im Glei gewicht sein, er müßte sich z. B. an jenen beiden Polen ständig lösen, an anderen Stellen dagegen wachsen, und die Oberflächenspannung die Kugelgestalt aufrecht zu erhalt sucht, sich in beständiger wirbelnder Bewegung befinden, dem zweiten Hauptsatz der Thermodynamik widerspric Ich halte es hierdurch für *erwiesen*, daß es keinen Polymorph mus und keinen Amorphismus im Sinne der von allen Le büchern angenommenen Theorie geben kann, daß nicht Art der Aggregation der Moleküle die Eigenschaften ein Stoffs bestimmt, sondern deren Konstitution, daß man al genötigt ist zu erklären: „*Kein Stoff kann in mehreren po morphen Modifikationen auftreten; kein Stoff besitzt eine kristal sierte und eine amorphe Modifikation; kein Stoff besitzt d Aggregatzustände.*" Alle diese sogenannten Modifikationen si vielmehr stofflich, d. h. durch die Beschaffenheit ihrer Mol küle verschieden.

Diese Behauptung steht im Widerspruch mit der chem schen Strukturtheorie, der Avogadroschen Regel und d Gibbsschen Phasenlehre, welch letztere verlangt, daß ei Stoff in drei Phasen auftreten soll. Hieraus folgt indes keine wegs ihre Unrichtigkeit, man wird vielmehr bestrebt sei müssen die genannten Lehrsätze derart zu modifizieren, da der Widerspruch verschwindet, was wohl möglich und auc aus anderen Gründen nötig erscheint, da für manche soge nannte lockere chemische Verbindungen, wie z. B. Kristall wasserverbindungen, jene Lehrsätze ebenfalls nicht gültig sind

Man hat nun wohl versucht, die Kristallwasserverbindungen in der Weise zu deuten, daß man letztere als Mischkristalle (richtiger Schichtkristalle) von wasserfreier Substanz und Wasser auffaßte. Bei der Verschiedenheit der Komponenten erscheint es natürlich, daß Gleichgewicht des Molekularaggregates nur in einem oder wenigen bestimmten Mischungsverhältnissen möglich ist, wie tatsächlich beobachtet wird, wenn auch nicht recht einzusehen ist, weshalb diese Mischungsverhältnisse gerade die den stöchiometrischen Proportionen entsprechenden sind; es erscheint auch natürlich, daß die physikalischen Eigenschaften der Kristallwasserverbindungen sehr wesentlich von denjenigen der Komponenten abweichen, da die fremde Einlagerung die Molekularanordnung stört, somit nach der Auffassung, die Art der Aggregation der Moleküle bestimme die Eigenschaften, letztere erheblich geändert werden müssen.

Daß ähnliche Störungen bei isomorphen Mischungen nicht hervortreten, erklärte man dadurch, daß diese nicht als Schichtkristalle aufzufassen seien, sondern als homogen bis in die kleinsten Teile, daß also die Mischung der Komponenten im Molekül stattfinde, was allerdings voraussetzt, daß die Kristallmoleküle aus einer ungeheuer großen Zahl chemischer Moleküle bestehen. Solche Mischungen sollten nur möglich sein bei chemisch analog zusammengesetzten Körpern, welche in gleichen Formen kristallisieren.

Meine Untersuchungen haben nun aber ergeben, daß Mischkristalle in unendlich vielen Verhältnissen, bei welchen die Eigenschaften wie bei den isomorphen Mischungen die Mitte zwischen denen der Komponenten halten, auch bei völlig verschiedenartigen, nicht isomorphen Stoffen auftreten und daß kein Grund vorliegt, dieselben nicht als Schichtkristalle zu betrachten, vielmehr die verschiedensten Übergänge zwischen Misch- und Schichtkristallen beobachtet werden können, somit die Auffassung der Kristallwasserverbindungen als Mischkristalle nicht zutreffen kann. Man hat dem entgegengehalten, zwischen Misch- und Schichtkristallen bestehe ein scharfer Unterschied, insofern die ersteren in einer Lösung, welche Kristalle beider Komponenten im Gleichgewicht enthält, unter Aufzehrung der letzteren weiterwachsen, während dies für Schichtkristalle, die nur ein Aggregat der Komponenten darstellen, ebensowenig

zutreffen soll, wie für vereinzelt liegende Kristalle der Komponenten. Diese Behauptung beruht indes auf einem Irrtum. Sobald Kristalle der Komponenten, welche mit der Lösung im Gleichgewicht sind, auch nur an einem Punkte in Berührung gebracht werden, ändert sich an diesem Punkte die Löslichkeit, ebenso wie sich der Schmelzpunkt zweier Stoffe ändert, wenn dieselben auch nur an einem Punkte miteinander in Berührung gebracht werden, wie ich dies früher nachgewiesen habe. Der Annahme, daß Mischkristalle nur Schichtkristalle feinster (molekularer) Struktur sind, steht also nichts entgegen, während ein Beweis dafür, daß die Kristallmoleküle aus unzählbar vielen chemischen bestehen, sich nicht erbringen lassen dürfte.

Die außerordentliche Ähnlichkeit der Umwandlungserscheinungen bei polymorphen Modifikationen mit den Dissoziationserscheinungen von Kristallwasserverbindungen, sowie mit den sogenannten Aggregatzustandsänderungen, die weitere Analogie zwischen Erstarrung und Sublimation einerseits und Kristallisation aus Lösungen andererseits hat mich, wie in meinem Buche über Molekularphysik ausführlich dargelegt ist, schon früher zu dem gleichen Ergebnis wie die Untersuchung über flüssige Kristalle geführt, daß nämlich die polymorphen Modifikationen eines Stoffs molekular verschieden sein müssen, d. h. daß sie in Wirklichkeit verschiedene Stoffe sind, freilich nicht im Sinne der *chemischen* Isomerie, wobei sich die Verschiedenheit durch Molekulargewichtsbestimmungen und chemisches Verhalten verraten mußte, sondern in anderer, noch nicht aufgeklärter Weise, die zu der Bezeichnung *physikalische* Isomerie Anlaß gegeben hat und möglicherweise in der Art der Verteilung elektrischer Atomladungen und dergleichen ihren Grund hat.

Auch zur Erklärung des amorphen Zustandes bleibt auf Grund des Verhaltens flüssiger Kristalle nur die von mir früher aus anderen Gründen aufgestellte Annahme übrig, derselbe sei aufzufassen als ein Gemisch mehrerer Modifikationen, deren Mengenverhältnis von der Temperatur abhängt, womit sehr gut das eigentümliche Verhalten dieser Körper bei Temperaturänderungen, die anomale Ausdehnung, das Auftreten starker innerer Spannungen bei rascher Kühlung (Glastränen) etc.

reinstimmt, sowie der Mangel eines Sättigungspunktes in ungen, da jede Modifikation im Gemisch der übrigen ge- und hierdurch so verdünnt ist, daß sie nicht wie eine ie kristallisirte Modifikation gelöste Moleküle zur Anlagerung ngen kann.

In völligem Widerspruch mit unseren Resultaten steht ier die van der Waalssche *Zustandsgleichung*, welche igens auch durchaus unverträglich ist mit jener, meines chtens einzig richtigen Definition des Gaszustandes, welcher lge die Gase Körper sind, deren Kohäsion gleich Null ist.[1]) zahlreiche Untersuchungen gelehrt haben, ist die Kohäsion Flüssigkeiten keineswegs, wie man wohl in früheren Zeiten ahm, gleich Null, sondern hat einen Wert, welcher sich Hunderte von kg pro qcm beziffern kann. Sie wird um kleiner, je mehr man sich der kritischen Temperatur nähert, verschwindet, wenn diese erreicht ist, wie daraus hervor- t, daß dann auch die Oberflächenspannung verschwindet, che ja nur eine spezielle Form ist, in welcher die Kohäsions- ft in Erscheinung tritt. Konstruiert man also das System Druckkurven für die verschiedenen Temperaturen, so wären dem Flüssigkeitszustand entsprechenden Druckkurven über Kurve konstanter Flüssigkeitsmenge hinaus keineswegs so verlängern, wie es die van der Waalssche Zustands- chung erfordert, d. h. in Form eines **S**, welches den Über- g bildet zu dem dem Dampfzustand entsprechenden Teil Kurven und sich wenigstens für Temperaturen in der Nähe kritischen vollständig über der Abszissenachse hält, sie en vielmehr, wie die Fig. 38 zeigt, in wenig veränderter htung bis in das Gebiet der negativen Drucke zu verlängern, sie ein Ende haben an derjenigen Ordinate, welche die ße der Kohäsion angibt, d. h. des äußersten negativen ckes, welchen die Flüssigkeit zu ertragen vermag. Alle e Endpunkte liegen auf einer Kurve — sie sei *Kohäsions- e* genannt —, welche sich nach der Seite der wachsenden mina der Abszissenachse mehr und mehr asymptotisch rt, in gleicher Weise wie die kritische Isotherme, mit der m Unendlichen zusammentreffen muß. Die letztere ist die

1) O. Lehmann, Molekularphysik 2. p. 1. 1889.

wahre Grenze zwischen dem Gaszustand einerseits un
Gebieten des Flüssigkeitszustandes und den des gesät
und ungesättigten Dampfes andererseits, während nacl
der Waals' Theorie vollständig willkürlich und unklar l
wo diese Grenze gezogen werden soll.

Mit der Zustandsgleichung fällt auch die Grundann
aus welcher sie abgeleitet ist, und es bleibt nur übrig
kritischen Erscheinungen so zu deuten, wie es schon i

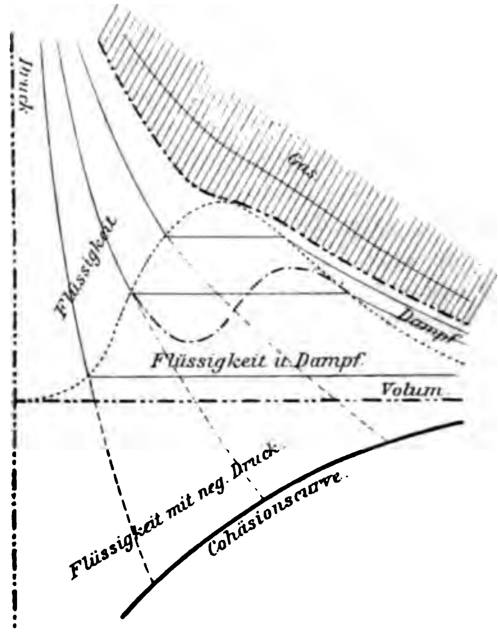


Fig. 38.

von mir wegen der Analogie mit den kritischen Lös
erscheinungen und der amorphen Erstarrung von Schn
geschehen ist, nämlich in der Art, daß der Dampf gege
kritische Temperatur hin in steigendem Maße Molekül
flüssigen Modifikation in sich bildet und diese in solcl
gasförmigen zerfällt, so daß bei der kritischen Temp
selbst in beiden Fällen das Mengenverhältnis gleich wi

Eine der wichtigsten Folgerungen aus dem Verhalt
plastischen, fließenden und flüssigen Kristalle, speziell

omöotropie, ist ferner die Erkenntnis der Existenz einer nicht it der Elastizität identischen *molekularen Richtkraft*, welche ch anscheinend nur erklären läßt durch elektrostatische und lektrodynamische Wirkungen der Atomladungen oder Elektronen, so daß also auch diese Untersuchungen zu Ergebnissen führen, zu welchen bereits die Entdeckungen auf dem Gebiet der elektrischen Entladungen etc. hingeleitet haben. Im Prinzip könnten jene richtenden Wirkungen auch in gasförmigen Körpern auftreten, doch fehlt hier die richtende Wirkung der Oberflächenspannung, so daß keine regelmäßige Struktur zu stande ommen kann, die Auffindung gasförmiger Kristalle also nicht u erwarten ist.

Karlsruhe, 18. Mai 1903.

(Eingegangen 8. Juni 1903.)

Bemerkung. Um der Abhandlung keinen zu großen Umang zu geben, konnten die in der Einleitung und am Schlusse nthaltenen Betrachtungen nur flüchtig und ohne Literaturngaben dargelegt werden. Man findet eine ausführlichere ehandlung nebst vollständigem Literaturverzeichnis in meinem uche: Flüssige Kristalle, Leipzig, W. Engelmann (zur Zeit och im Druck). Daselbst sind auch zahlreiche Photographien er Erscheinungen durch Lichtdruck wiedergegeben. Kopien nzelner Negative, sowie Diapositive für Projektion können ı den üblichen Preisen bezogen werden von der Hof-Lichtuckanstalt J. Schober (Inh. Obrist) in Karlsruhe, Belfortaße 10.

4. *Über die Emission von Körpern mit endlichem Absorptionsvermögen; von J. Koenigsberger.*

Die analytische Theorie des Strahlungsvorganges in einem absorbierenden Körper und die Berechnung der Strahlungsmengen, die von Körpern mit gegebener Gestalt und endlichem Absorptionsvermögen ausgesandt werden, ist streng, d. h. nur unter Verwendung der theoretisch und experimentell als richtig erkannten Sätze noch nicht durchgeführt worden. Hr. R. Sampson[1]) und neuerdings auf anderem Wege Hr. A. Schuster[2]) haben den Energieaustausch durch Strahlung allein und auch in Verbindung mit Wärmeleitung mathematisch behandelt, aber beide Autoren haben von vornherein erhebliche Vereinfachungen eingeführt, die bei beiden, wie ich glaube, eine Nichtberücksichtigung des Kosinussatzes und bei Hrn. Sampson eine vollständige, bei Hrn. Schuster eine teilweise Vernachlässigung des Stefanschen Gesetzes bedingen. Die Berechnung der Strahlung von Körpern mit gegebener Form ist häufiger behandelt. Auf Grund einer von Fourier[3]) eingeführten, aber nicht ganz einwandsfreien Betrachtungsweise haben Lommel[4]), Smoluchowski de Smolan[5]) und Uljanin[6]) den Ausdruck für die Strahlung einer Ebene unter gewissen Einschränkungen abgeleitet. Die Ausstrahlung und Abkühlung von Oberflächen ist von Hrn. Christiansen[7]) theoretisch und experimentell sehr eingehend untersucht worden. Für Körper, die das Licht

---

1) R. A. Sampson, Memoirs of Royal Astronomical Society London 51. p. 128—140. 1895.

2) A. Schuster, Phil. Mag. (6) 5. p. 243—257. 1903.

3) Fourier, Ann. chim. et phys. (2) 27. p. 236—281. 1824.

4) E Lommel, Wied. Ann. 10. p. 449—472. 1880.

5) Smoluchowski de Smolan, Journ. de phys. (3) 5. p. 488. 1896.

6) W. Uljanin, Wied. Ann. 62. p. 528. 1897.

7) C. Christiansen, Wied. Ann. 19. p. 267. 1883; 21. p. 364. 1884

diffus machen, hat Hr. W. Wien[1]) den Kosinussatz streng ableiten können.

Im folgenden ist versucht worden auf Grund von theoretisch und experimentell als richtig nachgewiesenen Gesetzen, erstens dem Gesetz von Kirchhoff über die Beziehungen zwischen Emission und Absorption, zweitens dem Gesetz von Stefan-Boltzmann über die Abhängigkeit der Gesamtstrahlung eines festen Körpers von der Temperatur, und drittens dem *Absorptionsgesetz*, das ebenfalls eine theoretisch notwendige Folgerung aus bekannten Tatsachen ist, die Strahlung von Körpern gegebener Form und endlichem, für alle Wellenlängen gleichen Absorptionsvermögen bei gleichem Brechungsindex von Körper und umgebendem Medium abzuleiten. Die beiden letzteren Einschränkungen bedürfen einer kurzen Erörterung. Ist die Absorption für verschiedene Wellenlängen verschieden, so bedingt das keine wesentliche Änderung in den abgeleiteten Formeln für die Ausstrahlung von Körpern. Es tritt dann überall an Stelle von $a . \sigma . T^4$ ein Ausdruck von der Form

$$\int_0^\infty a f(\lambda T) d\lambda,$$

worin $f(\lambda T)$ das Strahlungsgesetz ist. Nur der Strahlungsaustausch in ungleich temperierten Körpern selbst würde sich danach ganz anders berechnen und wohl große mathematische Schwierigkeiten bieten. Die zweite Annahme kommt darauf hinaus, daß die Reflexion vernachlässigt werden soll. Bei vielen interessanten Fällen, z. B. Strahlung von Gasen in erhitzten Röhren, Strahlung der Sonne, Abkühlung der Erde bei verschiedener Zusammensetzung der Atmosphäre etc., darf diese letztere Annahme wohl gemacht werden.

Absorption der Strahlung einer unendlich großen schwarzen Ebene durch einen von zwei parallelen Ebenen begrenzten Körper von endlichem Absorptionsvermögen und die allgemeinste Form des Kosinussatzes.

Es sei der begrenzte Körper mit der ebenen Oberfläche F_1 von zwei sehr großen, unendlich wenig gekrümmten Flächen F_2,

1) W. Wien, Wied. Ann. 45. p. 712. 1892.

die daher als Ebenen aufgefaßt werden dürfen, umschlossen. Alle auf F_1 auftreffenden Strahlen kommen von F_2. In dem so gebildeten Hohlraum ist, wie aus dem Kirchhoffschen Satz folgt, die Dichte der Strahlung für alle Richtungen und an allen Punkten gleich und ihre Intensität also proportional dem Querschnitt und dem körperlichen Winkel der Strahlung. Wenn die Oberfläche von F_1 mit f bezeichnet wird, und der Winkel, unter dem das Strahlenbündel auffällt, gleich α ist, so ist der Querschnitt des Bündels $d q = f \cos \alpha$, und für den ganzen räumlichen Kegelausschnitt der Breite $d\alpha$ unter dem Winkel α ist die Intensität demnach gleich

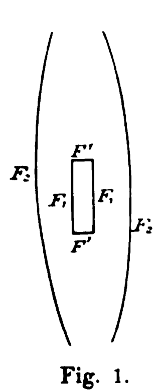


Fig. 1.

$$2\pi \sin\alpha \, . \, d\alpha \, . \, f \, . \cos\alpha.$$ [1])

Die beiden Seitenflächen F' des Körpers seien vollkommen reflektierend, so daß durch sie kein Strahlungsaustausch stattfindet.

Durch die Ebene wird dann durchgelassen unter dem Winkel α

$$J \, . \, e^{-\frac{a l}{\cos \alpha}},$$

wo a den Schwächungskoeffizient, J die Intensität des einfallenden Lichtes bezeichnet, absorbiert also

$$(1) \quad J\left(1 - e^{-\frac{a l}{\cos \alpha}}\right) = J \, . \, 2\pi \sin\alpha \cos\alpha \, d\alpha \, . \, f \, . \left(1 - e^{-\frac{a l}{\cos \alpha}}\right);$$

im ganzen also

$$(1') \qquad J \, . \, f \, . \, \pi \left(1 - 2 \int_0^{\pi/2} e^{-\frac{a l}{\cos \alpha}} \sin\alpha \cos\alpha \, d\alpha \right).$$

Andererseits ist dies nach dem Kirchhoffschen Gesetz ohne weiteres auch die Gesamtstrahlung einer endlichen planparallelen Schicht, welche die gleiche Temperatur wie der Hohlkörper hat, also die *Gesamtemission einer endlichen planparallelen*

---

1) Die gesamte von einer schwarzen Ebene von einer Seite absorbierte Strahlung ist also gleich $J \, . \, \pi$.

[...]icht von beliebigem Absorptionsvermögen. Das oben ange[ge]bene Integral kann zunächst gleich

$$2\int_0^{\pi/2} e^{-\frac{c}{\cos\alpha}} \sin\alpha \cos\alpha \, d\alpha$$

[un]d durch die Substitution $1/\cos\alpha = x$ gleich

$$2\int_1^{\infty} e^{-cx} \frac{1}{x^3} \, dx$$

[ge]schrieben werden, und dies gleich

$$2c^2 \int_c^{\infty} e^{-x} \frac{1}{x^3} \, dx\,.$$

[W]enn $c = a\,l$ nicht zu klein ist, so ist die bequemste Lösung [di]e von Schlömilch[1]) gegebene. Danach ist das Integral [gle]ich

$$\frac{2}{c} e^{-c} \left\{1 - \frac{3}{c+1} + \frac{9}{(c+1)(c+2)} - \frac{30}{(c+1)(c+2)(c+3)} + \frac{114}{(c+1)\ldots(c+4)} - \frac{492}{(c+1)\ldots(c+5)} \ldots\right\}.$$

[F]alls noch die Reflexion hinzukommt, wird der Ausdruck unter [de]m Integral noch mit

$$(1 - R_a)^2 \left(1 + e^{-2\frac{a\,l}{\cos\alpha}} . R_a^2 + \left[e^{-2\frac{a\,l}{\cos\alpha}} . R_a^2\right]^2 + \ldots\right)$$

[m]ultipliziert, worin R_a der Reflexionsfaktor für die Richtung α [is]t; die Lösung und der numerische Wert sind in diesem Fall [n]ur angenähert angebbar.

Der obige Ausdruck (1') ist demnach, falls an Stelle der [K]onstanten J der Strahlungsfaktor $S = \sigma . T$ gesetzt wird, auch [di]e allgemeine streng richtige Form des *Kosinussatzes* für die [E]mission einer nicht diffus strahlenden Ebene von endlichem [Ab]sorptionsvermögen; die von Smoluchowski de Smolan[2]) [un]d von Uljanin[3]) angegebenen Ausdrücke sind Spezialfälle.

1) O. Schlömilch, Kompendium der höheren Analysis, p. 265. [Bra]unschweig 1865.

2) Smoluchowski de Smolan, Journ. de phys. (3) 5. p. 488. 1896.

3) W. Uljanin, Wied. Ann. 62. p. 528. 1897.

Will man die Absorption einer sehr dünnen Schicht von der Dicke dl berechnen, so ist zu beachten, daß in Ausdruck (1) der Wert von $e^{-\frac{a\,d\,l}{\cos\alpha}}$ für α von 0 bis $\pi/2 - \delta$, wo δ einen sehr kleinen Winkel bezeichnet, in erster Annäherung gleich

$$1 - \frac{a\,d\,l}{\cos\alpha}$$

ist, so daß also der ganze Ausdruk gleich

$$J.2\pi.f\,a\,d\,l\int\limits_{\alpha=0}^{\alpha=\pi/2-\delta}\frac{\sin\alpha\cos\alpha}{\cos\alpha}.\,d\alpha = J.2\pi.f.a\,d\,l(1-\delta)$$

ist.

Für das Intervall $\pi/2 - \delta$ bis $\pi/2$ ist der Wert von $e^{-\frac{a\,d\,l}{\cos\alpha}}$ jedenfalls zwischen $1 - a\,d\,l$ und 0 gelegen, der Wert des Integrals also zwischen δ und 0. Wenn also der Gesamtwert des Integrals für $\alpha = 0$ bis $\alpha = \pi/2$ gleich 1 gesetzt wird, so ist der Fehler von der Größenordnung δ oder $d\,l$ und daher gegen 1 zu vernachlässigen.

Die Emission einer sehr dünnen ebenen Schicht von endlichem Extinktionskoeffizienten ist also demnach gleich

$$\underline{S.2\pi.f.a\,d\,l,}$$

also proportional der *doppelten* Dicke.

Für eine schwarze Ebene ist die Emission nach obigem gleich $2\pi.S.f.\sin\alpha\cos\alpha\,d\alpha$ und für senkrechte Emission also gleich

$$S.f.d\,w = \underline{\sigma.T^4.f.d\,\omega,}$$

wo $d\omega$ den körperlichen Winkel bedeutet. Hierin hat σ nach den Versuchen von Kurlbaum[1]) den Wert $1{,}28.10^{-12}$ in absolutem Maß.

Emission und Absorption der Strahlung einer planparallelen Schicht von der Dicke l_1 durch eine gleich große, parallele andere von der Dicke l_2.

Seitlich befinde sich eine vollkommen spiegelnde Begrenzung, die senkrecht zu den beiden Ebenen steht und das Zwischenmedium sei zunächst durchsichtig. Die Spiegelbegrenzung senkrecht zu den Flächen bedingt, daß alle von der einen Ebene unter einem bestimmten Winkel ausgehenden

1) F. Kurlbaum, Wied. Ann. 65. p. 759. 1898.

Strahlen unter demselben auf die andere Ebene fallen. Es wird also jedes Glied der Emission der einen Fläche

$$f . S . 2\pi \sin\alpha \cos\alpha \, d\alpha . \left(1 - e^{-\frac{a\, l_1}{\cos\alpha}}\right)$$

multipliziert mit

$$\left(1 - e^{-\frac{a\, l_2}{\cos\alpha}}\right).$$

Auch hier soll wieder von Reflexionen an den Begrenzungsflächen abgesehen werden. Dies gibt

$$2\pi \int \left(1 - e^{-\frac{a\, l_1}{\cos\alpha}} - e^{-\frac{a\, l_2}{\cos\alpha}} + e^{-\frac{a\,(l_1 + l_2)}{\cos\alpha}}\right) \sin\alpha \cos\alpha \, d\alpha ;$$

jedes dieser Integrale hat die Form von (2) auf p. 345 und ist also lösbar.

Sind die beiden Ebenen unendlich dünn, so hat der Ausdruck die Form

$$a^2 \, d\, l . d\, l' . S . f . 2\pi \int\limits_0^{\pi/2} \frac{\sin\alpha}{\cos\alpha} \cdot d\alpha \cdot e^{-\frac{a\,(d\, l + d\, l')}{\cos\alpha}} .$$

Dies Integral hat für unendlich kleine $d\, l$ und $d\, l'$ keinen bestimmten Grenzwert, was physikalisch dadurch zu erklären ist, daß die ganz schräg, fast unter $\pi/2$ emittierten Strahlen die anderen an Intensität weit überwiegen und daß dies bei der Absorption nochmals in demselben Maß der Fall ist.

Ist das Zwischenmedium nicht durchsichtig, sondern ebenfalls und geradeso stark absorbierend wie die strahlenden Elemente, so ist die von dem zweiten Elemente absorbierte Strahlung des ersten gleich

$$S . f . 2\pi a^2 \, dl \, dl' \int\limits_0^{\pi/2} \frac{\sin\alpha}{\cos\alpha} \, e^{-\frac{l\, a}{\cos\alpha}} \, d\alpha .$$

erin ist l der Abstand der beiden Ebenen. Das Integral ;t sich in den bekannten Integrallogarithmus

$$\int\limits_{a\, l}^{\infty} e^{-x} \frac{1}{x} \, d\, x$$

nsformieren, indem man $1/\cos\alpha = x$ setzt; hierfür gelten ın die von Soldner gegebenen Tafeln. Will man das

Integral zunächst allgemein auflösen, so eignet sich nament-lich, wenn $a\,l$ klein ist, noch am besten die Entwickelung von Euler gleich

$$\gamma + \log a\,l - a\,l + \frac{(a\,l)^2}{2\,.\,2\,!} + \ldots .$$

Indes wird auch dies Integral für sehr kleine $a\,l$ unend-lich groß, und dies ist die Schwierigkeit bei der Bildung einer Differentialgleichung schon in dem einfachsten Fall der *stationären Strahlung in einem langen Zylinder*, der von spiegelnden Wänden begrenzt ist. Die Integralbedingung läßt sich leicht angeben; es muß in jedem Element, das ist hier in jeder unendlich dünnen planparallelen Schicht, die ausge-strahlte Menge gleich der absorbierten sein. Also

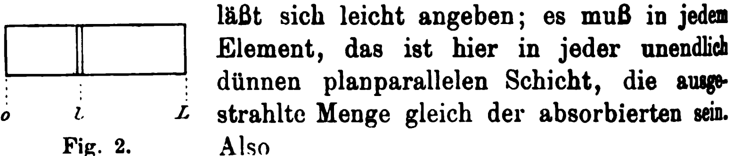


Fig. 2.

$$4\pi\,.\,\sigma\,.\,f\,.\,T^4\,.\,a\,dl = \sigma\,.\,f\,.\,2\pi\,.\,a^2\,dl\,.\int_0^l T'^4\,dl' \int_0^{\pi/2} e^{-\frac{a(l-l')}{\cos\alpha}} \frac{\sin\alpha}{\cos\alpha}\,d\alpha$$

$$+\,\sigma\,.\,f\,.\,2\pi\,a^2\,dl \int_l^L T'^4\,dl' \int_0^{\pi/2} e^{-\frac{a(l'-l)}{\cos\alpha}} \frac{\sin\alpha}{\cos\alpha}\,d\alpha$$

Emission eines sehr kleinen rechtwinkligen Parallelepipeds.

Im folgenden soll in ähnlicher durchaus strenger Weise durch das Kirchhoffsche und Stefansche Gesetz die Strahlung eines Volumenelementes, eines unendlich kleinen rechtwinkligen Parallelepipeds, berechnet werden. Erst hiedurch ist es dann möglich, die von Fourier[1]), Lommel[2]) und neuerdings von Smoluchowski[3]) benutzten Betrachtungen *einwandsfrei* an-zuwenden, denn wenn man wie diese Autoren es taten, eine Kugel zu Grunde legt, so kann man zwar ohne Beweis die Gleichheit der Strahlung für alle Richtungen annehmen, kann aber keinen Körper aus Elementarkugeln lückenlos zusammen-setzen und begeht daher bei Aneinanderreihen derselben stets einen bestimmten Fehler, der von der Größe der Kugeln un-

1) J. Fourier, l. c.
2) E. Lommel, Wied. Ann. **10.** p. 449—472. 1880.
3) Smoluchowski de Smolan, l. c.

abhängig ist. Nur deshalb, weil für das Elementarparallelepiped derselbe Satz gilt, der für die Kugel gelten muß, sind die Beweise von Fourier und den späteren Autoren richtig.

Man betrachte ein Parallelepiped mit den Kanten b, c, e und lasse zunächst Strahlung auf die Fläche ce fallen unter allen Winkel bis 45° mit der Normalen. Ich greife die Richtungen heraus, deren Einfallsebene mit b den Winkel β bilden. Von allen in dieser Ebene gelegenen Richtungen

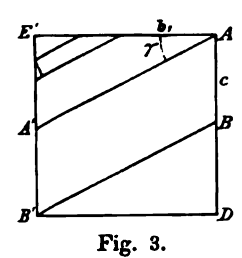


Fig. 3.

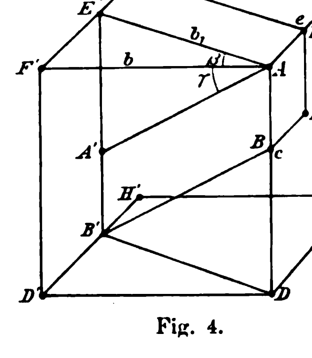


Fig. 4.

werde die betrachtet, welche mit b_1 den Winkel γ bildet. Von den dadurch gegebenen Strahlen haben die zwischen AB eintretenden einen Linearquerschnitt $AB\cos\gamma$ und der Flächenquerschnitt des Bündels, das bei $AEKB$ eintritt, ist also $AB\cos\gamma\, AE\cos\beta$. Die Weglänge und damit die Absorption ist für alle Strahlen dieser Richtung, die innerhalb von $AEKB$ eintreten, dieselbe und gleich

$$J.\left(1 - e^{-a\frac{b}{\cos\beta\cos\gamma}}\right),$$

wenn J die Intensität des einfallenden Lichtes bedeutet. Ist das Parallelepiped unendlich klein, so ist dieser Ausdruck gleich

$$J.\frac{b}{\cos\beta\cos\gamma}a,$$

demnach wird von den unter dem räumlichen Winkel $d\beta . d\gamma$ auffallenden Strahlen absorbiert $J.AB.AE.b.d\beta.d\gamma$. Hierzu kommt noch eine Anzahl rechteckiger Schnitte paralleler Ebenen mit dem Parallelepiped längs EF und $E'F'$; die Seitenlänge dieser Rechtecke liegt zwischen 0 und b_1. Der Flächenquerschnitt eines jeden unendlich kleinen Strahlenbündels ist

$AB.de.\cos\beta$, die entsprechende variable Weglänge $e.\mathrm{tg}\,\beta/\alpha$
Die Intensität des absorbierten Lichtes ist also nach dem obi

$$J.aAB\int_0^{EF} e\,de\,\mathrm{tg}\,\beta\,d\beta.d\gamma,$$

gleich

$$a.J.AB.\frac{EF^2}{2}.\mathrm{tg}\,\beta\,d\beta\,d\gamma.$$

Es ist aber $EF.\mathrm{tg}\,\beta = b$; also der Ausdruck gleich

$$a.J.AB.EF.\frac{b}{2}d\gamma\,d\beta,$$

derselbe Ausdruck gilt für das symmetrische Stück längs E'
Alles zusammengefaßt ergibt sich:

$$a.J.AB.b.e.d\gamma\,d\beta. \tag{1}$$

Hierzu kommt ferner die Intensität des absorbier Lichtes, das in jeder der vorher betrachteten Ebenen lä BD ein- und längs $B'D$ austritt, und analog längs E und $A'E'$.

Da für das Elementarparallelepiped wieder die Absorpt proportional der Länge gesetzt werden kann, so erhält m

$$a.J.b_1.BD.e.d\gamma\,d\beta.\cos\beta,$$

es ist aber $b_1 = b/\cos\beta$; folglich ist dieser Ausdruck glei

$$J.a.b.e.BD.d\gamma\,d\gamma. \tag{2}$$

Mit dem vorhergehenden (1) vereint ergibt sich

$$\underline{J.a.b.c.e\,d\beta\,d\gamma}$$

für die Absorption der Strahlen der Intensität J, die un den Winkel (β, γ) auf das Parallelepiped treffen.

Die Emission eines Elementarparallelepipeds ist daher na dem Kirchhoffschen und Stefanschen Gesetz ebenfalls un hängig von der Richtung und

$$\sigma.T^4.a.dx\,dy\,dz.d\beta\,d\gamma = \sigma.T^4.a\,dx\,dy\,dz.dw.$$

Hierin ist für den körperlichen Winkel, der durch das Produ $d\beta\,d\gamma$ gegeben, dw gesetzt worden. Die Gesamtemission : folglich

$$\underline{4\pi.\sigma.T^4 a\,dx\,dy\,dz.}$$

an könnte $a\,dx\,.\,dy\,.\,dz$ als die strahlende Masse bezeichnen. etzt lassen sich auch streng die Betrachtungen von Fourier ber die Emission einer Ebene anwenden.

Man betrachtet zunächst alle aus einem unendlich kleinen Flächenstück df unter dem Winkel α austretenden in dem körperlichen Winkel $d\alpha$ enthaltenen Strahlen. In der Tiefe r von der Oberfläche ist auf der Länge dr von dem Winkel $d\alpha$ ein Volumen von der Größe

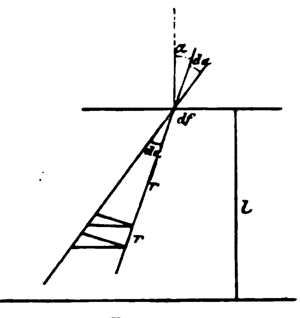


Fig. 5.

$$2\pi \sin \alpha\, d\alpha\,.\,r^2\,.\,dr\,.\cos\alpha\,.\,df$$

eingeschlossen. Die Intensität der von diesem kleinen Volumen ausgehenden Strahlung ist gleich der Anzahl der Elementarparallelepipede mal deren Emission, also gleich dem Volumen multipliziert mit $\sigma T^4 a$

$$a\,.\,\sigma\,.\,T^4\,.\,r^2\,.\,dr\cos\alpha\,.\,2\pi\sin\alpha\,d\alpha\,df.$$

Hiervon gelangt an die Oberfläche

$$a\,.\,\sigma\,.\,T^4\,.\,2\pi\sin\alpha\cos\alpha\,d\alpha\,.\,r^2\,.\,dr\cdot\frac{1}{r^2}e^{-ar}.$$

Über die Gesamtdicke integriert von $r=0$ bis $r=b/\cos\alpha$ ergibt dies:

$$\sigma T^4\, 2\pi\sin\alpha\cos\alpha\,.\,df\left(1-e^{-\frac{al}{\cos\alpha}}\right)d\alpha,$$

das ist also genau der auf andere Art abgeleitete Ausdruck (p. 344).

Es ist jetzt leicht möglich den Integralausdruck für den Wärmevorgang in einem Elementarparallelepid aufzustellen. Die Gesamtemission des Elementarparallelepipeds ist gleich

$$4\pi\,.\,\sigma\,.\,T^4\,.\,a\,.\,dx\,dy\,dz,$$

die Koordinaten desselben seien x, y, z. Von der aus einem anderen Elementarparallelepiped mit den Koordinaten $x'\,y'\,z'$ ausgehenden Strahlung wird in dem ursprünglichen Volumenelement absorbiert

$$a^2\,dx\,dy\,dz\,dx'\,dy'\,dz'\,.\,\sigma\,.\,T'^4\,\frac{e^{-a\sqrt{(x'-x)^2+(y'-y)^2+(z'-z)^2}}}{(x'-x)^2+(y'-y)^2+(z'-z)^2}$$

und der allgemeine streng gültige Ausdruck für den W
vorgang im Punkte $x y z$ lautet dann:

$$c \cdot \varrho \cdot \frac{\partial T}{\partial t} - k\left(\frac{\partial^2 T}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 T}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 T}{\partial z^2}\right)$$

$$- a^2 \sigma \int\int\int_{x'\,y'\,z'=-\infty}^{x'\,y'\,z'=+\infty} T'^4 \cdot \frac{e^{-a\sqrt{(x'-x)^2+(y'-y)^2+(z'-z)^2}}}{(x'-x)^2+(y'-y)^2+(z'-z)^2}\, d x'\, d$$

$$+ 4 \pi T^4 . a . \sigma = 0 .$$

Hierin bedeutet das erste Glied die Änderung des W
inhaltes; c ist die spezifische Wärme, ϱ ist das spezifisc
wicht. Das zweite Glied ist durch die Wärmeleitung beding
der Wärmeleitungskoeffizient, das dritte ist die durch Str
zugeführte Wärme, das vierte die ausgestrahlte Wärme

Strahlung einer absorbierenden Vollkugel unter dem kö lichen Winkel $d w$.

Die Strahlung einer Kugel ist aus Symmetriegründen f
Richtungen dieselbe und demnach proportional dem körpe
Winkel $d\omega$ de
gesandten Str
kegels. Um
absoluten Bet
finden, betr
man erst die
obere Hälfte
das unendlich
Parallelepiped
den Kanten dz,
der dazu senkr
$d\varrho$ ist die Str
nach p. 350

$a . \sigma . T^4 . dz . dx .$

und für den g
Zylinderring,
durch den V

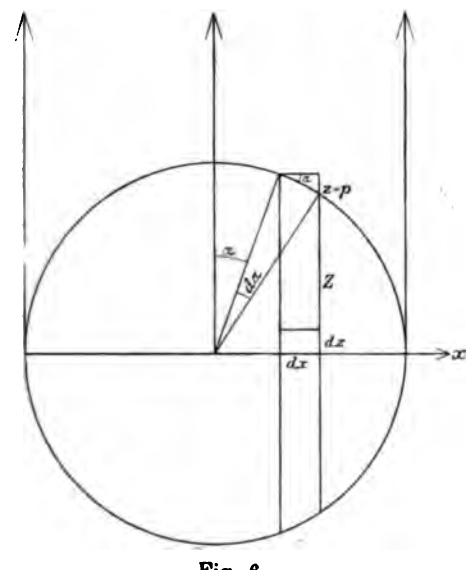


Fig. 6.

α und durch x bestimmt ist, $a \,.\, \sigma \,.\, T^4 \,.\, dz\, dx \,.\, 2\pi \sin\alpha\, d\alpha \,.\, x \,.\, d\omega$. Dies muß mit z^2 multipliziert werden, da der räumliche Winkel $d\omega$ ein um so größeres Volumen umfaßt, je größer z ist. Hiervon gelangt an die Kugeloberfläche

$$a \,.\, \sigma \,.\, T^4 \,.\, dz \,.\, dx \,.\, 2\pi r \sin\alpha\, d\alpha \,.\, d\omega \,.\, e^{-az} \,.\, \frac{z^2}{2}$$

und dies ist zu integrieren von $z = 0$ bis $z = \varrho$ gleich

$$a\sigma \,.\, T^4 \,.\, dx \,.\, 2\pi r \sin\alpha\, d\alpha\, d\omega \,.\, \left[-\frac{1}{a} e^{-az}\right]_{z=0}^{z=\varrho}$$

gleich

$$\sigma \,.\, T^4 \,.\, dx\, 2\pi r \sin\alpha\, d\alpha\, d\omega\, (1 - e^{-a\varrho})\,. \tag{1}$$

Die Basis des Ringes dx läßt sich durch r und α ausdrücken; sie ist gleich $r \,.\, d\alpha \cos\alpha$, ebenso $\varrho = r\cos\alpha$. Wird der obige Ausdruck von $\alpha = 0$ bis $\alpha = \pi/2$ integriert, so hat man die ganze Strahlung der oberen Kugelhälfte:

$$\sigma \,.\, T^4 \,.\, 2\pi\, d\omega \left[\int\limits_{\alpha=0}^{\alpha=\pi/2} r\cos\alpha \,.\, e^{-ar\cos\alpha} \,.\, r\sin\alpha\, d\alpha \right.$$

$$\left. - r^2 \int\limits_{\alpha=0}^{\alpha=\pi/2} \cos\alpha \,.\, \sin\alpha\, d\alpha \right] .$$

Setzt man $-ar\cos\alpha = x$, so ist dieser Ausdruck gleich

$$\sigma \,.\, T^4 \,.\, 2\pi \left[\cdot \frac{1}{a^2} \cdot d\omega \int\limits_{x=-ar}^{x=0} x e^x\, dx - dw \,.\, r^2 \int\limits_{x=1}^{x=0} x\, dx \right],$$

gleich

$$2\pi\sigma \,.\, T^4 d\omega \left[\frac{1}{a^2}\left(-1 + (1 + ar) e^{-ar}\right) + \frac{r^2}{2}\right] .$$

Für die untere Kugelhälfte ist der Ausdruck (1) analog:

$$\sigma T^4 \,.\, dx \,.\, 2\pi r \sin\alpha\, d\alpha\, d\omega\, (e^{-ar} - e^{-a(r+\varrho)}),$$

gleich

$$\sigma T^4 \,.\, dx \,.\, 2\pi r e^{-ar} \,.\, \sin\alpha\, d\alpha\, d\omega\, (1 - e^{-a\varrho})$$

und die gesamte Strahlung

$$2\pi\sigma \,.\, T^4 \,.\, dw \,.\, e^{-ar} \,.\, \left[\frac{1}{a^2}(-1 + (1 + ar) e^{-ar}) + \frac{r^2}{2}\right] .$$

Die Gesamtstrahlung der Kugel nach einer Richtung dw

$$2\pi\sigma T^4 \,.\, dw \left[\frac{1}{a^2}\left(e^{-ar}(1 + ar) - 1\right) + \frac{r^2}{2}\right] \left[1 + e^{-ar}\right] = K \,.\, dw.$$

Für eine sehr kleine Kugel müßte sich dieser Ausdruck so spezialisieren, daß die Strahlung gleich

$$\sigma \,.\, T^4 \,.\, a \,.\, \frac{4\,\pi\, r^3}{3}$$

ist, proportional der Absorption und dem Volumen, und dies findet auch statt; denn der erste Ausdruck in eckigen Klammern läßt sich dann schreiben

$$\left[\frac{1}{a^2}\left(\left\{1 - a\,r + \frac{a^2\,r^2}{2} + \frac{a^3\,r^3}{2\,.\,3} + \ldots\right\}(1 + a\,r) - 1\right) + \frac{r^2}{2}\right],$$

dies ist gleich:

$$\frac{1}{a^2}\left(\frac{a^3\,r^3}{2} - \frac{a^3\,r^3}{6}\right) = \frac{2\,a\,r^3}{3}$$

mit Vernachlässigung der höheren Glieder. Der zweite Ausdruck $[1 + e^{-\,a\,r}] = 2$ mit Vernachlässigung der höheren Glieder, also der ganze gleich

$$\frac{4\,\pi}{3}\, a \,.\, r^3 \,.\, \sigma \,.\, T^4.$$ [1]

Ist a unendlich groß, die Kugel eine schwarze Fläche, so ist der Ausdruck gleich $\pi\, r^2 \,.\, \sigma \,.\, T^4 \,.\, d\,\omega$ in Übereinstimmung mit dem bekannten Theorem von Lambert.

Wie man sieht, ist der Ausdruck für die Strahlung einer endlichen Vollkugel von endlichem Absorptionsvermögen durchaus kein einfacher, der etwa dem Potential einer Vollkugel zu vergleichen wäre. Man sieht schon hieraus, daß die Differentialgleichung für den Strahlungsvorgang jedenfalls nicht die einfache Form wie etwa die Laplace-Poissonsche Beziehung oder die Fouriersche Gleichung für die Wärmeleitung haben kann.

Da die Strahlung einer Kugel nach allen Richtungen gleich, die Gesamtstrahlung, die auf eine die Kugel umgebende geschlossene Fläche fallen würde, gleich $4\,\pi\, K$ ist, so ist die von der Kugel auf eine kleine Fläche $d\,f$ in der Entfernung R

1) Dieser Ausdruck $(4\,\pi\,/\,3)\, r^3 \,.\, C$ ist identisch mit einem von Laplace unter vereinfachenden Bedingungen aus analogen Voraussetzungen für ein abgeändertes Attraktionsgesetz abgeleiteten Ausdruck (Mécanique céleste, Tome V. Livre XVI. Chap. IV).

ıde Strahlung gleich $df/R^2 . K$, wo K die Abkürzung für Ausdruck auf p. 353 ist.

Für die Strahlung einer Kugel, die in einem unendlich ıen Parallelepiped $dx\,dy\,dz$ mit dem Absorptionsvermögen a' Abstand R absorbiert wird, hat man danach:

$$K . \frac{dx\,dy\,dz\,.\,a'}{R^2} .$$

Strahlung einer absorbierenden Hohlkugel auf einen inneren Punkt.

Befindet sich der Punkt oder das unendlich kleine Parallelıed $d\,x\,d\,y\,d\,z$ mit dem Absorptionsvermögen a' im Mittelkt, so ist die von ihm absorbierte Strahlung der Hohlkugel der Dicke $r_2 - r_1$ gleich

$$\sigma . T^4 . 4\,\pi . (1 - e^{-a(r_2-r_1)}) . a' . d\,x\,d\,y\,d\,z$$

ı dem Kirchhoffschen Satz; denn denkt man sich die ırbierende Hohlkugel außen von einer schwarzen Kugelıe begrenzt, so ist die Strahlung dieser, welche auf den ıen Körper im Mittelpunkt fällt,

$$\sigma . T^4 . \frac{4\,\pi . r_2^2}{r_2^2} . d\,x\,d\,y\,d\,z\,.\,a'(1 - e^{-a(r_2-r_1)}) .$$

(Eingegangen 19. Mai 1908.)

---

5. *Über die Anwendung der mechanischen Prinzipe auf reibende Bewegungen*

(mit einem Anhange über den „Energieumsatz in der Mechanik“); von Zemplén Győző.[1]

Die allgemeinen Prinzipe der Mechanik werden meisten unter der beschränkenden Annahme zur Beschreibung mechanischer Erscheinungen angewandt, daß die Bedingungen des Systems nur dessen Koordinaten und die Zeit, nicht aber die nach der Zeit genommenen Differentialquotienten der ersteren enthalten. In dem folgenden versuche ich zu zeigeu, wie man durch geeignete Einführung dieser Differentialquotienten in die Bedingungsgleichungen zu einer Theorie der Reibung gelangt, welche als konsequenter Weiterbau der Mechanik der Systeme mit reibungslosen Verbindungen angesehen werden kann.

Zur Beschreibung der mechanischen Erscheinungen bedienen wir uns in erster Reihe der sogenannten *freien* Kräfte, deren Definition durch Newtons Axiomen gegeben wird, zu welchen als eine charakteristische Eigenschaft der freien Kräfte ihre *Unabhängigkeit* voneinander (das Prinzip des Parallelogramms) hinzugefügt werden kann. Reichen die eingeführten freien Kräfte zur Beschreibung der Bewegung eines Systems aus, so nennen wir das System ein *freies* System, und seine Bewegung wird durch folgende Differentialgleichungen dargestellt:

$$(1)\quad m_i \frac{d^2 x_i}{d t^2} - X_i = 0, \quad m_i \frac{d^2 y_i}{d t^2} - Y_i = 0, \quad m_i \frac{d^2 z_i}{d t^2} - Z_i = 0, \quad (i = 1, 2, \ldots, n),$$

wo m_i die Masse des i^{ten} Massenpunktes, x_i, y_i, z_i seine Koordinaten zur Zeit t, X_i, Y_i, Z_i (gegebene Funktionen der Ko-

---

1) Mitgeteilt der mathematisch-physikalischen Gesellschaft zu Budapest in der Sitzung vom 19. März 1903, in ungarischer Sprache in Mathematikai ès Physikai Lapok 12. p. 128—135, 162—187. 1903 erschienen.

dinaten und der Zeit) die Komponenten der auf den Massenunkt m_i einwirkenden freien Kräfte bedeuten; n ist die Anzhl der Massenpunkte des Systems.

Oft gelingt es aber nicht, die Bewegung durch Einführung eier Kräfte allein zu beschreiben; man sieht nämlich, daß ie Bewegung des Systems außer den eingeführten freien Kräften auch durch gewisse sogenannte *Verbindungen* beeinlußt wird, welche sich aus der Beobachtung der Bewegung rgeben. Um die Differentialgleichungen der Bewegung aufustellen, werden gewöhnlich bezüglich der Abweichung der atsächlichen Bewegung von derjenigen, welche sich abspielen würde, falls die Verbindungen nicht vorhanden wären, neue Hypothesen, neue *Prinzipe* in die Mechanik eingeführt.

Die bis jetzt in der Mechanik gebräuchlichen Prinzipe lassen ich ihrer analytischen Ausdrucksform entsprechend in zwei Gruppen einteilen:

I. Gruppe

$$\text{I)}\quad D = \sum_{i=1}^{n} \{(m_i x_i'' - X_i)\,\delta x_i + (m_i y_i'' - Y_i)\,\delta y_i + (m_i z_i'' - Z_i)\,\delta z_i\} = 0$$

bei allen Werten der Variationen δx_i, δy_i, δz_i, welche den Bedingungen des Systems entsprechen, bei allen sogenannten *virtuellen* Verschiebungen.

II. Gruppe.

$$\text{II)}\quad G = \sum_{i=1}^{n} \{(m_i x_i'' - X_i)\,\delta x_i'' + (m_i y_i'' - Y_i)\,\delta y_i'' + (m_i z_i'' - Z_i)\,\delta z_i''\} = 0$$

bei allen Werten der Variationen $\delta x_i''$, $\delta y_i''$, $\delta z_i''$, welche den Bedingungen des Systems entsprechen.

Zur ersten Gruppe gehört das d'Alembertsche und das Hamiltonsche Prinzip, zur zweiten das Gausssche Prinzip.

Gewöhnlich werden diese Prinzipe in einer anderen analytischen Form aufgeschrieben, indem man neben dem Gleichheitszeichen in den Relationen (I) und (II) auch ein Ungleichheitszeichen gestattet. Diese Form der Prinzipe ist aber mit der hier angegebenen wesentlich identisch.

Die Relationen, welche die *Verbindungen* des Systems ausdrücken, können nämlich entweder Gleichungen oder Gleichungen

und Ungleichungen sein. Sind lauter Gleichungen vorhanden, so kann offenbar auch im Ausdrucke der Prinzipe nur das Gleichheitszeichen gelten. Sind aber Relationen etwa der Form

$$\Phi \leqq 0$$

vorhanden, so kann bekanntlich[1]) die Bewegung in solche Abschnitte eingeteilt werden, innerhalb welchen entweder nur die Relation

$$\Phi = 0$$

berücksichtigt werden muß, oder die durch

$$\Phi \leqq 0$$

ausgedrückte Verbindung überhaupt nicht in Betracht kommt. Es können daher die durch Gleichungen und Ungleichungen ausgedrückten Bedingungen immer auf Gleichungen zurückgeführt werden, dann aber ist die analytische Form der Prinzipe

$$D = 0, \qquad G = 0.$$

Wollen wir die Prinzipe zur Beschreibung *reibender* Bewegungen verwenden, so werden zu den vorhandenen Verbindungen des Systems andere Bedingungen über die Abweichung der tatsächlichen Bewegung von der reibungslosen treten, welche aber *nur* durch Gleichungen ausgedrückt werden können, sonst ist die Reibung nur *qualitativ*, nicht aber *quantitativ* bestimmt und man erhält keine eindeutige Beschreibung der Bewegung. Es treten also wiederum einige *Gleichungen* zu den bereits vorhandenen Bedingungsgleichungen, so daß die Prinzipe nur in der Form

$$D = 0, \qquad G = 0$$

benutzt werden können.

Es ist klar, daß die Gruppe I zur Beschreibung reibender Bewegungen nicht angewendet werden kann, denn falls lauter *feste* (von der Zeit unabhängige) Verbindungen vorhanden sind, kommen unter den virtuellen Verschiebungen auch die während eines Zeitelementes tatsächlich stattfindenden Verrückungen

---

1) Vgl. z. B. L. Boltzmann, Vorlesungen über die Prinzipe der Mechanik, I. Teil, § 74. p. 237. 1897.

Systems vor und die Gleichung (I) geht in die Gleichung **lebendigen Kraft** über, welche aber bei reibenden Be- ;**ungen** selbstverständlich ihre Gültigkeit verliert.

Deshalb habe ich versucht, auf Grund des Gaussschen .nzipes die Bewegung reibender Systeme zu beschreiben, s in dem folgenden gezeigt werden soll.

Falls in den Bedingungsgleichungen auch die nach der :it genommenen Differentialquotienten der Koordinaten vor- ımmen, wird es sehr bequem sein, die im Wesen zuerst von Neumann[1]) benutzte Methode, welche sich auch zur all- :meinen Untersuchung des Ostwaldschen Maximumprinzipes ıtzlich erwies[2]), auch hier anzuwenden. Die Methode besteht ırin, daß man die Bewegung zuerst für einen kleinen, jedoch ıdlichen Zeitraum τ mit gewisser Annäherung beschreibt und n Endresultat zur Grenze $\lim \tau = 0$ übergeht. Die Methode at den Vorteil, daß sowohl die Änderung der Koordinaten ıährend der Zeit τ als auch die Beschleunigung der Massen- ıunkte zu Anfang des Zeitraumes τ durch die Geschwindig- ıeiten des Punktes zu Anfang und zu Ende des Zeitraumes τ ıngenähert ausgedrückt werden können und bei der Variation ıämtlicher Ausdrücke nur die Geschwindigkeiten zu Ende des Zeitraumes τ variiert werden müssen.

Es seien nämlich die Koordinaten eines Punktes zur Zeit t mit x_i, y_i, z_i, zur Zeit $t + \tau$ mit $\bar{x}_i$, $\bar{y}_i$, $\bar{z}_i$, ebenso die Ge- ıchwindigkeitskomponenten mit u_i, v_i, w_i bez. $\bar{u}_i$, $\bar{v}_i$, $\bar{w}_i$, dann st mit gewisser Annäherung:

$$\bar{x}_i - x_i = \frac{\tau}{2}(u_i + \bar{u}_i) \text{ etc.} \qquad)$$

ıd

$$x_i'' = \frac{\bar{u}_i - u_i}{\tau} \text{ etc.}$$

Diese Gleichungen werden streng gültig, falls man beider- ts den Grenzübergang $\lim \tau = 0$ ausführt.

---

1) C. Neumann, Leipz. Ber. p. 184. 1892.

2) G. Zemplén, Ann. d. Phys. 10. p. 419. 1903.

Den Ausdruck des Zwanges findet man, wie folgt:

Wäre das System frei, dann wären z. B. die Koordinaten des i^{ten} Massenpunktes zur Zeit $t+\tau$ ξ_i, η_i, ζ_i, und angenähert

$$\xi_i - x_i = u_i\tau + \frac{X_i}{m_i}\frac{\tau^2}{2}, \qquad \eta_i - y_i = v_i\tau + \frac{Y_i}{m_i}\frac{\tau^2}{2},$$

$$\zeta_i - z_i = w_i\tau + \frac{Z_i}{m_i}\frac{\tau^2}{2},$$

daher mit Rücksicht auf (1)

$$\begin{aligned} \mathfrak{Z}_\tau &= \sum_{i=1}^{n} m_i\{(\bar{x}_i - \xi_i)^2 + (\bar{y}_i - \eta_i)^2 + (\bar{z}_i - \zeta_i)^2\} \\ &= \sum_{i=1}^{n} m_i\{(\bar{x}_i - x_i - (\xi_i - x_i))^2 + \ldots\} \\ &= \frac{\tau^4}{4}\sum_{i=1}^{n}\left\{m_i\left[\frac{\bar{u}_i - u_i}{\tau} - \frac{X_i}{m_i}\right]^2 + \left[\frac{\bar{v}_i - v_i}{\tau} - \frac{Y_i}{m_i}\right]^2\right. \\ &\qquad \left. + \left[\frac{\bar{w}_i - w_i}{\tau} - \frac{Z_i}{m_i}\right]^2\right\}. \end{aligned}$$

$\mathfrak{Z}_\tau$ ist hier angenähert der während der Zeit τ ausgeübte Zwang der Verbindungen. Das G a u s s sche Prinzip sagt nun folgendes:

Es seien in einem Augenblicke t die Koordinaten und Geschwindigkeiten des Systems gegeben, dann sind die Geschwindigkeitskomponenten am Ende des kleinen Zeitraumes τ (zur Zeit $t+\tau$) durch die gegebenen freien Kräfte und Verbindungen so bestimmt, daß der Ausdruck $\mathfrak{Z}_\tau$ bei der tatsächlichen Bewegung kleiner ist als bei einer beliebigen anderen während desselben Zeitraumes τ mit denselben Anfangsbedingungen sich den Verbindungen entsprechend abspielenden Bewegung.

Der Ausdruck $\mathfrak{Z}_\tau$ ist daher bei konstantem x_i, y_i, z_i, u_i, v_i, w_i, t und τ zu variieren und seine Variation muß bei allen Werten von $\delta\bar{u}_i$, $\delta\bar{v}_i$, $\delta\bar{w}_i$ verschwinden, welche den Variationen der Bedingungsgleichungen genügen, es muß daher bei all diesen Werten der $\delta\bar{u}_i$ etc. sein

$$(3)\quad \left\{\begin{aligned} \delta\mathfrak{Z}_\tau' = \sum_{i=1}^{n}\left\{\left(m_i\frac{\bar{u}_i - u_i}{\tau} - X_i\right)\delta\bar{u}_i + \left(m_i\frac{\bar{v}_i - v_i}{\tau} - Y_i\right)\delta\bar{v}_i\right. \\ \left. + \left(m_i\frac{\bar{w}_i - w_i}{\tau} - Z_i\right)\delta\bar{w}_i\right\} = 0. \end{aligned}\right.$$

Man sieht sofort, daß, wenn man mit τ die Gleichung (3) dividiert und den Grenzübergang $\tau = 0$ ausführt, die Gleichung (3) in die Gleichung (II) übergeht; es ist nämlich

$$\lim_{\tau=0} \frac{\delta \bar{u}_i}{\tau} = \lim_{\tau=0} \delta \frac{\bar{u}_i - u_i}{\tau} = \delta x_i'' \text{ etc.}$$

Wir wollen aber den Grenzübergang nur dann ausführen, als wir schon die Bedingungsgleichungen berücksichtigt und die Differentialgleichungen der Bewegung in erster Annäherung aufgestellt haben.

Wir teilen die Bedingungsgleichungen in zwei Gruppen: zur ersten Gruppe sollen die sogenannten *reibungslosen* Verbindungen gehören, zur zweiten die Reibungsbedingungen.

Die erste Gruppe sei daher:

$$(4) \qquad \varphi_k(\ldots, x_i, y_i, z_i, \ldots, t) = 0$$
$$(k = 1, 2, \ldots, r; \quad i = 1, 2, \ldots, n),$$

wo die Funktionen φ_k die nach der Zeit genommenen Ableitungen der Koordinaten nicht enthalten.

Die Gleichungen (4) müssen auch zur Zeit $t+\tau$ bestehen, daher angenähert

$$\varphi_k(\ldots, \bar{x}_i, \bar{y}_i, \bar{z}_i, \ldots, t+\tau) = \varphi_k(\ldots, x_i, y_i, z_i, \ldots, t)$$
$$+ \sum_{i=1}^{n} \left\{ \left(\frac{\partial \varphi_k}{\partial x_i}\right)_t (\bar{x}_i - x) + \left(\frac{\partial \varphi_k}{\partial y_i}\right)_t (\bar{y}_i - y_i) + \left(\frac{\partial \varphi_k}{\partial z_i}\right)_t (\bar{z}_i - z_i) \right\}$$
$$+ \left(\frac{\partial \varphi_k}{\partial t}\right)_t \tau = (\varphi_k)_t + \frac{\tau}{2} \sum_{i=1}^{n} \left\{ \left(\frac{\partial \varphi_k}{\partial x_i}\right) (u_i + \bar{u}_i) + \left(\frac{\partial \varphi_k}{\partial y_i}\right)_t (v_i + \bar{v}_i) \right.$$
$$\left. + \left(\frac{\partial \varphi_k}{\partial z_i}\right)_t (w_i + \bar{w}_i) \right\} + \left(\frac{\partial \varphi_k}{\partial t}\right)_t \tau = 0.$$

Die Variationen der $\bar{u}_i$, $\bar{v}_i$, $\bar{w}_i$ müssen daher folgenden Gleichungen Genüge leisten:

$$(5) \qquad \sum_{i=1}^{n} \left(\frac{\partial \varphi_k}{\partial x_i} \delta \bar{u}_i + \frac{\partial \varphi_k}{\partial y_i} \delta \bar{v}_i + \frac{\partial \varphi_k}{\partial z_i} \delta \bar{w}_i \right) = 0$$
$$(k = 1, 2, \ldots, r).$$

Wären nur die Bedingungen (4) vorhanden, so wären daher aus (3) und (5) die Differentialgleichungen der Bewegung:

$$m_i \frac{\bar{u}_i - u_i}{\tau} - X_i - \sum_{k=1}^{r} \bar{\lambda}_k \frac{\partial \varphi_k}{\partial x_i} = 0 \text{ etc.}$$
$$(i = 1, 2, \ldots, n)$$

und nach dem Grenzübergang $\tau = 0$:

$$(6)\quad \left\{\begin{array}{l} m_i x_i'' - X_i - \sum_{k=1}^{r} \lambda_k \frac{\partial \varphi_k}{\partial x_i} = 0, \\ m_i y_i'' - Y_i - \sum_{k=1}^{r} \lambda_k \frac{\partial \varphi_k}{\partial y_i} = 0, \\ m_i z_i'' - Z_i - \sum_{k=1}^{r} \lambda_k \frac{\partial \varphi_k}{\partial z_i} = 0, \\ \varphi_k = 0 \\ (i = 1, 2, \ldots, n; \quad k = 1, 2, \ldots, r), \end{array}\right.$$

wo $\lim_{\tau=0} \bar{\lambda}_k = \lambda_k$ gesetzt wurde.

Die tatsächliche Bewegung geschieht aber erfahrungsgemäß nicht diesem Gleichungssystem entsprechend, die Größe der Geschwindigkeit der Massenpunkte ist nämlich am Ende eines jeden kleinen Zeitraumes τ *kleiner* als bei einer Bewegung, welche sich mit denselben Anfangsbedingungen dem System (6) entsprechend während des Zeitraumes τ abspielen würde.

Um zu den Differentialgleichungen der Bewegung zu gelangen, werden wir voraussetzen, daß *die der Reibung zugeschriebene Abweichung der tatsächlichen Bewegung von der durch das System (6) bestimmten auch dem Gaussschen Prinzip des kleinsten Zwanges entspricht.*

Es seien wiederum gegeben die Koordinaten und Geschwindigkeiten des Systems zur Zeit t, $\bar{u}_i$, $\bar{v}_i$, $\bar{w}_i$ die Werte der Geschwindigkeitskomponenten zur Zeit $t+\tau$, falls die Bewegung nach dem System (6) erfolgen würde, $\bar{U}_i$, $\bar{V}_i$, $\bar{W}_i$, die tatsächlichen Geschwindigkeiten des Systems zur Zeit $t+\tau$. Wir fragen nun, welchen Bedingungen müssen die $\bar{U}_i$, $\bar{V}_i$, $\bar{W}_i$ Genüge leisten, damit der aus der Abweichung von der reibungslosen Bewegung (6) resultierende Zwang bei der tatsächlichen Bewegung kleiner sei als bei irgend einer in derselben Zeit τ mit denselben Anfangsbedingungen den Bedingungsgleichungen (4) und den Reibungsbedingungen entsprechend sich abspielenden Bewegung?

Den Ausdruck dieses Zwanges Z_τ berechnen wir auch zuerst angenähert.

s **sollen** mit $\bar{x}_i$, $\bar{y}_i$, $\bar{z}_i$ die Koordinaten jener Punkte be-
et **werden**, in welchen das System sich zur Zeit $t + \tau$
en **würde**, falls die Bewegung dem System (6) ent-
end erfolge, mit $\bar{\Xi}_i$, $\bar{H}_i$, $\bar{Z}_i$ die Koordinaten bei der
hlichen Bewegung zur Zeit $t + \tau$, dann ist der Zwang:

$$Z_\tau = \sum_{i=1}^{n} m_i \{(\bar{\Xi}_i - \bar{x}_i)^2 + (\bar{H}_i - \bar{y}_i)^2 + (\bar{Z}_i - \bar{z}_i)^2\},$$

t aber angenähert:

$$\bar{\Xi}_i - x_i = \frac{\tau}{2}(u_i + \bar{U}_i),$$

aus den Gleichungen (6) ebenfalls angenähert:

$$\bar{x}_i - x_i = u_i \tau + \frac{\tau^2}{2 m_i}\left(X_i + \sum_{k=1}^{r} \lambda_k \frac{\partial \varphi_k}{\partial x_i}\right).$$

er

$$= \frac{\tau^4}{4} \sum_{i=1}^{n} \left\{\left(m_i \frac{\bar{U}_i - u_i}{\tau} - X_i - L_i\right)^2 + \left(m_i \frac{\bar{V}_i - v_i}{\tau} - Y_i - M_i\right)^2 + \left(m_i \frac{\bar{W}_i - w_i}{\tau} - Z_i - N_i\right)^2\right\},$$

zur Abkürzung:

$$L_i = \sum_{k=1}^{r} \lambda_k \frac{\partial \varphi_k}{\partial x_i}, \quad M_i = \sum_{k=1}^{r} \lambda_k \frac{\partial \varphi_k}{\partial y_i}, \quad N_i = \sum_{k=1}^{r} \lambda_k \frac{\partial \varphi_k}{\partial z_i}.$$

Z_τ soll bei konstantem x_i, y_i, z_i, u_i, v_i, w_i, t, τ ein Mini-
um werden, es muß daher die Gleichung:

$$\left\{\begin{aligned} \delta Z_\tau' = \sum_{i=1}^{n} \Big\{ & \left(m_i \frac{\bar{U}_i - u_i}{\tau} - X_i - L_i\right) \delta \bar{U}_i \\ & + \left(m_i \frac{\bar{V} - v_i}{\tau} - Y_i - M_i\right) \delta \bar{V}_i \\ & + \left(m_i \frac{\bar{W}_i - w_i}{\tau} - Z_i - N_i\right) \delta \bar{W}_i \Big\} = 0 \end{aligned}\right.$$

allen Werten der Variationen $\delta \bar{U}_i$, $\delta \bar{V}_i$, $\delta \bar{W}_i$ bestehen,
he den Variationen der Bedingungsgleichungen Genüge
en.

Die erste Gruppe der Bedingungsgleichungen liefert wied[er]

$$(5') \qquad \delta F_k = \sum_{i=1}^{n} \left\{ \frac{\partial \varphi_k}{\partial x_i} \delta \bar{U}_i + \frac{\partial \varphi_k}{\partial y_i} \delta \bar{V}_i + \frac{\partial \varphi_k}{\partial z_i} \delta \bar{W}_i \right\} = 0$$

$$(k = 1, 2, \ldots, n).$$

Es sollen nun die *Reibungsbedingungen* aufgestellt un[d] berücksichtigt werden.

Erfahrungsgemäß ist die Größe der Geschwindigkeit z[ur] Zeit $t + \tau$ immer *kleiner* als bei einer Bewegung, welche, mi[t] denselben Anfangsbedingungen zur Zeit t, laut System (4) i[n] demselben Zeitraum τ erfolgen würde. Der entstehende Ve[r]lust an Geschwindigkeit wird einer allgemeinen Ursache, de[r] sogenannten *Reibung und Widerstand des Mediums* zugeschrieben. Bewegt sich ein Punkt auf einer vorgeschriebenen Fläche oder Kurve, so bezieht sich dieser Verlust erfahrungsgemäß nur auf die zur Fläche oder Kurve *relative* Geschwindigkeit des Punktes. Bezeichnen wir also mit $\bar{\alpha}_i$, $\bar{\beta}_i$, $\bar{\gamma}_i$ die Geschwindigkeitskomponenten der Fläche oder Kurve im Augenblick $t+\tau$ in ihrem Punkte $\bar{x}_i$, $\bar{y}_i$, $\bar{z}_i$ und zu derselben Zeit in ihrem Punkte $\bar{\Xi}_i$, $\bar{H}_i$, $\bar{Z}_i$ mit $\bar{A}_i$, $\bar{B}_i$, $\bar{\Gamma}_i$, dann können wir für jeden Punkt des Systems eine Reibungsbedingung der Form aufstellen:

$$(8) \qquad \begin{cases} (\bar{u}_i - \bar{\alpha}_i)^2 + (\bar{v}_i - \bar{\beta}_i)^2 + (\bar{w}_i - \bar{\gamma}_i)^2 \\ \quad - (\bar{U}_i - \bar{A}_i)^2 - (\bar{V}_i - \bar{B}_i)^2 - (\bar{W}_i - \bar{\Gamma}_i)^2 = \Psi_i \\ \qquad (i = 1, 2, \ldots, n), \end{cases}$$

wo Ψ_i eine immer positive Funktion der Koordinaten x_i, y_i, z_i, der Zeit t, des Zeitraumes τ und der Geschwindigkeitskomponenten u_i, v_i, w_i und $\bar{U}_i$, $\bar{V}_i$, $\bar{W}_i$, eventuell irgend anderer Parameter (Koordinaten eines anderen Punktes, Temperatur des Systems etc.) ist.

Die Funktion Ψ_i muß auf Grund der Erfahrung so bestimmt werden, daß die tatsächlichen Bewegungen durch die mit Rücksicht auf die Bedingungen (8) aufgestellten Differentialgleichungen befriedigend beschrieben werden können, die Zahl der in derselben enthaltenen Variabeln kann aber mit Rücksicht darauf, daß τ ein kleiner Zeitraum ist, bedeutend vermindert werden. Es ist nämlich angenähert:

$$\Psi_i(x_i, y_i, z_i, u_i, \bar{U}_i, v_i, \bar{V}_i, w_i, \bar{W}_i, \tau, t) = (\Psi_i)_{\tau=0} + \left[\frac{d\,\Psi_i}{d\,t}\right]_{\tau=0} \tau.$$

...t aber $(\Psi_i)_{\tau=0}$ der Verlust an Geschwindigkeit während ...eitraumes $\tau = 0$ auch Null, und $[d\,\Psi_i / d\,t]_{\tau=0}$ erhält nun... bloß die Variabeln $x_i, y_i, z_i, u_i, v_i, w_i, t$.

Die Reibungsbedingung für einen Punkt lautet daher:

$$\left\{\begin{aligned} R_i = {} & (\bar{u}_i - \bar{\alpha}_i)^2 + (\bar{v}_i - \bar{\beta}_i)^2 + (\bar{w}_i - \bar{\gamma}_i)^2 \\ & - (\bar{U}_i - \bar{A}_i)^2 - (\bar{V}_i - \bar{B}_i)^2 - (\bar{W}_i - \bar{\Gamma}_i)^2 \\ & - \Phi_i(x_i, y_i, z_i, u_i, v_i, w_i, t)\,\tau, \end{aligned}\right.$$

... Φ_i abermals eine bei sämtlichen Werten ihrer Variabeln ...itive Funktion bedeutet, und aus (4) angenähert:

$$)\quad \left\{\begin{aligned} \bar{u}_i &= u_i + \frac{1}{m_i}(X_i + L_i)\,\tau, \\ \bar{v}_i &= v_i + \frac{1}{m_i}(Y_i + L_i)\,\tau, \\ \bar{w}_i &= w_i + \frac{1}{m_i}(Z_i + L_i)\,\tau. \end{aligned}\right.$$

Man erhält ebenfalls angenähert, wenn die Geschwindig...itskomponenten der vorgeschriebenen Fläche oder Kurve im ...unkte x_i, y, z_i zur Zeit t mit $\alpha_i, \beta_i, \gamma_i$ bezeichnet werden:

$$\bar{A}_i = \alpha_i + \frac{\partial \alpha_i}{\partial x_i}(\bar{\Xi}_i - x_i) + \frac{\partial \alpha_i}{\partial y_i}(\bar{H}_i - y_i) + \frac{\partial \alpha_i}{\partial z_i}(\bar{Z}_i - z_i) + \frac{\partial \alpha_i}{\partial t}\tau,$$

$$\bar{\alpha}_i = \alpha_i + \frac{\partial \alpha_i}{\partial x_i}(\bar{x}_i - x_i) + \frac{\partial \alpha_i}{\partial y_i}(\bar{y} - y_i) + \frac{\partial \alpha_i}{\partial z_i}(\bar{z}_i - z_i) + \frac{\partial \alpha_i}{\partial t}\tau,$$

...lso:

$$11)\quad \left\{\begin{aligned} \bar{A}_i = \alpha_i + \Big[& \frac{\partial \alpha_i}{\partial x_i}(u_i + \bar{U}_i) + \frac{\partial \alpha_i}{\partial y_i}(v_i + \bar{V}_i) \\ & + \frac{\partial \alpha_i}{\partial z_i}(w_i + \bar{W}_i) + 2\frac{\partial \alpha_i}{\partial t}\Big]\frac{\tau}{2}, \end{aligned}\right.$$

$$12)\quad \left\{\begin{aligned} \bar{\alpha}_i = \alpha_i + \Big[& \frac{\partial \alpha_i}{\partial x_i}(u_i + \bar{u}_i) + \frac{\partial \alpha_i}{\partial y_i}(v_i + \bar{v}_i) \\ & + \frac{\partial \alpha_i}{\partial z_i}(w_i + \bar{w}_i) + 2\frac{\partial \alpha_i}{\partial t}\Big]\frac{\tau}{2}, \end{aligned}\right.$$

etc.

...ildet man die Variation des Ausdruckes R_i, so muß man ...abei die Gleichungen (10), (11) und (12) berücksichtigen, woraus ...ervorgeht, daß $\bar{u}_i, \bar{v}_i, \bar{w}_i, \bar{\alpha}_i, \bar{\beta}_i, \bar{\gamma}_i$ von $\bar{U}_i, \bar{V}_i, \bar{W}_i$ unabhängig ...ind, während $\bar{A}_i, \bar{B}_i, \bar{\Gamma}_i$ als durch die Gleichungen (1) definierte ...unktionen der $\bar{U}_i, \bar{V}_i, \bar{W}_i$ betrachtet werden müssen.

Es ergibt sich also:

$$
(13)\quad \begin{cases}
\delta R_i = \Big\{(\bar U_i - \bar A_i)\Big(1 - \frac{\partial \alpha_i}{\partial x_i}\frac{\tau}{2}\Big) \\
\qquad - \Big[(\bar V_i - \bar B_i)\frac{\partial \beta_i}{\partial x_i} + (\bar W_i - \bar\Gamma_i)\frac{\partial \gamma_i}{\partial x_i}\Big]\frac{\tau}{2}\Big\}\,\delta \bar U_i \\
+ \Big\{(\bar V_i - \bar B_i)\Big(1 - \frac{\partial \beta_i}{\partial y_i}\frac{\tau}{2}\Big) \\
\qquad - \Big[(\bar U_i - \bar A_i)\frac{\partial \alpha_i}{\partial y_i} + (\bar W_i - \bar\Gamma_i)\frac{\partial \gamma_i}{\partial y_i}\Big]\frac{\tau}{2}\Big\}\,\delta \bar V_i \\
+ \Big\{(\bar W_i - \bar\Gamma_i)\Big(1 - \frac{\partial \gamma_i}{\partial z_i}\frac{\tau}{2}\Big) \\
\qquad - \Big[(\bar U_i - \bar A_i)\frac{\partial \alpha_i}{\partial z_i} + (\bar V_i - \bar B_i)\frac{\partial \beta_i}{\partial z_i}\Big]\frac{\tau}{2}\Big\}\,\delta \bar W_i = 0 \\
(i = 1, 2, \ldots, n).
\end{cases}
$$

Die Bewegungsgleichungen des Systems ergeben sich durch die bekannte Methode der Multiplikatoren aus den Gleichungen:

$$(7)\qquad \delta Z_\tau' = 0\,,$$

$$(5')\qquad \delta F_k = 0 \quad (k = 1, 2, \ldots, r)\,,$$

$$(13)\qquad \delta R_i = 0 \quad (i = 1, 2, \ldots, n)\,,$$

falls diese Gleichungen voneinander unabhängig sind. Es kann aber gezeigt werden, daß dies hier nicht der Fall ist, denn die aus (7) und (13) allein abgeleitete Bewegung befriedigt *identisch* die Gleichungen (5'), der Zwang bei der bloß aus (7) und (13) abgeleiteten Bewegung wird daher kleiner sein als bei irgend einer entsprechenden, das System (13) und (5') befriedigenden Bewegung. Das System (5') kann daher aus der Reihe der Bedingungsgleichungen einfach weggelassen werden.

Um dies zu beweisen, werden wir zuerst die Bewegungsgleichungen aus (7) und (13) allein ableiten.

Es folgt nach dem bekannten Verfahren:

$$
(14)\quad \begin{cases}
m_i\frac{\bar U_i - u_i}{\tau} - (X_i + L_i) + \mu_i(\bar U_i - \bar A_i - P_i\tau) = 0\,, \\
m_i\frac{\bar V_i - v_i}{\tau} - (Y_i + M_i) + \mu_i(\bar V_i - \bar B_i - Q_i\tau) = 0\,, \\
m_i\frac{\bar W_i - w_i}{\tau} - (Z_i + N_i) + \mu_i(\bar W_i - \bar\Gamma_i - R_i\tau) = 0\,,
\end{cases}
$$

wo P_i, Q_i, R_i von τ unabhängige Funktionen sind, so daß

$$\lim_{\tau=0} P_i\tau = \lim_{\tau=0} Q_i\tau = \lim_{\tau=0} R_i\tau = 0\,.$$

Mit Hülfe der Gleichung (9) kann μ_i aus diesen Gleichungen berechnet werden; man erhält:

$$\begin{aligned}
&-\{(\bar{U}_i - \bar{A}_i - P_i\tau)(\bar{U}_i - \bar{A}_i + u_i - \bar{\alpha}_i) \\
&+ (\bar{V}_i - \bar{B}_i - Q_i\tau)(\bar{V}_i - \bar{B}_i + v_i - \bar{\beta}_i) \\
&+ (\bar{W}_i - \bar{\Gamma}_i - S_i\tau)(\bar{W}_i - \bar{\Gamma}_i + w_i - \bar{\gamma}_i)\}\mu_i \\
&= (X_i + L_i)(u_i - \bar{\alpha}_i - \bar{U}_i + \bar{A}_i) \\
&+ (Y_i + M_i)(v_i - \bar{\beta}_i - \bar{V}_i + \bar{B}_i) \\
&+ (Z_i + N_i)(w_i - \bar{\gamma}_i - \bar{W}_i + \bar{\Gamma}_i) \\
&+ \frac{m_i}{\tau}\{\bar{\alpha}_i^2 + \bar{\beta}_i^2 + \bar{\gamma}_i^2 - \bar{A}_i^2 - \bar{B}_i^2 - \bar{\Gamma}_i^2 \\
&\qquad + u_i(\bar{A}_i - \bar{\alpha}_i) + v_i(\bar{B}_i - \bar{\beta}_i) + w_i(\bar{\Gamma}_i - \bar{\gamma}_i) \\
&+ \bar{U}_i(\bar{A}_i - \bar{\alpha}_i) + \bar{V}_i(\bar{B}_i - \bar{\beta}_i) + \bar{W}_i(\bar{\Gamma}_i - \bar{\gamma}_i)\} \\
&\qquad - m_i\,\Phi_i(x_i, y_i, z_i, u_i, v_i, w_i, t).
\end{aligned}$$

Setzt man den daraus sich ergebenden Wert des μ_i in (14) und läßt τ zu Null konvergieren, dann erhält man, wegen

$$\lim_{\tau=0} \bar{U}_i = \lim_{\tau=0} \bar{u}_i = u_i = x_i',$$

$$\lim_{\tau=0} \bar{A}_i = \lim_{\tau=0} \bar{\alpha}_i = \alpha_i,$$

$$\lim_{\tau=0} \frac{\bar{U}_i - u_i}{\tau} = \frac{d u_i}{d t} = x_i'',$$

endlich wegen [(vgl. Gleichung (11) und (12)]

$$\lim_{\tau=0} \frac{\bar{A}_i - \bar{\alpha}_i}{\tau} = \tfrac{1}{2}\lim\left\{\frac{\partial \alpha_i}{\partial x_i}(\bar{U}_i - \bar{u}_i) + \frac{\partial \alpha_i}{\partial y_i}(\bar{V}_i - \bar{v}_i) + \frac{\partial \alpha_i}{\partial z_i}(\bar{W}_i - \bar{w}_i)\right\} = 0 \text{ etc.}$$

folgendes System:

$$\left\{\begin{aligned}
&m_i x_i'' - X_i - \sum_{k=1}^{r}\lambda_k \frac{\partial \varphi_k}{\partial x_i} + \frac{\frac{1}{2} m_i\,\Phi_i(x_i, y_i, z_i;\ x_i', y_i', z_i';\ t)}{(x_i'-\alpha_i)^2 + (y_i'-\beta_i)^2 + (z_i'-\gamma_i)^2}(x_i' - \alpha_i) = 0, \\
&m_i y_i'' - Y_i - \sum_{k=1}^{r}\lambda_k \frac{\partial \varphi_k}{\partial y_i} + \frac{\frac{1}{2} m_i\,\Phi_i(x_i, y_i, z_i;\ x_i', y_i', z_i';\ t)}{(x_i'-\alpha_i)^2 + (y_i'-\beta_i)^2 + (z_i'-\gamma_i)^2}(y_i' - \beta_i) = 0, \\
&m_i z_i'' - Z_i - \sum_{k=1}^{r}\lambda_k \frac{\partial \varphi_k}{\partial z_i} + \frac{\frac{1}{2} m_i\,\Phi_i(x_i, y_i, z_i;\ x_i', y_i', z_i';\ t)}{(x_i'-\alpha_i)^2 + (y_i'-\beta_i)^2 + (z_i'-\gamma_i)^2}(z_i' - \gamma_i) = 0 \\
&\qquad (i = 1, 2, \ldots, n).
\end{aligned}\right.$$

Diese Gleichungen bilden schon das gesuchte System der Bewegungsgleichungen, falls wir beweisen können, daß die durch (A) bestimmte Bewegung den reibungslosen Bedingungen

$$(4) \qquad \varphi_k(\ldots, x_i, y_i, z_i, \ldots; t) = 0 \quad (k = 1, 2, \ldots, n)$$

entspricht. Dieser Beweis kann aber sehr einfach geführt werden.

Folgt nämlich aus den Gleichungen (4), daß im Augenblicke t der Massenpunkt m_i gezwungen ist auf etwa m Flächen $(m \leqq 3)$ zu bleiben, dann muß offenbar die relative Geschwindigkeit des Punktes zur Normale dieser Flächen senkrecht stehen; bezeichnen wir die Richtungskosinus dieser Flächen mit

$$\varrho_m, \ \sigma_m, \ \tau_m,$$

dann müssen die Anfangsgeschwindigkeiten u_i, v_i, w_i zur Zeit t den Gleichungen

$$(15) \quad \varrho_m(u_i - \alpha_i) + \sigma_m(v_i - \beta_i) + \tau_m(w_i - \gamma_i) = 0 \quad (m = 1, 2, 3)$$

Genüge leisten.

Nehmen wir an, wir haben u_i, v_i, w_i dieser Forderung entsprechend gewählt und beweisen, daß, falls der weitere Verlauf der Bewegung dem System (A) gemäß erfolgt, die Gleichungen (4) auch in späteren Augenblicken immer befriedigt werden, da die aus dem System (4) entspringenden relativen Beschleunigungen auch senkrecht zu den Flächen stehen, auf welchen der Massenpunkt m_i seine Bewegung ausführen muß. Es ist nämlich

$$(16) \left\{ \begin{aligned} &\varrho_m(x_i'' - \alpha_i') + \sigma_m(y_i'' - \beta_i') + \tau_m(z_i'' - \gamma_i') \\ &= \left[\frac{1}{m_i}(X_i + L_i) - \alpha_i'\right]\varrho_m + \left[\frac{1}{m_i}(Y_i + M_i) - \beta_i'\right]\sigma_m \\ &\qquad + \left[\frac{1}{m_i}(Z_i + N_i) - \gamma_i'\right]\tau_m \\ &- \frac{\frac{1}{2}\Phi}{(x_i' - \alpha_i)^2 + (y_i' - \beta_i)^2 + (z_i' - \gamma_i)^2}\big(\varrho_m(x_i' - \alpha_i) + \sigma_m(y_i' - \beta_i) \\ &\qquad + \tau_m(z_i' - \gamma_i)\big) = 0. \end{aligned} \right.$$

α_i', β_i', γ_i bedeuten hier die Beschleunigungskomponenten der Fläche oder Kurve (eventuell des Punktes), welchen der Massenpunkt m_i während seiner Bewegung nicht verlassen darf. Obige Gleichung ist aber bei der Voraussetzung (15) immer befriedigt,

m die relativen Beschleunigungskomponenten der nach dem stem (6) vor sich gehenden Bewegung

$$\frac{1}{m_i}(X_i + L_i) - \alpha_i', \quad \frac{1}{m_i}(Y_i + M_i) - \beta_i', \quad \frac{1}{m_i}(Z_i + N_i) + \gamma_i'$$

id eben durch die in denselben vorhandenen λ_k so bestimmt rden, daß die Gleichungen (4) in jedem Augenblicke beiedigt werden sollen, die zwei Teile der linken Seite in leichung (1) sind daher jede für sich gleich Null.

Wir haben daher folgendes allgemeine Problem gelöst:

Es sei irgend ein System von materiellen Punkten gegeben, uf welchen gegebene, von den Koordinaten und der Zeit abängige äußere Kräfte wirken; zwischen den Punkten des Systems ollen gegebene, durch Gleichungen oder Gleichungen und Unleichungen ausdrückbare Verbindungen bestehen; die Verbindungen önnen mit Reibung behaftet sein und die ganze Bewegung kann einem widerstehenden Medium vor sich gehen. Wir fragen ach den Differentialgleichungen der Bewegung, vorausgesetzt, aß die Abweichung von der freien Bewegung dem Gaussschen rinzipe des kleinsten Zwanges entsprechend erfolgt. —

Das System (A) liefert die allgemeine Lösung dieses roblems, wo die λ_k so bestimmt werden müssen, daß die edingungsgleichungen (4) befriedigt sein sollen.

Das System (A) ist ein allgemeines Schema, aus welchem urch geeignete Wahl der Funktion Φ_i sämtliche bis jetzt mpirisch aufgestellte Gleichungen für mit Reibung und Widertand verbundenen Bewegungen abgeleitet werden können.

Durch Einführung der Reibungsbedingungen (9) sind nämich zur linken Seite des Systems (6) folgende neue Glieder etreten:

$$-A_i = \frac{\frac{1}{2} m_i \Phi_i}{V_i^2}(x_i' - \alpha_i), \qquad -B_i = \frac{\frac{1}{2} m_i \Phi_i}{V_i^2}(y_i' - \alpha_i),$$

$$-C_i = \frac{\frac{1}{2} m_i \Phi_i}{V_i^2}(z_i' - \alpha_i),$$

o zur Abkürzung:

$$V_i^2 = (x_i' - \alpha_i)^2 + (y_i' - \beta_i)^2 + (z_i' - \gamma_i)^2.$$

A_i, B_i, C_i können als Komponenten einer Kraft angesehen erden, welche der relativen Geschwindigkeit des Punktes

immer entgegengesetzt wirkt, daher mit Recht Reibung und Widerstandskraft genannt werden kann.

Bezüglich dieser Kräfte sind von der Erfahrung ausgehend verschiedene Hypothesen aufgestellt worden; diese Hypothesen werden in der vorhandenen Theorie auf die Funktion Φ_i übertragen.

Wird z. B.

$$\Phi_i = k \,.\, V_i^2$$

gesetzt, wo k eine Konstante bedeutet, so erhält man aus (A) ein System, welches zur Beschreibung eines mit reibungslosen Verbindungen behafteten Systems in einem widerstehenden Medium ziemlich geeignet ist. Ein spezieller Fall dieses Systems wird z. B. die Differentialgleichung der gedämpften harmonischen Schwingungen sein.

Sind die Verbindungen mit Reibung behaftet, so kann

$$\Phi_i = k_i (L_i^2 + M_i^2 + N_i^2)^{1/2}\, V_i^2,$$

gesetzt werden, wo k_i eine Konstante, oder auch eine experimentell zu bestimmende Funktion von x_i, y_i, z_i und t sein kann, Φ_i ist also mit der *Druckkraft* proportional und man erhält hieraus die bekannten Differentialgleichungen für die reibende Bewegung auf einer vorgeschriebenen Fläche oder Kurve in der Form, wie sie von Lagrange und Kirchhoff aufgestellt wurden, welche auch zu einer ziemlich befriedigenden Beschreibung der tatsächlichen Erscheinungen führen.

Es ist daher gelungen, auch die mit Reibung und Widerstand behafteten Bewegungen in den Rahmen der mechanischen Prinzipe aufzunehmen, was aber nur mit Hülfe der zweiten Gruppe derselben (mit dem Gaussschen Prinzip des kleinsten Zwanges) geschehen konnte, wodurch dasselbe die übrigen in seiner Allgemeinheit übertrifft.

Anhang über den Energieumsatz in der Mechanik.

Es sei mir gestattet, ganz kurz einiges über die Untersuchung des *Ostwaldschen Maximumprinzipes* des Hrn. Januschke[1]) zu bemerken.

1) H. Januschke, Ann. d. Phys. 11. p. 445. 1903.

Hr. Januschke setzt den *Energieumsatz* während des telementes dt gleich:[1])

$$Pdr + \frac{1}{2} m v^2 \cos^2 \beta - \frac{1}{2} m v^2.$$

P ist hier die Größe der Zentralkraft, dr das Wegelement ihrer Richtung, v die Geschwindigkeit des Punktes von der asse m, β der Winkel zweier aufeinander folgender Bahnemente.

Gewöhnlich versteht man unter Energieumsatz in einer eit dt die Energiemenge, welche während derselben Zeit von iner Energieart in eine andere umgewandelt wurde, also bei ein mechanischen Vorgängen die *Arbeit* der äußeren Kräfte der die damit gleiche Änderung der lebendigen Kraft des Systems, oder auch etwa den Mittelwert aus beiden. Im voriegenden Falle ist offenbar Pdr der Energieumsatz, oder auch

$$\frac{1}{2} m (\bar{v}^2 - v^2),$$

wo $\bar{v}$ die Größe der Geschwindigkeit am Ende des Zeitelementes dt bedeutet. Im Ausdrucke des Hrn. Januschke (welcher wahrscheinlich den *doppelten* Energieumsatz darstellen will, was aber selbstverständlich kein wesentlicher Fehler wäre) wird aber anstatt

$$\frac{1}{2} m (\bar{v}^2 - v^2)$$

$$\frac{1}{2} m v^2 \cos^2 \beta - \frac{1}{2} m v^2$$

gesetzt, es ist also dieser Ausdruck nach Hrn. Januschke der Änderung der kinetischen Energie im Zeitelemente dt gleich.

Hieraus ergibt sich:

1. Bei einer gleichförmigen Kreisbewegung ist während der Zeit dt auch eine Änderung der kinetischen Energie vorhanden.

2. Die Änderung der kinetischen Energie kann bei einer Zentralbewegung *nie positiv sein* (es ist ja $\cos^2 \beta \leqq 1$), also im Falle einer *anziehenden* Kraft kann sich der Massenpunkt dem Kraftzentrum *nicht nähern*, im Falle einer *abstoßenden Kraft* kann sich aber derselbe vom Kraftzentrum *nicht entfernen.*

---

1) l. c. p. 446.

Ich glaube kaum, daß eine solche Definition des Energieumsatzes zu richtigen Resultaten führen kann.

Was nun die Kritik anbelangt, welche Hr. Januschke gegen meine Behandlung desselben Prinzipes ausübt[1], so glaube ich dieselbe nicht eingehend besprechen zu müssen, denn der Einwand des Hrn. Januschke bezieht sich eigentlich nicht auf das Ostwaldsche Prinzip, sondern auf die Grundlagen der Variationsrechnung, welche aber heutzutage kaum mehr einer Verteidigung bedürfen.

Budapest, 6. Juni 1903.

1) l. c. p. 447.

(Eingegangen 10. Juni 1903.)

6. *Untersuchung und objektive Darstellung von Flaschenbatterie- und Induktionsströmen; von Franz Wittmann.*

Die sowohl aus theoretischen wie aus praktischen Gesichtspunkten überaus wichtigen Vorgänge bei der Entladung von Leydener Flaschen, ferner der zeitliche Verlauf der sekundären Ströme von Induktorien sind vielfach untersucht worden.

I. Bezüglich der *Flaschenbatterien* haben die oft — insbesondere von Hrn. L. Lorenz[1]) — wiederholten Versuche Feddersens die theoretischen Überlegungen W. Thomsons vollständig bestätigt. Jedoch ist die von Feddersen und die nach denselben Prinzipien mit einfachen Hülfsmitteln zu objektiver Beobachtung eingerichtete Versuchsanordnung von Hrn. L. Zehnder[2]) nicht geeignet die Stromkurve, das ist den zeitlichen Verlauf der Stromintensität, zur Anschauung zu bringen.

Die Herren F. Richarz und W. Ziegler[3]) haben zu diesem Zwecke die Braunsche Kathodenröhre verwendet, wobei sie die Entladungsdauer durch Einschalten einer Spule von großer Selbstinduktion vergrößerten. Unleugbar ist diese Methode zur subjektiven Beobachtung des Intensitätsverlaufs der Entladungserscheinung geeignet, infolgedessen auch recht instruktiv; doch haftet derselben der Mangel an, daß man bei der geringen Lichtintensität des sich schnell bewegenden Kathodenfleckes mit den heutigen Hülfsmitteln auf eine objektive Darstellung der Erscheinung verzichten muß.

Es ist mir gelungen, den erwähnten Mängeln auf eine Weise abzuhelfen, daß sogar ein großes Auditorium die beliebig oft wiederkehrende und auf einen Schirm projizierte Entladungskurve beobachten kann; auch läßt sich dieselbe auf photo-

1) L. Lorenz, Wied. Ann. 7. p. 161. 1879.
2) L. Zehnder, Ann. d. Phys. 9. p. 899. 1902.
3) W. Ziegler, Ann. d. Phys. 1. p. 468. 1900.

graphischem Wege leicht fixieren, wie dies die weiter unten folgenden Figuren bezeugen.

Ich habe zu meinen Versuchen die einfachsten Hülfsmittel, nach dem Blondel-Duddelschen Prinzipe hergestellte Oszillographen [1]), das ist schnell schwingende Galvanometer verwendet.

Bei diesen Instrumenten befindet sich im fixen magnetischen Felde eines starken Elektromagneten eine aus sehr dünnem Metallband (von G. S. Ohm Lahn genannt) verfertigte Schleife von sehr geringem Trägheitsmomente; durch die Wechselwirkung des die Schleife durchfließenden Entladungsstromes und des magnetischen Feldes wird die Schleife tordiert, wodurch das auf die Mitte der Schleife geklebte, versilberte Mikroskopdeckgläschen gedreht wird. Ein mittels elektrischen Bogenlichtes erzeugtes oder von der Sonne herrührendes und auf das Spiegelchen fallendes Strahlenbündel wird auf einen rotierenden Spiegelapparat und von demselben als konvergentes Strahlenbündel auf einen Schirm oder eine lichtempfindliche Platte geworfen.

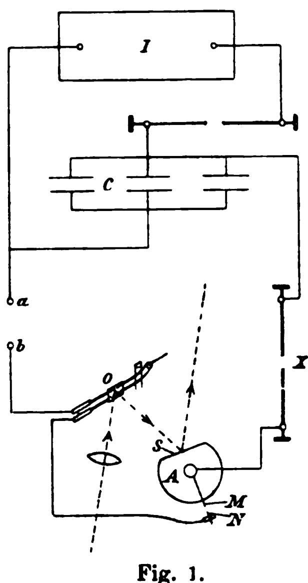


Fig. 1.

Die Schaltungsskizze (Fig. 1) zeigt die Versuchsanordnung. Mit Hülfe eines Ruhmkorffschen Induktoriums (J) oder einer Influenzmaschine wird die aus 18 auf Quantität geschalteten Leydener Flaschen (C), von der Kapazität 0,036 Mikrof., bestehende Batterie geladen. Im Schließungskreise der letzteren befindet sich eine kleine Funkenstrecke (X), ferner eine variable Selbstinduktion, eventuell großer Ohmscher Widerstand, also derjenige Bestandteil (a, b) des Schließungskreises, dessen Ein-

1) The Electrician **39.** p. 637. 1897. Demonstriert in einem Vortrage des Verfassers am 16. Oktober 1901; publiziert im Maiheft 1902 des „Természettudományi Közlöny“, dem Fachorgane der „Königlich Ungarischen naturwissenschaftlichen Gesellschaft zu Budapest“.

aß auf die Entladungserscheinung den Gegenstand der Untersuchung bildet. In den einfachen Schließungskreis schalten wir noch die Schleife des Oscillographen und die Entladungsvorrichtung des rotierenden Spiegelapparates (*A*). Der letztere hat außer dem erwähnten Zwecke der Darstellung des Stromkurvenbildes noch die Aufgabe zu erfüllen, bei jeder Umdrehung zwei von Glasröhrchen umgebene Stifte (*M*, *N*) einander so nahe zu bringen, daß bei genügender Spannung der Flaschenbatterie die Entladung vor sich gehe. Bei guter Isolation der Stifte und entsprechender Rotationsgeschwindigkeit des Spiegelapparates erscheinen die aufeinander folgenden Entladungsstromkurven an derselben Stelle und in so rascher Folge, daß man ein kinematographisches Bild zu sehen glaubt.

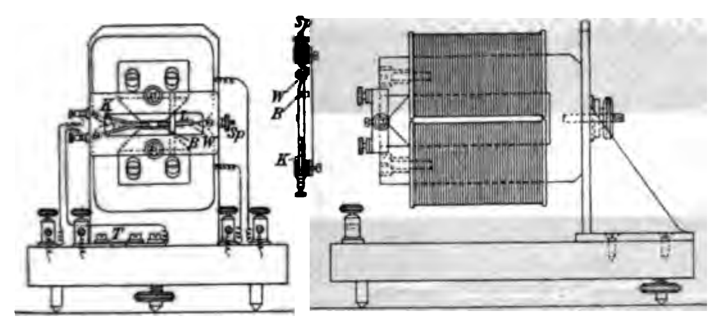


Fig. 2.

Bei meinem Oszillographen (Fig. 2), dessen Elektromagnet um einen horizontalen Zapfen drehbar ist, können die abnehmbaren konvergenten Polschuhe in verschiedene Distanz voneinander gebracht werden. In der ungefähr 4 mm breiten Luftstrecke befindet sich die auf einem Holzrähmchen ausgespannte Schleife (*L*) aus Lahn[1]); die Stromzuführung zu derselben geschieht mittels zweier festgeklemmter Kupferdrähte (*K*), an welche die beiden Schleifenenden angelötet werden; die Schleife ist über einen Quersteg aus Bein (*B*) gespannt und schlingt sich um eine kleine Rolle aus Bein (*W*). Die Rolle wird von einer in der Längsrichtung verschiebbaren,

1) Aus der Werkstätte des Hrn. Prof. M. Th. Edelmann in München als Reservezuführungsband für ein geliefertes Solenoidgalvanometer erhalten.

doch nicht drehbaren Schraubenspindel (*Sp*) gehalten, welche durch die Schraubenmutter bewegt, die Schleifenbänder gleichmäßig zu spannen gestattet. Als Schmelzsicherung ist ein schmaler Stanniolstreifen (*T*) vorgeschaltet. Zur Dämpfung der Eigenschwingungen der Schleife dient ein sehr leichtes Aluminiumrähmchen, welches auf die Schleife isoliert aufgeklebt wird.

Die Eigenschwingungen des Apparates können dadurch bestimmt werden, daß man durch die Schleife mittels elektromagnetischen Unterbrechers intermittierenden Strom leitet und dann aus der Zahl der Schwingungen, sowie aus der bekannten Periode der Unterbrechungen die Schwingungsdauer berechnet (Figg. 3, 4).

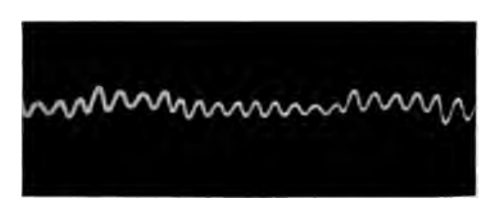


Fig. 3.



Fig. 4.

Apparat Nr. 1 hat eine Schleifenlänge von 4,5 cm und gemäß meinen Messungen die Schwingungsdauer 0,002 Sek.

Apparat Nr. 2 hat eine Schleifenlänge von 2 cm und die gemessene Eigenschwingungsdauer von 0,0006 Sek.

Der mittels eines kleinen Elektromotors in Rotation erhaltene Spiegelapparat (*A*, Fig. 5) besteht, dem Zehnderschen ähnlich, aus einem in Paraffin ausgekochten Holzzylinder mit einer Aussparung, in welcher ein Planspiegel (*S*) befestigt ist. In einer Vertiefung der Mantelfläche des Zylinders, welche nachträglich wieder vollkommen verdeckt wird, ist der Achse parallel und an dieselbe gelötet, ein dicker Messingdraht (*P*) eingebettet. Nahe dem unteren Ende des Drahtes ist ein horizontaler Neusilberstift (*M*) eingeschraubt, welcher aus dem Zylinder herausragt, und wie erwähnt, bis zum Ende mit einem Glasröhrchen umgeben ist. Am Holzgestell des Spiegelapparates

indet sich ein dicker, bogenförmiger Messingstreifen, an sen Ende der andere, ebenfalls von einem Glasröhrchen gebene Stift (N) in einregulierbarer Entfernung vom rotierenn Stifte befestigt ist.

Mit dieser Versuchsanordnung wurden folgende Experimente sgeführt:

a) *Kontinuierliche Entladung.* Im Schließungskreise der laschenbatterie von 0,036 Mikrof. Kapazität war mittels chwefelsäure angesäuertes Wasser eingeschaltet. Die Flüssig-

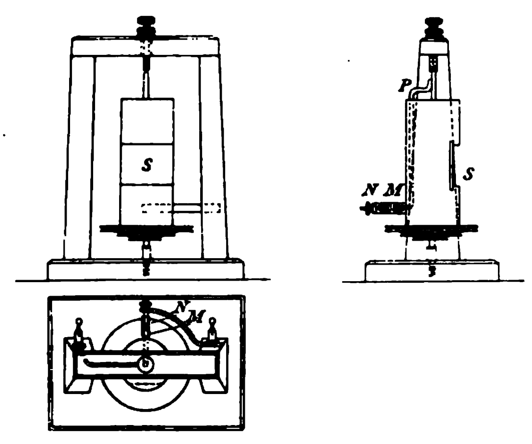


Fig. 5.

keit ist in einer Glasröhre von 3,5 mm lichter Weite; deren beide Enden nach aufwärts gebogen und zur bequemen Stromzuführung mit erweiterten Ansätzen versehen waren, Gesamtlänge des U-Rohres ist 64 cm; Widerstand mittels Kohlrauschbrücke gemessen 8360 Ohm.

Nach den Deduktionen W. Thomsons ist die Stromstärke, bei verschwindend kleiner Selbstinduktion des Stromkreises, zur Zeit t:

$$J = \frac{Q_0}{CR} e^{-\frac{t}{CR}},$$

) Q_0 die Ladung der Batterie zur Zeit $t = 0$, C die Kapaät und R den Ohmschen Widerstand des Stromkreises betet.

Die Kurve (Fig. 6, Aufnahme mittels des Apparates Nr. I) zeigt mit der Theorie übereinstimmend steilen Anstieg, und der logarithmischen Kurve entsprechenden asymptotischen Abfall gegen die Nullinie.



Fig. 6.

b) *Oszillatorische Entladung der Flaschenbatterie.* In den Entladungsstromkreis der Flaschenbatterie wird eine Spule von großer Selbstinduktion eingeschaltet.

Ich gebrauchte die Sekundärspule eines kleinen Induktoriums von Siemens & Halske, deren Konstanten in der folgenden Tabelle übersichtlich zusammengestellt sind. Den Koeffizienten der Selbstinduktion (L) dieser Sekundärspule habe ich, in Anbetracht der Verwendungsweise der Spule, mittels Wechselstromes und eines idiostatisch geschalteten Quadrantenelektrometers von Carpentier nach der Joubertschen Methode bestimmt. Der von der hiesigen Wechselstromzentrale gelieferte transformierte Strom hat 104 Volt effektive Spannung und 84,4 Wechsel pro Sekunde (mit dem Campbellschen Frequenzmesser bestimmt).

Konstanten des Induktoriums von Siemens & Halske

Spulenlänge cm	Widerstand Ω	Anwendungsart der Sekundärspule	L Henry
15	1637,0	Sekundärspule, den Eisenkern enthaltend; Primärkreis offen.	24,5
		Sekundärspule, den Eisenkern enthaltend; Primärkreis geschlossen.	6,6
		Sekundärspule ohne Eisenkern	4,24

Der Spiegelapparat vollführte bei den photographischen Aufnahmen pro Sekunde 1,75 Umdrehungen.

Bei den Versuchen wurde in den Entladungsstromkreis der Flaschenbatterie von 0,036 Mikrof. Kapazität der Induktor von Siemens & Halske eingeschaltet.

1. Mit Eisenkern bei geöffnetem Primärkreise erhalten wir die photographierten Kurven Figg. 7 und 8, wobei die erste mit dem Oszillographen Nr. 1, die zweite mit dem Nr. 2 aufgenommen wurde. Die gedämpfte Schwingung hat die gemessene Dauer von 0,00272 Sek.



Fig. 7.

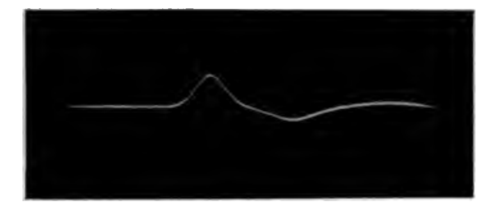


Fig. 8.

Die Thomsonsche Formel

$$T = \frac{\pi}{\sqrt{\frac{1}{CL} + \frac{R^2}{4L^2}}}$$

kann, mit Vernachlässigung des zweiten Gliedes im Nenner

$$T = \pi \sqrt{CL},$$

zur Berechnung der Dauer einer einfachen Schwingung dienen.

$$C = 0{,}036 \,.\, 10^{-15} \text{ C.G.S.}$$

$$L = 24{,}5 \,.\, 10^{9} \text{ C.G.S.}$$

$$T = 0{,}00295 \text{ Sek.}$$

2. Mit Eisenkern bei kurzgeschlossenem Primärkreise ergibt sich Fig. 9; der geringeren Selbstinduktion gemäß hat die gedämpfte Schwingung geringere Dauer als im ersten Fall, und zwar ist $T = 0{,}00141$ Sek.

Nach der Thomsonschen Formel

$$T = 0{,}00155 \text{ Sek.}$$

3. Ohne Eisenkern zeigt Fig. 10 die geringste Schwingungsdauer der oszillatorischen Entladung. Die Schwingungsdauer ergibt sich aus der photographischen Aufnahme als

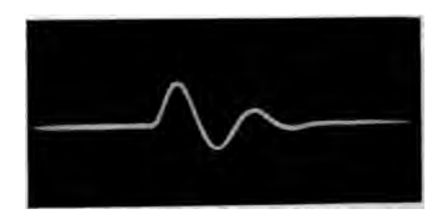


Fig. 9.

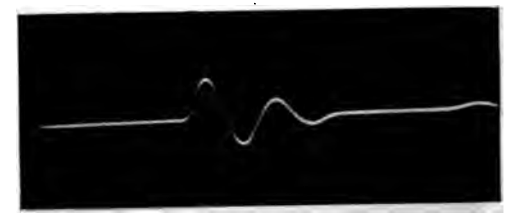


Fig. 10.

$T = 0{,}00124$ Sek. Aus der Thomsonschen Formel berechnet ist $T = 0{,}00123$ Sek. Die Aufnahmen sind mit dem Oszillographen Nr. 2 ausgeführt.

Ich möchte noch bemerken, daß langsame elektrische Schwingungen im Kreise der Flaschenbatterie in sehr einfacher Weise auch mittels des *optischen Telephons* objektiv dargestellt werden können. Ich bediene mich zu diesem Zwecke eines Verfahrens, welches zuerst von Elihu Thomson beschrieben und in recht lehrreichen Untersuchungen von Hrn. O. Fröhlich[1]) angewendet wurde. Aus leichtem Material stelle ich

1) O. Fröhlich, Elektrotechn. Zeitschr. 8. p. 210. 1887; 10. p. 345 und p. 369. 1889.

. kurzarmigen Hebel her, auf welchen ich ein leichtes
gelchen klebe. Die Achse des leichten Hebels wird von
vibrierenden Membran des Bellschen Telephons gedreht.
Elongationen der Telephonmembran werden auf diese Weise
roße Winkelabweichungen verwandelt.[1]) Dieser recht be-
nen Zusammenstellung haften mehrere Mängel an. Die
stinduktion der Telephonspule führt ein neues Element
en Stromkreis; ferner sind infolge der magnetischen Polarität
Membran die Elongationen zu beiden Seiten nicht gleich.
lich läßt sich der Einfluß der Eigenschwingungen der
nbran schwer ohne Verminderung der Empfindlichkeit des
rumentes eliminieren.

II. *Verlauf der induzierten Ströme im Sekundärkreise des
uktoriums.* Dieser Gegenstand wurde experimentell vielfach
h der v. Helmholtzschen Methode behandelt. Besonderer
rähnung wert ist die Arbeit von Hrn. Colley[2]), in welcher
llometrische Versuche angeführt werden, jedoch die Geiss-
sche Röhre zur Untersuchung des Verlaufes der induzierten
ime verwendet wird.

Mit Hülfe des schnellschwingenden Oszillographen können
die Erscheinungen objektiv darstellen und die Stromkurven
h photographieren.

Von den mannigfaltigen Erscheinungen, die sich der Unter-
hung darbieten, will ich in dieser Mitteilung nur diejenigen
ausgreifen, welche wir in dem Falle beobachten, wenn in
Primärkreis des Induktoriums intermittierende Ströme ge-
det und in den Sekundärkreis Kondensatoren eingeschaltet
den, um hier die Oszillationsdauer zu vergrößern.

Gemäß der in Fig. 11 skizzierten Versuchsanordnung ist
den Primärkreis ein Kohlscher Quecksilber-Strahlunter-
cher (*U*) eingeschaltet, welcher pro Sekunde 236 Unter-
chungen und ebenso viele Stromschlüsse gibt. Die Dauer
r Stromunterbrechung ist größer als die eines Strom-
usses, da auf dem Kontaktkranze von 9 cm Durchmesser
drei Kontaktstücke befestigt sind, gegen welche der Queck-

1) F. Wittmann, Mathem. u. naturwiss. Berichte aus Ungarn 9.
S. 1891.

2) R. Colley, Wied. Ann. 44. p. 109. 1891.

silberstrahl in einer Höhe strömt, wo der Kontaktstreifen gefähr 1,5 cm breit ist.

In den Sekundärkreis war die Flaschenbatterie 0,036 Mikrof. Kapazität und Oszillograph Nr. 2 eingesch

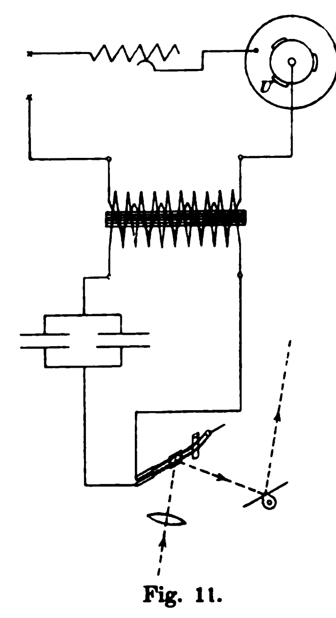


Fig. 11.

Zur Darstellung des Stromkur bildes diente als Lichtquelle trisches Bogenlicht. Der bei di Versuchen verwendete, um die tikale Achse rotierende Plansp wurde von einem kleinen Uhrw angetrieben.

Versuch mit dem Induktor Siemens & Halske, ohne Kon sator im Primärkreise. Den lauf des induzierten Stromes das photographische Bild Fig

Die gedämpften Schwingu von kurzer Dauer — 0,0016 Sek entsprechen dem primären St schlusse; die Schwingungen größ Dauer — 0,0031 Sek. — entspre der Periode der primären St unterbrechung.

Den großen Unterschied in der Schwingungsdauer kö wir uns leicht aus der Tatsache erklären, daß beim Schl des Primärkreises der Koeffizient der Selbstinduktion

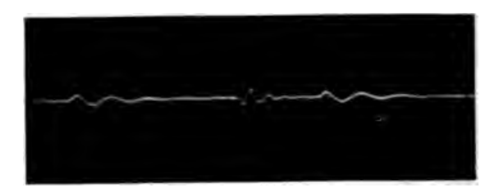


Fig. 12.

Sekundärspule geringer ist, als bei geöffnetem Primärkr folglich die Schwingungsdauer mit der Theorie übereinstim geringer ist.

Recht lehrreich ist der Vergleich der bei der Entla einer Flaschenbatterie entstehenden elektrischen Schwingu

jenen, welche im Sekundärkreise eines Induktoriums ent-
ıen, wenn durch den primären Stromkreis intermittierender
›m fließt. Bei den erwähnten Versuchen über die Ent-
ang der Leydener Batterie war der sogenannte Thomson-
e Kreis von der Batterie und mit derselben in Reihe ge-
alteter Sekundärspule des Siemensschen Induktors gebildet.
ı Dauer der bei der Entladung entstehenden Oszillationen ist

$$T = \pi \sqrt{CL},$$

C die Kapazität der sich entladenden Batterie und L die
bstinduktion der in den Entladungsstromkreis geschalteten
rundärspule bedeutet.

Betrachten wir erstens den Fall, wenn die Sekundär-
ıle den Eisenkern enthält, und die Primärspule offen ist;
eitens den Fall, wenn die Sekundärspule den Eisenkern ent-
lt, die Primärspule aber geschlossen ist. Die Selbstinduktion
, nach folgender Tabelle $L_1 = 24{,}5$ bez. $L_2 = 6{,}6$ Henry; die
uer einer Schwingung, den Versuchen gemäß, für den ersten
ll 0,00272 Sek. und für den zweiten Fall 0,00141 Sek.

Vergleichen wir dies mit den Ergebnissen jener Ver-
chsanordnung, bei welcher im Primärstromkreise desselben
iemens-Halske-Induktors ein Stromunterbrecher, im Sekun-
ärstromkreise eine Flaschenbatterie eingeschaltet war. In
iesem Falle besteht der Schwingungskreis aus denselben Ele-
nenten wie oben bei Entladung der Batterie. Es ist also die
chwingungszeit für den Sekundärkreis des Induktoriums

$$T = \pi \sqrt{CL},$$

ro C die Kapazität der im Sekundärkreise eingeschalteten
latterie und L die Selbstinduktion der Sekundärspule des In-
uktors bedeutet. Während des Stromschlusses ist die Selbst-
ıduktion der Sekundärspule $L_2 = 6{,}6$ Henry. Während der
tromunterbrechung aber $L_1 = 24{,}5$ Henry.

Die Schwingungsdauer ergab sich laut Versuch während
r veränderlichen Periode des Stromschlusses gleich 0,0016 Sek.,
ihrend der Unterbrechung gleich 0,0031 Sek. Die Ergebnisse
ıd in folgender Tabelle übersichtlich zusammengefaßt.

	Verwendeter Induktor	*L* Henry	*C* Mikrof.	*R* Ohm	Zeitdauer einer einfachen Sc[h…] Sekunden: Nach der W. Thomsonschen Formel berechnet	Im Entladungskreise der Batterie gemäß des Versuches	Im Sek[…] des In[…] beim Schließen des Primä[r]stromes
Induktor von Siemens & Halske	Mit Eisenkern, Primärkreis offen	24,5	0,036	1637	0,00295	0,00272	—
	Mit Eisenkern, Primärkreis geschlossen	6,6	0,036	1637	0,00155	0,00141	0,0016
	Ohne Eisenkern	4,24	0,036	1637	0,00123	0,00124	—

Die Resultate neuerer schon im Flusse befindliche[n Ex-]perimente mit vollkommeneren Hülfsmitteln und veränd[erten] Versuchsbedingungen, lehrreiche Fälle behandelnd, w[erden] fernere Daten als Beweise der recht guten Verwendbarkei[t der] mitgeteilten Methode liefern.

Budapest, Techn.-Physik. Laborat. des Polytechnik[ums.]

(Eingegangen 6. Juni 1903.)

7. *Über Messungen hoher Spannungen;*
von E. Voigt.

(Auszug aus der Würzburger Inaugural-Dissertation.)

---

1. Die Arbeit beschäftigt sich mit einer Methode, welche Spannungen bis 100000 Volt mit 1—2 Proz. Genauigkeit zu messen gestattet. Das Verfahren kann ohne Bedenken auf Messungen noch höherer Spannungen ausgedehnt werden, doch standen mir solche über die angegebene Grenze hinaus nicht zur Verfügung, so daß ich in dieser Richtung auch keine Versuche machen konnte. Die großen experimentellen Schwierigkeiten bei Arbeiten mit hohen Spannungen beginnen mit etwa 50000 Volt, denn bei dieser Spannung treten an allen Unebenheiten der Apparate und den immer gefährdeten Stellen der Isolationsmittel bedeutende Verluste durch Ausstrahlung und Oberflächenleitung ein; als notwendige Folge dieses Übelstandes ergibt sich die Forderung, von einem Meßinstrument, das ja der Natur der Sache nach u. a. immer dünne und daher in elektrischer Beziehung gefährdete Metallbestandteile hat, die hohen Spannungen fernzuhalten, ihm also nur einen bestimmten Teil der ganzen Spannung zuzuführen.

Das Prinzip der Spannungsteilung, zu dem diese Überlegung führt, läßt zwei Ausführungen zu, nämlich Teilung durch vorgeschaltete Kondensatoren, und Teilung durch Herstellung eines Spannungsabfalles an einem Widerstand. Das erstere Verfahren ist schon öfters angewendet worden, bislang ohne großen Erfolg, von dem zweiten habe ich Gebrauch gemacht.

2. Bei der praktischen Ausnützung dieses Prinzipes schafft schon die erste Frage nach einem geeigneten Widerstands-

material große Schwierigkeiten; leider sind noch alle Bemüh ungen nach einem festen Widerstandsmaterial, das konstant Werte von Millionen Ohm liefert, erfolglos geblieben. Ich benützte zu meinen Versuchen ein Material, das in der gegen wärtigen physikalischen Meßtechnik im allgemeinen nicht zu präzisen Messungen benützt zu werden pflegt, nämlich Holz. Das Holz besitzt allerdings einen großen Temperaturkoeffi zienten; trägt man jedoch dafür Sorge, daß der Holzstab — in dieser Form kam das Holz zur Verwendung — ein voll ständig gleichmäßiges Gefüge, also etwa pro 1 cm Länge den gleichen Widerstandswert und überall gleiche Temperatur hat, so fällt dieser Einfluß vollständig heraus, denn zur Messung wird nicht ein Absolutwert, sondern nur ein Verhältnis zweier Längenteile desselben Holzstabes gefordert. Heißt das an unbekannten Potential V anliegende Ende des Stabes A, das andere an Erde liegende Ende B und ist außerdem ein Zwischenpunkt C gegeben, an dem die Spannung V_1 elektro metrisch gemessen werden kann, so ist die gesuchte Spannung V

$$V = V_1 \frac{A\,B}{B\,C}.$$

Sehr brauchbar hat sich Ahornholz erwiesen, das mehrere Jahre gelagert hatte; es wurde auf der Hobelmaschine auf den überall gleichen Durchmesser von 7 mm gebracht und zur Vermeidung von Spitzenwirkung sauber poliert. Ausgesuchte Stäbe dieser Art waren so homogen, daß zwischen den durch Längenmessung und dem elektrisch gefundenen Verhältnis AB/BC nur Unterschiede von 5 Proz. auftraten. Mit solchem Stabe operierte ich zunächst in freier Luft; bald überzeugte ich mich aber, daß an der Seite des hohen Potentiales durch Ausstrahlungen an die Luft, die durch influenzierende benachbarte Körper noch verstärkt wurden, beträchtliche Verluste sich einstellten, welche das Meßverhältnis in ganz unkontrollierbarer Weise beeinflußten. Zur Vermeidung dieser Verluste wurde deshalb der ganze Stab (120 cm Länge und 0,7 cm Durchmesser) in ein Dielektrikum eingebaut, aus dem nur die Zuleitungen herausragten. Zugleich wurde dadurch der Stab äußeren Einflüssen vollständig entzogen, und es bestand nur die Gefahr, daß infolge der Stromwärme, die der Holzwider

stand selbst lieferte, dieser durch höhere Temperaturen sein Widerstandsverhältnis doch noch in unliebsamer Weise ändern könnte; ein ideal gleichmäßiges Holz ist natürlich nicht zu beschaffen. Das Experiment lehrte, daß die Änderungen des Widerstandsverhältnisses in praktisch als bedeutungslos anzusehenden Grenzen blieben; selbst nach Dauerversuchen betrugen die Abweichungen des Verhältnisses von seinem Anfangswert maximal 4 Proz.

3. Die Einbettung des Holzstabes in ein Dielektrikum vollzog sich nicht ohne Schwierigkeiten. Das Paraffin, das hierbei benützt wurde, hat ja die wenig willkommene Eigenschaft, beim Erstarren Blasen zu bilden; namentlich an dem Holzstabe selbst traten ganze Hohlräume auf. Sollte die Einbettung überhaupt Sinn haben, so war natürlich wegen der möglichen Ausstrahlungsverluste auf ein ganz gleichmäßiges Anliegen des Paraffinmantels Gewicht zu legen. Stundenlang dauerndes Nachgießen von heißem Paraffin zu dem eben erstarrenden und ebenso lang dauerndes allmähliches Abkühlen in einem Raume von etwa 40° C. brachten durchaus keinen besseren Erfolg. Erst ein Zusatz von reinem Bienenwachs beseitigte die Schwierigkeit in ganz einfacher Weise. Der Einguß der über Wasser geschmolzenen Isoliermasse (2 Teile Paraffin und 1 Teil Wachs) geschah ohne besondere Vorsichtsmaßregeln; der polierte Stab war dabei mit Seidenfäden in der Mitte des seiner Hauptrichtung nach horizontal aufgestellten Blechgefäßes befestigt.

Waren jetzt die Verluste an dem Holzstabe selbst beseitigt, so blieb doch noch als Quelle eines großen Verlustes die Stelle übrig, an der die Zuleitung von der Influenzmaschine erfolgte. Für die Genauigkeit des Widerstandsverhältnisses kam dieser Übelstand nicht in Betracht, dafür war er für Erreichung eines hohen Potentiales um so wichtiger. Die Meßanordnung, die ja nicht Selbstzweck sein soll, darf natürlich nicht so viel Verluste herbeiführen, daß das Potential der Maschine schon hierdurch allein um ein Drittel geschwächt wird. Und diese Gefahr liegt bei den Messungen hoher Spannungen für die gewöhnlich gebrauchten Influenzmaschinen in der Tat in bedeutendem Maße vor. Ich konnte anfangs wegen der Ausströmungen an den Zuleitungen ein Potential von 70000 Volt

nur mit Mühe erreichen. Wie sorgfältig die Zuleitung gestellt wurde, davon gibt Fig. 1 eine Anschauung; die Figur gibt einen Teil des Längsschnittes durch den Widerst wieder.

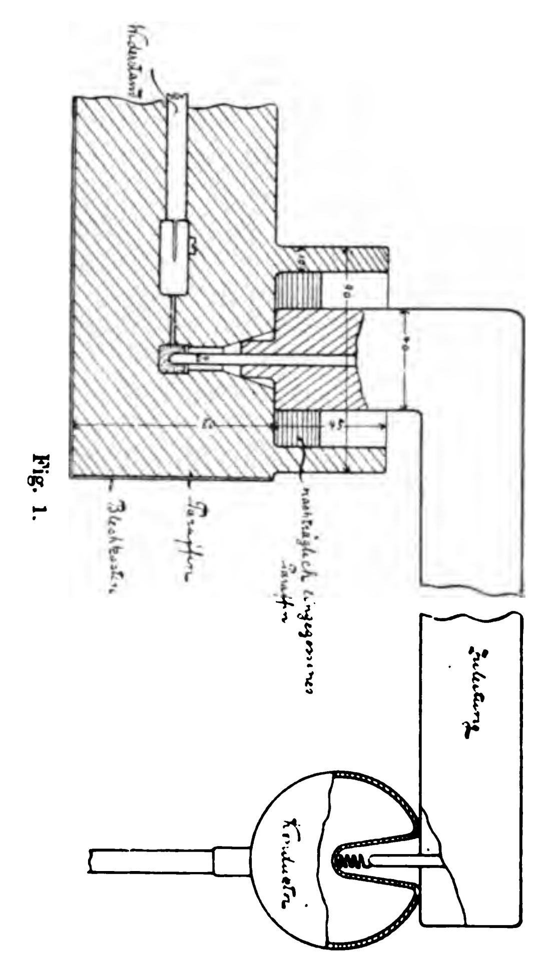


Fig. 1.

Die oben erwähnte Stelle *C*, an der die Spannung elektrometrisch gemessen wurde, bekam höchstens 22000 V hier lag die Gefahr vor, daß sich eine Oberflächenentlad nach den abgeleiteten Gefäßwänden ausbildete; solche erwünschte Entladung aber hätte hier einen Fehler bei unse

Messungen verursacht und mußte soweit wie möglich durch Verlängerung des Entladungsweges beschränkt werden. Das gelang gut, als die Potentialabnahmestelle C in einer Weise hergestellt wurde, wie sie Fig. 2 zeigt (Querschnitt durch den Widerstand). Die mit W bezeichneten Paraffinteile sind nachträglich aufgeschmolzene Wände und bilden einen viereckigen Kasten, in dessen Bodenmitte das $1^1/_2$ cm weite Loch zur Potentialabnahmestelle sich befindet. In den Figuren, in denen übrigens die Dimensionen durch Zahlen in Millimeter gekennzeichnet sind, ist die Zuleitung bez. Ableitung nicht direkt geschehen, sondern durch Vermittelung von Kappen, von denen eine in Fig. 3 noch besonders dargestellt ist. Die Kappe kann durch die Schraube a fest an den Holzstab gepreßt werden, der Metallstift k hat den Zweck, die kleineren stündlichen Temperaturschwankungen abzudämpfen. Ohne den Stift könnten leicht die benachbarten Teile des Holzstabes eine andere Temperatur als die weiter entfernten

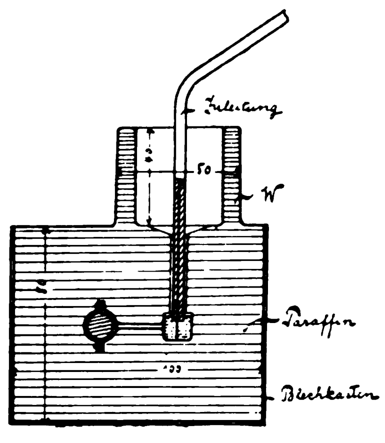


Fig. 2.

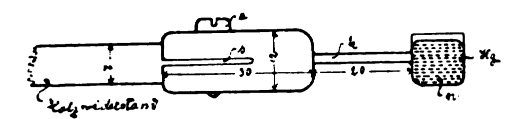


Fig. 3.

annehmen, damit aber wäre das Widerstandsverhältnis geändert. Nachdem Widerstand und Zuleitungen vollständig in ein schützendes Dielektrikum eingeschlossen waren, konnte nunmehr annähernd ein Potential von 100000 Volt erreicht werden, die Verluste durch die Meßanordnung waren so gering, daß man an die isolierte Zuleitung, die unter 100000 Volt Spannung stand, ruhig die Hand legen konnte, ohne daß das Elektrometer eine

wesentliche Verringerung seines Ausschlages gezeigt hätte. Ein für die Richtigkeit des Widerstandsverhältnisses in Betracht kommender Verluststrom durch das Paraffin hindurch nach den Gefäßwänden konnte von einer Größenordnung, die durch Benützung eines Siemensschen Spiegelgalvanometers von $5 . 10^{-10}$ Amp./Skt. Empfindlichkeit gegeben war, nicht festgestellt werden. Da der Strom durch den Meßwiderstand selbst minimal 10^{-6} Amp. betrug, waren Bedenken in der angegebenen Richtung nicht zu erheben.

4. Als Meßinstrument, das die Spannung V_1 elektrometrisch zu messen hatte, diente ein Heydweillersches Spiegelelektrometer, das ich mir nach Heydweillers Angaben[1]) mit geringen Änderungen hatte bauen lassen. Dieses Instrument hat den Vorzug guter Dämpfung und weist, was gerade für meine Meßmethode wichtig war, infolge der verhältnismäßig kleinen Oberfläche und runden Gestaltung aller Einzelteile einen geringen Ausstrahlungsverlust auf. Die Eichung geschah mit Hülfe des absoluten Schutzringelektrometers; hierbei wurde der Zeiger der Wage, an deren einem Ende die bewegliche Platte aufgehängt war, in die untere Hälfte des Gesichtsfeldes des Fernrohres gespiegelt, mit welchem das Spiegelelektrometer beobachtet wurde. Beide Instrumente waren elektrisch verbunden und zunächst auf ein höheres Potential gebracht als den aufliegenden Gewichten des absoluten Elektrometers entsprach. Durch allmähliche Potentialerniedrigung wurde schließlich ein Punkt erreicht, wo an der Wage Gleichgewicht und sofort darauf ein Ausschlag der Zunge stattfand. Der in diesem Momente herrschende Ausschlag des Spiegelelektrometers, die aufliegenden Gewichte der Wage und die geometrischen Abmessungen des absoluten Instrumentes gestatten den Reduktionsfaktor des Spiegelelektrometers zu messen. Der Faktor war nicht für die ganze Skala konstant, sondern mußte für Ausschläge von 100—350 Skt. punktweise bestimmt werden. Außerdem wurde mit mehreren Plattenabständen des absoluten Instrumentes gearbeitet, so daß der Einfluß von Beobachtungsfehlern ermittelt werden konnte. Eine graphische Darstellung (Skalenteile als Ordinaten und Wert

1) A. Heydweiller, Wied. Ann. 48. p. 110. 1893.

des Reduktionsfaktors als Abszissen) gab ein Bild über die Genauigkeit der Messungen in sich. Es ergab sich, daß der Reduktionsfaktor als auf 1 Proz. genau anzusehen war. Die maximale direkt zu messende Spannung betrug, wie schon erwähnt, 22000 Volt.

5. In Fig. 4 stellt $ABCD$ den Holzwiderstand dar, B und C sind Potentialabnahmestellen, das Elektrometer, dessen Isolationswiderstand d ist, liegt augenblicklich an C, die Teile des Widerstandes sind mit a, b, c bezeichnet, der Widerstand d des Elektrometers bildet einen Nebenschluß zu $(a + b)$; da dieser Widerstand selbst 10^9 Ohm hatte — der ganze Widerstand AD hatte 10^{10} Ohm —, so konnte unter Umständen die

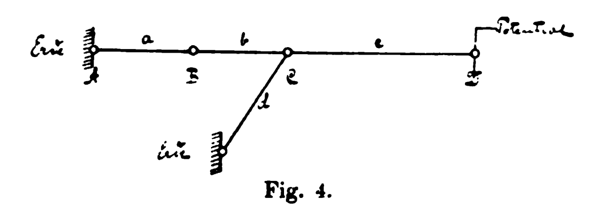


Fig. 4.

Größe von d zu Korrektionen Veranlassung geben und mußte deshalb bestimmt werden. Die Bestimmung geschah durch Beobachtung des zeitlichen Verlustes einer Ladung, die dem Elektrometer mitgeteilt wurde, eine Methode, die deshalb vorteilhaft erschien, weil sie nachher beim Gebrauch des Meßwiderstandes mit Hülfe einer einzigen Ausschaltung und ohne jeden Nebenapparat beliebig oft benützt werden konnte. Bei der ersten Messung erscheint freilich das Verfahren umständlich, weil zunächst die Kapazität c des Instrumentes bekannt sein muß; denn ist w der Isolationswiderstand und sinkt das Potential in der Zeit t vom Werte v_1 auf den Wert v_2, so ist

$$w\,c = \frac{t}{\operatorname{lognat} \frac{v_1}{v_2}}\,.$$

Es wurde nun eine kleine Zusatzkapazität c_2, deren Wert nach der Harmsschen Methode [1]) bestimmt wurde, und deren Widerstand w_2 durch Spannungs- und Strommessung (mit

1) F. Harms, Physik. Zeitschr. 4. p. 11. 1903. Hr. Harms war selbst so freundlich, mir die Messung mit seinen Apparaten auszuführen.

10000 Volt) festgestellt wurde, zum Elektrometer angeschaltet. Aus den Beobachtungen mit angeschalteter Zusatzkapazität (Werte w_2, c_2, t_2, v_1'' und v_2'') und nicht angeschalteter Zusatzkapazität (Werte t_1, v_1' und v_2') läßt sich w nach der leicht zu erhaltenden Formel

$$w = w_2 \frac{t_2 \log \frac{v_1'}{v_2'} - t_1 \log \frac{v_1''}{v_2''}}{\log \frac{v_1'}{v_2'} \left(w_2 c_2 \log \frac{v_1''}{v_2''} - t_2 \right)}$$

berechnen. w ergab sich also direkt; c wurde auch bestimmt, weil eben der späteren Kontrolle wegen die Benützung der ersten Formel erwünscht war.

Es wurde gefunden

$$c = 8 \,.\, 10^{-11} \text{ Farad,}$$

$$w = 3 \,.\, 10^{12} \text{ Ohm.}$$

Der angegebene Wert für w war der kleinste, der beobachtet wurde, meist hielt sich w auf einer Höhe von $2 \,.\, 10^{13}$ Ohm.

6. Es war das Nächstliegendste, das Widerstandsverhältnis auf galvanometrischem Wege durch Messung der Absolutwerte der einzelnen Teile festzustellen. Spannungs- und Strommessung lieferten den Widerstand als Quotienten; die erstere geschah mit einem Deprezinstrument von Dr. Rudolf Franke & Co. in Hannover, die letztere mit dem schon erwähnten Spiegelgalvanometer von Siemens & Halske. Die Empfindlichkeit des Galvanometers wurde für verschiedene Ausschläge sorgfältig bestimmt, so daß die Instrumente für sich eine Genauigkeit von 1 Proz. erlaubt hätten. Der Versuch brachte jedoch Resultate, die um mehr als 5 Proz. voneinander abwichen.

Die drei Widerstände DC, CB, BA kann man offenbar in verschiedener Weise messen, je nachdem man sie einzeln oder summiert bestimmt. Man erhält so die Möglichkeit zur Kontrolle der Messung in sich. Alle möglichen Permutationen ließen sich nicht ausführen, da teilweise die Ausschläge zu klein wurden. Es wurde für das Verhältnis $AD/AB = 4{,}83$ und 4,13 gefunden, für das Verhältnis $AD/AC = 2{,}27$ und 2,10, die entsprechenden Mittel wären 4,48 und 2,18. Die Abweichungen mögen ihre Ursache in Polarisationen, Kontaktpotentialen etc. haben; die gebrauchte Meßspannung betrug

olt; erweckte elektromotorische Kräfte von 1—2 Volt in
aa machen da natürlich schon Beträchtliches aus.

Die Bedenken gegen diese Methode wurden noch durch die
legung verstärkt, daß ein 1000 mal $\left(= \frac{70\,000}{70}\right)$ stärkerer
n den Widerstand trotz verhältnismäßig gleichmäßigen
materiales doch noch in unliebsamer Weise verändern
te. Ich suchte deshalb nach einem Verfahren, mit einer
direkt meßbaren Hochspannung von etwa 20000 Volt
Verhältnis direkt bestimmen zu können. Man könnte
n denken, den Holzwiderstand bei *A* nicht direkt mit der
e zu verbinden, sondern den Strom erst durch ein Galvano-
er zu schicken und zu messen. Ich machte in dieser
tung auch Versuche, doch waren auch hier durch die
wierigkeit, das Potential konstant zu halten und durch die
ärmung der Widerstände die Genauigkeitsgrenzen ziemlich
e. Dagegen konnte ich mit einem anderen Verfahren eine
auigkeit von 1 Proz. erzielen. Ich benützte hierbei das
olute Elektrometer als Hülfsmittel, um eine willkürlich ge-
mene Spannung von etwa 20000 Volt nach Belieben oft
genau zu erkennen. Das Elektrometer brauchte dazu
t sorgfältig justiert zu werden, da es für *eine* Meßreihe
er dasselbe Potential anzeigte, dessen absolute Größe
chgültig war. Es ließe sich deshalb für diesen Zweck das
rument unter Umständen durch einen ganz einfachen Apparat
tzen.

In Fig. 5 ist eine Skizze der gesamten Anordnung ge-
en.

Der Meßwiderstand *W* ist mit der Influenzmaschine *J*
ch die Zuleitung *Z* verbunden. Der Nebenschlußmotor *L*
Volt Spannung) treibt die Influenzmaschine an. — *E* ist
e Kapazität von 600 cm, an die noch eine Funkenstrecke
geschaltet werden kann. Das Spiegelelektrometer mit
utzzylinder wird durch *F* angedeutet, während *G* das ab-
ute Plattenelektrometer bedeutet, welches links neben dem
obachter erschütterungsfrei aufgestellt ist. Zur Rechten
s durch Fernrohr *H* schauenden Beobachters befindet sich
n Tischchen *K*, von dem aus mittels Fäden Ausschaltungen
d Regulierungen vorgenommen werden können. Auch be-

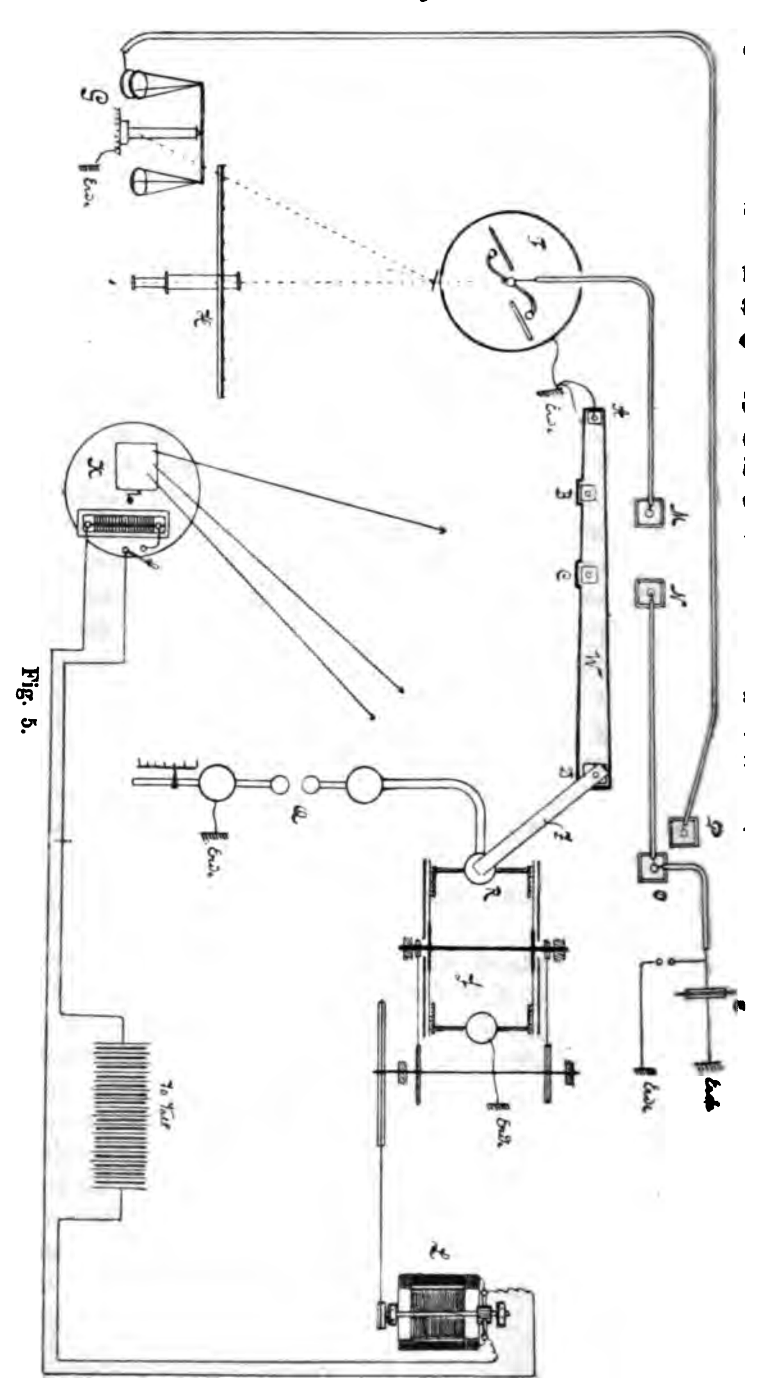


Fig. 5.

sich hier ein Ruhstratscher Schleifwiderstand von
n, durch den die Geschwindigkeit des Elektromotors
t werden kann.

und *C* sind zwei Potentialabnahmestellen vom Meß-
tande. In ihrer Nähe befinden sich die Kontakte *M*
Fig. 6 stellt einen solchen
kt dar. *M* ist durch Lei-
in $1^1/_2$ cm weiten Glas-
ı mit dem Spiegelelektro-
F fest verbunden, ebenso
t der anderen Kontakt-
O. Mittels gebogener
:, die in Glasröhren und
fin sauber eingelegt sind,
:n zwischen *M*, *N*, *B* und *C*
ıige Schaltungen vorge-
ıen werden.

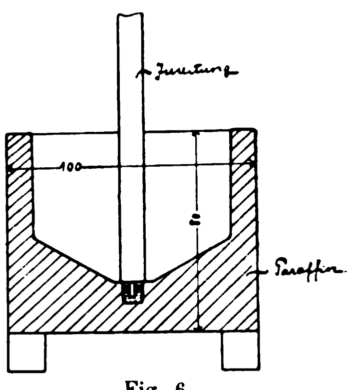


Fig. 6.

Kontaktstelle *O* ist fest mit
zität *E* verbunden und
ferner mit Kontakt *P* und damit mit dem Plattenelektro-
:, außerdem aber mit dem Konduktor *R* der Influenz-
hine durch lösbare Leiter verbunden werden. *Q* ist eine
enstrecke, an der später verschiedene Versuche gemacht
en. Die spannungsliefernde Quelle war eine zweiplattige
zsche Maschine. Wie die Schwierigkeiten, die ein häufigeres
ıgen der Maschine herbeiführten, behoben wurden, sei
ibergangen; von Interesse dürfte jedoch noch folgendes sein.
Schon bei geringer Geschwindigkeit *einer* Glasscheibe
$\frac{\text{Umdrehungen}}{\text{Min.}}\Big)$ wurden 60000 Volt erzeugt; doch erst mit
$\frac{\text{Imdrehungen}}{\text{Min.}}$ beider Scheiben, also mit der fünffachen Elek-
ätsmenge ließ sich das Maximum mit 94000 Volt ge-
:n; da die Elektrizitätsmenge und also auch das Poten-
er Umdrehungszahl annähernd proportional ist, so geht aus
nitgeteilten Zahlen hervor, welch gewaltige Verluste mit
hung der Spannung auftreten, und zwar nur an der ver-
ismäßig kleinen Oberfläche des Konduktors und Zuleitungen.
außergewöhnliche Vorrichtungen, wie etwa die 60 plattige

Töplersche Maschine, dürften beträchtlich über 100000 Vo[lt] liegende Potentiale zu erreichen gestatten.

Zur Bestimmung des Meßverhältnisses war nun O für [die] Dauer der ganzen Messung mit P und R in Verbindung, [so] daß das Plattenelektrometer immer direkt an der Influe[nz]maschine lag.

Die Messung zerfiel in folgende Phasen:

1. N mit M verbunden; Ausschlag am Spiegelelektromete[r;] Potential durch Reguliervorrichtung allmählich erniedrigt, [bis] Wage ausschlägt. Ausschlag α.

2. Verbindung M-N gelöst; M mit C verbunden, Potenti[al] wieder erniedrigt, bis Ausschlag β bei Umkippen der W[age].

3. Wiederholung von 1. zur Kontrolle, ob nichts veränd[ert].

Wären die Spiegelelektrometerausschläge genau proportio[nal] den Quadraten der Spannungen, so wäre das Widerstandsverhältnis AD/AC

$$\frac{AD}{AC} = \sqrt{\frac{\alpha}{\beta}}.$$

Der Abweichungen halber von der Proportionalität empf[iehlt] sich die Umrechnung auf Volt.

Nach Messung 2 kann man noch das Verhältnis AD/AB und durch Kurzschließen des Widerstandes CD mittels der Verbindung N—C auch das Verhältnis AC/AB bestimmen.

Dem Ausschlag α wurde ein möglichst großer Wert gegeben; er betrug meist zwischen 320 und 350 Skt., entsprechend einer ungefähren Spannung von 20000 Volt. Infolge der quadratischen Proportionalität werden die Ausschläge β immer verhältnismäßig klein; für Verbindung C—M wurde er unter den gewählten Verhältnissen ca. 70 und für Verbindung M—B nur noch 17 Skt. Vergrößerung des Ausschlages wäre nur durch Verkleinerung des Widerstandsverhältnisses AD/AX zu erreichen; für Erreichung einer Meßgrenze von ca. 100000 Volt aber mußte bei dem gegebenen Elektrometer das Verhältnis AD/AB gegen 4,5 betragen. Hauptsächlich zur besseren Messung des Verhältnisses AD/AB, aber auch zur Messung relativ kleinerer Potentiale wurde deshalb das Verhältnis AD/AC noch eingeschoben.

Ist

$$\frac{AD}{AC} = \frac{a+b+c}{a+b} = m$$

d

$$\frac{AC}{AB} = \frac{a+b}{a} = n,$$

folgt durch Multiplizieren

$$\frac{AD}{AB} = \frac{a+b+c}{a} = (m\,n).$$

ist ohne weiteres zu bestimmen, n nach Kurzschließen des iderstandsteiles CD; jetzt erhielt man für n auch einen sschlag von ca. 75 Skt.

7. Der Einfluß der Parallelschaltung von d zu $(a+b)$ rde in folgender Weise klargestellt. Beim Messen des Vertnisses m wird in Wahrheit bestimmt

$$m = \frac{\dfrac{(a+b)d}{(a+b)+d} + c}{\dfrac{(a+b)d}{(a+b)+d}}.$$

Daraus folgt durch Umformen

$$m = \frac{a+b+c}{a+b} + \frac{c}{d}.$$

Analog folgt für n

$$n = \frac{a+b}{a} + \frac{b}{d}.$$

Multiplizieren wir, wie oben, die beiden letzten Gleichungen, ist also durch den Versuch ermittelt

$$(m\,n)_1 = \frac{a+b+c}{a} + \frac{a+b}{a}\,\frac{c}{d} + \frac{a+b+c}{a+b}\,\frac{b}{d} + \frac{b\,c}{d^2}.$$

Es war nun

$$\begin{aligned} a &= 2{,}5\,.\,10^9 \text{ Ohm},\\ b &= 2{,}6\,.\,10^9 \quad ,,\\ c &= 2\;\;\,.\,10^9 \quad ,,\\ d &= 3\;\;\,.\,10^{12} \quad ,, \;. \end{aligned}$$

Unter Vernachlässigung des Gliedes $b\,c/d^2$ folgt deshalb

$$(m\,n)_1 = \frac{a+b+c}{a} + 2\,\frac{b+c}{d} \text{ (nahezu).}$$

Würde man jetzt $(m\,n)$ *direkt* durch Messung bestimmen wie man es nachher auch zu Messungen braucht —, so re gemäß dem Obigen zu setzen

$$(m\,n) = \frac{a+b+c}{a} + \frac{b+c}{d}.$$

Die Differenz zwischen $(m\,n)_1$ und $(m\,n)$ ergibt den F

$$(m\,n)_1 - (m\,n) = -\frac{b+c}{d}$$

$$= 3 \,.\, 10^{-3}.$$

$(m\,n)$ selbst beträgt ungefähr 4,5; der eingesetzte Wert v ist der ungünstigste, der bei feuchtem Wetter beobachtet wu selbst ein zehnmal kleinerer Wert von d würde erst Änderung des Resultates von $(m\,n)$ um 1 Proz. herbeifüh Außerdem würde man in solchem Falle noch eine Korrel einführen können, da es ein leichtes wäre, d zu bestimi

Die Bestimmung von d in Absatz 5 ist, wie ein Ver zeigte, auf etwa 30 Proz. genau; diese Genauigkeit würde vollständig hinreichend sein, denn selbst in dem angenomm Falle eines zehnmal kleineren Wertes von d würde der fluß der Bestimmung von d nur $0{,}01 \,.\, 0{,}3 = 0{,}003$, d. h. $^1/_3$ P ausmachen.

8. Um eine Anschauung davon zu geben, wie genau arbeitet werden konnte, gebe ich in Tab. 1 eine Messu reihe, wie sie anfangs oft gemacht wurden, um über das verfahren Erfahrungen zu sammeln.

Unter D, C, B_2 sind die Potentiale bei den bezügli Verbindungen mit M zu verstehen, auch für B_1 gilt das, mit dem Unterschiede, daß $D\,C$ kurzgeschlossen war.

Tabelle 1.

D		C		B_1	
Skalenteile	Volt	Skalenteile	Volt	Skalenteile	V
355		75,4		78,5	
356		75,4		78,5	
355,5		75,4	9 960	78,5	10
356	21 100				
C		D		B_2	
74,6		354,1		17,8	
74,8		354,2		17,8	
74,8		354,2	21 050	17,8	4
74,8	9 920				

Für D und C sind je zwei Aufnahmen gemacht, die ximale Abweichung beträgt 0,4 Proz. Es berechnet sich

$$m = \frac{21\,075}{9940} = 2{,}120\,.$$

$$n = \frac{21\,075}{10\,160} = 2{,}075\,.$$

raus

$$(m\,n) = 2{,}120\,.\,2{,}075$$
$$= 4{,}40\,.$$

Die direkte Bestimmung lieferte

$$(m\,n)_1 = \frac{21\,075}{4840} = 4{,}36\,.$$

Die direkte Bestimmung von $(m\,n)_1$, obgleich zur Berechnung nötig, wurde öfters gemacht, weil sie ein gutes Mittel war r Kontrolle über die ganzen Messungen. Größere Abichungen als $1-1^1/_2$ Proz. durften nicht stattfinden.

Anstatt des Plattenelektrometers kann man zur Fixierung iner bestimmten Hochspannung auch Funken benützen an ner solid montierten Funkenstrecke. Auch hiermit kann man ine verhältnismäßig hohe Genauigkeit in der Eichung des Widerstandsverhältnisses erreichen. Während der Vorversuche wurden einmal zwei Widerstandsverhältnisse mit Hülfe des Plattenelektrometers, darauf dann mit Hülfe von Funken bestimmt.

Mit Plattenelektrometer	bestimmt	2,184	bez.	2,856
„ Funken	„	2,16	„	2,83
	Differenz	1 %	bez.	0,9 %

Ein Arbeiten mit Funken erfordert eine größere Zahl von Einzelmessungen, da diese größere Abweichungen voneinander zeigen können, als die Messungen mit dem absoluten Elektrometer; bei dem letzteren genügten 2 bis 3 Einzelbeobachtungen in den meisten Fällen.

Nach Fertigstellung des definitiven Widerstandes war es zunächst wichtig festzustellen, ob sich das Widerstandsverhältnis

bei Messungen von mehreren Stunden infolge Erwärmung änd
Zu diesem Zweck wurde mehrere Stunden lang ein Strom u
einer Spannung von 60000 Volt durch den Widerstand
schickt, und in Zwischenräumen wurde schnell das Wi
standsverhältnis bestimmt. Da die Isoliermasse auch
guter Wärmeisolator, behielt der Holzstab für kurze Zeit
höhere Temperatur, die etwa bei dem vorher durchgeschick
stärkeren Strom auftrat, bei; eine schnell hinterher erfolg
Messung hätte also auch etwaige Veränderungen durch d
Temperatur nachweisen müssen; die Veränderungen, die
diese Weise gemessen wurden, waren meist vernachlässig
die Erwärmung noch zu gering.

Tabelle 2.

	Werte von m	(
Zu Beginn der Untersuchung	2,12	4
Nach 1 Stunde Stromdurchgang	2,13	4
„ 3 Stunden „	2,12	4
Am nächsten Tage nach weiterem 6stündigen Stromdurchgang	2,13	4

Das Mittel aus diesen Beobachtungen war 2,13 und 4,
gültig für die Anfangsmessungen im Oktober; selbst
mehrere Stunden lang dauernde Messungen war das Wi
standsverhältnis genügend konstant.

Es blieb der Wunsch bestehen, noch direkt festzustell
ob sich die Eichung der Meßwiderstände bei den hohen Sp
nungen änderte. Ein kleiner Holzwiderstand von $^1/_5$
Länge des Meßwiderstandes, also von 23 cm ungefähr,
den gleichen Querschnitt und gleiche Beschaffenheit wie
Meßwiderstand besaß, wurde ganz genau wie dieser in Isol
masse eingebaut und bei einer Spannung zwischen 5000 u
20000 Volt untersucht; der durch den Holzstab fließe
Strom wurde mit einem Wiedemannschen Galvanometer
messen. Die Stromstärke und der Spannungsabfall pro Ze
meter Länge des Holzstabes waren bei diesem kleinen Wi
stand dieselben wie beim Meßwiderstand unter fünffach größ
Spannung.

Es ergab sich

Tabelle 3.

Volt	Strom in Skalenteilen α	$\frac{\text{Volt}}{\alpha}$	
5 470	42,5	129	
7 450	58	128	
10 330	80	129	Größte Abweichung:
12 850	101	127	129 – 123 = 6,
15 600	121	129	
17 700	142	125	d. h. 4,7 Proz.
20 220	165	123	*auf* das Mittel 126.
15 600	123	127	
9 870	77	128	

Unter genau denselben Versuchsbedingungen wurde jetzt ieselbe Messung wiederholt für den Meßwiderstand; dabei urde die Spannung gemessen durch Verbinden der Punkte und B mit Hülfe des bekannten Verhältnisses 4,40, dabei hielt ich Tab. 4.

Die Zahlen dieser Tabelle sind Mittelwerte von je drei sechs Beobachtungen; es war schwierig, die hohen Spangen genügend konstant zu halten. Die Messung war nur chzuführen mit Assistenz eines zweiten Beobachters zur obachtung des einen Instrumentes.

Tabelle 4.

Volt	Strom in Skalenteilen α	$\frac{\text{Volt}}{\alpha}$	
92 800	231	40,2	Größte Abweichung:
73 300	181	40,5	41,9 – 40,2 = 1,7,
49 800	121	41,2	d. h. 4,3 Proz.
38 700	93	41,6	*auf* das Mittel 40,0.
28 100	67	41,9	

In Tab. 3 und 4 ist der Sinn der Abweichung des Quoten $\frac{\text{Spannung}}{\text{Strom}}$ von der Proportionalität mit größer werdender

Spannung derselbe, ferner ist die Größe der Abweichung bei beiden Messungen ebenfalls gleich; denn

für $\frac{20\,220}{5470}$ = 3,7 fache Spannungssteigerung zeigt die 1. Messung 4,7 Proz. Abweich.

für $\frac{92\,800}{28\,100}$ = 3,3 „ „ „ „ 2. „ 4,3 „ „

Weil nun bei erster Messung die Spannungsmessung direkt geschah, also einwandfrei auf etwa 1 Proz. richtig war, war auch die Spannungsmessung im zweiten Falle exakt, da die Abweichungen des Quotienten $\frac{\text{Spannung}}{\text{Strom}}$ bei beiden Messungen prozentual gleich groß waren. Die Abweichungen rührten also von der Versuchsanordnung her.

Daß der Mißwiderstand auch für stundenlangen Gebrauch konstantes Meßverhältnis zeigte, war vorhin besprochen worden; es erübrigt noch zum Schluß auch auf die Frage der Konstanz für längere Zeit einzugehen. Während der Monate Oktober bis Ende Januar betrug die größte beobachtete Abweichung vom Anfangswerte 3,9 Proz., und zwar trat diese ein nach einem besonders langen Gebrauche des Widerstandes; bei kürzerem und mehr normalem Arbeiten betrugen die Schwankungen nur die Hälfte. Im übrigen würden auch größere zeitliche Veränderungen keine Bedeutung haben, da schon von der anfänglichen Bestimmung des Widerstandsverhältnisses her alle Vorrichtungen vorhanden sind, die auch nachher zu dessen Bestimmung dienen. Eine solche Bestimmung des Widerstandsverhältnisses ließ sich je nach Übung in 10—20 Min. ausführen.

9. Es erschien wünschenswert die Brauchbarkeit der Methode an einer Anwendung zu zeigen; es wurden deshalb noch Funkenpotentiale in Luft und einigen festen Dielektrizis bestimmt.

Die Messungen der Funkenpotentiale in *Luft* gehen aus von Werten, die schon früher festgestellt worden sind. Die gemeinschaftlichen Werte geben ein Urteil über die erreichte Genauigkeit.

Für normale Temperatur und Luftdruck ergibt sich folgende Tabelle für Kugelelektroden mit Radius *r*.

Tabelle 5.

Kilovolt. $r = 2{,}5$ cm.

stand Kugeln cm	Heyd-weiller-Paschen	Eigene Messungen	Differenz	
0,1	32,7	32,0	2,2 %	Die größere Abweichung bei der ersten Messung erklärt sich ohne Zwang durch die größere Ungenauigkeit bei der Einstellung kleinerer Abstände.
0,12	38,4	37,8	1,6	
0,14	43,8	43,4	1	
0,16	48,6	48,1	1	

Die zwischen Kugeln verschiedener Radien ermittelten ınkenpotentiale sind in der Tab. 5 zusammengestellt. Die ssungen sind auf 2 Proz. genau, wie an verschiedenen Tagen gestellte Versuche bewiesen. Die mittlere Genauigkeit war gar größer wie das folgende Beispiel, in dem je eine schlechte d eine gute Messung gegeben ist, erkennen läßt.

Kugelradius 2 cm. Abstand 2 cm.

5. November	57,4 Kilovolt	Größte Abweichung 1,8 Proz.
6. „	57,3 „	
10. „	58,3 „	

Abstand 5 cm.

5. November	89,8 Kilovolt	Größte Abweichung 0,5 Proz.
6. „	89,4 „	
7. „	89,6 „	

Tabelle 6.

Kilovolt. Radius r in cm.

ugelabstand cm	$r = 1{,}0$ cm	$r = 2{,}0$ cm	$r = 2{,}5$ cm	$r = 3$ cm
1,2	35,4	38,0	38,0	37,8
1,4	38,7	43,4	43,4	43,4
1,6	41,4	47,5	48,1	48,4
1,8	—	51,5	53,5	54,5
2,0	—	54,5	57,7	58,7
2,5	—	61,4	67,0	69,6
3,0	—	66,7	73,0	78,0
3,5	—	70,6	78,2	84,2
4,0	—	73,6	82,4	89,4
4,5	—	75,7	86,0	93,8
5,0	—	77,9	89,6	—

Die Messungen von Funkenpotentialen in *festen Dielektricis* beziehen sich auf Glimmer, Paraffin, Hartgummi und Glas. Die Schwierigkeit bei diesen Messungen lag darin, daß die Funken über die Oberfläche der Dielektrika hinwegschlugen; ich benutzte im übrigen eine Anordnung, wie sie Almy [1]) beschrieben hat und wie sie in Fig. 7 abgebildet ist. Es stellte sich

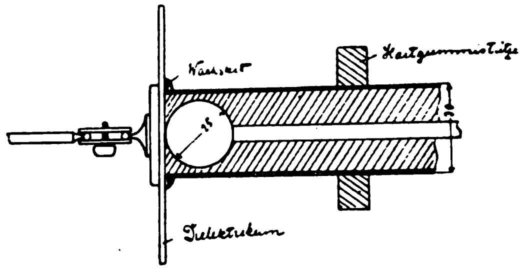


Fig. 7.

heraus, daß selbst verhältnismäßig reine und homogene Materialien große Unterschiede bezüglich der Durchschlagsfestigkeit aufweisen; in Hinsicht auf praktische Bedürfnisse erschien es mir richtiger, wohl gute, aber durchaus keine besonders peinlich präparierte Materialien zu untersuchen.

Ich gebe hier nur ganz kurz die gefundenen Zahlen:

1. Glimmer, Plattendicke 0,2—1 mm, Durchschlagspotentiale 25—54 Kilovolt.

2. Paraffin (Schmelzpunkt 52° C.), für je 0,1 mm (bis 1,2 mm) Dicke Durchschlagspotentiale von 8000 Volt ± 40 Proz.

3. Hartgummi, Plattendicke 0,25—0,5 mm, Durchschlagspotentiale 22—31 Kilovolt.

4. Glas, a) gewöhnliches Plattendicke 1—5 mm, Durchschlagspotentiale 40—90 Kilovolt; b) Jenenser 386^{III}, Röhren von 0,4 mm Wandstärke, Durchschlagspotential 82 Kilovolt.

Zum Schluß sei noch erwähnt, daß zur Regulierung und allmählichen Erhöhung des Potentiales eine Vorrichtung nach Fig. 8 angebracht war; diese Vorrichtung war namentlich für größere Elektrizitätsmengen viel brauchbarer als die gewöhnliche Spitzenanordnung. Sie besteht aus einem Holzwiderstand,

---

1) J. E. Almy, Ann. d. Phys. 1. p. 508. 1900.

nur Herstellung eines bestimmten Widerstandes mit Graphit erieben wurde; ein federnd anliegender Bügel, der zur s abgeleitet war, gestattete verschiedene Längen und damit ı verschiedene Widerstandswerte einzuschalten.

10. Außer der in dieser Arbeit beschriebenen Meßmethode de noch eine zweite direkte Methode bei einer Reihe von sungen untersucht, die jedoch kein brauchbares Resultat eben hat. Hierbei wurde das egelelektrometer, das nachher Abänderung auch bei der initiven Meßmethode benützt rde, vollständig in gut iso-endes Öl untergetaucht. Schon verhältnismäßig kleinen Spannungen traten dabei im Öl Konktionsströme nach den abgeteten Gefäßwänden ein, die erst immerhin noch eine Einllung nicht hinderten; der iegel des Elektrometers konnte rch eine planparallele Glasheibe, die in die Gefäßwand ngekittet war, durch das Öl ndurch beobachtet werden.

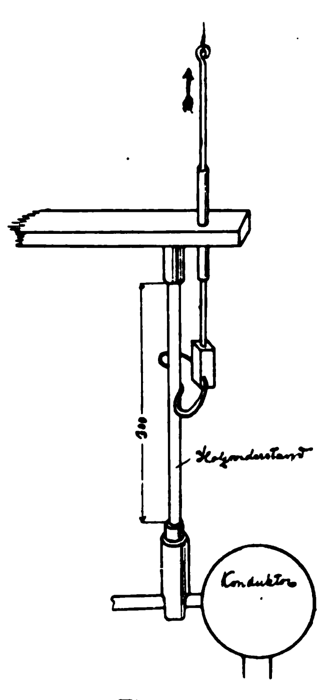


Fig. 8.

Mit steigendem Potential jech kam das Öl in wirbelnde, chende Bewegung; eine korkte Messung war nicht mehr öglich. Außerdem trat durch ese Konvektionsströme ein dertiger Verlust ein, daß das zu erreichende Potential weit nter 90000 Volt blieb. Es wurden Versuche mit Terpentin, etroleum und Paraffinöl gemacht; bei allen drei Materialien urde dieselbe Erscheinung beobachtet. Auch die Erwartung, aß ein dickeres Öl sich günstiger verhalten würde, wurde icht erfüllt; das an und für sich schon ziemlich dickflüssige araffinöl wurde bei einem Versuch durch aufgelöstes Paraffin och zähflüssiger gemacht. Auch hier trat durch unerwünschte Bewegungen in der Flüssigkeit ein Mißerfolg auf, ganz ab-

gesehen davon, daß es mir nicht geglückt war, ein vollstä
klares Material zu erhalten.

Die Vermutung lag nahe, daß in dem Öl suspend
Fremdteilchen die Ursache der Strömung seien. Eine gew
liche Filtration durch Papier half jedoch nichts, wie ein
such zeigte; ich griff daher zur Filtration durch eine Ton
unter Druck.[1]) Dabei ließ sich Terpentin in praktisch
wendbarer Frist noch durch die Tonzelle pressen, dagegen
der Prozeß mit Paraffinöl, selbst wenn es auf 50° erw
wurde, äußerst langsam vor sich, weshalb ich von Versu
in dieser Richtung absehen mußte. Auch zeigte sich
gereinigten Terpentinöl durchaus kein anderes Verhalten
vorher, trotzdem ein kleines Versuchsgefäß ganz sorgfältig
gereinigtem Öl vorher ausgespült war und u. a. auch
Flüssigkeitsoberfläche durch eine darauf gegossene Schicht
festem Paraffin vollständig gegen Staubteilchen aus der
geschützt wurde.

Selbst wenn für die benützte kleine Menge Öls ein E
erzielt worden wäre, würde es doch fraglich geblieben
ob auch bei Berührung mit einem großen Instrument, an de
Oberfläche ja immer mikroskopisch kleine Fremdteilchen ha
die Flüssigkeit rein geblieben wäre. Auf jeden Fall aber w
eine Meßmethode, die solch peinliches und langwieriges
beiten erfordert, kaum für die praktischen Bedürfnisse
Laboratoriums empfehlenswert gewesen sein; dagegen h
wir in der oben beschriebenen Methode des Potentialab
ein sicheres und in Anbetracht der hohen Spannungen
einfaches Verfahren zur Meßung solcher Spannungen gefun

Auch an dieser Stelle sei es mir gestattet meinem h
lichen Danke gegen Hrn. Prof. Wien für die liebenswür
Anregung und Unterstützung bei den Arbeiten Ausdruck
geben.

Würzburg, Physikalisches Institut, Februar 1903.

1) Ann. d. Phys. 7. p. 156. 1902.

(Eingegangen 23. Mai 1903.)

8. *Über das Funkenspektrum des Radiums; von C. Runge und J. Precht.*

Das Funkenspektrum des Radiums ist bisher am besten n E. Demarçay[1]) untersucht worden. Er ist zwar über n blauen und violetten Teil des Spektrums nicht hinaus gangen, wenn man von der Erwähnung einer grünen Linie bsieht, deren Wellenlänge er auf 5665 ungefähr angibt; aber r hat das reinste Material gehabt und in dem von ihm ntersuchten Teil des Spektrums alle wesentlichen Linien aufefunden.

Außer E. Demarçay sind zu nennen: C. Runge[2]), . Berndt[3]), A. Miethe[4]), F. Exner und E. Haschek.[5]) unge hat drei Hauptlinien des Funkenspektrums mit größerer ispersion und dementsprechender Genauigkeit bestimmt. erndt hat auch den ultravioletten Teil untersucht und gibt ine Linie bei 2706,6 an. Miethe hat eine Aufnahme auf elb und rot empfindlichen Platten gemacht. Die Angabe iethes, daß seine Aufnahme des Radiumspektrums eine Reihe on roten Radiumlinien zeigt, hat sich jedoch als ein Irrtum erausgestellt. Hr. Miethe hatte die Freundlichkeit, uns seine latte zu schicken und wir konnten konstatieren, daß darauf ie gelbe Radiumlinie 5814 als schwache feine Linie wahrenommen werden konnte, daß aber alle auf der Platte sichtaren roten Linien dem Baryum angehörten. Exner und aschek führen 17 Linien auf, von denen wir aber nur fünf ls Radiumlinien zugeben möchten. Nur diese stimmen mit nseren Messungen überein und haben, obgleich die kräftigsten Radiumlinien dabei sind, bei Exner und Haschek so geringe

1) E. Demarçay, Compt. rend. 127. p. 1218. 1898; 129. p. 716. 899; 131. p. 258. 1900.

2) C. Runge, Ann. d. Phys. 2. p. 742. 1900.

3) G. Berndt, Physik. Zeitschr. 2. p. 180. 1900.

4) A. Miethe, Physik. Zeitschr. 2. p. 267. 1900.

5) F. Exner u. E. Haschek, Wellenlängen-Tabellen. 2. Teil. 50. 1902.

Intensität, daß die übrigen Linien dadurch unwahrscheinli[illegible] werden.

Wir haben das Funkenspektrum meistens mit einem I[illegible]duktor von etwa 15 cm Schlagweite erzeugt. Radiumbromid, von Hrn. Giesel in Braunschweig uns freundlichst zur Ve[illegible]fügung gestellt, wurde in eine Platinschlinge eingeschmolzen, indem wir durch die Schlinge einen elektrischen Strom schickten. Der Funke sprang zwischen der Schlinge und einem Platin[illegible]draht über, der mit dem anderen Pol des Induktoriums ve[illegible]bunden war. Im sekundären Stromkreis befand sich eine Leydener Flasche, eine Funkenstrecke und eine regulierbare Selbstinduktion. Funkenstrecke und Selbstinduktion wurden so bemessen, daß die Luftlinien verschwanden.

Das Spektrum ist mit zwei verschiedenen Rowlandschen Gittern aufgenommen, einem Konkavgitter von 6,5 m Krümmungs[illegible]radius und etwa 110000 Furchen, und einem kleineren Konkav[illegible]gitter mit 1 m Krümmungsradius und etwa 45000 Furchen. Die Aufstellung beider Gitter ist fest. Das heißt Spalt, Gitter und Kamera sind fest miteinander verbunden, und Spalt und Kamera liegen auf dem Rowlandschen Kreise (wenn man von der Abweichung vom Rowlandschen Kreise absieht, die durch das Zunehmen des Furchenabstandes von der einen Seite des Gitters zur anderen bewirkt wird).

Zwischen Funken und Spalt waren zwei Quarz-Zylinder[illegible]linsen so angeordnet, daß die Abbildung des Funkens im Spektrum möglichst stigmatisch wurde. Man braucht zu dem Ende nur vor dem Spalt ein astigmatisches Bild des Funkens zu erzeugen, dessen eine Brennlinie in dem Spalt liegt, während die andere Brennlinie in geeignete Entfernung vor den Spalt fällt. Allerdings ist es schwer, die stigmatische Abbildung für alle Teile des Spektrums zugleich zu erreichen. Aber es gelingt doch wenigstens in einem Teile stigmatische Abbildung zu erzielen und in den anderen Teilen den Astigmatismus, der ohne die Zylinderlinsen vorhanden sein würde, wesentlich zu verringern. Die stigmatische Abbildung hat den ganz wesentlichen Vorteil, daß die Linien, die den verschiedenen Teilen des Funkens entspringen, sich im Spektrum differenziieren. Man kann z. B. die Platinlinien durch den Anblick ohne weiteres von den Linien unterscheiden, die von der Salzperle

rühren. Oder wenn die Luftlinien nicht völlig zum Verschwinden gebracht sind, so läuft man keine Gefahr, sie mit Luftlinien zu verwechseln.

Wir haben das Spektrum auch dadurch erzeugt, daß wir, wie es von Miethe vorgeschlagen ist, einen Tropfen Salzlösung zwischen die Platinstifte eines Hammerunterbrechers brachten, der einen Gleichstrom mit Kapazität und Selbstinduktion unterbricht. Aber die Resultate waren nicht so brauchbar, als wenn der Funken direkt von der Salzperle übersprang. Es ist freilich wahr, daß die Perle dabei immer noch bis zu einem gewissen Grade verspritzt wird. Man sieht im Dunkeln den Boden unter der Perle mit einem Sternhimmel von leuchtenden Pünktchen übersät. Aber man kann diese Teilchen wieder sammeln und noch einmal verwenden. Wir pflegten zu dem Zweck ein großes Glimmerblatt möglichst nahe unter dem Funken anzubringen.

Die folgende Tabelle enthält unsere Messungen. Die Intensitäten sind in Stufen von 1—10 wachsend angegeben. Nur bei den sehr kräftigen Linien sind größere Zahlen gewählt, um annähernd eine Vorstellung von der viel größeren Lichtstärke zu geben.

Als Normalen wurden die von H. Kayser gemessenen Linien des Spektrums von Eisen [1]), von Platin [2]) und von Iridium [2]) benutzt.

Der mittlere Fehler derjenigen Linien, die mit dem großen Gitter bestimmt werden konnten, ist natürlich erheblich kleiner, als der mittlere Fehler der übrigen Linien. Bei der Bestimmung des mittleren Fehlers haben wir daher diese beiden Gruppen von Linien getrennt behandelt. Der mittlere Fehler der Gewichtseinheit wurde zugleich für alle Linien derselben Gruppe aus den Abweichungen der einzelnen Messungen von ihren Mitteln berechnet. Das Gewicht jeder einzelnen Linie ergab sich dann daraus, wie oft sie aus verschiedenen Aufnahmen bestimmt worden war. Nur haben wir dabei den Aufnahmen auf Glasplatten das doppelte Gewicht der Aufnahmen auf lichtempfindlichen Häuten gegeben, die bei dem kleinen Gitter auch mit verwendet worden sind.

1) H. Kayser, Ann. d. Phys. 3. p. 195. 1900.

2) H. Kayser, Abhandlungen d. k. Akad. d. Wissensch. zu Berlin II. p. 1—44. 1897.

Wellenlänge	Intensität	Mittlerer Fehler	Bemerkungen
5813,85	10	0,10	
5660,81	10	0,08	Demarçay: 5665 (ungefähr).
5616,73	8	0,13	
5601,72	6	0,13	
5556,17	6	0,08	
5553,81	2	0,13	
5502,07	8	0,13	
5488,83	1	0,13	
5482,15	2	0,13	
5406,78	8	0,10	
5400,31	8	0,10	
5319,69	6	0,10	
5283,42	5	0,10	
5264,57	3	0,10	
5205,96	4	0,10	
5097,49	6	0,13	
5081,20	5	0,13	
5041,52	3	0,13	
4982,10	3	0,10	
4971,88	4	0,10	
4918,61	2	0,10	
4862,25	1	0,13	
4856,25	8	0,13	
4837,59	1	0,13	
4826,118	10	0,014	Demarçay: 4826,3 (Int. 10), I 4826,14 (mittl. Fehler 0,06), Run Precht (Bunsenflamme): 4826.
—	—	—	Demarçay: 4726,9 (Int. 5) ist verr Ba. Wir haben hier 4726,56 Fehler 0,16, Int. 2) gemessen, einstimmend mit Ba 4726,63 (I und Runge).
4702,05	1	0,13	
4699,43	5	0,13	Demarçay: 4699,8 (Int. 3).
—	—	—	Demarçay: 4692,1 (Int. 7) ist verr Ba. Wir finden 4691,73 (Int. 1, Fehler 0,22), übereinstimmend 4691,74 (Kayser und Runge).
4682,359	50	0,015	Demarçay: 4683,0 (Int. 14), I 4682,346 (mittl. Fehler 0,009), und Haschek: 4682,41 (Int. 1), und Precht (Bunsenflamme): 46

Wellenlänge	Intensität	Mittlerer Fehler	Bemerkungen
4641,41	6	0,13	Demarçay: 4641,9 (Int. 4).
—	—	—	Demarçay: Band 4631,0 bis 4621,9, Maximum 4627,5 (Int. 4). Auf unseren Aufnahmen nicht zu sehen.
4533,327	10	0,014	Demarçay: 4533,5 (Int. 9).
—	—	—	Demarçay: Band 4463,7 bis 4390, Maximum 4455,2 bis 4453,4. Auf unseren Aufnahmen nicht zu sehen.
4436,489	20	0,014	Demarçay: 4436,1 (Int. 8).
4340,830	50	0,012	Demarçay: 4340,6 (Int. 12).
4010,53	2	0,11	
4009,31	1	0,11	
—	—	—	Exner und Haschek geben hier 3993,25 (Int. 3) und bemerken ausdrücklich, daß diese Linie nicht mit Ba 3993,69 koinzidiert. Auf unseren Aufnahmen ist neben der Ba-Linie an der betreffenden Stelle keine Linie zu sehen.
3814,578	100	0,015	Demarçay: 3814,7 (Int. 16), Runge: 3814,591 (mittl. Fehler 0,016), Exner und Haschek: 3814,62 (Int. 3).
3649,748	50	0 013	Demarçay: 3649,6 (Int. 12), Exner und Haschek: 3649,33 (Int. 2).
2836,568	5	0,014	
2816,68	2	0,16	Exner und Haschek: 2816,25 (Int. 2).
2813,836	10	0,014	Exner und Haschek: 2813,60 (Int. 1). Die relativen Intensitäten der letzten beiden Linien sind bei Exner und Haschek wesentlich andere.
2709,045	8	0,019	Berndt: 2706,6 (Int. 1). Die Abweichung der Berndtschen Messung von der unsrigen ist eigentlich zu groß, um anzunehmen, daß er dieselbe Linie beobachtet hat. Auch ist nicht einzusehen, warum er nicht die stärkere Linie 2813,8 gesehen hat.

Wir haben schon in unserer Arbeit über die Stellung des Radiums im periodischen System erwähnt[1]), daß die kräftigsten Linien sich zu drei Paaren zusammenfassen lassen, die gewissen Paaren im Spektrum von Mg, Ca, Sr, Ba entsprechen.

1) C. Runge u. J. Precht, Physik. Zeitschr. 4. p. 285. 1903.

Die Schwingungszahlen dieser Linien sind in der folge
Tabelle zusammengefaßt.

Wellenlänge	Schwingungszahl pro Zentimeter Weglänge in Luft	Schwingungszahl pro Zentimeter Weglänge im Vakuum	Differenzen der Schwingungszahlen	Mittl Fehl der Differ
5813,85	17200,30	17195,62	4857,17	0,3
4533,327	22058,86	22052,79		
4682,359	21356,76	21350,90	4857,02	0,1
3814,578	26215,22	26207,92		
4436,489	22540,34	22534,15	4857,34	0,1
3649,748	27399,15	27391,49		

Man sieht, daß die drei Schwingungsdifferenzen, so
die Genauigkeit der Messungen reicht, miteinander über
stimmen.

Für die grünen und gelben Linien haben wir die Pla
und lichtempfindlichen Häute mit Äthylrot sensibilisiert.

Der Umstand, daß Demarçay die zwei Bänder bei 4
und 4454 gesehen hat, die unseren Aufnahmen fehlen, erk
sich vielleicht dadurch, daß er das Radiumchlorid, wir dage
das Radiumbromid verwendet haben. Merkwürdig ist die
hältnismäßig große Intensität, die Demarçay für die Bary
linien 4726,6 und 4691,7 findet, während die kräftige Bary
linie 4554,2 sehr schwach war. Dies hat ihn wohl verank
die Linien für Radiumlinien zu halten. Daß sie in Wahr
Baryumlinien sind, halten wir für sicher, erstens wegen i
geringen Intensität auf unseren Aufnahmen, und zweitens w
der genauen Übereinstimmung ihrer Wellenlängen mit de
der Baryumlinien.

Von allen starken Radiumlinien kann man nach uns
Messungen mit Sicherheit behaupten, daß sie sich nicht
den von Rowland gemessenen Sonnenlinien finden.

Hannover, Physikalisches Institut, Juni 1903.

(Eingegangen 11. Juni 1903.)

Über neue Wirkungen bekannter Strahlenarten[1]; von L. Zehnder.

Im Anschluß an seine Untersuchungen über die „Nachfarben“ hat Goldstein in einem Aufsatz: „Über umkehrbare Lichtwirkungen“[2]) gezeigt, daß Bromsilber und Chlorsilber durch Kathodenstrahlen und durch diffuses Tageslicht verschieden beeinflußt werden. Es ließen sich nämlich diese Salze, wenn sie durch Kathodenstrahlen oder durch Tageslicht geschwärzt waren, wieder regenerieren, durch ihr ganzes Innere hindurch, so daß nur die belichtete Oberfläche geschwärzt blieb, vorausgesetzt daß dieselben in einer zugeschmolzenen Glasröhre eingeschlossen dem Licht ausgesetzt wurden.

Die Verschiedenheit der Wirkungen verschiedener Strahlenarten auf die gewöhnlichen photographisch empfindlichen Schichten geht auch aus folgenden Beobachtungen hervor:

1. *Trockenplatten* (Bromsilberschichten). Auf gewöhnlichen Trockenplatten können durch sichtbares (langwelliges) und durch ultraviolettes (kurzwelliges) Licht, durch Kathodenstrahlen, durch Kanalstrahlen, durch Röntgenstrahlen und durch Radiumstrahlen Gegenstände, die zwischen der betreffenden Strahlenquelle und der Trockenplatte sich befinden, in bekannter Weise abgebildet werden. Bei schwachen und bei starken Bestrahlungen zeigen aber die Wirkungen dieser verschiedenen Strahlenarten eigentümliche Verschiedenheiten.

Bei kräftiger Bestrahlung mit sichtbarem (langwelligem) Licht erhält man während des Entwickelns die bekannten Solarisationserscheinungen, nämlich eine Umkehrung des Bildes, und zwar in erster Linie ein anormales Bild auf der Vorderseite, während die nicht unmittelbar belichtete Rückseite, die der Glasfläche anliegt, noch das normale Bild entstehen läßt.

Die durch ultraviolettes (kurzwelliges) Licht kräftig bestrahlte Trockenplatte läßt aber während des Entwickelns auf der Vorderseite das normale, auf der Rückseite das anormale Bild entstehen. Wird also auf einer Trockenplatte

1) Vgl. meine vorläufige Mitteilung in Verhandl. d. Deutschen Physik. Gesellsch. 5. p. 35. 1903.

2) E. Goldstein, Verhandl. d. Deutschen Physik. Gesellsch. 3. 182. 1901.

ein ganzes Spektrum entworfen und werden durch die I
strahlen verschiedener Wellenlängen bei genügender Inte
Gegenstände auf der Trockenplatte abgebildet, so ersch
während des Entwickelns auf der Vorderseite der Tro
platte bei den sichtbaren Lichtstrahlen anormale, bei den
violetten Lichtstrahlen normale Bilder; auf der Rückseit
Trockenplatte kommen dagegen die Bilder bei den langwel
Lichtstrahlen normal, bei den kurzwelligen anormal zum
schein. Je nach der Intensität der Bestrahlung mit
violettem Licht und der Dauer des Entwickelns kann
hinten und vorn nacheinander das anormale Bild entst
Das Fixieren ändert in der Regel das Bild.

Werden Trockenplatten von kräftigen Kathodenstrahle
troffen, so entstehen Schwärzungen schon vor dem Entwic
Beim Entwickeln verhält sich die Vorderseite anormal, die I
seite normal. Fixieren ändert in der Regel das Bild. In der D
sicht waren die Kathodenstrahlenflecke dunkler als ihre Umgel

Eine mit Kanalstrahlen stark bestrahlte Trockenp
läßt auf der Vorderseite normale, auf der Rückseite ano
Entwickelung des Bildes zu stande kommen. War die I
sität der Kanalstrahlen eine sehr große, so erkennt
schon vor dem Entwickeln einen deutlichen schwarzen
auf der Bromsilberschicht, da wo die Kanalstrahlen die Tro
platte trafen. Beim Entwickeln wurde dieser Fleck
merklich dunkler, unter Umständen sogar heller. Um
herum entstand ein dunkler werdender Ring. Nach einer
kräftigen Kanalstrahlenwirkung ist auf der Rück- und an
Vorderseite der Bromsilberschicht nacheinander anor
Entwickeln des Bildes wahrzunehmen. Zugleich erkennt
eine starke Strukturänderung in der Bromsilberschicht, d
ein Zerfressenwerden der Schicht erinnert. Eine nach
Fixieren getrocknete Trockenplatte zeigte außerdem da, w
von intensiven Kathoden- und Kanalstrahlen getroffen w
war, verschiedene kräftige Oberflächenfarben.

Die von intensiven Röntgenstrahlen getroffenen Tr
platten lassen da, wo die Intensität dieser Strahlen die größt
eine Schwärzung der Bromsilberschicht erkennen schon vo
Entwickeln. Beim Entwickeln erhielt ich auf der Vorderse
anormales, auf der Rückseite aber das gewöhnliche normal

Durch Radiumbestrahlung ergaben sich vorerst keine ähn-
hen Solarisationserscheinungen. Vielleicht war diese Be-
ahlung noch nicht kräftig genug.

Den beschriebenen Wirkungen zufolge ist also die Reihen-
ge der Bilderumkehr auf der Vorder- und auf der Rückseite
r Trockenplattenschicht bei den verschiedenen Strahlenarten
rschieden. Auf der Vorderseite kehrt sich das Bild zuerst
n, wird also anormal, bei dem sichtbaren langwelligen Licht,
i Kathodenstrahlen, bei Röntgenstrahlen; auf der Rückseite
scheint dagegen das Bild zuerst anormal bei ultraviolettem
icht und bei Kanalstrahlen. Es erscheint nicht undenkbar, daß
an für alle diese Strahlenarten die Intensitäten bis zu einem Grade
ringen kann, bei dem die Bilderumkehr sowohl auf der Vorder-
ls auch auf der Rückseite der Bromsilberschicht erfolgt.

2. *Positivpapiere* (Chlorsilberschichten). Die Positivpapiere
erden im allgemeinen durch die oben genannten Strahlen-
rten stärker geschwärzt bez. gefärbt als die Trockenplatten,
rausgesetzt, daß letztere nicht entwickelt werden. Dabei
t aber die Färbung durch verschiedene Strahlenarten eine
rschiedene. Celloidinpapier wird durch Kathodenstrahlen
raun, durch weißes Licht violett gefärbt.

Wenn man Positivpapiere zuerst von kurzwelligem (ultra-
iolettem) Licht oder von Kathodenstrahlen oder von Kanal-
trahlen oder von Röntgenstrahlen oder von Radiumstrahlen
estrahlen läßt und dieselben nachher gewöhnlichem weißem
Licht aussetzt, so sind sie durch die genannte Behandlung
ür daß weiße Licht unempfindlicher geworden. Hat man durch
ine jener Strahlenarten auf Positivpapier ein Bild hervor-
gerufen und legt man nunmehr das Positivpapier an weißes
(Tages-)Licht, so färben sich die nicht von jenen Strahlen
getroffenen Stellen des Papiers dunkler als die übrigen, und
es kehrt sich dadurch im allgemeinen das Bild um. Die von
jenen anderen Strahlenarten getroffenen Stellen können sogar
unter der Lichtwirkung verblassen, also heller werden als zuvor.

Nach kräftiger Bestrahlung mit jenen oben genannten
Strahlenarten erkennt man auf glänzenden Positivpapieren
Änderungen der Spiegelungen und sogar neue Oberflächenfarben,
letzteres namentlich bei Kathodenstrahlen und ganz besonders bei
Kanalstrahlen. Bei weniger kräftigen Bestrahlungen zeigen sich

diese Erscheinungen erst nach der darauffolgenden Belicht
mit weißem Licht. Das Fixieren ändert in der Regel das B
Bei Röntgenbestrahlung habe ich eine Änderung der Spiegel
oder eine neue Oberflächenfarbe bis dahin nicht beobachtet

Verschiedene Kopierpapiere, wie Celloidin-, Aristo-, Sol
Rembrandtpapier etc. lassen im allgemeinen analoge W
kungen erkennen; sie unterscheiden sich voneinander
durch eine größere oder geringere Empfindlichkeit für
verschiedenen Strahlenarten. Für die gewöhnliche Lic
empfindlichkeit gilt ihre oben gewählte Reihenfolge. D
Positivpapier von „Wynnes Expositionsmesser“ ist nicht
für gewöhnliches Licht, sondern auch für Röntgenstrahlen
für Radiumstrahlen viel empfindlicher, als jene anderen Posit
papiere, während es für Kathodenstrahlen viel unempfindlich
ist als beispielsweise das Celloidin- und das Aristopapier.

Mit Wynnepapier, das zuerst von Röntgenstrahlen, dann v
weißem Licht getroffen wurde, fand ich jene oben erwähnte Umk
des Bildes nicht. Dagegen zeigte hier Aristopapier die Umk
besser als Celloidinpapier, während bei Kathodenstrahlen d
Celloidinpapier die Umkehr deutlicher erkennen ließ als Arist
papier. Die Wirkung der Röntgenstrahlen wurde durch die Posit
papiere ziemlich stark absorbiert, so daß z. B. nach Durchsetzen v
fünf solchen Papieren die Wirkung ganz deutlich schwächer wurd

Wenn das Wynnepapier zuerst mit Radiumstrahlen, da
mit weißem Licht bestrahlt wurde, so ließ sich gleichfalls e
Umkehr des Bildes nicht erkennen.

Bei Kathodenstrahlen und bei Kanalstrahlen fand ich kei
Wirkungen durch die Papierschichten der von mir benutzt
Positivpapiere hindurch, wenn ich etwa diese Papiere von ih
Rückseite mit den genannten Strahlenarten bestrahlte. Es sprid
wohl dieses Verhalten gegen eine starke Erwärmung der Papi
schichten durch jene Strahlenarten. Dagegen erzeugen kräftig
Kanalstrahlen — viel mehr als die Kathodenstrahlen — a
einem weißen Papier einen grauschwarzen Fleck, der um
dunkler wird, je größer die Intensität der Kanalstrahlen i
Nach sehr langer Exposition glänzt dieser Fleck und zeigt ei
Spiegelung; am Licht verändert er sich nicht merklich.

München, Physikal. Institut der Universität, Juni 1903

(Eingegangen 17. Juni 1903.)

ɪe einfache Form des Wehneltunterbrechers;
von L. Zehnder.

i sehr starker Beanspruchung werden die Wehnelt-
echer der mir bekannten Konstruktionen in der Regel
ıbrauchbar, indem zum Beispiel der Specksteinzylinder,
len der Platindraht eingeschoben wird, die „Düse“, aus-
m, die die positive Zuleitung von der Säure isolierende
mmiröhre da und dort durchschlagen wird. Ich habe
den Wehneltunterbrecher in nachstehend beschriebene
on jedem Mechaniker leicht herstellbare Form gebracht,
tbar ist, bei der aber namentlich leicht und mit den
ten Kosten die verschleißenden Teile ersetzt werden

ne (5 mm dicke) Messingstange *S* (Fig. 1) trägt oben die
e für die Zuleitung des (positiven) Stromes, unten den
sweise etwa 1 mm dicken, mit Hart-
ber) eingelöteten Platindraht *P*. Die
wird geführt in einem Messing-
(von 8 mm lichter Weite), das oben
ıten verengt ist, so daß oben die
S, unten der Platindraht *P* in genau
len Löchern geführt werden. Die
Einschnürung des Messingrohres *M*
s der Rohrweite sehr allmählich und
n die enge Öffnung für den Platin-
übergehen (Fig. 2), damit beim Ein-
der Stange *S* in das Rohr der
raht leicht den Weg in die für ihn
nte Öffnung und in die Düse finde.

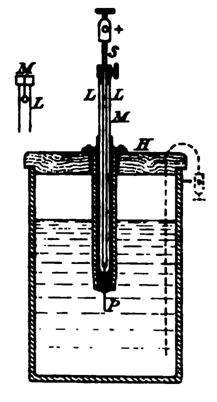


Fig. 1.

essingrohr hat oben zwei seitliche Löcher *L L*, bis zu
dasselbe von oben her aufgeschnitten ist und federt, so

daß die Messingstange in ihrer Höhe verschoben, also [illegible] jede gewünschte Stromstärke eingestellt werden kann, zugl[illegible] aber in jeder Lage festgeklemmt wird. [illegible] Ring *R* mit Klemmschraube *K* und Beila[illegible] (zur Schonung der Stange *S*) wird in [illegible] gewählten Stellung so auf der Stange fe[illegible] geklemmt, daß letztere unter keinen Um[illegible] ständen infolge der Erschütterungen bei[illegible] Arbeiten des Unterbrechers tiefer herabsink[illegible] kann.

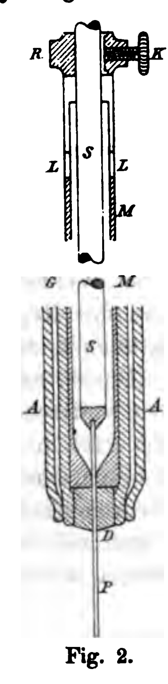


Fig. 2.

Ein auf den Platindraht genau pass[illegible] der Specksteinzylinder, der unten konisch [illegible] gespitzt ist, die Düse *D* (Fig. 2), bildet de[illegible] Abschluß gegen die Schwefelsäure. Das Mes[illegible] singrohr *M* wird vermittelst einer Scheibe au[illegible] dem paraffinierten und mit isolierendem Asphalt[illegible] lack überzogenen Holzdeckel *H* (oder auf ein[illegible] entsprechenden Hartgummi-, Porzellan- oder Glasdeckel) befestigt, wie Fig. 1 zeigt. Über das Messingrohr *M* und die Specksteindüse *D* wird nun ein weicher, nicht zu dünnwandiger Gummischlauch *G* gezogen[1]), der etwas enger

1) Das Aufstülpen des engeren Gummischlauches *G* auf das weitere Messingrohr *M* geschieht am bequemsten in folgender Weise: Man verbindet das Messingrohr ohne die Stange *S* durch einen bei *L L* fest aufgesetzten über diese Löcher geschobenen Schlauch mit der Wasserleitung oder sonst mit irgend einem Wasserreservoir und läßt durch das Rohr Wasser von einigen Metern Wasserdruck strömen. Wird der aufzustülpende Schlauch am einen Ende mit einer Klemme verschlossen, so läßt er sich nun vom anderen Ende her ganz bequem auf das Rohr schieben, weil das hindurchströmende Wasser sich Weg bahnt, also den Schlauch gerade da ausweitet, wo er über das Rohr geschoben werden soll.

Ein analoges Verfahren, auf das ich befreundete Mediziner schon vor Jahren aufmerksam machte, sollte im Krankenhaus zur schmerzlosen Einführung von Kathetern in die entsprechenden Kanäle angewandt werden. Der Katheter wird durch einen Schlauch mit einem einige Meter höher befindlichen Reservoir verbunden, in dem sich ein passendes Desinficiens (eventuell ein Anästhetikum) befindet. Das letztere strömt also aus dem Katheter aus. Führt man nunmehr den Katheter in den Kanal ein, so entsteht im Innern des Kanals ein annähernd hydrostatischer Druck, der alle Gewebe gleichmäßig und daher um so schmerzloser er-

s die Düse. Dieser Schlauch reicht oben bis in den Deckel *H*
n. Endlich wird der Schlauch eingehüllt von einer ebenso
m Glasröhre *A*, die unten eingezogen ist, so daß sie den
mischlauch *fest* auf die Düse *D* preßt (Fig. 2). Die Säure
ı nunmehr höchstens durch die enge Düsenöffnung am
ndraht *P* vorbei zur Zuleitungsstange *S* und zum Messing-
M vordringen. Damit dies möglichst wenig geschehe,
dieses Messingrohr vor dem Zusammenstecken des Appa-
s bis zu den Löchern *L* mit Wasser gefüllt.

Die negative Elektrode wählt man zweckmäßig als Blei-
te (in der Fig. 1 punktiert) oder, wenn man den Unter-
her für Dauerbetrieb einrichten will, wie bekannt als Blei-
angenrohr, dessen 6—8 Windungen durch dicken Bleidraht
einigen Millimeter Abstand voneinander gehalten werden,
ch welches Schlangenrohr man während des Betriebes kaltes
ser fließen läßt (auch Lufthindurchsaugen kühlt etwas ab).
Gefäß des elektrolytischen Unterbrechers kann ein ein-
es Elementenglas Verwendung finden, das die übliche oder
etwas verdünnte Akkumulatorensäure enthält.[1]

Wird der Unterbrecher nicht gebraucht, so empfiehlt es
ı, den Deckel mit der positiven Elektrode aus der Säure
auszuheben, damit nicht im Laufe der Zeit diese Elektrode

---

tert, je geringer er selber ist. Nach diesem Verfahren können mit
ßer Leichtigkeit Katheter in den Kanal eingeführt werden, auch
tere Katheter als nach den bisherigen Methoden. Strömt die Flüssig-
t überdies aus der Spitze des Katheters aus, so bahnt sich diese Spitze
er ihren Weg. Denn der durch die ausströmende Flüssigkeit ent-
ende Druck verhindert die unmittelbare Berührung von Katheter-
e und Gefäßwand. Es sind demnach durch die Kathetereinführung
er bewirkte Verletzungen, besonders wenn jene durch Laien vorge-
nmen werden soll, fast ausgeschlossen.

1) Nimmt der Arzt die in Fig. 1 gezeichnete positive vom Deckel *H*
gelöste Elektrode und als negative Elektrode einen einfachen mit
mme versehenen Bleistreifen nebst etwas konzentrierter Schwefelsäure
Privatkrankenhaus mit, das eine elektrische Lichtleitung zur Ver-
ung hat, so kann er sich in jedem Einmacheglas oder dergleichen den
hneltunterbrecher zusammenstellen und damit einen kleinen Induktor
Röntgenaufnahmen betreiben (z. B. Klingelfuss, 10 cm). Für den
isorischen Anschluß seiner Leitung an das stromabgebende (städtische)
wird derselbe einen Angestellten des betreffenden Elektrizitätsnetzes
eiziehen.

von der Säure angegriffen werde. Zweckmäßig erschei
um dieses Auseinandernehmen zu vermeiden, die Messingst
und das Messingrohr *M* durch entsprechende Kupferstang
Kupferrohr zu ersetzen, die innen und außen stark ve
sind. Ist auch die feine Öffnung im Rohr *M* für den P
draht *P* und die Lötstelle dieses Platindrahtes genügend
bleit, so findet die verwendete Säure keine Teile meh
denen sie die positive Elektrode angreifen könnte.

Die Öffnung der Düse *D* wird bei starkem Gebrauch
und nach erweitert. Es dringt dann die Säure reichlich
der Stange *S*, die schließlich auch als Elektrode fungie
wie der Platindraht — und also stark angegriffen wird.
ist deshalb zweckmäßig, jene Düse durch eine neue zu ers
bevor sie zu sehr ausgeweitet ist.[1])

München, Physik. Inst. d. Univ., Juni 1903.

1) Die nach meinen Angaben hergestellten Specksteindüsen
Böhm & Wiedemann in München für etwa 30 Pfennige das
Auch das untere Ende des Gummischlauches wird mit der Zeit zerf
Man ersetzt nur das unterste Stück desselben auf etwa 4—5 cm L

(Eingegangen 17. Juni 1903.)

11. *Eine indirekte Methode zur Bestimmung der Temperatur von Bädern flüssiger Luft; von U. Behn und F. Kiebitz.*

§ 1. Zur Messung tiefer Temperaturen dient in erster
inie das Gasthermometer.[1] Ist eine geringere Genauigkeit
reichend, so verwendet man elektrische Methoden: Wider-
andsthermometer oder Thermoelemente[2] oder auch Flüssig-
eitsthermometer.[3] Handelt es sich speziell um siedende Luft,
 läßt sich die Temperatur durch Gasanalysen bestimmen.[4]

Anderweitige Untersuchungen führten uns zu der im folgen-
n vorgeschlagenen Methode, die, wenn man sich mit mäßiger
nauigkeit begnügt, sehr einfach und bequem ist, anderer-
its mit Sorgfalt gehandhabt, auch recht genaue Resultate
 liefern vermag.

§ 2. Das spezifische Gewicht von Mischungen von flüssigem
tickstoff und Sauerstoff variiert von 0,791 bis 1,131[5], während
ie Temperatur sich nur um 13,3° ändert, nämlich von
-195,7[6] bis −182,4°. Durch Messung des spezifischen Ge-
ichtes flüssiger Luft wird man also ihre Temperatur gut be-
immen können. Eine solche Messung ist nun besonders ein-
ch mit Hülfe von Schwimmern auszuführen. Hat man es
it Flüssigkeiten großer Viskosität zu tun, so ist diese Me-
ode ja nicht zu empfehlen, aber gerade in verflüssigten
sen, d. h. Flüssigkeiten in der Nähe ihrer kritischen Tem-
ratur, sind Schwimmer leicht beweglich wegen der geringen
ibung dieser Flüssigkeiten.

---

1) Vgl. besonders H. L. Callendar, Proc. Roy. Soc. **50.** p. 247. 1891.

2) Dewar, Dickson, Holborn, Kammerlingh-Onnes, Olszewski.

3) F. Kohlrausch, Wied. Ann. **60.** p. 463. 1897; R. Rothe, Zeitschrift f. Instrumentenk. **22.** p. 192. 1902.

4) E. C. C. Baly, Phil. Mag. (5) **49.** p. 517. 1900.

5) M. W. Travers, Experim. Study of Gases 1901.

6) K. F. Fischer u. H. Alt, Ann. d. Phys. **9.** p. 1149. 1902.

§ 3. Die zuerst von uns benutzten Schwimmer besta
aus Kieselglas [1]), die von Heraeus geblasen, von uns d
Anschmelzen von Stielen auf das erforderliche spezifische
wicht [2]) gebracht wurden. Das Material war gewählt wegen
Kleinheit seines thermischen Ausdehnungskoeffizienten, die
Vorteile mit sich bringt: die Temperaturkorrektion des
lumens dieser Schwimmer ist gering und sie ertragen sch
Temperaturwechsel ohne zu zerspringen. Beide Bedingu
werden aber auch hinreichend erfüllt durch das von Sc
u. Genossen hergestellte Duraxglas [3]), aus dem wir uns grö
Schwimmer anfertigten, die bei den im folgenden beschrieb
Versuchen verwendet sind, und die sich in jeder Hinsicht
brauchbar erwiesen.

§ 4. Das spezifische Gewicht der Schwimmer wurde
durch gemessen, daß man sie in Mischungen von Alkohol
Wasser bez. in wässerigen Salzlösungen zum Schweben bra
und dann die Dichte der Flüssigkeit mit der Mohr-Westp
schen Wage bestimmte.

Mit Hülfe dieser Schwimmer sollte nun die Abhängi
der Dichte der flüssigen Luft von ihrer Temperatur gem
werden. Ein ziemlich großes unversilbertes zylindrisches
kuummantelgefäß wurde etwa zu ein Drittel mit flüssiger
gefüllt, die frisch von der Lindeschen Maschine kam.
wurden dann die leichteren von den Schwimmern hi
geworfen, die aber zunächst alle zu Boden sanken. Er
größeren Zeitintervallen stieg nun nach Maßgabe der Zun
des spezifischen Gewichtes der Flüssigkeit ein Schwimmer
dem anderen herauf und es wurde dann jedesmal die
peratur der flüssigen Luft dadurch ermittelt, daß eine
weder der Flüssigkeit oder dem frisch entstandenen D
entnommene Probe auf ihren Sauerstoffgehalt untersucht w
Die Analyse geschah nach der von Hempel [4]) angege

---

1) Die Ausdrücke „Kieselglas" oder auch „Quarzglas" schein
sachgemäßer, als die sonst gebrauchten. Ebenso verwendet She
(Nature 64. p. 65. 1901) „vitrified silica" und „vitrified quartz".

2) Darunter soll der Quotient: Gewicht durch Volumen verstand

3) Duraxglasröhren sind durch einen hellblauen Streifen ke
sie lassen sich leicht vor der Lampe verarbeiten.

4) W. Hempel, Gasanalytische Methoden p. 148. 1900.

nittels Kupfers, die für unsere Zwecke hinreichend
sultate lieferte.[1]) Auf Grund dieser Analysen wurde
Temperatur der
uft mit Hülfe der
y [2]) angegebenen
ittelt, die sich auf
) vorfinden. Fig. 1
übrigens sehr ein-
rsuchsanordnung.
uummantelgefäß
inem genau pas-
rtonring, der mit
idern auf den Rän-
s großen Becher-
liegt und mit die-
ein übergelegtes
band fest ver-
t. Am Boden des
ses befindet sich
ht von Phosphor-
drit. Man erreicht
Glaswände selbst
ndauernden Ver-
ar bleiben. Auf
m des Vakuum-
ßes befinden sich
Windungen einer
e aus Konstantan
weggelassen), die

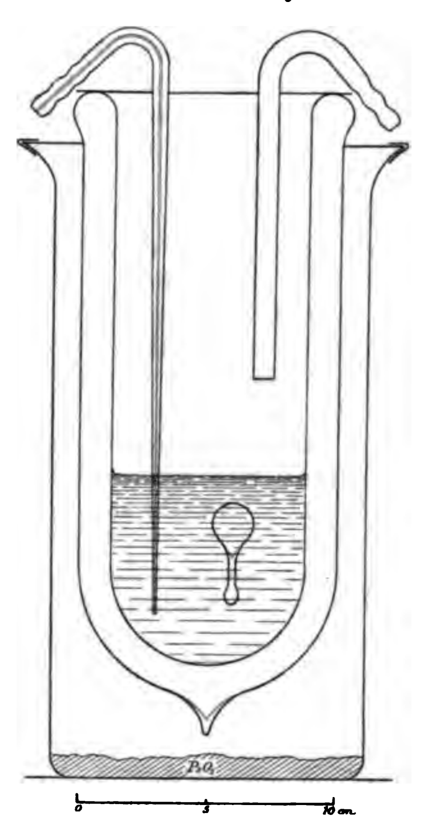


Fig. 1.

ie Zuleitungsdrähte angelötet sind. Auf dem oberen
Gefäßes ist ein Kartonblatt (oder Mull in mehreren

—

Kontrolle wurde von Zeit zu Zeit der Sauerstoffgehalt der
gemessen, wobei sich stets Werte zwischen 20,4 und 20,8 Proz.

). C. Baly, Phil. Mag. (5) **49**. p. 517. 1900.
sind hier reproduziert, weil man, wie oben bemerkt, auch
Gasanalysen die direkte Temperaturbestimmung ersetzen
alysche Kurve ist von uns in Richtung der Ordinaten etwa
schoben, so daß die Endpunkte den Werten —195,7 und
rechen.

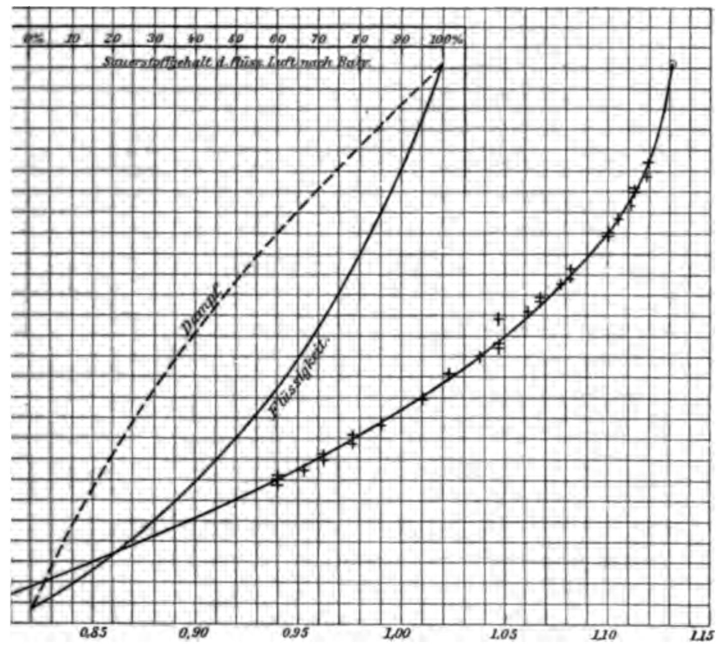
Lagen) lose aufgelegt, das zwei Löcher enthält. Durch das eine geht ein ∩ förmig gebogenes Glasrohr mittlerer Weite, dessen einer Schenkel ca. 4 cm über der Flüssigkeitsoberfläche endet, durch das andere ein starkwandiges enges Rohr von ca. 2 mm lichter Weite, das in seinem längeren in die Flüssigkeit hinab reichenden Schenkel zu einer feinen Kapillare ausgezogen ist.[1] Will man eine Probe der Flüssigkeit entnehmen, so verwendet man das letztere Rohr, indem man es an die Gasbürette anschließt und dieselbe durch starkes Saugen schnell füllt. Die in der unten gekühlten Glaskapillare emporgerissenen Flüssigkeitsteilchen verdampfen vollständig, sobald sie in den wärmeren Teil der Röhre gelangen. Will man andererseits eine Probe des Dampfes entnehmen, so leitet man ein gleichmäßiges Sieden der Flüssigkeit am besten dadurch ein, daß man durch passende Regulierung des Vorschaltwiderstandes die Heizspirale zunächst einige Sekunden stark erwärmt; wenn man nun kontinuierlich mit der Stromstärke zurückgeht, so siedet die Flüssigkeit mit sehr kleinen Gasblasen, also mit minimalem Siedeverzug.[2])

§ 5. Die Resultate der Beobachtung sind durch die Kurve der Fig. 2 wiedergegeben, die bekannten Endpunkte der Kurve sind durch Kreise, unsere Beobachtungen, die sich teils auf Dampf-, teils auf Flüssigkeitsanalysen beziehen, durch Kreuze markiert. In frischer, also stickstoffreicher Luft ändert sich das spezifische Gewicht, wie man sieht, fast proportional der Temperatur und sehr stark, nämlich für einen einzigen Grad etwa um 0,04. Mit zunehmendem Sauerstoffgehalt wird die Änderung geringer und in einer Flüssigkeit, die aus fast reinem Sauerstoff besteht, scheint sie fast Null geworden zu sein. Die Temperatur des siedenden Sauerstoffs wird also durch geringe Beimischungen sehr stark verändert; dasselbe ergibt sich auch aus der Kurve von Baly; die Änderung des Siedepunktes ist bei prozentual gleichen Beimischungen für Sauerstoff etwa fünfmal so groß als für Stickstoff. Kombiniert man unsere

1) Steht das Ende dieses Rohres der Flüssigkeitsoberfläche zu nahe, so wird es von kleinen beim Sieden emporspritzenden Tröpfchen erreicht, die dann *vollständig* verdampfen und so den Sauerstoffgehalt des Dampfes etwas zu groß erscheinen lassen können.

2) K. T. Fischer u. H. Alt, l. c. p. 1161.

t denen Balys derart, daß man die Dichte der flüssigen Funktion ihrer Zusammensetzung erhält, so findet gestreckt S förmige Kurve mit dem Wendepunkt bei roz. (Fig. 3). Bei geringem Sauerstoffgehalt (0 bis verläuft sie so, daß man nach der Mischungsregel nmensetzung aus dem spezifischen Gewicht angenähert n kann. Mit Hülfe eines Satzes unserer Schwimmer



Spezifisches Gewicht der flüssigen Luft.

Fig. 2.

ich also auf Grund *dieser* Kurve ohne weiteres die nsetzung der flüssigen Luft. Auf Gewichtsprozente net ergibt sich die in der Fig. 3 gestrichelte Kurve.

Das spezifische Gewicht der Schwimmer war mit der Westphalschen Wage auf etwa drei Einheiten der Dezimale genau bestimmt. Die so gefundenen Werte n nun zunächst einer Korrektur wegen der Ausdehnung eriales. Bei Kieselglas ist dieselbe äußerst gering. an einen konstanten linearen Ausdehnungskoeffizienten

von 0,0000005[1]) auch unterhalb 0° an, so ergibt sich d
Kontraktion der Schwimmer bei 200° unter Zimmertemperat
um 0,0003. Diese Korrektur ist von uns vernachlässigt, w
sie kleiner als die Versuchsfehler ist. Auch ist zu bemerk
daß man durch Extrapolieren des von Scheel[2]) für das Int
vall von 0 bis +100° festgelegten Ganges des Ausdehnung
koeffizienten eine noch erheblich kleinere Kontraktion find
würde.

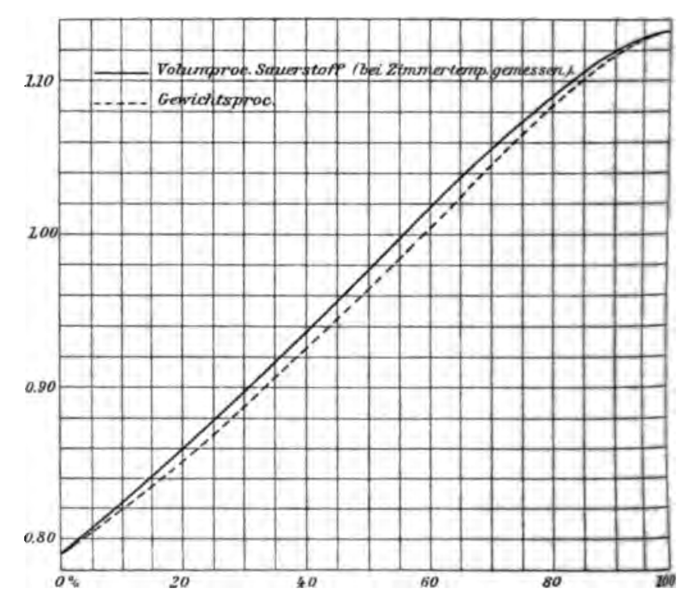


Fig. 3.

Die Volumenveränderung des Duraxglases zwischen −18
und Zimmertemperatur wurde dadurch bestimmt, daß
Kieselglasschwimmer mit einer Anzahl von solchen aus Dur
glas hergestellten, die sich in ihrem spezifischen Gewichte
je eine Einheit der dritten Dezimale unterschieden, in flüssi
Luft verglichen wurden. Es ergab sich dabei eine Kontrakt

---

1) L. Holborn u. F. Henning, Ann. d. Phys. **10.** p. 446. 1

2) K. Scheel, Verhandl. d. Deutsch. Physik. Gesellsch. **5.** p.
1903.

[der] Duraxglasschwimmer um 0,003[1]), eine Korrektur, die bei [der] Auswertung der Versuchsresultate berücksichtigt ist.

Ferner ist zu bemerken, daß bei Abkühlung eines solchen Schwimmers der Luftdruck im Innern etwa auf ein Drittel seines Wertes bei Zimmertemperatur sinkt, während der äußere Druck derselbe bleibt. Nach den Erfahrungen des einen von [uns][2]) war von vornherein wahrscheinlich, daß die hierdurch entstehende Volumenverminderung der Schwimmer zu vernachlässigen sei. Ein mit dem Oerstedtschen Piezometer angestellter Kontrollversuch bestätigte die Annahme.

Die bei der Bestimmung des spezifischen Gewichtes der Schwimmer gemachten Fehler und die der Analyse sind jedenfalls kleiner als die bei der Beobachtung des Zeitpunktes des Schwebens gemachten. Die flüssige Luft wurde vor dem Gebrauch filtriert und während der Beobachtung durch das erwähnte aufgelegte Kartonblatt bedeckt gehalten, um Eisteilchen in der Flüssigkeit zu vermeiden, welche leicht zu elektrischen Ladungen Anlaß geben können, die so stark werden, daß die Schwimmer an der Glaswand haftend, ihre freie Beweglichkeit einbüßen.[3]) Weiter ist zu bemerken, daß die genaue Beobachtung des Momentes des Schwebens erschwert wird durch die starken Konvektionsströmungen, die durch das Sieden der flüssigen Luft hervorgerufen werden. Es wurde daher jedesmal während der Beobachtung das Sieden in einfacher Weise dadurch beseitigt, daß durch Erhitzen der Spirale während weniger Sekunden ein starkes Sieden hervorgerufen wurde und es folgte dann regelmäßig eine kurze Zeit, in der keine Gasblasen in der Flüssigkeit aufstiegen, in der man also bequem beobachten konnte; andererseits kann man auf die angegebene Weise durch kurz dauerndes kräftiges Sieden die Flüssigkeit gut durchmischen und so die Ausbildung von Schichten verschiedener Dichte in der flüssigen Luft vermeiden. Diese Vor-

---

1) Der mittlere lineare Ausdehnungskoeffizient für Duraxglas zwischen Zimmertemperatur und der Temperatur der flüssigen Luft ist demnach 0,000005. Baly (l. c.) findet für ein nicht näher charakterisiertes Glas und dasselbe Temperaturgebiet 0,0000073. Für Schwimmer, die aus gewöhnlichen Biegeröhren hergestellt waren, fanden wir 0,0000075.

2) U. Behn, Ann. d. Phys. **3.** p. 733. 1900.

3) Vgl. H. Ebert u. B. Hoffmann, Ann. d. Phys. **2.** p. 706. 1900.

sichtsmaßregeln sind aber eigentlich nur dann notwendig, w
die Dichte bis auf eine Einheit der dritten Dezimale ge
bestimmt werden soll. Was die Benutzung der Balys
Werte betrifft, die sich auf einen Druck von 760 mm beziel
so sei noch erwähnt, daß der Luftdruck bei unseren Versuc
zwischen 749 und 766 schwankte. Da aber sowohl für Sa
stoff als auch für Stickstoff der Quotient dp/dT für ei
Druck von etwa 760 mm rund 100 mm/1° ist, so wird du
die Abweichungen (ein gleiches Verhalten der Mischungen bei
Gase vorausgesetzt) ein Fehler bedingt, der kleiner als 0,1°
und der vernachlässigt wurde.

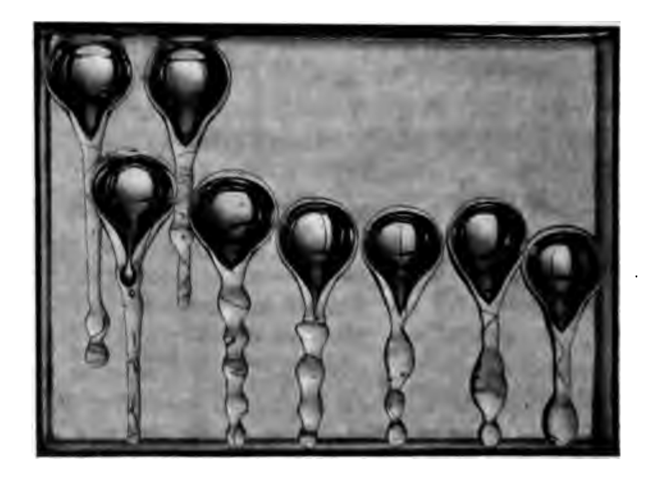


Fig. 4.

§ 7. Will man in der von uns vorgeschlagenen W
Schwimmer zur Temperaturbestimmung verwenden, so ist
nächst bei Anfertigung derselben zu beachten, daß man
Stiele der Schwimmer vorerst dünn auszieht, so daß i
nachher durch Abbrechen kleiner Stückchen das spezifi
Gewicht leicht regulieren kann. Ist dies erreicht, so schn
man die Stiele zu einem dickeren Stab zusammen, dem
absichtlich eine Anzahl von Verdünnungen und Verstärkun
giebt, so daß man nachher hieran leicht die einze
Schwimmer unterscheiden kann. Statt dessen könnte
auch die Schwimmer äußerlich versilbern und diese Sch

bei den einzelnen Exemplaren in verschiedener Weise zum Teil wieder entfernen. Man würde sich so etwa, wenn die Bestimmung der Temperatur auf 0,5° genügt, acht Schwimmer anfertigen, die bei Zimmertemperatur (Duraxglas als Material vorausgesetzt) folgende spezifische Gewichte haben müßten:

0,937, 0,975, 1,007, 1,035, 1,059, 1,080, 1,097, 1,110,

so daß sie den Temperaturen des Luftbades

−192,5°, −191,5°, −190,5° . . . −185,5°

entsprechen.[1]) Fig. 4 stellt einen solchen Satz in halber natürlicher Größe dar, den wir uns für unseren Gebrauch angefertigt haben. Die Anzahl der Verdickungen an den Stielen entspricht der letzten Ziffer vor dem Komma der Gradzahlen; eine stärkere Verdickung gilt für 5. Ist eine größere Genauigkeit der Temperaturbestimmung erforderlich, so wird man sich eine größere Anzahl von Schwimmern herstellen, was beiläufig gesagt viel schneller auszuführen ist, als man zunächst glaubt. Mit diesen Hülfsmitteln ausgerüstet wird man in den Untersuchungen bei tiefen Temperaturen seine ganze Aufmerksamkeit den eigentlichen Messungen zuwenden können und die jedesmalige Temperaturmessung mit einem Blicke erledigen.

Besonderen Dank schulden wir der Direktion der Höchster Farbwerke, die uns in liebenswürdigster Weise die für die Versuche erforderliche flüssige Luft zur Verfügung gestellt hat.

Frankfurt a/M., Laboratorium des Physikal. Vereins, Juni 1903.

1) Die Schwimmer können bezogen werden von Hrn. Glasbläser Burger, Berlin N., Chausseestraße 2 E.

(Eingegangen 20. Juni 1903.)

12. *Über die Farbe der Ionen;*
von A. Pflüger.

Von Hrn. Arrhenius ist der Satz aufgestellt worden, daß alle Zustandseigenschaften der wässerigen Salzlösungen mit wachsender Verdünnung einer Grenze zustreben, bei der sie additiv in Bezug auf ihre Ionen werden. Aus diesem Satze hat Hr. Ostwald[1]) unter vereinfachenden Voraussetzungen folgende leicht experimentell zu prüfende Schlüsse gezogen.

In einer Salzlösung sind vorhanden: 1. die unzersetzten Moleküle, 2. die beiden Ionen. Wenn nun der Einfluß des unzersetzten Moleküls auf die Konstanten der Lichtabsorption verschieden ist von dem der beiden Ionen, so werden diese Konstanten mit dem Gehalt an unzersetzten Molekülen, d. h. mit der Konzentration variieren müssen. Bei vollständiger Dissoziation wird, mit dem vollständigen Verschwinden unzersetzter Moleküle, nur der Einfluß der Ionen bestehen bleiben. Vereinfachen wir nun den Fall, indem wir ein Salz nehmen, dessen eines Ion in dem untersuchten Spektralgebiet überhaupt keine Absorption ausübe, nicht „farbig" sei, während das andere Ion einen charakteristischen Absorptionsstreifen hervorbringe. Untersuchen wir dann dieses, und eine Reihe verwandter Salze, die alle dasselbe farbige Ion enthalten, während ihr anderes, farbloses Ion von Salz zu Salz verschieden sei, dann müssen offenbar die verdünnten, vollständig dissoziierten Lösungen aller dieser Salze bei gleicher Konzentration die gleiche Lichtabsorption zeigen, da sie ja alle den gleichen

---

1) W. Ostwald, Zeitschr. f. phys. Chem. 9. p. 579. 1892.

halt an farbigen Ionen besitzen, d. h. also: die Spektra r verdünnten Lösungen verschiedener Salze mit dem gleichem rbigen Ion sind identisch.

Hr. Ostwald hat diesen Satz qualitativ geprüft, indem r elf Gruppen solcher Salze untersuchte. Von jeder Gruppe urden verdünnte Lösungen gleicher Konzentration nacheinander in dasselbe Absorptionsgefäß gebracht, und ihre Absorptionsspektra bei gleicher Belichtungsdauer photographiert. Verglich man die so erhaltenen Photogramme in Bezug auf ihre Gestalt und ihre Schwärzung, so zeigte sich die Behauptung bei der weitaus größten Mehrzahl der Fälle bestätigt. Die wenigen Ausnahmen wurden durch Hydrolyse und andere plausible Annahmen erklärt.

Die Versuche verdienen jedenfalls eine quantitative Nachprüfung, die ich an zwei von Hrn. Ostwald untersuchten Gruppen, den Permanganaten und den Salzen des p-Rosanilins, vorgenommen habe. Es wurden in jeder Gruppe sehr verdünnte Lösungen gleicher Konzentration hergestellt, und ihr Absorptionsvermögen für eine bestimmte Partie des Spektrums innerhalb des Absorptionsstreifens gemessen. Für alle Messungen wurde dasselbe Absorptionsgefäß benutzt. Die Dicke der durchstrahlten Schicht sowie die Reflexionsverhältnisse sind also in allen Fällen dieselben. Dann muß der Prozentsatz des durchgelassenen Lichtes für alle Lösungen derselben Gruppe derselbe sein.

Um von den Einstellungsfehlern des Spektrometers unabhängig zu sein, wurde die Messung in jeder Gruppe nur für eine passend gewählte Wellenlänge ausgeführt. Von einer Stammlösung ausgehend, wurde jede Lösung vor jedem Versuch frisch angesetzt, und die Messung sowohl an einer zweiten Probe derselben Lösung, als auch an anderen, frisch hergestellten wiederholt. Da die Ostwaldschen Behauptungen sich bestätigt fanden, habe ich auf eine Wiederholung der zeitraubenden Prozedur für weitere Wellenlängen verzichtet.

Es soll schon an dieser Stelle darauf hingewiesen werden, daß diese Bestätigung einen Rückschluß auf die zu Grunde liegenden theoretischen Annahmen nur in beschränktem Maße gestattet. Zu einer bündigen Beweisführung würde eine Untersuchung nicht nur im Gebiete der sichtbaren Wellen, sondern

auch möglichst weit ins Ultrarot und Ultraviolett hinein hören. Leider erlaubt die starke, schon bei $\lambda = 1400\ \mu\mu$ ginnende Absorption des Wassers keine Ausdehnung Messungen nach längeren Wellenlängen, und der Mangel genügend intensiven, konstanten, ein kontinuierliches Spekt liefernden Lichtquelle gestattet keine andere, als die einwandfreie photographische Methode im Ultraviolett.

Freilich läßt die Theorie eine andere Prüfungsmeth zu. Die Änderung der Absorptionskonstanten muß in ei gesetzmäßigen Zusammenhange mit der Änderung des Di ziationsgrades stehen. Hr. Vaillant[1]) hat diese Frage Gegenstand einer eingehenden Untersuchung an Kupfer- Kobaltsalzen gemacht, und innerhalb der sehr erheblic Versuchsfehler genügende Übereinstimmung mit den Forderun der Theorie gefunden. Für die Permanganate ist ihm nicht gelungen. Ich werde weiter unten den Grund di negativen Resultates besprechen.

Über die Versuchsanordnung, die ich l. c.[2]) ausführ besprochen habe, sei hier nur folgendes bemerkt. Als Strahlu messer diente eine im Okular des Fernrohres eines Spek meters angebrachte Rubenssche Thermosäule. Durch Dre des Fernrohres wurde die Säule mit den verschiedenen Spekt partien zur Deckung gebracht. Als Lichtquelle diente großer Nernstscher Glühkörper. Die Strahlung wurde d eine achromatische Linse parallel gemacht, und durch zweite ebensolche Linse auf dem Spalt des Kollimators einem scharfen Bilde der Lichtquelle vereinigt. In parallen Strahlengang zwischen die beiden Linsen wurde Absorptionsgefäß eingeschoben, und die Schwächung der Li intensität durch den Ausschlag des mit der Thermosäule Verbindung stehenden Panzergalvanometers gemessen. Absorptionsgefäß muß genügend planparallel sein, um Strahlengang nicht merklich zu stören. Unter einer gr Auswahl Leyboldscher Gefäße ließen sich einige für di Zweck ausreichende finden. Zur Charakterisierung der Emp

1) P. Vaillant, Ann. de chim. et phys. 28. p. 213. 1903. Vg selbst alle weiteren Literaturangaben.

1) A. Pflüger, Ann. d. Phys. 11. p. 561. 1903.

keit diene, daß bei einer Spaltbreite von 0,1 mm die ahlung des Nernstbrenners für die Wellenlänge $\lambda = 415\ \mu\mu$ en Ausschlag von 30 Skt. bewirkte.

Bei dieser Empfindlichkeit ließ sich die Breite des Kolli-torspaltes und der Blende vor der Thermosäule ebenso mal wählen, wie der Kollimator- und Okularspalt eines otometers; die Reinheit des Spektrums ist also nicht schlechter bei diesen. Die anderen Vorzüge vor der photometrischen thode, die größere Bequemlichkeit beim Ablesen, das Fehlen jektiver Einflüsse lassen sich leicht ermessen.

Übrigens kommt es bei unseren Versuchen nicht auf die inheit des Spektrums, sondern nur darauf an, daß die ersuchsbedingungen, nämlich die Weite des Spaltes, und die nstellung des Spektrometers absolut dieselben bleiben. Wir essen ja nicht Absorptionskoeffizienten für eine bestimmte Vellenlänge, sondern wollen nur feststellen, ob die Absorption nerhalb eines bestimmten Spektralgebietes für alle Lösungen rselben Gruppe dieselbe ist.

Permanganate.

Die Lösungen wurden in derselben Weise wie von Hrn. Ost-wald hergestellt, indem eine $^1/_{100}$ Normallösung ($^1/_{100}$ Äquivalent-gewicht auf den Liter Wasser) mit dem gleichen Volumen iner äquivalenten Lösung des Sulfates eines Metalles ver-mischt, und dann auf das 50-fache verdünnt wurde. Es ent-stehen Baryumsulfat und das gewünschte Permanganat. Ersteres wird abfiltriert. Die schließlichen Lösungen enthalten also ein Grammäquivalent des Ions MnO_4 in 5000 Litern. Die Dissoziation ist bei dieser Verdünnung so gut wie vollständig.

Die Thermosäule wurde mit der Mitte des ersten Absorptions-streifens, bei $\lambda = 576\ \mu\mu$, zur Deckung gebracht, und das Fern-rohr festgeschraubt. Die folgende Tabelle enthält die Resultate der Messungen. Jede Zahl entspricht einer frisch bereiteten Lösung, und ist das Mittel aus 5—10 Ablesungen. Der Be-trag der Reflexion ist nicht in Abzug gebracht, da dies für unsere Zwecke nicht nötig ist.

Tabelle 1.

Verdünnte Permanganatlösungen.

Konzentration: 1 Grammäquivalent in 5000 Litern. Eine Schicht von 30,5 mm Dicke läßt bei der Wellenlänge 576 $\mu\mu$ folgende Prozente des auffallenden Lichtes durch:

Baryumpermanganat:	26,6	Zinkpermanganat:	25,[illegible]
	26,2		26,[illegible]
	26,6		26,[illegible]
	26,3		26,[illegible]
Kadmiumpermanganat:	27,2	Ammoniumpermanganat:	26,[illegible]
	27,7		26,4
	27,4		27,[illegible]
			26,[illegible]
Kupferpermanganat:	26,3	Aluminiumpermanganat:	27,4
	26,8		27,[illegible]
	27,2		26,[illegible]
	26,0		
Kaliumpermanganat:	25,7	Magnesiumpermanganat:	25,7
	25,7		26,4
	25,5		26,[illegible]
			25,7
Lithiumpermanganat:	26,9	Nickelpermanganat:	25,7
	26,7		25,7
	25,8		26,[illegible]
	25,7		26,[illegible]
Kobaltpermanganat:	24,7		
	25,2		
	26,4		
	27,2		

Mittel: 26,3.

Die Tabelle zeigt eine genügende Bestätigung der Ostwaldschen Regel, wie sie übrigens auch schon Hr. Vaillant für drei von ihm untersuchte Permanganate festgestellt hat. Indessen gibt dies Resultat, wie oben schon erwähnt, keineswegs eine Bestätigung der dieser Regel zu Grunde liegenden Theorie. Zu diesem Zwecke müßte man vielmehr die Absorptionskonstante für eine bestimmte Wellenlänge bei verschiedenen Konzentrationen messen; man müßte weiter den Dissoziationsgrad dieser Lösungen den Kohlrauschschen Tabellen entnehmen, und nun den von der Theorie geforderten gesetz-

ligen Zusammenhang zwischen Absorption und Dissoziation hzuweisen versuchen. Hierfür sind indessen die Permanate so ungeeignet wie möglich. Denn es ist offenbar nötig, die Absorption in dem untersuchten, niemals völlig homogen Spektralgebiete nicht, oder nur sehr wenig mit der ellenlänge variiert. Ist dies nicht der Fall, so folgt ohne weiteres s dem bekannten Absorptionsgesetz, daß man bei verschiedenen mzentrationen einen mehr oder minder ausgeprägten Farbenechsel, d. h. eine Änderung der Absorptionskonstante des itersuchten Spektralgebietes finden wird. Diese Eigenschaft iben in hervorragendem Maße die sogenannten zweifarbigen örper, wie z. B. das Chlorophyll.

Die Permanganate zeigen nun im Rot und Orange eine eihe sehr schmaler Absorptionsstreifen, d. h. ihre Absorption uriiert schnell mit der Wellenlänge. Wollte man innerhalb ines solchen Absorptionsstreifens einen schmalen Bezirk mit enügend konstanter Absorption ausblenden, so müßte man dazu in sehr reines, weit ausgedehntes Spektrum erzeugen, also den Kollimatorspalt sehr eng, die Dispersion des Prismas groß, und erner die Breite des Okularspaltes bez. der Blende vor der Thermoäule sehr schmal nehmen. Dies Bemühen scheitert hier an ler zu geringen Energie; bei den Photometern aber an den ei zu geringer Breite des Okularspaltes auftretenden Beugungsrscheinungen. Dies scheint mir auch der Grund zu sein, warum Hrn. Vaillants Bemühungen, die Theorie an der Absorption der Permanganate zu prüfen, widersprechende Resultate gegeben haben. Aus alledem geht hervor, daß man die Prüfung zweckmäßig an Substanzen mit breitem Absorptionsstreifen vornimmt.

Von Wichtigkeit und leichter zu lösen ist die Frage, ob die verschiedenen Permanganate bei solchen Konzentrationen, bei denen ein erheblicher Teil der Moleküle sich in unersetztem Zustande befindet, Unterschiede des Absorptionsermögens zeigen. Zu diesem Zwecke wurden aus drei käufchen Permanganaten $^1/_5$ Normallösungen bereitet. Als Abrptionsgefäß dienten zwei Spiegelglasplatten, die durch ein förmiges Glimmerblatt von $^1/_{10}$ mm Dicke getrennt, und ırch vier Holzschrauben zusammengepreßt wurden. Jede ösung wurde mehrmals untersucht, und nach jeder Messung

die Platten zum Zwecke der Reinigung auseinandergenommen. Kontrollversuche hatten ergeben, daß nach dem Wiederzusammensetzen des Gefäßes seine Weite immer dieselbe war.

Da die Absorption sehr groß war (98,5 Proz. des auffallenden Lichtes), so mußte die Durchlässigkeit der Lösung zunächst auf die bekannte Durchlässigkeit eines Rauchglases bezogen werden. Der Dissoziationsgrad wurde aus den Kohlrauschschen Tabellen, die ihn bis zur Konzentration $^1/_{32}$ herab angeben, für die Konzentration $^1/_5$ roh extrapoliert.

Zur Bereitung der Lösungen wurde das oben angegebene Verfahren nicht angewandt, da die Umsetzung bei dieser großen Konzentration nur langsam und unvollständig verläuft. Man hätte die Reaktion in verdünnterem Zustande sich vollziehen, und dann die Lösung durch Vakuumdestillation auf höhere Konzentration bringen müssen. Da es sich aber nur um orientierende Versuche handelte, habe ich die Bereitung aus den käuflichen Salzen vorgezogen.

Zur Kontrolle wurden die Lösungen auch auf die Konzentration $^1/_{2000}$, bei der die Dissoziation nahezu vollständig ist, gebracht, und ihre Absorption bestimmt. Sie muß, den bisherigen Ergebnissen entsprechend, für die drei Salze dieselbe sein. Dies war, wie die Tabelle zeigt, in der Tat der Fall. Da nun die Absorption auch in den konzentrierten Lösungen für die drei Salze die gleiche ist, folgt, daß das Ion MnO_4 im Molekularverbande dieselbe Absorption bewirkt, wie im freien Zustande, — wenigstens für die drei Salze und für das untersuchte Spektralgebiet.

Tabelle 2.

Konzentrierte Permanganatlösungen.

Die Zahlen der beiden letzten Kolumnen geben an, welche Prozentteile des auffallenden Lichtes bei der Wellenlänge 576 $\mu\mu$ durchgelassen werden.

	Dissoziationsgrad bei $^1/_5$ Konzentration	Konzentration $^1/_5$, Schichtdicke 0,1 mm	Konzentration $^1/_{2000}$, Schichtdicke ca. 10 mm
Natriumpermanganat	ca. 60 Proz.	1,46	28,1
Kaliumpermanganat	ca. 75	1,40	28,0
Baryumpermanganat	ca. 50	1,44	27,7

p-Rosanilin.

e, auch von Hrn. Ostwald untersuchte Gruppe wurde um das Gesetz auch für positive Ionen nachzuweisen. tellung der Lösungen geschah, indem die käufliche p-Rosanilin in der berechneten Menge sehr verdünnter äure aufgelöst, und mit den Baryumsalzen verschiedener ur Wechselwirkung gebracht wurde. Es entstehen ulfat und das gewünschte Salz des p-Rosanilins. Die wurden bei den Konzentrationen $^1/_{6000}$ und $^1/_{100000}$, die Wellenlänge 546 $\mu\mu$ untersucht. Bei der Konzen- $_{6000}$, bei der die Absorption sehr stark ist, wurde wieder lurch ein Rauchglas geschwächte Licht bezogen. Die er Tabelle sind aber nicht umgerechnet, da verabsäumt ie Absorption des Rauchglases zu bestimmen.

Tabelle 3.

p-Rosanilinsalze.

1 cm dicken Schicht werden folgende Prozentteile des auf- nden Lichtes bei der Wellenlänge 546 $\mu\mu$ durchgelassen:

Konzentration:	$^1/_{6000}$ (bezogen auf Rauchglas)	$^1/_{100000}$
lsaures p-Rosanilin . .	38,5	29,7
saures p-Rosanilin . .	38,9	30,4
res p-Rosanilin . . .	37,6	29,2
ures p-Rosanilin . . .	37,3	29,8
ures p-Rosanilin . . .	37,7	28,5
wefelsaures p-Rosanilin	37,3	28,6
res p-Rosanilin . . .	36,7	28,5

Tabelle zeigt wiederum genügende Übereinstimmung rptionsverhältnisse. Dies Resultat ist insofern nicht des Hrn. Ostwald im Einklang, als dieser auf seinen phien geringe Unterschiede der Intensität der Ab- streifen bemerkt, und auf Hydrolyse zurückgeführt glaube dies Resultat des Hrn. Ostwald eher auf die htempfindlichkeit der Lösungen zurückführen zu sollen. at nimmt die Absorption einer frisch im Dunkeln

bereiteten Lösung sehr schnell ab, sobald man sie in den (
der Lichtstrahlen bringt, in mehreren Fällen in 10 Min.
ca. 10 Proz. Es genügt die Lösungen einige Zeit im Ta
licht stehen zu lassen, um fehlerhafte Resultate zu erhal
Die Messungen müssen darum mit den durch dies Verha
vorgeschriebenen Vorsichtsmaßregeln ausgeführt werden.

Ergebnis.

Der Satz: „Die Spektra der verdünnten Lösungen '
schiedener Salze mit dem gleichen farbigen Ion sind identi
wird durch die Beobachtungen an den Permanganaten
den Salzen des p-Rosanilins für die untersuchten Spekt
bezirke bestätigt.

Die Absorption der untersuchten Permanganate ist a
bei nur teilweise dissoziierten Lösungen für die untersuch
Spektralbezirke die gleiche.

Bonn, Physik. Institut der Universität, Mai 1903.

(Eingegangen 28. Juni 1903.)

13. *Über die Vernichtung der Phosphoreszenzfähigkeit durch Druck;* *von P. Lenard und V. Klatt.*

Von Hrn. Jul. Tafel ist kürzlich gezeigt worden[1]), daß Zinkoxyd durch Druck in eine braune Modifikation übergeführt werden kann, welche in Bezug auf Phosphoreszenzfähigkeit den Kanalstrahlen gegenüber sich anders verhält als das weiße Oxyd.

Dies veranlaßt uns, eine Erfahrung mitzuteilen, welche wir schon bei unseren früheren Versuchen über Phosphoreszenz gewannen, daß es nämlich eine allgemeine und auffällige Eigenschaft der bekanntlich hervorragend phosphoreszenzfähigen aus Erdalkalisulfiden herstellbaren Präparate[2]) ist, durch Druckwirkung ihre Phosphoreszenzfähigkeit zu verlieren. Zugleich verlieren sie dabei auch die ihnen eigenen, zarten, hellen Färbungen und nehmen dafür dunklere Farben an. Die Beobachtung bietet sich von selbst, wenn man die aus dem Tiegel genommene Probe eines solchen Phosphors, welche meist eine zusammengebackene, harte Masse darstellt, im Mörser zu zerkleinern sucht. Jeder Stoßpunkt des Pistills[3]) markiert sich auf der Masse in auffallender Farbe, welche wir Druckfarbe nennen wollen; belichtet man dann die Probe und betrachtet danach ihr Leuchten im Dunklen, so findet man dieselben Punkte schwarz, nichtleuchtend geworden. Die Herstellung pulverförmiger Phosphore ist infolge dieser Eigenschaft schwierig. Je weiter man das Zerreiben der Masse treibt, um so farbiger und um so weniger leuchtend wird sie. Harte Massen, z. B. solche mit Flußspatzusatz, sind dieser Zerstörung beim Pulvern mehr unterworfen als solche von zerreiblicher Konsistenz. Die Zerstörung kann zum großen

1) J. Tafel, Ann. d. Phys. 11. p. 613. 1903.

2) Vgl. V. Klatt u. P. Lenard, Wied. Ann. 38. p. 90. 1889.

3) Über Druckwirkungen unter dem Pistill vgl. W. Spring, Zeitschr. f. anorgan. Chemie 7. p. 382. 1894.

Teil rückgängig gemacht werden durch neues Erhitzen der Masse auf etwa dieselbe Temperatur, welche zu ihrer Bereitung erforderlich war.

Die Druckwirkung ist auch mit einem Aufleuchten des Phosphors verbunden, wobei es gleichgültig ist, ob derselbe vorher belichtet war oder nicht, beziehentlich ob er durch vorhergehendes, wiederholtes Erwärmen all sein Leuchten verausgabt hatte oder nicht. Das Aufleuchten ist bei den Erdalkaliphosphoren im allgemeinen wenig intensiv, kaum heller als es viele andere Körper beim Drücken, Reiben, Zerbrechen ebenfalls zeigen; phosphoreszenzfähiges Zinksulfid leuchtet viel stärker beim Stoß

Zu bemerken ist, daß die Druckfarbe außer Zusammenhang steht mit der zarten Färbung, welche den Erdalkaliphosphoren in normalem Zustande eigen ist. Diese Färbung ist je nach dem wirksamen Metalle [1]) verschieden; die Druckfarbe ist fleischrotbräunlich bei allen Schwefelkalciumphosphoren, kirschrot bei allen Schwefelstrontium- und grün bei allen Schwefelbaryumphosphoren. [2]) Es hat danach weder das wirksame Metall noch der schmelzbare Zusatz [3]) einen Einfluß auf diese Farbe, welche daher besonderen, verdichteten [4]) Modifikationen der reinen Erdalkalisulfide selber zuzurechnen sein dürfte. Es wäre danach zu sagen, daß diese Sulfide nur in derjenigen weniger dichten, zugleich farblosen Modifikation, welche in hoher Temperatur sich herstellt, als Substrate der Phosphoreszenzfähigkeit zu dienen vermögen. Der Aufbau phosphoreszenzfähiger Moleküle scheint ein komplizierter, stark raumbeanspruchender und daher durch äußere Kraft leicht zerstörbarer zu sein.

Auch die Platincyanüre sind gegen Druck empfindlich. Baryumplatincyanür wird beim Zerreiben ziegelrot, ganz von

---

1) Vgl. V. Klatt u. P. Lenard, l. c.

2) Wieder andere, und zwar meist dem Grau nahestehende Farben nehmen die Erdalkaliphosphore unter dem Einfluß lange fortgesetzter Kathodenbestrahlung in Entladungsröhren an.

3) Über diesen vgl. l. c.

4) Beispiele für die Bildung verdichteter Modifikationen durch Druck vgl. bei W. Spring, Bull. de l'Acad. de Belg. (2) 49. p. 24 ff. 1880, auch Zeitschr. für anorg. Chemie l. c.

[de]selben Farbe, wie wenn man es im Exsikkator seines Kristall[w]assers beraubt [1]), zugleich verwandelt sich seine helle, grüne Phosphoreszenz in die düster rötliche, die auch dem wasser[f]reien Salze eigen ist. Lithium-Rubidium-Platincyanür wird beim Zerreiben rötlich, seine helle, grüne Phosphoreszenz wird mattrot.

In Bezug auf die Erdalkaliphosphore haben wir in vorstehendem bereits die erheblich erweiterte Reihe intensiv wirksamer Präparate von bekannter chemischer Zusammensetzung benutzt, welche wir seit unserer früheren Veröffentlichung hergestellt haben, und welche den Gegenstand einer besonderen Mitteilung bilden soll.

Kiel und Pressburg, 16. Juni 1903.

---

1) Über Austreiben von Kristallwasser durch Druck vgl. W. Spring, Acad. de Belg. (3) 30. p. 199. 1895.

(Eingegangen 19. Juni 1903.)

14. *Beeinflussen Röntgenstrahlen die Wärmeleitung der Luft? von K. Hahn.*

Nach den Versuchen Pettinellis [1]), der die Abkühlung eines Thermometers beobachtet hatte, vergrößert sich die Wärmeleitfähigkeit der Luft bei Bestrahlung mit Röntgenstrahlen um $^1/_{30}$, während Amerio [2]) auf elektrischem Wege (durch die Abkühlung eines Thermoelementes etc.) das Resultat erhielt, daß die Wärmeleitfähigkeit sich nicht ändere. Um diese Frage zu entscheiden untersuchte ich nach einer Methode, die der Methode Schleiermachers [3]) zur Bestimmung der Wärmeleitfähigkeit der Luft glich, die etwaige Änderung der Wärmeleitung der Luft bei Bestrahlen mit Röntgenstrahlen.

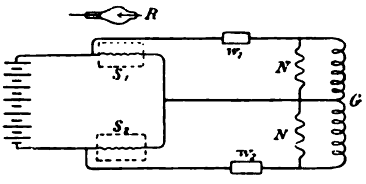
Es wurde ein durch den elektrischen Strom erhitzter Draht benutzt und aus seiner Temperaturänderung (gemessen durch Widerstandsänderung) ein Schluß auf eine etwaige Änderung der Wärmeleitung gezogen. Dabei kam folgendes in Betracht: 1. Der Metalldraht erwärmt sich bei Absorption der Röntgenstrahlen, wie dies von Dorn nachgewiesen worden ist. Jedoch ist diese Erwärmung nur äußerst gering. 2. Die galvanische Leitfähigkeit der Metalle kann eventuell durch die Bestrahlung geändert werden. 3. Die Wärmeleitung der Luft wird eventuell geändert.

Zur Untersuchung des zweiten Punktes wurde ein schwacher Strom (2—3 Milliampère) durch eine Platinspirale von 0,86 Ohm Widerstand, einer Drahtlänge von 85 cm und 0,4 mm Dicke geschickt. Im Nebenschluß dazu lag ein empfindliches d'Arsonvalgalvanometer von 679,2 Ohm innerem Widerstand und einer Empfindlichkeit von 4.10^{-9}. Es wurde keine Änderung der Leitfähigkeit gefunden. Ebenso ergaben ein dünner langer Platindraht oder Drähte von anderen Metallen in dieser oder einer Differentialschaltung, bei der die eine Spirale durch ein

1) P. Pettinelli, Nuovo Cim. (4) 8. p. 299; Beibl. 23. p. 698. 189[9]
2) A. Amerio, Nuovo Cim. (4) 10. p. 366; Beibl. 24. p. 324. 19[00]
3) A. Schleiermacher, Wied. Ann. 34. p. 623. 1888.

Erde abgeleitete Bleiplatte abgeschirmt war, ein negatives
sultat. Auch bei einer Stromstärke von 20—30 Milliampère
t keine Änderung ein.

Nun wurde der dritte Punkt untersucht. Es wurden zwei
atindrähte von 85 cm Länge und 0,1 mm Dicke, die spiral-
rmig (1 cm Durchmesser) aufgewickelt waren, in zwei gleiche
olzkästen gebracht und so angeordnet, daß die eine etwa
5 cm, die andere etwa 140 cm von der Röntgenröhre ent-
rnt war. Durch einen Kupferdraht verbunden, lagen sie in
nem Hauptstromkreis. An den Enden der Spiralen führten
rähte zu den entgegengesetzt geschalteten Spulen eines
ifferential-d'Arsonvalgalvano-
neters. Die Ausgleichung ge-
chah durch Vorschaltwider-
tände und Nebenschlüsse. Die
Empfindlichkeit war so groß,
laß das Galvanometer eine



Widerstandsänderung von $^1/_{10000}$ anzeigen mußte. Der Widerstand
der beiden Spiralen betrug bei gewöhnlicher Temperatur 23,4 Ohm.
Durch Erhitzen mit einem Strom von 1,06 Amp. stieg derselbe
auf 45 Ohm, was einer Temperatur der Drähte von 450° ent-
sprach. Die entwickelte Wärmemenge betrug 12,4 g Kalorien.
Es zeigte sich jedoch keine Änderung, so daß man annehmen
konnte, daß die Wärmeleitfähigkeit der Luft bei Bestrahlung
mit Röntgenstrahlen, wenn überhaupt, so doch um weniger
als $^1/_{10000}$ sich ändern würde.

Es wurde benutzt: eine gute Röntgenröhre, ein Induktor
von 60 cm Funkenlänge (Länge des Funkennebenschlusses 6,2 cm
bei Kugeln von 1 cm Radius) und ein Quecksilberstrahlunter-
brecher.

Die ganze Anordnung war auf Paraffin aufgebaut, da sich
zeigte, daß ein ganz geringer Erdschluß durch eine elektro-
statische Wirkung der Röntgenstrahlen einen Galvanometer-
ausschlag zur Folge hatte. Induktor und Röhre waren mit
einem abgeleiteten Drahtnetz umgeben.

Giessen, Physikal. Institut, Juni 1903.

(Eingegangen 10. Juni 1903.)

15. *Über das Spektrum von Kalium;*
von Walter Ritz.

Das Spektrum von Kalium zeigt eine Anomalie, auf die schon Kayser und Runge[1]) aufmerksam gemacht haben. Während bei allen anderen Elementen die nach ihren Formeln vorausberechneten Linien wirklich aufgefunden werden konnten, schien die mit $\lambda = 5812{,}54$, $\lambda = 5832{,}23$ (Å.-E.) beginnende Nebenserie von K eine Ausnahme zu bilden. Der Ordnungszahl $m = 4$ sollte ein im Rot gelegenes Paar $\lambda = 6957{,}4$; $\lambda = 6985{,}4$ nach ihren Berechnungen entsprechen; in dieser Gegend konnten aber bisher keine K-Linien wahrgenommen werden.

In meiner Inaugural-Dissertation[2]) habe ich auf Grund exakterer Formeln diese Serie aufs neue berechnet und für die fehlenden Linien die Wellenlängen 6936,4; 6964,7 angegeben. Die betreffende Serie erwies sich als erste Nebenserie; in ihrer unmittelbaren Nähe verläuft die zweite Nebenserie der das Paar 6911,2, 6938,8 angehört.

Die Vermutung lag nahe, daß bei der Unempfindlichkeit des Auges in dieser Spektralgegend die gewöhnlich benutzten Konkavgitter zu lichtschwach sein möchten. Versuche mit verschiedenen Lichtquellen und Apparaten führten in der Tat zur Auffindung einer schwachen Kaliumlinie in der betreffenden Spektralgegend. Als Lichtquelle erwies sich besonders günstig der von einer Akkumulatorenbatterie von 35 Volt gespeiste Bogen. Eine Linse entwarf auf dem Spalt des Spektralapparates ein *kleines* Bild des Bogens; das durch sechs Prismen zerlegte Licht wurde durch ein Fernrohr unter mäßiger Vergrößerung beobachtet. War metallisches Kalium[3]) in den Bogen eingeführt und die Dampfdichte sehr groß, so erschien

---

1) H. Kayser u. C. Runge, Sitzungsber. d. k. Akad. d. Wissensch. zu Berlin 1890.

2) W. Ritz, Göttinger Inaug. Diss. p. 60. Leipzig 1903.

3) Auch ameisensaures Kalium erwies sich als günstig.

ben dem bekannten Paar 6911, 6938 nach Seite der längeren Wellen eine bisher nicht beobachtete schwache, verbreiterte Linie, deren Zugehörigkeit zu K nach der Art ihres Erscheinens sehr wahrscheinlich war. Von hier bis zur Wellenlänge 7700 war keine weitere Linie sichtbar.

Wegen der Nähe der beiden von Kayser und Runge gemessenen Linien 6911, 6938 konnte die neue Linie auf diese als Normalen bezogen werden. Die Messung geschah durch Okularbeobachtungen mittels eines ebenen, auf ein Spektrometer von Krüss montierten Gitters. Die Trommeln der Mikroskope gestatteten die direkte Ablesung der Sekunden, und die Teilungsfehler des betreffenden kleinen Stücks des Kreises konnten direkt ermittelt und berücksichtigt werden. Das Gitter war ein auf Glas aufgetragener Celluloidabguß eines großen Rowlandschen Gitters, seine Lichtstärke bei 6900 sehr befriedigend.

Aus einer Reihe von Beobachtungen ergab sich der Winkel der roten Linien 6911,2, 6938,8 zu 5′ 56″; von letzterer Linie zur neuen fand sich 5′ 30″; hieraus folgt für die neue Linie

$$\lambda = 6964{,}4 \pm 0{,}5\,.$$

Die Rechnung nach meinen Formeln fordert, wie oben bemerkt, $\lambda = 6964{,}7$; die Übereinstimmung ist also eine ausgezeichnete und die Zugehörigkeit der neuen Linie zu K ist damit festgestellt.

Die zweite, voraussichtlich noch schwächere Linie des Paares müßte bei 6936,4 liegen, also ganz nahe bei der starken und ziemlich breiten Linie 6938. Es ist nur wenig Hoffnung, die beiden Linien durch Okularbeobachtungen zu trennen. Bei geringer Dispersion konnte schon 6964 wegen der blendenen Nähe von 6938 und 6911 nicht wahrgenommen werden, otzdem die Verhältnisse immer noch günstiger sind wie bei 6936.

Zunächst befremdet die geringe Intensität der neuen Linie Vergleich zu den benachbarten Linien der zweiten Nebenrie. Aber einerseits nimmt die Intensität mit abnehmender dnungszahl in der zweiten Nebenserie meist rascher zu als der ersten; andererseits zeigt die Beobachtung, daß die Abrption in den äußeren Schichten des Bogens und die da-

durch bewirkte Selbstumkehr der Linie so groß sind, daß dieselbe manchmal ohne jeden hellen Rand als dunkler Streif auf schwachem kontinuierlichen Hintergrund erscheint und dann natürlich kaum zu sehen ist. Ähnliches war von Kayser und Runge schon bei anderen K-Linien beobachtet worden.

Hr. Lenard[1]) hat kürzlich gefunden, daß die beiden Nebenserien von Li, Na von verschiedenen Schichten des Bogens ausgehen; sie müssen daher, nach Lockyers Methode untersucht, aus Linien von verschiedener Länge bestehen. Dies Resultat konnte bei Na bestätigt werden, bei K dagegen erschienen die Linien beider Nebenserien von derselben Länge. Die oben hervorgehobene starke Absorption in den äußeren Bogenschichten würde dieses Resultat vielleicht erklären; immerhin wird man schließen, daß eine Einteilung der Linien nach dem Ort ihrer Emission im Bogen, wie sie Hr. Lenard vorschlägt, nicht dieselbe Sicherheit besitzt, wie sie durch Beobachtungen im magnetischen Feld, verbunden mit der Rechnung, erreicht wird.

Bei Anwendung sehr geringer Dispersion konnte unter Umständen bei großer Dampfdichte das Aufleuchten von zwei wahrscheinlich zu K gehörigen Paaren zwischen 7120 und 7240 beobachtet werden, doch war eine Messung nicht möglich. Sie dürften dem nach Violett verbreiterten Na-Paar bei 5670 entsprechen.

Bonn, den 4. Juli 1903.

---

1) P. Lenard, Ann. d. Phys. 11. p. 636. 1903.

(Eingegangen 5. Juli 1903.)

16. *Bemerkung zu einer Arbeit des Hrn. A. Kalähne.*

(Mitteilung aus der Physikalisch-Technischen Reichsanstalt.)

In der in diesen Annalen Band 11. p. 225. 1903 veröffentlichten Abhandlung „Schallgeschwindigkeit und Verhältnis der spezifischen Wärmen der Luft bei hoher Temperatur“ finden sich p. 230 und 231 die folgenden Sätze, welche sich auf die amtliche Prüfung eines Le Chatelierschen Thermoelementes durch die Physikalisch-Technische Reichsanstalt beziehen.

p. 230: „Aus der elektromotorischen Kraft wurde die Temperatur der heißen Lötstelle berechnet auf Grund einer Aichungstabelle der *Physikalisch-Technischen Reichsanstalt*, welche das Element nach seinem Gebrauch durch Vergleichung mit einem ihrer Normalthermoelemente aichte . . .

Leider aber war, wie ich bald erkannte, die Aichung mit großen Fehlern behaftet.“

p. 231: „Die fehlerhafte Aichung in der Reichsanstalt war dadurch entstanden, daß das zur Vergleichung benutzte Holborn und Wiensche Normalthermoelement sich durch Aufnahme von Silicium etc. im Laufe der Zeit geändert hatte. Der schädliche Einfluß dieses Stoffes sowie auch der Flammengase war erst später erkannt und daher bei der Aichung nicht berücksichtigt worden.“

Diese Annahmen des Verfassers entsprechen nicht den Tatsachen. Das von Hrn. Kalähne benutzte Thermoelement — bezeichnet P.T.R. 505, geprüft von der Physikalisch-Technischen Reichsanstalt, Abteilung II, im Januar 1900 — ist mit *zwei Kopien* des Normalthermoelementes *N* von Holborn und Wien verglichen worden. Die Thermokraft dieser seit 1894 bez. 1898 im Gebrauch gewesenen Kopien ist aber, wie durch vergleichende Versuche zu verschiedenen Zeiten festgestellt wurde, innerhalb der Genauigkeit von etwa 5° unverändert geblieben. Durch die amtliche Prüfung ist also das von Hrn. A. Kalähne benutzte Element seinerzeit tatsächlich

an die seit Beginn (1894) bis zum 1. April 1901[1]) den Pr
zu Grunde gelegte Skala angeschlossen worden.

Daß diese ältere Skala[2]) gegenüber der neueren Ho
und Dayschen[3]) zu hohe Werte der Temperatur ergab,
der Reichsanstalt zur Zeit der Prüfung des in Betracht k
den Elementes wohl bekannt[4]), und es bedurfte in die
ziehung nicht erst eines besonderen Hinweises des Hrn. Kal
Deshalb wurde auch seinerzeit bei der Mitteilung der Prü
ergebnisse die Bemerkung hinzugefügt:

„Nach neueren, noch nicht abgeschlossenen Ver
sind die angegebenen thermoelektrischen Kräfte wahrs
lich etwas zu erhöhen.“ [5])

Der Zusatz, daß die thermoelektrischen Kräfte zu
seien, befindet sich auf allen Prüfungsscheinen aus der
als die neueren gasthermometrischen Versuche noch im
waren. Ferner ist gelegentlich einer Nachprüfung des in
stehenden Elementes am 12. Juli 1902, also nach Einführ
Holborn und Dayschen Skala, im Begleitschreiben a
Unterschied der Skalen durch den Satz hingewiesen wor

„Die übrigen Abweichungen“ — nämlich abgeseh
einer geringfügigen Änderung in der Thermokraft des Elem
— „gegen die Angaben des früheren Prüfungsschein
dadurch zu erklären, daß die auf dem neuen Scheine
den Werte der Thermokraft auf die seit dem 1. April
zu Grunde gelegte, von der früheren abweichende Temper
skala bezogen sind.“

Von diesem Satze hat Hr. Kalähne geraume Zei
seiner Veröffentlichung Kenntnis gehabt.

---

1) Vgl. Tätigkeitsbericht der Physikalisch-Technischen Reichs
1901; Zeitschr. f. Instrumentenk. 22. p. 149. 1902.

2) Vgl. L. Holborn u. W. Wien, Wied. Ann. 56. p. 395. 1

3) Vgl. L. Holborn u. A. Day, Ann. d. Phys. 2. p. 505. 1

4) Die Unterschiede beider Skalen sind schon aus der Arb
O. Lummer und E. Pringsheim (Ann. d. Phys. 3. p. 159. 19
legentlich der Umrechnung ihrer Strahlungsmessungen auf die Ho
und Daysche Temperaturskala zu entnehmen.

5) Auf diese Bemerkung hätte auch Hr. Stevens in seiner
tation (Heidelberg 1900) Rücksicht nehmen müssen. Bei sei
schließenden Arbeit (Ann. d. Phys. 7. p. 285. 1902) konnte er
die neue Temperaturskala zu Grunde legen.

(Eingegangen 20. Juni 1903.)

Druck von Metzger & Wittig in Leipzig.





Farbenempfindlichste Momentplatte nach
Prof. Dr. Miethe und Dr. Traube.
Otto Perutz, Trockenplattenfabr., München.
Illustrierter Katalog „Ph"
für Platten und Apparate gratis.

The European
Weston Electrical Instrument Co.

G. m. b. H.

Specialfabrik für elektrische Messinstrumente.

rlin S., Ritterstrasse 88.

Die
Weston'schen Fabrikate"
nd unerreicht in jeder
ziehung und warnen
r vor geringwerthiger
Nachahmung.

Cataloge
auf Anfrage gratis.



Aperiodische Weston-Wattmeter für Gleich- und Wechselstrom.





Wellmaschine nach Mach.

Verlag von Johann Ambrosius Barth in Leip

Aus Justus Liebigs Lehr- und Wanderjahren.

Ein Gedenkblatt zu seinem 100. Geburtstage.

Von

Geheimrat Prof. Dr. **Ernst von Meyer.**

8°. 15 Seiten mit Porträt. ℳ —.60.



Georg Westpha

Celle (Hannover).

Mechanisches Institu

Waagen und Gewichte

für

wissenschaftliche, chemisch

und

technische Zwecke.

Verlag von Joh. Ambr. Barth, Leipzig.

Über den Anfangsunterricht in der Chemie.

Antrittsvorlesung

von

Prof. Dr. **Julius Wagner.**

37 Seiten. ℳ 1.20.

Das vielumstrittene und moderne Thema findet hier von einem berufenen Vertreter eine eingehende und geistreiche Besprechung. Die Broschüre ist für alle Chemiker von Interesse.

Max Stuhl, Berlin

Glastechnische Werkstätte

jetzt

130 Friedrichstrasse 130

(früher Philippstr. 22).



Selen-

Zellen und -Apparate

für

Telephonie ohne Draht



sowie sämtliche elektrophysikalische Demonstrations-Apparate liefer

CLAUSEN & v. BRONK, Berlin N

Chausseestrasse

Man verlange gratis und franco illustr. Preisliste.

ANNALEN

DER

PHYSIK.

BEGRÜNDET UND FORTGEFÜHRT DURCH

F. A. C. GREN, L. W. GILBERT, J. C. POGGENDORFF, G. UND E. WIEDEMANN.

VIERTE FOLGE.

BAND 12. HEFT 3.

DER GANZEN REIHE 317. BANDES 3. HEFT.

UNTER MITWIRKUNG

DER DEUTSCHEN PHYSIKALISCHEN GESELLSCHAFT

UND INSBESONDERE VON

M. PLANCK

HERAUSGEGEBEN VON

PAUL DRUDE.



LEIPZIG, 1903.

VERLAG VON JOHANN AMBROSIUS BARTH.

ROSSPLATZ 17.

Inhalt.

Manuskripte sind an den Herausgeber, **Professor Dr. P. Drude,** zu senden. Seine Adresse ist **Giessen,** Nahrungsberg 8.

Es wird gebeten, die Manuskripte **druckfertig** einzuliefern und in den Korrekturen den beim Druck für sie verwendeten Raum nicht zu überschreiten.

Die Zeichnungen sind in möglichst sorgfältiger Ausführung den Abhandlungen auf besonderen Blättern beizulegen (nicht in das Manuskript selbst einzuzeichnen). Da die Figuren fortan möglichst in den Text eingefügt werden sollen, ist die Stelle des Manuskriptes recht genau anzugeben, wo sie hingehören.

Zitate sind am Rande oder unten auf den Seiten des Manuskriptes (nicht in dem Text selbst) und zwar möglichst in der in den „Fortschritten der Physik“ üblichen Form mit Angabe des Namens und Vornamens, der Band-, Seiten- und Jahreszahl aufzuführen.

Die Verlagsbuchhandlung liefert 100 **Sonderabdrücke** jeder Arbeit kostenfrei. Falls ausnahmsweise mehr gewünscht werden, so muß dies bei Rücksendung des ersten Korrekturbogens an die Druckerei auf dessen erster Seite bemerkt werden. Alle anderen, die Sonderabdrücke betreffenden Mitteilungen bittet man an die Verlagsbuchhandlung zu richten.

1903. № 11.

ANNALEN DER PHYSIK.

VIERTE FOLGE. BAND 12.

1. *Über die Beobachtung langsamer Kathodenstrahlen mit Hilfe der Phosphoreszenz und über Sekundärentstehung von Kathodenstrahlen;*
von P. Lenard.

Erzeugt werden die hier untersuchten Kathodenstrahlen mit Hilfe des ultravioletten Lichtes, welches, wie ich früher zeigte, Strahlen von außerordentlich geringer Geschwindigkeit an festen Körpern hevorbringt. Diese Erzeugungsweise hat den Vorteil, reine Versuche zu gestatten, denn sie findet im Vakuum in gleicher Weise statt wie beim Vorhandensein eines Gases; es können daher im Vakuum zuerst Eigenschaften und Ausbreitungsweise der Strahlen selber, und alsdann im gaserfüllten Raume die Wechselwirkungen zwischen den Strahlen und der Materie studiert werden. Die geringe Geschwindigkeit ist das besondere Interesse der so erzeugten Strahlen als neues Objekt sowohl, wie als Mittel der Untersuchung. Mit abnehmender Geschwindigkeit wächst der Einfluß äußerer Kräfte auf den Lauf der Strahlen; bei geringen Geschwindigkeiten dürften dieselben geeignet sein, Aufschlüsse zu geben über sonst unzugängliche elektrische Kraftfelder, wie die der Atome oder des Lichtes und ihm verwandter Strahlungen.

48.[1]) Ich habe daher gesucht, diese bisher nur elektrometrisch verfolgten Kathodenstrahlen durch Phosphoreszenz sichtbar zu machen. Daß dies gelinge, wurde schon früher mitgeteilt (10). Dem Elektrometer gegenüber hat der Phosphoreszenzschirm die beiden großen Vorzüge, erstens den Lauf der

1) Zur leichteren Bezugnahme auf die früheren Arbeiten ist deren Absatz- und Tabellennumerierung hier fortgesetzt. Nr. 1—9 vgl. Sitzungsber. d. k. Akad. d. Wissensch. zu Wien 108. IIa. p. 1649. 1899; auch abgedruckt in den Ann. d. Phys. 2. p. 355. 1900; Nr. 10—47. Ann. d. Phys. 8. p. 149. 1902.

Strahlen unmittelbar sehen zu lassen, und zweitens eine Unterscheidung zu gestatten zwischen Elektrizität selbst einerseits und geladenen Atomen oder Molekülen andererseits. Während nämlich der auffangende Teil des Elektrometers die ersteren sowohl als die Ladungen der letzteren sammelt und unterschiedslos zur Anzeige bringt, wird der Phosphoreszenzschirm von der ersteren, wenn sie genügend schnell bewegt ist (66), erleuchtet, von den letzteren dagegen nicht, bez. so wenig (74), daß jene Unterscheidung möglich wird.

49. In der Terminologie halte ich dementsprechend hier Trennung fest zwischen den etwa 70 Atomsorten der Chemie und Aggregaten aus solchen einerseits — Materie —, und aus diesen Atomen nicht Zusammengesetztem andererseits — Äther. Die Teile der (negativen) Elektrizität nenne ich Elementarquanten oder abgekürzt Quanten (vgl. 3 und 24); sie sind nach dem Festgesetzten nicht materiell, obgleich sie aus Materie genommen werden können.[1]) Die Bahn von Quanten ist ein Kathodenstrahl. Atome, oder Gruppen von Atomen, welche elektrisch geladen sind, nenne ich materielle Elektrizitätsträger oder abgekürzt Träger.

50. Der folgende I. Teil betrifft die Ausbreitung der Strahlen im Vakuum[2]); er bestätigt und ergänzt die Resultate der früheren elektrometrischen Untersuchungen hierüber (1—38) und liefert die Grundlage für das Folgende. Der II. Teil macht die Phosphoreszenzbeobachtung quantitativer Verwertung zugänglich. Dabei zeigt sich, daß die Energie langsamer Kathodenstrahlen mit bisher nicht vorausgesetzter Vollkommenheit in die von sichtbarem Licht verwandelt werden kann.[3]) Im III. Teil wird das Verhalten von Gasen den Strahlen gegenüber untersucht. Als hervortretendste Eigenschaft der Gase

1) Es ist anzunehmen, daß auch unelektrische Atome, wie die ungeladener, einatomiger Gase, negative Elektrizität enthalten und auch abgeben können (vgl. 71, 72).

2) Auf äußerstes Vakuum, welches früher zur Anwendung kam (8—9), konnte, wie schon vorher, verzichtet werden; zwar wurde die Quecksilberluftpumpe voll ausgenutzt, die Anwendung gefetteter Schliffe und Kittungen jedoch zugelassen.

3) Wenn dennoch, wie der Fall, die Phosphoreszenzbeobachtung weniger empfindlich ist, als die elektrometrische, so muß dies in der Empfindlichkeitsgrenze des Auges seinen Grund haben.

zeigt sich bei diesen langsamen Strahlen, daß ihr Inneres selbst Quelle von Kathodenstrahlung wird, sobald solche von außen her einfällt. Hierzu kommt die Untersuchung des diffusen Verlaufes und der Größe der Absorption langsamer Strahlen in Gasen (78 bez. 82).

I. Ausbreitung der Strahlen, durch Phosphoreszenz beobachtet.

51. Der Apparat ist in Fig. 1 dargestellt. *U* ist die emittierende Elektrode; sie empfängt durch den Quarzverschluß bei *Q*, die Blende *B* und die Öffnung *b* ein schmales Bündel

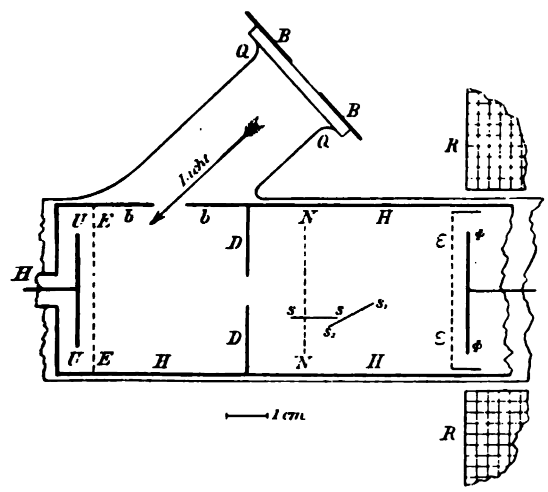


Fig. 1.

ultravioletten Lichtes, das von einer Zink–Kohle–Bogenlampe kommt. *U* parallel gegenüber findet sich ein Netz *E* aus sehr feinem Drahtgewebe, welches sowohl das erzeugende Licht als die erzeugten Kathodenstrahlen ohne allzu großen Verlust durchläßt; seine Maschengröße ist 1 mm², seine Drahtdicke[1] 0,24 mm. Das Netz ermöglicht beliebige Abänderung der Anfangsgeschwindigkeit der Strahlen, zu welchem Ende ein beschleunigendes oder verzögerndes elektrisches Feld zwischen *U* und *E* hergestellt wird, und zwar durch Ladung von *U*,

1) Einschließlich Berußung.

während E immer Endpotential behält. Gleichfalls mit der Erde verbunden ist die metallische Hülle HH, welche die ganze Innenwand des umschließenden Glasrohres bekleidet, und welche zum Teil ebenfalls aus feinem Drahtgewebe besteht, um Beobachtung des Phosphoreszenzschirmes Φ zu gestatten. Der letztere besteht aus Metallblech, auf welches eine dünne Schicht des phosphoreszenzfähigen Körpers so aufgetragen ist, daß die freie Oberfläche desselben von dem hierzu benutzten Bindemittel frei bleibt. Natronwasserglas erfüllte als solches die Bedingung, auch im Vakuum genügendes Leitvermögen zu behalten, um störende Eigenladungen des Schirmes Φ nicht aufkommen zu lassen. Φ gegenüber steht das sehr feine Drahtgitter ε, mit dem Drahtabstand 1 mm und Drahtdurchmesser 0,07 mm, durch welches sowohl die Kathodenstrahlung zu Φ als auch das Licht von Φ zum Beobachter geht. Auch zwischen ε und Φ kann ein elektrisches Feld hergestellt werden, was ausschließlich durch Ladung von Φ geschieht, während ε Erdpotential behält. Der Abstand $U\Phi$ ist variabel, wobei $\varepsilon\Phi$ konstant bleibt. Die Teile U, E, H sind berußt, ebenso alles, was später noch zwischen E und ε anzubringen sein wird; die Platindrähte von ε wurden blank gelassen.

Nachdem die Strahlen auf dem Wege von U bis E die gewünschte Geschwindigkeit erlangt haben, wird ihre Ausbreitung von E bis ε nicht weiter von elektrischen Kräften beeinflußt; erst zwischen ε und Φ kann eventuell ihre Geschwindigkeit wieder auf andere Höhe gebracht werden.

Als Maß der Geschwindigkeiten seien hier wieder Potentiale benutzt (vgl. 23). Da die Anfangsgeschwindigkeiten, mit welchen die Quanten U verlassen, nur zu äußerst geringem Teile 2 Volt erreichen und zum größten Teile der Null sehr nahe liegen (23), kann für gewöhnlich die Anfangsgeschwindigkeit als einheitlich und gleich Null genommen werden. Die Geschwindigkeit der Strahlen im Ausbreitungsraume $E\varepsilon$ wird dann gleich U sein, wenn U das negative Potential der Platte U bedeutet, während sie den Schirm Φ, dessen positives Potential Φ sei, mit der Geschwindigkeit $U + \Phi$ treffen.[1])

---

1) Ist eines der Potentiale U oder Φ verzögernd, so erhält es im folgenden negatives Vorzeichen.

Das metallische Diaphragma D vom Öffnungsdurchmesser **n, leitend** mit H verbunden, sowie die Teile N, s, s_1 s_2 sind **die zunächst** folgenden Versuche noch nicht vorhanden.

52. Da also der Raum von E bis ε frei ist, hat das an U **treut** reflektierte Licht vollen Zutritt zum Phosphoreszenz**rm** und derselbe ist davon matt erhellt.[1]) Dies verhindert **ch** nicht die Beobachtung der sehr hellen Phosphoreszenz**ke**, welche entstehen, wenn U auf 1000 oder mehr Volt **aden** wird. Die Flecke werden bei Annäherung eines **gneten** in dem für Kathodenstrahlen zu erwartenden Sinne **regt**; sie verschwinden, bis auf etwaiges Nachleuchten des **hirmes**, beim Verlöschen des erregenden ultravioletten Lichtes **wohl** als bei Entladung von U.

Daß trotz der diffusen Ausstrahlung von U (8) schon ohne **aphragma** einigermaßen scharf begrenzte Flecke entstehen, **tspricht** der im Verhältnis zur angewandten Beschleunigung **ringen** Anfangsgeschwindigkeit der Strahlen. Ist T die **ngentialkomponente** der Anfangsgeschwindigkeit in Volts **messen** und wirkt in normaler Richtung die große äußere **schleunigende** Kraft U, so ist bei einem Durchmesser $\varrho = 6{,}0$ mm des Lichtfleckes auf U und beim Abstande UE **leich** $s = 4$ mm als Durchmesser des Strahles zu erwarten.

An U selbst

$$2\varrho,$$

ei E

$$2\varrho + 4s\sqrt{T/U},$$

nd im Abstande d von E

$$2r_d = 2\varrho + (4s + 2d)\sqrt{T/U}. \qquad (1)$$

etzt man $T = 0{,}5$ Volt, was früher Gefundenem entspricht (19), **so** wird bei $d = 7$, 10, 14 cm und $U = 3000$ Volt $2r_d = 7{,}6$, **8,4**, 9,4 mm, während beobachtet wurden 7, 10, 12 mm. Die **verhältnismäßig** größere Breite des Strahles in den größeren **Abständen** dürfte Folge der Tangentialkräfte in den Maschen **des** Netzes E sein.

53. Ist $U < 500$ Volt, so sind die Flecke auf dem er**leuchteten** Grunde des Schirmes unmittelbar nicht mehr sichtbar. **Sie** können wieder hervorgebracht werden durch beschleunigende

1) Alles andere Licht wird als vom Beobachter ferngehalten voraus**gesetzt**.

Kräfte an Φ. Dieses Mittel bewirkt die Sichtbarmachung auch der langsamsten Strahlen, sobald solche nur vorhanden sind; die elektrische Kraft allein hat keine Wirkung auf den Schirm, wovon man sich durch Löschen des ultravioletten Lichtes sowohl als durch magnetische Weglenkung der Kathodenstrahlen überzeugen kann.

Selbst bei $U = 4$ Volt und $d = 14$ cm erscheint noch recht hell der Phosphoreszenzfleck, wenn $\Phi = 4000$ Volt ist. Allerdings ist er viel weniger hell, als wenn die Geschwindigkeit schon zwischen U und E auf 4000 Volt gebracht worden wäre, was Folge der diffusen Ausstrahlung ist, die um so mehr zur Geltung kommen muß, je kleiner U ist. Bei $U = 0$, also reiner Anfangsgeschwindigkeit, ist der Strahl auch mit Hilfe des geladenen Schirmes nicht weiter als bei $d = 8$ cm zu verfolgen. Dies ist bei der diffusen Ausstrahlung und der starken ablenkenden Wirkung, welche der Erdmagnetismus auf so langsame Strahlen ausüben muß, nicht anders zu erwarten. Horizontal laufende Strahlen von 0,5 Volt Geschwindigkeit müssen unter dem Einfluß der Vertikalkomponente des Erdfeldes Kreise von etwa 7 cm Radius beschreiben.

54. Um zu sehen, ob die magnetische Verschiebung des Phosphoreszenzflecke von der für Kathodenstrahlen zu erwartenden Größe sei, wurde ein größerer, starker Hufeisenmagnet dem Rohre so weit genähert, daß das Zentrum des Fleckes an den Rand des Schirmes zu liegen kam, was einer Ablenkung von 1,4 cm entspricht, oder beim Abstande $Us = 8,7$ cm einem Krümmungsradius des Strahles von 27,7 cm. Dabei war $U = 1600$ Volt, $\Phi = 4000$ Volt. Da der Magnet dem Strahl nicht sehr nahe war, variierte sein Feld längs des Strahles wenig; es wurde aus den Schwingungsdauern einer sehr kleinen Magnetnadel im Mittel zu 6,07 C.G.S. bestimmt, woraus das Dichtenverhältnis $\varepsilon/\mu = 1{,}14 \cdot 10^7$ C.G.S. folgt (vgl. die frühere elektrometrische Ausführung des Versuches in 5). Dies rechtfertigt es, daß wir die Phosphoreszenzflecke als die Enden von Kathodenstrahlen ansehen (vgl. auch 56, 57).

Wird im eben beobachteten Falle Φ abwechselnd entladen und wieder auf 4000 Volt geladen, so bemerkt man dabei jedesmal eine Verrückung des abgelenkten Fleckes um etwa 1 mm im Sinne einer Verminderung der Ablenkung bei

Ladung des Schirmes. Es entspricht dies der Annahme, daß der abgelenkte Strahl im elektrischen Felde $\varepsilon\,\Phi$ der Normalen von Φ sich nähern müsse. Daß keine stärkere Verminderung der magnetischen Ablenkung durch die starke Ladung von Φ bewirkt wird, zeigt an, daß für Strahlen von 1600 Volt Geschwindigkeit der Raum $E\varepsilon$ durch das Gitter ε genügend elektrisch geschützt ist. Dies trifft auch noch für viel langsamere Strahlen zu. Es wurden die 1600-Voltstrahlen in bezug auf ihre magnetische Ablenkung verglichen mit 400-Voltstrahlen und diese wieder mit 100-Voltstrahlen, alles bei $\Phi = 4000$ Volt. Dabei zeigte sich die Größe der magnetischen Ablenkung jedesmal sehr nahe verdoppelt, so daß bis zur Geschwindigkeit von 100 Volt herab derselbe Wert von ε/μ sich ergäbe, wie oben. Unterhalb dieser Geschwindigkeit trat jedoch eine Abweichung ein derart, daß z. B. 20-Voltstrahlen sogar weniger durch den Magneten abgelenkt erschienen als 100-Voltstrahlen. Es kann nicht zweifelhaft erscheinen, daß dies als Folge der nicht vollkommenen Schntzwirkung des Gitters ε zu betrachten sei; die durch dasselbe dringenden Kräfte müssen die langsamen Strahlen mehr beeinflussen als die schnelleren und sie müssen, ihrer Verteilung nach, die Strahlen gegen die Achse des Rohres hin konzentrieren. Daß bei $U = 20$ Volt und darunter überhaupt noch Phosphoreszenzflecke im Zentrum des Schirmes, statt allgemeiner Erhellung derselben erscheinen, trotz diffuser Ausstrahlung (vgl. 55), muß ohne weiteres als Folge des konzentrierenden Einflusses der Streukräfte von Φ erscheinen, auf welche demnach bei der Beobachtung von Strahlen unter 100 Volt Rücksicht zu nehmen sein wird.

55. Ist das Diaphragma D im Rohr angebracht, so wird der Phosphoreszenzschirm von einem großen Teil des reflektierten Lichtes befreit und dadurch geeigneter zur Beobachtung; zugleich bleibt dann die Ausbreitung auch der langsamsten Strahlen von E bis D hin ungestört von den durch ε dringenden Resten der bei Φ angewandten Kräfte; außerdem wird man dann bei allen Geschwindigkeiten schmale Strahlenbündel ausgeblendet erhalten.

Dementsprechend erscheinen die kreisförmigen Phosphoreszenzflecke jetzt fast scharf begrenzt; ihr Durchmesser beträgt beim Abstande $U\Phi = 10$ cm etwa 8,5 mm und variiert nicht

merklich mit der an U angewandten Spannung, solange dieselbe über etwa 1000 Volt bleibt. Bei geringeren Spannungen werden die Flecke ein wenig größer und verwaschen begrenzt. Diese Verhältnisse sind in Übereinstimmung mit geradliniger Ausbreitung beim Vorhandensein einer geringen, aber nicht unmerklichen tangentialen Komponente der Anfangsgeschwindigkeit.

Die Helligkeit der Flecke hängt von den Potentialen U und Φ ab. Wird das letztere Potential so gewählt, daß $U+\Phi$, d. i. die Endgeschwindigkeit der Strahlen am Schirm konstant bleibt, während U variiert, so gibt die Helligkeit der entstehenden, an Größe kaum verschiedenen Flecke ein zutreffendes Maß für die ankommende, also auch für die durch das Diaphragma gestrahlte Menge. Ist $D\Phi = 4$ cm, $U+\Phi = 4000$ Volt, so findet man die Helligkeit des Fleckes von hohen Spannungen U herab bis zu etwa $U = 1000$ Volt merklich konstant und sehr groß; bei $U = 300$ Volt ist der Fleck schon deutlich weniger intensiv geworden; bei $U = 50$ Volt ist er noch ziemlich hell, bei 6 Volt matt, bei 4 Volt nur spurenweise sichtbar; bei 0 Volt ist er verschwunden. Eine quantitative Durchführung des Versuches unter günstigeren Bedingungen, nämlich bei geringer Helligkeit der Flecke, $U+\Phi = 483$ Volt entsprechend, findet man unter 66, Tab. XXIII. Es ergibt sich dort merklich konstante Helligkeit von $U = 3400$ bis $U = 1500$ Volt; darunter trat deutliche Verminderung der Helligkeit ein.

Diese Verhältnisse zeigen wieder die tangentiale Anfangsgeschwindigkeit T von der Größenordnung 0,5 Volt. Berechnet man mit diesem Werte von T die Strahlquerschnitte $r_d^2\pi$ (52) an der Stelle des Diaphragmas, $d = 3,5$ cm, so findet man, daß die 0,7 cm weite Öffnung des letzteren folgende Prozentsätze der Gesamtausstrahlung, welche bei allen Werten von U bis zu etwa 3 Volt herab nahe konstant ist (33), nach Φ gelangen lassen mußte, soweit nicht bei den geringsten Geschwindigkeiten der Erdmagnetismus dies hinderte (53).

Tabelle XXI.

$U = 4000$	3000	2000	1500	1000	300	50	6	4 Volt
$p = 100$	100	95	92	81	55	24	5	4 Proz.

i. Mit Anwendung der Stromrolle *RR* (Fig. 1), welche
ohr umgibt und an demselben verschiebbar ist, können
ahlen axial konzentriert und so in größerer Menge durch
aphragma gebracht werden. Man findet dementsprechend
em etwa zu 4000 Volt geladenen Schirm intensiv bis
hell leuchtende kleine Scheibchen und zwar bei allen
geschwindigkeiten bis zu $U = 2$ Volt herab. Hierdurch
früher elektrometrisch konstatierte, starke, von großer
er beschleunigender Kraft unabhängige Ausstrahlung un-
bar sichtbar gemacht. Ohne beschleunigende Kraft, bei
, wird man etwas verminderte Ausstrahlung erwarten
n (33), wozu noch die sogleich zu erörternde Umkehr
Teiles der Strahlung im Felde der Stromrolle kommt.
deine Scheibchen erscheint dann dementsprechend auch
mehr so sehr hell.

)ie Strahlen laufen bei Anwendung der Stromrolle als
tische Linien auf Kegelmänteln, deren Spitze der Kon-
ızpunkt der wirkenden Kraftlinien ist.[1]) Zur Berechnung
Laufes wurde das Magnetfeld der Stromspule mit Hilfe
isenpulver und einer sehr kleinen Deklinationsnadel aus-
sen, mit den in Tab. XXII verzeichneten Resultaten. Es
tet δ den Abstand eines Achsenpunktes vom Rollenrand,
sen in Achsenrichtung, *M* die Polstärke, welche jedesmal
bstande *r* vom betrachteten Achsenpunkte anzubringen
um an diesem Punkte das gleiche Magnetfeld hervor-
gen, wie 1 Amp. in der Stromrolle.

Tabelle XXII.

δ	M	r
cm	C.G.S.	cm
0	483	7
2	178,7	6
5	89,9	7
10	56,0	10
20	41,4	18

[1]) H. Poincaré, Compt. rend. 123. p. 530. 1896.

Die Resultate der Berechnung des Strahllaufes, bei w
$\varepsilon/\mu = 10^7$ C.G.S. gesetzt, diffuse Ausstrahlung mit 1 Vo
schwindigkeit angenommen wurde, und welche durch geome
Konstruktion vorteilhaft unterstützt werden konnte, war
die gewöhnlich benutzte Stromstärke von 33 Amp. un
Abstand $U\Phi = UR = 10{,}0$ cm diese: Ohne beschleuni
Kraft werden die Strahlen nach geringer, anfänglicher
breitung bald zu einem sehr schmalen Bündel in der R
achse konzentriert; nicht alle Quanten gelangen jedoch na
sondern alles einigermaßen schief Ausgestrahlte kehrt w
zu U zurück. Diese Umkehr wird sehr vermindert, i
einige beschleunigende Kraft vorhanden ist. Bei $U = 10$
findet keine Umkehr mehr statt; alles Ausgestrahlte g
nach Φ hin, wobei das Diaphragma D bei der Schmä
konzentrierten Bündels kein Hindernis bildet. Zuglei
geben sich auch schon Knoten und Bäuche am Strahl
zwar sind es vier Knoten zwischen E und ε bei $U = 10$
und weniger bei höheren Potentialen von U.

Der Verlauf der Versuche entsprach dem Result
Rechnung. Statt durch Bewegung des Schirmes konnt
Knoten auch durch Bewegung der Stromrolle aufgesucht w
Ist nämlich das Rollenende R 20 cm von U entfernt,
geben Rechnung wie Beobachtung keine Knoten mehr a
Strecke $U\Phi = 10$ cm; schiebt man nun R näher an Φ
heran, so müssen sämtliche Knoten erst zur Ausb
kommen und also sukzessive auf dem Schirm erscheinen.
sächlich sieht man bei dieser Bewegung von R den anfä
großen Phosphoreszenzfleck zuerst allmählich zu einem in
leuchtenden Punkt sich zusammenziehen, alsdann wied
einem Scheibchen sich vergrößern, von neuem zusam
schrumpfen, und so fort. Man findet so

bei U =	100	200	1000	4000 Volt
	4	3	2	1 Knoten

Das Erscheinen dieser Knoten in der richtigen Zah
sonders auch bei der relativ geringen Geschwindigkei
100 Volt, und, wie hier gleich hervorgehoben sei, a
Gasen von nicht zu großer Dichte (77), schien mir von W
keit für die Überzeugung, daß es sich in den Versuch

iegenden Arbeit um Bewegungen derselben Elektrizitäts-
nten handle, die von den schnellen Kathodenstrahlen her
:annt sind, nicht um Bewegungen materieller Träger (vgl. 88).

57. Eine andere hierher gehörige Beobachtung betrifft
1 Schraubenlauf eines schief zu den Magnetkraftlinien ge-
hteten Strahlenbündels. Es sei bei *s s* eine isolierte Metall-
itte im Rohr so angebracht, daß das durch *D* kommende
rahlenbündel an ihr vorbeiziehen muß (vgl. Fig. 1); die Platte
i negativ geladen, etwa auf 4000 Volt bei $U = 4000$ Volt. Es
ird dann das Strahlenbündel von der Platte weggelenkt, so daß
ı ganz an den Rand des Phosphoreszenzschirmes fällt. Läßt
an nun gleichzeitig die magnetische Kraft der Stromrolle
irken, etwa mit 33 Amp., so erscheint am Schirme ein heller
reisbogen. Sein Zentriwinkel beträgt etwa 120°, der Radius
es Kreises, von welchem er Teil ist, 0,9 cm. Verschiebt man
ie Stromrolle, deren Ende bisher mit *Φ* zusammenfiel, längs
ler Rohrachse, so wandert der helle Bogen in jenem Kreise
erum, beim Annähern der Stromrolle an *U* im Uhrzeigersinn,
on *U* aus gesehen, beim Entfernen im entgegengesetzten Sinn,
wobei zugleich der Bogen kürzer, sein Radius größer wird,
bis er zuletzt, bei großen Entfernungen der Stromrolle, in den
exzentrisch gelegenen Fleck sich zusammenzieht. Diese Er-
scheinungen waren zu erwarten, denn der Kathodenstrahl,
welchem durch *s* eine seitliche Geschwindigkeitskomponente
erteilt wird, unter gleichzeitiger Verringerung seiner ursprüng-
lichen Geschwindigkeit, muß im starken Magnetfelde zu Schrauben-
gängen sich winden. Bei Verstärkung des Feldes, entsprechend
der Annäherung von *R*, müssen die Windungen sich dichter
nebeneinander legen, also in größerer Zahl ausbilden, was als
Kreisbewegung des Strahlendes beobachtet wird, während bei
Schwächung des Feldes Ganghöhe und Durchmesser der
Schraubenlinien wachsen müssen, was ebenfalls der Beob-
achtung entspricht. Da der Schnitt des schraubenförmigen
Strahles mit dem Schirm $^1/_3$ Kreisumfang umfaßte, mußte die
Ganghöhe nur das Dreifache der Strahldicke, d. i. etwa 0,6 cm
betragen haben bei einem Windungsdurchmesser von 1,8 cm.
Aus der geringen Ganghöhe folgt, daß fast die ganze Ge-
schwindigkeit des Strahles, welche bei *s* wie bei *D* 4000 Volt
betragen muß, durch die vereinte Wirkung der elektrischen

und magnetischen Kraft parallel zum Schirm gerichtet worden ist. Dieser Geschwindigkeit U entspricht im Magnetfeld $H = 33\, M_{\delta=0}/r^2 = 325$ C.G.S. (Tab. XXII) der Krümmungsradius $R = \sqrt{2}\,.\,10^8\, U/H \sqrt{\varepsilon/\mu} = 0{,}9$ cm, wie beobachtet.

58. Es ist zu erwähnen, daß auch bei positiven Ladungen von U Phosphoreszenzflecke zu erhalten waren, wenn die konzentrierende Stromrolle und beschleunigende Ladungen am Schirm zu Hilfe genommen wurden. Die verzögernden Kräfte an U konnten sogar groß sein, ohne daß die Flecke ausblieben. So erschien bei $U = 10$ Volt verzögernd, $\Phi = 4000$ Volt, ein ziemlich helles Pünktchen, das bei $U = 100$ Volt verzögernd matt, bei 1000 Volt noch spurenweise sichtbar war und erst bei $U = 2000$ Volt verzögernd ganz verschwand. Es wäre dies unverträglich mit der sehr geringen Größe der Anfangsgeschwindigkeiten (23, 26), wenn nicht zu bedenken wäre, daß in den gegenwärtigen Versuchen ein Teil des erregenden Lichtes die Außenfläche des Netzes E trifft — 49 Proz. nach den Ausmessungen des Netzes gerechnet —, so daß jederzeit das Netz selbst ebenso wie U Quelle von Kathodenstrahlen sein muß. Bei dieser Entstehungsweise müßte die Geschwindigkeit der mit verzögernden Kräften beobachteten Strahlen nur die ganz geringe Größe der Anfangsgeschwindigkeiten besitzen. Dies trifft auch zu. Lädt man die Hilfsplatte *s s* auf 4 Volt negativ, so verschwinden jene Flecke.

Die Strahlung von geringer Geschwindigkeit, welche hiernach vom Netz E stets ausgehen muß, kann bei beschleunigenden Kräften an U nicht merklich stören, denn sie wird eliminiert erstens dadurch, daß nur die Strahlen von U durch die beschleunigenden Kräfte konzentriert werden, die von E nicht, zweitens wird der durch das Netz dringende Teil des Kraftfeldes von U die Strahlung des Netzes sogar zur Rückkehr bringen und also ganz entfernen müssen.

59. Alle Strahlgeschwindigkeiten werden durch verzögernde Kräfte von genügender Größe vernichtet, ohne daß Nebenerscheinungen am Schirme bemerkbar würden. — Da der Satz Voraussetzung für späteres ist, seien die betreffenden Versuche, welche auch eine Messungsweise geringer Strahlgeschwindigkeiten bez. geringer Potentialdifferenzen mit Hilfe des Phosphoreszenzschirmes ergeben, hier mitgeteilt. Es befindet sich

Netz NN (Fig. 1), von gleicher Beschaffenheit wie E, mit
ı verzögernden Potentiale $-N$ senkrecht dem Strahle gegen-
rgestellt, so daß die Quanten der Reihe nach passieren:

: Teile	U	E	D	N	s	Φ
ren Potentiale sind	U	0	0	$-N$	0	Φ
ı die Geschwin-igkeiten gibt	V	$U+V$	$U+V$	$U+V-N_1$	$U+V$	$U+V+\Phi$

nn V die Anfangsgeschwindigkeit ist. Für das Netzpotential N
dabei das kleinere N_1 gesetzt, entsprechend dem Umstande,
ß die endliche Maschenweite des Netzes das volle Potential N
' die durchgehenden Strahlen nicht zur Geltung kommen
sen kann. Wird $N_1 \gtreqless U+V$, so können keine Strahlen
s Netz passieren, der Schirm muß also dunkel bleiben. Dies
ıt ein

bei U =	0	100	200	1000	4000	Volt beschleunigend
mit N =	2,0	103	204	1022	4087	Volt verzögernd

›bei die Stromrolle jedesmal die Strahlen konzentriert hielt
ıd $\Phi = 1500$ bis 3000 Volt beschleunigend war. Aus den
tzten, großen Werten von N, gegen welche V verschwinden
uß, entnimmt man, daß N_1 um 2,2 Proz. kleiner zu setzen
t als N, was nach den Ausmessungen des Netzes und beim
bstande $DN = 13$ mm etwa zu erwarten war. Aus den ersten,
einen Werten von N folgt dann die größte, in merklicher
enge vertretene Anfangsgeschwindigkeit $V = 1,76$ Volt, in
tter Übereinstimmung mit der früheren elektrometrischen
essung (22, 23).

Unterläßt man die Konzentration durch die Stromrolle,
› tritt bei Gleichheit der Potentiale U und N Erhellung des
anzen Schirmes ein, offenbar als Folge der tangentialen Kom-
onente der Anfangsgeschwindigkeit, welche in der Nähe von N
irksam werden müssen, wenn dort die normale Komponente
ıhe zu Null reduziert ist.

60. Feste Körper sind für die langsamen Strahlen nur
sehr geringem Maße durchlässig, entsprechend dem früher
schnellen Strahlen gewonnenen Ergebnisse, daß die Ab-

sorption mit zunehmender Ablenkbarkeit zunimmt, und zwar nahe im selben Verhältnis für feste wie für gasförmige Körper.[1] — Befindet sich an dem Diaphragma D ein gewöhnliches, grün durchsichtiges, etwa 0,00007 mm dickes, fast löcherfreies Goldblatt ausgespannt, so erhält man bei Spannungen U unter 3000 Volt keine Phosphoreszenzen am Schirme. Bei $U = 3000$ Volt erscheint zum erstenmal die Spur eines hellen Punktes, wenn die Stromrolle mitwirkt. Bei $U = 4000$ Volt wird der Punkt deutlicher; er kann durch $\Phi = 4000$ Volt zu einem recht hellen Flecke von etwa 6 mm Durchmesser verstärkt werden. Daß der Fleck trotz Konzentration durch die Stromrolle so groß ausfällt, zeigt an, daß die Strahlen das Gold unter bedeutender Zerstreuung durchsetzt haben. Dies wird unmittelbar ersichtlich bei $U = 6000$ Volt, wo die durchgelassene Menge schon sehr beträchtlich ist; es erscheint dann ohne Stromrolle der ganze Schirm matt erhellt.

Mit gewöhnlichem Aluminiumblatt von etwa 0,00036 mm Dicke beobachtet man dieselben Erscheinungen. Dies Blatt ist einigermaßen löcherig; diesem Umstande dürfte der geringe, unterhalb $U = 4000$ Volt zu beobachtende Durchgang zuzuschreiben sein. Erst bei $U = 4000$ Volt beginnen die Phosphoreszenzen merklicher zu werden, um dann mit weiter wachsender Geschwindigkeit etwa in derselben Weise wie beim Golde rasch weiter zuzunehmen.

Obgleich das Goldblatt etwas schwerer war als das Aluminiumblatt, schien es doch ein wenig durchlässiger zu sein als dieses; es wäre danach bei geringen Geschwindigkeiten die Masse nicht mehr so bestimmend für das Absorptionsvermögen, wie bei den großen Geschwindigkeiten (vgl. 78 und 82).

II. Intensität der Phosphoreszenzwirkung von Kathodenstrahlen.

61. Es wird hier zu nachfolgender quantitativer Benutzung des Phosphoreszenzschirmes ermittelt, welche Funktion der Strahlgeschwindigkeit und der Strahldichte die Intensität des Phosphoreszenzlichtes ist. Auch in Hinsicht einer noch zu

---

[1] P. Lenard, Wied. Ann. 56. p. 261 u. 268. 1898.

ndenden Theorie der Phosphoreszenz dürfte diese Frage Belang sein.[1])

Unter Strahldichte sei dabei die Menge von reiner, teriell nicht getragener negativer Elektrizität verstanden, lche der Strahl in der Zeiteinheit durch die Flächeneinheit nes Querschnittes führt.

62. Zur Bemessung der Intensität des am Schirm ergten Phosphoreszenzlichtes diente als photometrisches Vernichsfeld der vom reflektierten erregenden Lichte getroffene il des Phosphoreszenzschirmes selber. Es war dies möglh, weil alle benutzten Schirme mattweiße Flächen von nahe sicher Albedo besaßen, und es bot den Vorteil, die unvereidlichen Schwankungen der Intensität des erregenden Zinkgenlichtes unschädlich zu machen, bis auf Schwankungen, lche das Verhältnis des sichtbaren und ultravioletten Teiles eses Lichtes betreffen. Um den als Vergleichsfeld dienenden eil des Schirmes von den Kathodenstrahlen und den andern eil vom Lichte frei zu halten, war die Platte $s_1 s_2$ (Fig. 1) angebracht, daß ihre scharfe Schattengrenze den Schirm ngefähr halbierte, und die durchs Diaphragma D kommenden Kathodenstrahlen wurden durch einen kleinen Elektromagneten oweit in den Schatten von $s_1 s_2$ gelenkt, daß ihr Phosphoresenzfleck eben die Schattengrenze und damit auch das Verleichsfeld berührte.

Die Versuche bestanden dann jedesmal darin, photometrische Gleichheit zwischen dem Vergleichsfelde und dem Phosphoreszenzfleck herzustellen. Dies konnte durch meßbare Abänderung einer oder mehrerer der drei Größen Helligkeit des Vergleichsfeldes, Strahlgeschwindigkeit und Strahldichte geschehen. Zu bemerken ist, daß das Vergleichsfeld durch das auffallende Licht in keinem Falle zu mehr als spurenweisem Nachleuchten erregt wurde; es wurden für gewöhnlich auch nur kurze Belichtungsdauern benutzt. Die Abstände $D s_1$ und $s_1 \Phi$ betrugen je 3 cm.

63. Die Phosphoreszenzintensität ist der erregenden Strahldichte proportional. — Ist durch passende Wahl der Ge-

---

1) Deren Beantwortung, auch Vorbedingung ist für etwaige rationelle utzbarmachung des durch Kathodenstrahlen erregten Phosphoreszenzhtes.

schwindigkeit photometrische Gleichheit hergestellt, so bl[...] diese bestehen, wenn die Zinkbogenlampe beliebig von [...] Platte *U* entfernt oder ihr genähert wird. Es wurden die A[...]stände 36 und 130 cm versucht, was einer Variation der V[...]gleichshelligkeit im Verhältnis von 1 : 13 entspricht. Da d[...] von *U* ausgestrahlte Menge der wirkenden Lichtintensität pro[...]portional ist (14), ist damit der vorangestellte Satz innerhal[...] der Versuchsgrenzen erwiesen.

64. Die photometrische Gleichheit blieb aber auch dann bestehen, wenn das auf *U* fallende Licht durch rotierende Sektoren aus schwarzem Karton, also durch Intermittenz ver[...]mindert wurde, was in jedem Falle unter Anwendung s[...] rascher Rotation geschah, daß das Auge kein Flimmern a[...] Schirm bemerken konnte. Die Zinkbogenlampe befand sich dabei 36 cm von *U* entfernt und es wurde Abschwächung a[...] $^1/_4$, $^1/_{10}$ und $^1/_{30}$ versucht. Das Resultat ungestörter photo[...]metrischer Gleichheit am Schirme zeigt an, daß durch Inter[...]mittenz erzielte Variation der Strahldichte die erregte Phos[...]phoreszenzhelligkeit nicht anders beeinflusse, als zeitlich kon[...]tinuierliche Variation dieser Dichte. Dies wurde in der Folge benutzt; die Lichtquelle blieb stets im Abstande 36 cm von *U* und alle Abschwächung geschah durch rotierende Sektoren.

Sollte dabei die Strahldichte allein variiert werden, die Vergleichshelligkeit aber ungeändert bleiben, so wurden Sektoren aus dünnem klaren Glimmer benutzt, welcher für sichtbares Licht durchlässig, für ultraviolettes Licht undurchlässig ist. Vom Lichtverlust durch Reflexion am Glimmer wurde abge[...]sehen, da dessen Einfluß die Fehlergrenze der hier vorliegen[...]den ersten Messungen dieser Art nicht wesentlich überschreitet.

65. In Hinsicht der Phosphoreszenz bedeutet die Einfluß[...]losigkeit der Intermittenz, daß der durch das Anklingen der Phosphoreszenz beim Beginn einer Bestrahlungsperiode be[...]dingte Ausfall an Lichtemission kompensiert wird durch das Nachleuchten nach Aufhören der Bestrahlung. Hierzu ist in[...]dessen zu bemerken, daß jenes Anklingen sowohl als das Nach[...]leuchten bei allen untersuchten Körpern (Nr. 1—7, Tab. XXVII) und bei allen Strahlgeschwindigkeiten oberhalb der alsbald anzugebenden Schwellengeschwindigkeit von keiner leicht merk[...]lichen Dauer war. Es genügte die kürzeste Bestrahlungs-

mer, welche etwa durch Momentanschluß des Stromes der ichtquelle oder des ablenkenden Elektromagnetstromes, oder rch rasch aufeinanderfolgendes Laden und Entladen von *U* rvorgebracht werden konnte, um die vorher eingestellte phototrische Gleichheit zur Geltung gebracht zu sehen. Auch nk nach Unterbrechung einer längeren Bestrahlung die Innsität des Phosphoreszenzlichtes ohne merklichen Übergang af den verhältnismäßig geringfügigen Betrag zurück, den sie lan längere Zeit hindurch noch beibehielt.

66. Um die Abhängigkeit der Phosphoreszenzhelligkeit n der Strahlgeschwindigkeit festzustellen, wurden die Gechwindigkeiten aufgesucht, welche mit verschiedenen Strahlenichten gleiche Helligkeit, nämlich die des Vergleichsfeldes erben. Die folgende Tabelle enthält zunächst die Resultate r den weiterhin mit Nr. 1 bezeichneten, am meisten benutzten osphor.

Tabelle XXIII.

Nr. 1. CaS, Bi, $Na_2S_2O_3$. $\lambda_{max.} = 455 . 10^{-6}$ mm.[1]

H	Q	U	Φ	$U + \Phi = v$	Mittel	$v - 300$	$\frac{(v-300)\,Q}{H} = C$
		Volt	Volt	Volt	Volt	Volt	
1	1	1490	−1000	490	483	183	183
1	1	2510	−2000	510			
1	1	2520	−2000	520			
1	1	3410	−3000	410			
1	$^1/_2$	2680	−2000	680	680	380	190
$^1/_2$ [2]	$^1/_4$ [2]	2730	−2000	730	730	430	215
1	$^1/_4$	3050	−2000	1050	1050	750	188
1	$^1/_{10}$	1900	0	1900	1950	1650	165
1	$^1/_{10}$	2900	−1000	1900			
1	$^1/_{10}$	4050	−2000	2050			

Mittel: $C = 188$

Es bedeutet H die Helligkeit des Vergleichsfeldes, volle, verminderte Helligkeit desselben zur Einheit genommen,

1) Vgl. V. Klatt u. P. Lenard, Wied. Ann. 38. p. 98. 1889.
2) 180° schwarzer Karton, 90° Glimmer, 90° frei.

Q die Strahlendichte, ebenfalls mit deren vollem, durch S nicht vermindertem Betrage als Einheit, U wie stets die geschwindigkeit von E bis zu ε hin; negative Werte bedeuten verzögernde Potentiale des Schirmes, $U + \Phi$ die Geschwindigkeit, mit welcher die Strahlen den treffen.

Die letzte Kolumne der Tabelle zeigt das Resul bei gleichbleibender Strahldichte die Phosphoreszenzh proportional ausfällt der um 300 Volt verminderten geschwindigkeit; denn die Größe $(v - 300)\, Q / H$ erwei als konstant, soweit die Genauigkeit geht. Die Phos zenzhelligkeit ist danach gegeben durch die Gleichung

$$H = \frac{1}{C} \cdot Q(v - v_0). \tag{2}$$

Es werde $1 / C$ die Intensitätskonstante, und v_0 die Scl geschwindigkeit des betreffenden Körpers genannt. Die beträgt für den oben benutzten Körper im Mittel 1/1 letztere 300 Volt.

67. Unterhalb der Schwellengeschwindigkeit verli Gleichung (2) ihre Bedeutung; für den Grenzfall $v =$ sie aus, daß Strahlen von Schwellengeschwindigkeit a beliebig großer Dichte den Körper dunkel lassen. Füh den entsprechenden Versuch aus, indem man große Stral durch Anwendung der konzentrierenden Stromrolle hervorbringt, so findet man, daß unterhalb der Scl geschwindigkeit etwas Neues eintritt. Der Schirm bleil lich bei kurzer Dauer der Betrachtung allerdings phos zenzfrei; bald bemerkt man jedoch das allmähliche treten eines Phosphoreszenzfleckes, dessen Helligkeit noch weiter anwächst, bis sie einen konstant ble Maximalwert erreicht hat. Dieser Endwert der Hellig gering im Verhältnis zu den Helligkeiten, die üb Schwellengeschwindigkeit auch bei kleinen Strahldichte merkliche Verspätung erscheinen (65). Die Endhelligk um so geringer aus, und sie erscheint zugleich mit größerer Verspätung, je tiefer v unter v_0 liegt. Bei $v =$ war der Phosphoreszenzfleck eben noch sichtbar und gingen 10 Sek. bis zu seinem vollen Erscheinen; bei v

ar auch nach 30 Sek. nichts zu sehen. Daß im letzteren
alle reichliche Strahldichte wirklich vorhanden war, beweist
as sofortige intensive Erscheinen des Fleckes bei Anwendung
nügender beschleunigender Kraft an Φ (vgl. 56).

Das Nachleuchten ist auch bei Erregung unter der
hwellengeschwindigkeit nur von kurzer Dauer; die Farbe
es Phosphoreszenzlichtes war in allen Fällen, wo die geringe
ntensität Unterscheidung derselben zuließ, dieselbe, wie bei der
ntensiveren Erregung über der Schwellengeschwindigkeit. Einer
er untersuchten Körper, Uranglas, war unter Schwellen-
eschwindigkeit überhaupt nur spurenweise erregbar.

Offenbar bestehen die Erregungen durch Strahlen über
ez. unter Schwellengeschwindigkeit in zwei voneinander ver-
chiedenen Vorgängen. Charakteristisch ist es für die erste
Art der Erregung, daß sie ohne sichtbare Verspätung volle
Helligkeit liefert, deren Betrag innerhalb gewisser Grenzen
vgl. 70) der Gleichung (2) folgt. Nur diese Erregungsart
kommt für die Zwecke der gegenwärtigen Arbeit in Betracht.

68. An verschiedenen phosphoreszenzfähigen Körpern er-
gaben sich die folgenden Resultate (Tab. XXIV), wobei stets
volle Helligkeit, $H = 1$, des Vergleichsfeldes benutzt worden war.
Zur Ermittelung der Schwellengeschwindigkeit v_0 dienten beide
Wege[1]), welche nach dem Vorhergehenden offen stehen. Erstens
nämlich wurde durch Variation von U und Φ bei großer
Strahldichte diejenige kleinste Strahlgeschwindigkeit aufgesucht,
welche ohne merkliche Verspätung einen Phosphoreszenzfleck
erscheinen ließ; zweitens wurde durch Rechnung aus den in
der Tabelle enthaltenen Versuchsdaten Q und v derjenige
Wert von v_0 ermittelt, welcher das Produkt $(v - v_0)\,Q$ der
Konstanz am nächsten brachte. Die beiden Wege führten
in keinem Falle zu widersprechenden Resultaten, doch mußte
der erstgenannte weniger befriedigend sein, da in der Nähe
von v_0 die zu beobachtenden Momentanhelligkeiten der Null
nahe kommen. Die Konstanz des genannten Produktes, also
der Anschluß an Gleichung (2) war überall so weit herstellbar,
als die Genauigkeit der photometrischen Resultate geht und
die vierten Kolumnen der Tabellen zeigen.

1) Ausgenommen beim Uranglase.

Tabelle XXIV.

Q	U	$U+\Phi=v$	$(v-v_0)\,Q=C$	
	Nr. 2. CaS, Mn, $Na_2S_2O_3$. $\lambda_{max.} = 611 \,.\, 10^{-6}$ mm.[1]) $v_0 = 1000$ Volt.			
	Volt	Volt		Mittel
1	2000	1570	570	
$^1/_2$	2200	2200	600	572
$^1/_4$	3180	3180	545	
	Nr. 3. CaS, Cu, Na_2SO_4. $\lambda_{max.} = 511 \,.\, 10^{-6}$ mm.[2]) $v_0 = 1170$ Volt.			
1	2550	1550	380	
$^1/_2$	1950	1950	390	388
$^1/_4$	2750	2750	395	
$^1/_{10}$	3000	5020	385	
	Nr. 4. CaS, Cu.[3]) $v_0 = 1900$ Volt.			
1	3000	3000	1100	
$^1/_2$	3000	4100	1100	1092
$^1/_4$	4000	6200	1075	

Q	U	$U+\Phi=v$	$(v-v_0)\,Q$	
	Nr. 5. SrS, Bi, Na_2SO_4.[4]) $v_0 = 2500$ Volt.			
	Volt	Volt		Mi
1	3600	3600	1100	
$^1/_2$	2600	4600	1050	1[illegible]
$^1/_4$	4000	7100	1150	
	Nr. 6. ZnS nach Henry.[5]) $v_0 = 1700$ Volt.			
1	2050	2050	350	
$^1/_2$	2450	2450	374	[illegible]
$^1/_4$	3450	3450	438	
$^1/_{10}$	3000	4700	300	
	Nr. 7. Uranglas.[6]) $v_0 = 5800$ Volt.			
1	10 000	14 000	8200	

Die Tab. XXV faßt die beiden Konstanten C und v_0 f[illegible] sämtliche untersuchten Körper zusammen; hinzugefügt si[illegible] gelegentlich anderer Beobachtungen schätzungsweise gewonne[illegible]

1) V. Klatt u. P. Lenard, Wied. Ann. **38.** p. 99. 1889.

2) l. c. p. 96.

3) Aus denselben Materialien und in gleicher Weise bereitet wi[illegible] Nr. 3, jedoch ohne den Zusatz; daher ohne das lange Nachleuchten b[illegible] Erregung mit Licht (vgl. V. Klatt u. P. Lenard, l. c.). Phosphoreszen[illegible] farbe grün, wie bei Nr. 3.

4) Dieser Phosphor gehört einer noch unveröffentlichten Fortsetzu[illegible] der zitierten Arbeit an; ich verdanke ihn Hrn. V. Klatt. Phosphore[illegible] zenzfarbe grüngelb; intensiv und lange nachleuchtend, wenn mit Li[illegible] erregt.

5) Käufliches Präparat.

6) Grob gepulvert (vgl. 51).

ittelungen der Schwellengeschwindigkeit zweier oft benutzten **per.**

Tabelle XXV.

Nr.	Substanz	C	v_0
1	CaS, Bi, $Na_2S_2O_3$	500 [1])	800 Volt
2	CaS, Mn, $Na_2S_2O_3$	572	1000 „
3	CaS, Cu, Na_2SO_4	388	1170 „
4	CaS, Cu	1092	1900 „
5	SrS, Bi, Na_2SO_4	1100	2500 „
6	ZnS Henry	366	1700 „
7	Uranglas	8200	5800 „
8	Thüringer Glas	—	ca. 6000 „
9	Pentadecylparatolylketon	—	ca. 4000 „

Die Tabelle läßt keinen unmittelbaren Zusammenhang der **nstanten** C und v_0 mit der Dauer des durch Belichtung **regbaren** Nachleuchtens der betreffenden Körper erkennen. r. 5 beispielsweise besitzt die Fähigkeit solchen Nachleuchtens ı außerordentlichem Maße; seine Intensitätskonstante ist dabei **aum** verschieden von der des nur phosphoroskopisch merklich **achleuchtenden** Präparates Nr. 4.

Zum Zweck des Nachweises langsamer Kathodenstrahlen **zeigt** die Tabelle das Präparat Nr. 1 als das geeignetste; dasselbe verbindet mit kleiner Schwellengeschwindigkeit eine verhältnismäßig hohe Intensitätskonstante $1/C$ und ist daher im vorliegenden auch vorzugsweise benutzt worden.

69. Zur Beurteilung der Energieverhältnisse bei der Phosphoreszenzerregung durch Kathodenstrahlung sind die in Tab. XXV benutzten willkürlichen Einheiten (66) durch bekannte Einheiten zu ersetzen. Die Einheit der Strahldichte wurde durch elektrometrische Beobachtung der von Φ in der Zeiteinheit aufgenommenen Elektrizitätsmenge unter Berücksichtigung des Durchmessers des Phosphoreszenzfleckes (55)

1) Dieser Wert ist hier durch Erhöhung von 188 (Tab. XXIII) auf 500 auf gleiche Einheit mit den übrigen Werten C gebracht. Es lag zwischen der Beobachtung von Nr. 1 und der von Nr. 2—7 ein Zeitraum von 6 Monaten, während dessen die Wirksamkeit der Rußfläche U stark abgenommen hatte (vgl. 89).

zu $0{,}57 \,.\, 10^{-10}$ Coul./sec. cm² bestimmt. Die benutzte E der Helligkeit ist gleich $2{,}2 \,.\, 10^{-6}$ Hefnereinheiten/cm setzen, was sich daraus ergibt, daß eine Amylacetatlam 6 m Abstand von einem der benutzten Phosphoreszenzsc aufzustellen war, um seine Beleuchtung gleich der des gleichsfeldes bei $H = 1$ erscheinen zu lassen.[1])

Hiernach ist die Phosphoreszenzhelligkeit in Hefnereinl pro Quadratzentimeter gegeben durch

$$H = 3900 \frac{Q}{C} (v - v_0), \tag{3}$$

wenn Q in Ampères pro cm², v und v_0 in Volt gere werden und C seinen Wert wie in Tab. XXV behält. ist die gesamte, in Form von Kathodenstrahlen dem S zugeführte elektrische Energie, $Q(v - v_0)$ der zur Lichterzeu verfügbare Teil derselben. Beträgt dieser Teil, welche Körpern mit kleinem v_0 leicht der gesamten Energie gleich werden kann, 1 Watt, so gibt Gleichung (3) $3900/C$ H einheiten als Lichteffekt. Für die stärker erregbaren K der Tab. XXV ist C nahe gleich 400, der Lichteffek 1 Watt also rund 10 Hefnereinheiten.

Dieser Effekt übertrifft weit den sämtlicher anderen l erzeugungsweisen; eine elektrische Glühlampe liefert bei weise nur etwa 0,3 Hefnereinheiten für 1 Watt. Die E der sichtbaren Lichtstrahlung der Hefnerlampe, bezoge 1 cm² in 1 cm horizontalem Abstand beträgt nach Tum

---

1) Das Vergleichsfeld, Schirm mit Nr. 1, befand sich dabei w im Rohre, der von der Hefnerlampe beleuchtete Schirm, mit Nr. 1 außerhalb dicht daneben; Glas und Drahtnetz in gleicher Beschaf wie am Rohre waren zwischen ihn und das Auge gesetzt. Zu be ist, daß der Schirm nur einen Teil des auf ihn fallenden Licht Hefnerlampe zurückstrahlen wird, entsprechend seiner Albedo, wird er aber auch bei seiner Erleuchtung durch Kathodenstrahl einen Teil des in ihm erregten Phosphoreszenzlichtes nach außen st und da in beiden Fällen die äußere Oberfläche als Lichtquelle wird es in beiden Fällen auch nahe derselbe Teil sein müssen. entsprechend wurde eine Albedo nicht in Rechnung gesetzt und deutet danach H in Gleichung (3) die gesamte, unter dem Einfl Kathodenstrahlen gelieferte Lichtmenge, ohne Rücksicht darauf, davon nach außen gelangt.

2) O. Tumlirz, Sitzungsber. d. k. Akad. d. Wissensch. z 98. IIa. p. 848. 1889.

26 Milliamp.)^2 . 1 Ohm, nach K. Ångström 20,6 . 10^{-9} al./sec[1]); danach wäre 1 Watt = 5,3 bez. 8,6 Hefnereinheiten setzen. Die nächstliegende Deutung des hier gefundenen heren Betrages von 10 Hefnereinheiten ist diese, daß die ktrale Energieverteilung des Phosphoreszenzlichtes eine dere ist als die des Lichtes der Hefnerlampe. Die erstere rahlung hat ihr Maximum im Innern des sichtbaren Spektralbietes, die letztere an der äußersten Grenze desselben; es uß daher bei gleichem Energieinhalt beider Strahlungen die stere dem Auge notwendigerweise heller erscheinen als die tztere. Demnach wäre kein Überschuß, sondern nur eine ahe vollkommene Umwandlung elektrischer Energie in die on sichtbarem Licht zu konstatieren.

70. Wenn die Phosphoreszenzhelligkeit durch intensive Betrahlung zu sehr hohen Werten gesteigert wird, ist ein Zurückleiben derselben hinter Gleichung (3) zu erwarten; denn die Erahrung zeigt, daß in Entladungsröhren zwar große Phosphoreszenzhelligkeiten erzielt werden können, nicht ohne daß aber uch große Erwärmung eintritt. Messungen hierüber liegen on Hrn. E. Wiedemann vor.[2]) Fraglich bleibt in Entladungsöhren, welcher Teil der Erwärmung etwa der Wirkung im Entladungsprozeß bewegter Gasmoleküle zuzuschreiben sei.

Ich habe deshalb einige der vorbenutzten phosphoreszenzähigen Körper auch am Aluminiumfenster einer Entladungsöhre untersucht. Die mit dem Körper überzogene Fläche tand vertikal und unter 45° zur Fensternormalen geneigt; lie eine Hälfte derselben sollte von den Kathodenstrahlen eregt, die andere durch eine Hefnerlampe beleuchtet werden, leren Licht streifend zur Fensterwand, also ebenfalls unter 45° zum Schirm einfiel. Ein aufgelegtes Glimmerblatt schützte lie zu beleuchtende Hälfte vor Kathodenstrahlen, ein schattenwerfender Schirm die andere Hälfte vor dem Licht der Hefnerlampe. Die vertikale Trennungslinie, in welcher beide Hälften auber aneinander grenzten, schnitt die Fensternormale im Abstande 0,90 cm vom Fenster selbst. Dieser Schnittpunkt urde beobachtet. Die Abstände der Hefnerlampe von jenem

1) K. Ångström, Soc. Roy. de Sc. d'Upsala 3. p. 1. 1903.

2) E. Wiedemann, Wied. Ann. 66. p. 61. 1898.

Punkte, bei welchen photometrische Gleichheit der beiden Hälften dortselbst eintrat, sind in Tab. XXVI unter r verzeichnet. Die Sicherheit der photometrischen Einstellungen wurde bei den verhältnismäßig großen Helligkeiten durch die Farbenungleichheit der beiden Felder sehr beeinträchtigt, es sind daher nur abgerundete Zahlen angegeben.

Das Entladungsrohr war mit einer Influenzmaschine verbunden. Um Strahlen von bekannter Geschwindigkeit zu haben, wurde die Luftverdünnung im Rohre so gehalten, daß die magnetische Ablenkbarkeit der Strahlen im Rohre ebenso groß ausfiel wie die, welche bei Wiederherstellung der Bedingungen früherer Versuche[1]) eintrat, in welchen die Strahlgeschwindigkeit zu $v = 0{,}70 \cdot 10^{10}$ cm/sec = 25000 Volt gemessen worden war. Zur Ermittelung der Strahldichte wurde in besonderen Versuchen die entladende Wirkung der Strahlen in Luft gemessen. Es ergab sich, daß von einer in 14 mm Abstand vom Fenster aufgestellten, mit einem Elektroskop und einer Leydener Flasche verbundenen Metallplatte bei Anwendung der gleichmäßig rotierenden Influenzmaschine in 10,0 Sek. dieselbe Elektrizitätsmenge entladen wurde, wie durch 43 Schläge des in den erwähnten früheren Versuchen benutzten Induktoriums, für welches die Strahldichte aus Versuchen im äußersten Vakuum bekannt ist.[2]) Hiernach wird die in den gegenwärtigen Versuchen vorhandene Strahldichte zu $150 \cdot 10^{-10}$ Coul. pro Sek. berechnet[3]), treffend auf 1 cm² in 0,90 cm Abstand vom Fenster im Vakuum. In Luft von Atmosphärendruck gelangt hiervon nur der Bruchteil $e^{-0,90\,a} = 0{,}07$[4]) ans Ziel, d. i. $11 \cdot 10^{-10}$ Coul./sec.cm² $= Q$.

Mit diesen Werten von v und Q und den Konstanten C und v_0 der Tab. XXV sind die hierunter in der letzten Ko-

---

1) P. Lenard, Wied. Ann. **64.** p. 287. 1898.

2) $0{,}27 \cdot 10^{-10}$ Coul. pro Schlag auf 0,13 cm² in 8 cm senkrechtem Abstand vom Fenster. P. Lenard, Wied. Ann. **64.** p. 282. 1898.

3) Zu berücksichtigen waren Durchmesser und Dicke des Aluminiumfensters. Dieselben betrugen in den früheren Versuchen (l. c. p. 280) 1,7 bez. 0,003 mm, in den gegenwärtigen 1,25 bez. 0,0044 mm, was mit dem Absorptionsvermögen 7000 cm^{-1} des Aluminiums 0,20 als Faktor zur Strahlendichte liefert.

4) $a = 3$ cm^{-1}, P. Lenard, Wied. Ann. **56.** p. 261. 1895.

nne verzeichneten Helligkeiten H nach Gleichung (3) berechnet; daneben stehen die aus den beobachteten Abständen r folgenden Helligkeiten $1/4\pi r^2$.

Tabelle XXVI.

Nr.	Substanz	r	Helligkeit beob. $1/4\pi r^2$	Helligkeit ber. H
		cm	10^{-6} $\frac{\text{Hefnereinheiten}}{\text{cm}^2}$	
1	CaS, Bi, $Na_2S_2O_3$	200	2,0	220
2	CaS, Mn, $Na_2S_2O_3$	50	82	180
3	CaS, Cu, Na_2SO_4	200	2,0	270
4	CaS, Cu	400	0,50	92
6	ZnS nach Henry	100	8,0	280
7	Uranglas	500	0,32	1,0

Man sieht, daß die beobachtete Helligkeit in allen Fällen zurückblieb hinter der berechneten, und also auch für die Körper Nr. 1, 2, 3, 6 hinter der nahe vollständigen Energieumwandlung (69), jedoch bei den verschiedenen Körpern in sehr verschiedenem Maße.[1] Bemerkenswert ist, daß absolut die größte, relativ sehr große Helligkeit derjenige Körper zeigt, welcher die größte Menge des in ihm wirksamen Metalles[2]) enthält, nämlich Nr. 2 mit 3 Proz. Manganoxydgehalt. Nr. 1 bez. 3 und 4 enthalten nur zehntel bez. hundertstel Prozente des betreffenden wirksamen Metalles. Bei Nr. 3 und 4, welche gleichen Kupfergehalt haben, ist die beobachtete Helligkeit nahe der gleiche Bruchteil der berechneten. Das Uranglas Nr. 7 enthielt etwa 0,5 Proz. Uranoxyd[3]), es ergab absolut geringe, relativ aber große Lichtstärke.

---

1) Bei Nr. 1, mit blauem Phosphoreszenzlicht, muß das Purkinjesche Phänomen dahin mitgewirkt haben, den Körper bei größeren Intensitäten relativ zu dunkel erscheinen zu lassen.

2) Vgl. V. Klatt u. P. Lenard, l. c.

3) Für die Bewerkstelligung der Analyse des Glases im hiesigen chemischen Institut bin ich meinen Kollegen, den Herren Geh.-Rat Claisen und Prof. Biltz, zu Dank verpflichtet.

III. Sekundäre Entstehung von Kathodenstrahlen in Gasen.

71. Daß Kathodenstrahlen die Luft leitend machen, ha[be] ich durch frühere Versuche unter Bedingungen gezeigt, welc[he] die Mitwirkung fremder elektrischer Kräfte völlig ausschlossen.[1] Es war für diese Wirkung der Strahlen gleichgültig, ob si[e] den als Prüfmittel für die Leitfähigkeit der Luft benutzt[en] geladenen Körper oder auch andere feste Körper der Umgeb[ung] trafen, oder ob nicht[2]), so daß die Annahme einer unmitt[el]baren Wirkung der Strahlen auf die Luft selbst als näch[st]liegend übrig blieb.

Hiervon ausgehend hat Hr. McLennan die Wirkung i[n] verschiedenen Gasen bei verschiedenen Drucken untersucht[3] mit dem Resultate, daß die durch Kathodenstrahlen hervorzu[rufende] rufende maximale Leitfähigkeit, oder, nach der Anschau[ung] über die Elektrizitätsleitung in Gasen, welche inzwischen sich entwickelt hatte, die Zahl der positiven und negativen Elektri-zitätsträger, welche im Gase durch die Kathodenstrahlen er-zeugt werden, proportional sei der Dicke des Gases, unab-hängig von dessen chemischer Natur. Hiernach lag es nahe, die Trägererzeugung mit der Absorption der Strahlen im Gase in Verbindung zu bringen, denn von letzterer war jene Pro-portionalität mit der Gasdichte bereits bekannt.[4])

Dennoch erscheint es nicht angängig anzunehmen, daß die Trägererzeugung bei der Absorption der Strahlen statt-finde dergestalt, daß die erzeugten Träger von denjenigen Gas-molekülen stammten, welche Strahlquanten an sich genommen haben. Denn die Zahl der erzeugten Träger übersteigt in ge-nügend dichten Gasen außerordentlich die Zahl der absorbierten Strahlquanten. Letzteres folgt schon aus den ersterwähnten Versuchen am Aluminiumfenster, in welchen trotz des Über-schusses an negativen Trägern, der infolge der Absorption der Strahlquanten in der Luft vorhanden sein muß, keinerlei Uni-polarität des Leitvermögens der Luft zum Vorschein kam.[5]

1) P. Lenard, Wied. Ann. 51. p. 240. 1894.
2) P. Lenard, Wied. Ann. 63. p. 254. 1897.
3) McLennan, Phil. Trans. A. 194. p. 1. 1900.
4) P. Lenard, Wied. Ann. 56. p. 255. 1895.
5) P. Lenard, Wied. Ann. 51. p. 240. 1894.

h die Resultate der neueren Untersuchungen Hrn. Duracks m dementsprechend aus. Derselbe findet[1]), daß von einem thodenstrahlquantum bei der Geschwindigkeit 0,4 . 10^{10} cm/sec je 1 cm Strahllänge in Luft von 1 mm Druck etwa Trägerpaare erzeugt werden. Es würden danach, der chte proportional gerechnet, in Luft von gewöhnlichem Druck 4 Trägerpaare durch je ein Strahlquantum erzeugt werden, lches, wie am Fenster einer Entladungsröhre geschieht, den eg von 1 cm zurücklegt, ohne absorbiert worden zu sein. ß Wege von solcher Länge überhaupt möglich sind, führt, e früher schon auseinandergesetzt (41), notwendigerweise zu r Vorstellung, daß die Strahlquanten das Innere der Gasoleküle durchqueren können, und zwar findet bei genügender rahlgeschwindigkeit eine sehr große Zahl solcher Durchierungen statt[2]), ehe dabei sehr merkliche Krümmung des rahles eintritt, und eine noch größere weitere Zahl von olekülen wird im Mittel durchfahren, ehe Festlegung des trahlquants an ein Molekül, d. i. Absorption eintritt. Als ne Wirkung dieser Durchquerungen wird man dem vorherehenden nach die Trägerbildung ansehen können.

Den letzteren Vorgang selbst, nämlich die Entstehung ositiver und negativer Träger in gleicher Zahl aus ursprüngich unelektrischen Molekülen, hat man gewöhnlich als Spaltung er Moleküle bezeichnet. Dem entspricht allerdings das Endsultat des Vorganges, denn die Träger sind, ihren Wandeungsgeschwindigkeiten nach, Atome oder Atomgruppen, geden mit je einem Elementarquantum positiver oder negativer Elektrizität.[3]) Die der Theorie der Elektrolyse entnommene Vorstellung der Molekülspaltung führt jedoch zu besonderen chwierigkeiten bei einatomigen Gasen, wie Argon, welche erfahrungsmäßig durch die bei anderen Gasen wirksamen Mittel[4]) benfalls zu Leitern der Elektrizität werden können. Wohl us diesem Grunde ist meistens die Möglichkeit offen gelassen, anchmal auch als besondere Hypothese hingestellt worden,

---

1) J. J. E. Durack, Phil. Mag. (6) 4. p. 29. 1902.

2) 5000 in dem l. c. berechneten Beispiele.

3) J. J. Thomson, Phil. Mag. (5) 46. p. 518. 1898; 48. p. 557. 99; (6) 5. p. 346. 1903.

4) Auch durch Kathodenstrahlen, wie weiter unten (85) gezeigt wird.

daß die Trägerbildung in der Abtrennung elektrischer Eleme
quanten aus den Atomen selber bestehe.

72. Die Anwendung des Phosphoreszenzschirmes e
Erscheinungen, welche geeignet sind, der Weiterentwick
jener Vorstellungen Anhalt zu geben. Die Erscheinu
werden am einfachsten zu beschreiben sein, wenn wir
Vorgang der Trägerbildung in zwei Stadien zerlegen.
erste Stadium kann als sekundäre Kathodenstrahlung des du
strahlten Gases bezeichnet und dahin gedeutet werden,
die einfallenden Strahlen, welche wir primär nennen wo
aus Molekülen bez. Atomen, welche sie durchqueren, n
sekundäre Strahlquanten austreiben können. Das zw
Stadium bestünde in der Absorption der sekundären Stral
deren Geschwindigkeit sich als verhältnismäßig gering er
im umgebeuden Gase.

73. Zur Beobachtung der Ausbreitung langsamer
thodenstrahlen in Gasen werde das Diaphragma D (Fi
und dahinter der Metallschirm $s_1\, s_2$ benutzt (wie in 62), de
Kante s_1 jetzt bis zur Achse des Strahles vorgeschoben
so daß er die Hälfte des Phosphoreszenzschirmes vom re
tierten Lichte sowohl wie auch von den Kathodenstrahlen
hält. Diese Hälfte bleibt dementsprechend völlig dunkel;
geradlinige Grenze des Schattens von $s_1\, s_2$ ist bei den
ständen $D s_1 = 2{,}3$ cm und $s_1\, \Phi = 2{,}8$ cm sehr scharf. E
trage zunächst die Strahlgeschwindigkeit $U = 2000$ Volt
es befinde sich Luft von 0,033 mm Druck im Rohre.

Solange Φ ungeladen ist, wird kein Einfluß des G
merklich; wird jedoch Φ positiv geladen, so tritt matte
hellung der ganzen beschatteten Hälfte des Schirmes
Das Fehlen dieser Erhellung bei ungeladenem Schirme
weist, daß sie nicht etwa von stark diffus verlaufenden prim
Strahlen stammt, denn solche würden bei ihrer Geschwin
keit von 2000 Volt den Schirm unmittelbar erhellt haben (N
Tab. XXV, $v_0 = 300$ Volt); vielmehr ist das Vorhanden
fremder, diffuser, sekundärer Strahlung von geringer Gesch
digkeit im Gase angezeigt. Dem entspricht auch der Au
der weiteren Versuche (74—76, 79—81).

74. Zunächst wächst die Erhellung des Schattens, w
die primäre Strahlgeschwindigkeit von 2000 auf 3000

O Volt steigt; diffuse Ausbreitung im Gase würde dabei ehmen.[1])

Wird zweitens ein kleiner Elektromagnet, dessen Polverdungslinie mit der Schattengrenze am Schirm zusammenlt, allmählich erregt, so wandert der osphoreszenzfleck des primären Strahles helles Segment in den Schatten; viel rker als der Fleck wird aber das diffuse cht am Schirme fortgeschoben, so daß r Anblick des Schirmes jetzt bei $U = 4000$, = 1500 Volt Fig. 2 entspricht (dunkel r hell) und an dem stärker abgelenkten hweif unmittelbar die geringere Gehwindigkeit der sekundären Strahlung zeigt. Der Schweif rschwindet und das helle Segment bleibt allein, sobald der chirm entladen wird.

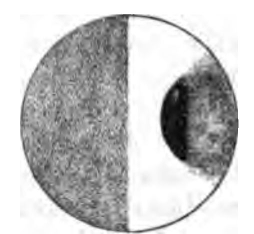


Fig. 2.

Da langsame Strahlen in Gasen stark absorbiert werden, üssen negative Träger vorhanden sein. Nun würden Luftmoleküle als solche Träger einzelner oder auch sehr vieler Elementarquanten unter dem gleichzeitigen Einflusse der in der Nähe des Schirmes wirkenden, aufeinander senkrecht stehenden elektrischen[2]) und magnetischen Kraft sehr viel weniger von der letzteren beeinflußt werden als selbst schnelle Kathodenstrahlen[3]), so daß die Träger zwischen der Schattengrenze und dem segmentförmigen Fleck auf dem Schirm zu erwarten wären. Gerade dort bleibt derselbe aber am dunkelsten. Dies zeigt, daß er für negative Träger unempfindlich ist.[4])

Bei den geringeren Geschwindigkeiten $U = 3000$ und 2000 Volt unterscheidet sich der Anblick des Schirmes von Fig. 2 nur erstens durch geringere Helligkeit der Erscheinung,

---

1) P. Lenard, Wied. Ann. 51. p. 265. 1894.

2) Als solche kommt hier auch der durch ε dringende Teil des Feldes von Φ in Betracht (54).

3) Es folgt die aus den von Hrn. E. Riecke entwickelten Bewegungsgleichungen (Ann. d. Phys. 4. p. 382. 1901).

4) Man wird die Unempfindlichkeit des Phosphoreszenzschirmes für Träger nicht absolut, sondern nur für die hier in Betracht kommenden Verhältnisse und relativ zu seiner Empfindlichkeit für Quanten behaupten dürfen. Daß im besonderen positive Träger einige, wenn auch schwache Phosphoreszenzwirkung auszuüben vermögen, zeigen die Kanalstrahlen.

eine Folge der zunehmenden Absorption der primären Strahlen im Gase (vgl. 82), und zweitens durch verwaschenere Begrenzung des segmentförmigen Fleckes, was zunehmend diffusem Verlauf der Primärstrahlen zuzuschreiben ist (vgl. 78).

Durch stärkere Erregung des Magneten gelingt es in allen Fällen leicht, den Schatten von allem Phosphoreszenzlicht zu befreien; Andeutungen einer Wirkung etwa sehr wenig abgelenkter Träger wurden auch hierbei nicht bemerklich.

Zu bemerken ist noch, daß eine sehr matte Erhellung des Schattens, stärker ablenkbar als der primäre Fleck, unter günstigen Umständen auch im gasfreien Raume zu beobachten war. Es ist kaum zu bezweifeln, daß dieselbe einer Sekundärstrahlung des Dampfresiduums zuzuschreiben sei, denn Trägerbildung in diesem Residuum ist in früheren Versuchen nachweisbar gewesen (45).

75. Durch eine seitlich neben dem primären Strahl angebrachte kleine Platte, welche positiv geladen werden konnte, gelang es auch, die sekundären Strahlen aus dem primären herauszuziehen. Die Platte war phosphoreszenzfähig gemacht; sie leuchtete auf, sobald sie geladen wurde. Die Ladung mußte zwar die Schwellengeschwindigkeit des betreffenden Phosphors überschreiten, bewirkte dabei jedoch nur eine sehr geringe Ablenkung des primären Strahles, was wieder die relative Kleinheit der sekundären Geschwindigkeiten anzeigt.

76. Zu Versuchen, welche zugleich über die Größe der Trübung der Gase für langsame Strahlen Aufschluß geben, wurde an die Stelle des Schirmes $s_1\, s_2$ ein zweites Diaphragma mit nur 2,5 mm Öffnungsdurchmesser gesetzt. Es entsteht dann ein zentraler, kleiner, heller Fleck auf dem Schirm, welcher 3 cm vom zweiten Diaphragma entfernt sich findet. In dem kleinen Fleck treffen reflektiertes Licht und der Kathodenstrahl zusammen. Der Magnet trennt beide voneinander, so daß dann der Fleck des Kathodenstrahles auf dunklen Grund fällt. Es sei Luft von 0,01 mm Druck vorhanden.[1])

Bei hohen Geschwindigkeiten, $U = 4000$ oder auch 2000 Volt, tritt nichts Neues auf; der abgelenkte primäre Fleck zeigt bei

1) Die angewandten Gasdrucke blieben in allen Fällen weit unter der Grenze, bei welcher die Kräfte an U oder Φ ohne Licht hätten Entladungserscheinungen hervorrufen können.

t völlig scharfer Begrenzung einen diffus verbreiterten,
niger hellen Schweif nach der mehr abgelenkten Seite zu,
lcher nach dem Vorhergehenden der sekundären Strahlung
zuschreiben ist.

Bei geringeren Strahlgeschwindigkeiten tritt die sekundäre
rahlung mehr und mehr zurück, dafür die diffuse Ausbreitung
r primären Strahlen in den Vordergrund. Bei $U = 1000$ Volt
igt der primäre Fleck schon sehr verwaschene Begrenzung
ch nach der weniger abgelenkten Seite zu. Bei $U = 500$,
00, 100 Volt bildet sich ein mehr und mehr an Umfang ge-
innender Hof um den primären Fleck aus, zentrisch ihn
ngebend, also Strahlen von nahe oder ganz unverminderter
blenkbarkeit enthaltend; der einseitige Schweif verschwindet
gleich mehr und mehr. Bei $U = 100$ Volt hat der Hof den
rimären Fleck fast aufgezehrt[1]; hierbei mußte $\Phi = 4000$ Volt
emacht werden, um Fleck wie Hof genügend sichtbar zu erhalten.
m gasfreien Raum hat unter gleichen Umständen der Fleck
eine volle Größe und vom Hof sind nur Spuren zu sehen.

Die Größe der magnetischen Ablenkung des primären
trahles war im gasfreien Raum schätzungsweise bis auf $^1/_{10}$
hres Wertes die gleiche wie in Luft von 0,01 mm Druck, ge-
prüft bei $U = 200$ und 2000 Volt.[2]

77. Der diffuse Verlauf langsamer Strahlen kann auch
mit Hilfe der konzentrierenden Stromrolle verfolgt werden,

---

1) Vgl. dieselbe Erscheinung bei schnellen Strahlen (Wied. Ann. **51.** p. 260 u. 266. 1894).

2) Dies entspricht dem früher bei schnellen Strahlen Festgestellten (Wied. Ann. **52.** p. 23. 1894). Es sei bemerkt, daß die damaligen Messungen, wie aus den l. c. angegebenen Daten und der späteren Geschwindigkeitsbestimmung (Wied. Ann. **64.** p. 287. 1898) folgt, den Schluß zulassen, daß die Strahlen von 25000 Volt Geschwindigkeit bei Durchlaufung eines Weges von 10 cm in Luft von 31 mm Druck keine 3000 Volt überschreitende Geschwindigkeitsänderung erlitten. Messungen von weiter gesteigerter Genauigkeit wären erforderlich zur Beantwortung der Frage, ob die sekundäre Strahlung Energie von der primären nehme. Ein Hinweis auf bejahende Beantwortung kann darin gefunden werden, daß die diffuse, sekundäre Helligkeit in den obigen Versuchen (74, 76) schon durch geringe magnetische Kräfte ganz an die mehr abgelenkte Seite des primären Fleckes gedrängt wurde (vgl. Fig. 2), was anzudeuten scheint, daß die sekundäre Ausstrahlung überwiegend in Richtung der primären Strahlen erfolgt.

wenn man auf die Schärfe der Knoten achtet, welche da
erscheinen (56). Das zweite Diaphragma wurde hierfür w
gelassen. In Luft von 0,01 mm Druck waren bei Geschwind
keiten über 1000 Volt die Knoten noch ebenso scharf wie i
Vakuum. Sie blieben es auch bei Anwendung beschleunigend
Potentiale von Φ; sekundäre Strahlung wird also hier nic
merklich, entsprechend ihrer geringen Geschwindigkeit, un
Trübung kann ungestört zur Beobachtung kommen. Be
$U = 500$ Volt erschienen deutliche Höfe um die Knoten, b
200 Volt sind nur mehr verwaschene Flecke zu sehen, bei
und 0 Volt Scheibchen von etwa 5 mm Durchmesser, sta
der Punkte im Vakuum.

78. Die Resultate über die Trübung der Luft den lang-
samen Strahlen gegenüber (63—77) lassen sich dahin zusammen-
fassen, daß bei den Drucken von 0,04 bis 0,01 mm Queck-
silber und einer Weglänge von 3 cm Strahlen über 100 Vo
Geschwindigkeit nicht merklich diffus, Strahlen unter die
Geschwindigkeit um so diffuser verliefen, je langsamer si
waren. Die Abhängigkeit von der Geschwindigkeit ist also
dieselbe wie bei den schnellen Strahlen.

Mit Hilfe der Stromrolle (77) habe ich auch Argon[1] und
Wasserstoffgas untersucht. Dabei war auffallend, daß Wasser-
stoff durchaus nicht deutlich klarer, Argon nicht deutlich trüber
war als Luft von gleichem Druck. Es scheinen danach bei
den langsamen Strahlen, in Abweichung von den schnellen,
nicht mehr die Massen, sondern nur die Molekülzahlen in der
Volumeneinheit die Größe der Trübung zu bestimmen.

79. Zur Beurteilung der Menge der sekundären Strahlung
und zugleich zur Messung des Absorptionsvermögens der Luft
wurde eine photometrische Einrichtung getroffen.

Das Diaphragma *D* war entfernt und bei *bb* (Fig. 1) eine
weite Öffnung für das ultraviolette Licht angebracht, so daß
jetzt auf *U* ein Lichtfleck von 10 mm Durchmesser entstand,
von welchem ein entsprechend breites Kathodenstrahlenbündel
ausgehen mußte. Der Schirm Φ bestand aus zwei halbkreis-
förmigen Hälften, welche in scharfer Trennungslinie aneinander

---

1) Die Darstellung und spektroskopische Prüfung dieses Gases ver-
danke ich Hrn. Dr. Becker, Assistenten des Physikalischen Instituts; es
zeigte schwach die Stickstofflinien.

setzten. Die eine Hälfte war mit dem Phosphor Nr. 1 (Tab. XXV) bekleidet, dem jetzt ein geringer Kohlezusatz gegeben war, die andere mit einem weißen, nicht phosphoreszenzfähigen Pulver ($BaCO_3$). Außer dem Gitter ε wurde noch ein zweites, dichteres Netz in 15 mm Abstand vor ε angebracht, um die Wirkung des durch ε dringenden Kraftfeldes von Φ einzuschränken.

Wird der Schirm von dem an U reflektierten Lichte allein getroffen, so muß seine mit Kohle versetzte Hälfte dunkler erscheinen als die andere; treten Kathodenstrahlen hinzu, so wird bei gewisser Größe des Produktes $q(v - v_0)$ (66) photometrische Gleichheit der beiden Schirmhälften eintreten müssen, was zur Messung der den Schirm treffenden Strahldichte q verwertbar ist.

80. Zunächst kann unmittelbar erkannt werden, daß beim Vorhandensein eines Gases neue Strahlung zur primären hinzukommt, denn die empfindliche Schirmhälfte kann heller erscheinen im Gase als im Vakuum, obgleich das Gas Strahlung absorbiert.

Um Absorption und sekundäre Strahlung trennen und den Einfluß der Divergenz des Strahlenbündels eliminieren zu können, waren je vier Versuche zu kombinieren, nämlich zwei im Gase und zwei im Vakuum bei zwei verschiedenen Abständen $U\Phi$.

Es sei, in einem dieser Versuche, Q die von U ausgehende Strahldichte, gemessen durch die Intensität des erregenden Lichtes, volles Licht zur Einheit genommen. Auf dem Wege von U bis E wird sekundäre Strahlung beschleunigt und mitgeführt, wodurch aus Q wird $Q(1 + \sigma)$. Durch Ausbreitung und Absorption des Strahles auf dem Wege $U\Phi = d$ kommt die Strahldichte auf den Wert $Q(1 + \sigma) A e^{-\alpha d}$. Endlich tritt zwischen ε und Φ durch neue Mitführung beschleunigter sekundärer Strahlung noch eine Vergrößerung der Strahldichte ein, so daß dieselbe am Schirme selbst wird $q = Q(1 + k . \sigma) A e^{-\alpha d}$. Sie bringt daselbst die Helligkeit $H = q(v - v_0)/C$ hervor, wobei zu bemerken ist, daß nur die primäre Strahlung mit der vollen Geschwindigkeit $v = U + \Phi$ anlangt, die unterwegs erst entstandene sekundäre mit nur einem Bruchteil derselben. Es ist daher

$$(4) \qquad H = \frac{Q}{C}\left(1 + \frac{k}{l}\,\sigma\right)(U + \Phi - v_0) A e^{-\alpha d}.$$

Solcher Gleichungen gelten vier, entsprechend den vi photometrischen Einstellungen, welche vorzunehmen sind. seien die Werte im gasfreien Raum durch Akzente, die gashaltigen durch Doppelakzente, die für verschiedene A stände $U\Phi$ geltenden durch die Indizes d und D gek zeichnet. Da $H'_d = H''_d$, $H'_D = H''_D$, $A'_d = A''_d$, $A'_D = A''_D$, $k_d =$ $l_d = l_D$[1]), letzteres weil in den Versuchen Φ''_d nahe gleich Φ''_D g wählt wurde, ferner $a'' = a' + a$, $\sigma'' = \sigma' + \sigma$ zu setzen ist, w a und σ für reines, vom Dampfresiduum freies Gas gelten, e hält man aus den vier Gleichungen (4):

$$\log\left(1 + \frac{k}{l}\sigma\right) = \frac{1}{D-d}\left(d \log \frac{I''_D}{I'_D} - D \log \frac{I''_d}{I'_d}\right)$$

und

$$a = \frac{1}{D-d} \log \frac{I'_d\, I''_D}{I'_D\, I''_d},$$

worin alle $I = Q(U + \Phi - v_0)$ sind.

Es war in den Versuchen $d = 10{,}0$ cm, $D = 16{,}0$ c Q konnte durch verstellbare Glimmersektoren (64) varii werden; meist geschah jedoch die photometrische Einstellu durch Abänderung des Potentiales Φ allein. Zu bemerk ist, daß beim Abstand d eine Lösung von Kupferoxydammoni zwischen Auge und Schirm gebracht wurde, ohne welche b der Farbenungleichheit der beiden Felder die Einstellung unsicher geworden wäre; beim Abstand D, wo das Lic matter war, erwies sich direkte Beobachtung als vorteilhaft

81. Die folgende Tabelle enthält die Daten und Result dreier Versuchsgruppen mit atmosphärischer Luft.

Tabelle XXVII.

Strahl-geschw. U	Versuchsdaten: im luftfreien Raume Φ'_d	Q'_d	Φ'_D	Q'_D	Versuchsdaten: im lufthaltigen Raume Φ''_d	Q''_d	Φ''_D	Q''_D	Luftdruck p	Sekund. Strahlung $\frac{k}{l}\sigma$	Absorpt.-Vermög. a
Volt	Volt		Volt		Volt		Volt		mm Hg		cm^{-1}
1000	2070	1	1340	1	2290	1	2200	1	0,0165	0,46	0,046
2000	1330	1	750	1	1440	1	1590	1	0,0184	0,48	0,043
4000	1060	0,637	1300	0,50	1300	0,373	1300	0,30	0,0184	0,99	0,010

1) σ' ist klein gegen σ (vgl. 74), so daß es nicht nötig war, k' und k'', bez. l' und l'' als verschiedene Größen einzuführen.

Zu bemerken ist, daß die Werte der Φ' und Q' durch polation aus Versuchen im luftfreien Raume vor, zwischen nach den Luftfüllungen abgeleitet werden mußten; denn den längeren Zeiträumen, welche die erforderliche Verltigung der photometrischen Einstellungen in Anspruch n, wurde stetige zeitliche Abnahme der lichtelektrischen ksamkeit von U sehr merklich.[1])

82. Die erhaltenen Absorptionsvermögen a der Luft vom icke p für Strahlen von den verhältnismäßig geringen Gewindigkeiten U, oder die auf 1 mm Luftdruck reduzierten rte derselben, a_0, zeigen dieselbe Art der Abhängigkeit der Strahlgeschwindigkeit, welche ich zuerst bei sehr nellen Strahlen gefunden hatte[2]), nämlich Zunahme mit iehmender Strahlgeschwindigkeit. Dementsprechend sind se Absorptionsvermögen auch von ganz anderer Größennung, mehr als 100 mal größer, als die für Strahlen von ra 25000 Volt Geschwindigkeit geltenden.[3])

Das Absorptionsvermögen der Luft von 1 mm Druck für 30 Voltstrahlen, 2,8, ist etwa gleich dem der freien Atmosäre für die aus dem Aluminiumverschluß einer Entladungsre dringenden Strahlen, 3,4, so daß nach Durchlaufung 1 cm in beiden Fällen Erschöpfung der Intensität auf d 3 Proz. ihres Anfangswertes eintreten wird. Dem ersten verglichenen Fälle entsprechen etwa die Verhältnisse an Kathode Geisslerscher Röhren; die Größe des da zu bachtenden Glimmlichtes ist danach in Übereinstimmung der früher auseinandergesetzten Vorstellung[4]), daß dieses nmlicht von Kathodenstrahlen erleuchtete Luft sei.

Bei noch weiter sinkender Strahlgeschwindigkeit, unter 0 Volt, ist kaum mehr als eine Verzehnfachung des Abtionsvermögens zu erwarten, denn das Zehnfache des Wertes 2,8 wäre schon etwa gleich der Querschnittsumme der 1 mm Druck vorhandenen Luftmoleküle.

---

1) (Vgl. 89.) Vollfüllung des Apparates mit Luft mußte zwischen Versuchen einer Gruppe vermieden werden.

2) P. Lenard, Wied. Ann. 56. p. 261, Tab. III. 1895.

3) $a/p = 0{,}0050$, l. c. Tab. I.

4) P. Lenard, l. c. p. 261 u. f. 1895; H. Hertz, Wied. Ann. 19. 2 u. ff. 1883.

Vergleicht man das Verhältnis zwischen Absorption Diffusion bei den langsamen und schnellen Strahlen, so fi man, daß es etwa das gleiche ist. Die Diffusion von 1000 V strahlen in Luft von etwa 0,02 mm Druck begann bei 3 Strahllänge eben gut merklich zu werden (78); das Absorpti vermögen ist dabei 0,05. Für die schnellen Strahlen . Aluminiumfenster würde Luft von etwa 12 mm Druck o Wasserstoffgas von etwa 70 mm Druck das gleiche Absorptio vermögen haben; sucht man nun den Verlauf dieser Strah in diesen Gasen auf[1]), so findet man, daß er ebenfalls län etwa 3 cm eben merklich vom geradlinigen abzuweichen begin

Es gilt also auch bis zu den geringen Strahlgeschwind keiten herab mindestens in erster Annäherung der Satz, d zwei Medien, welche gleiche Absorption aufweisen, auch glei trübe sind, und umgekehrt. Die Anwendung dieses Sat auf das Resultat, daß bei Geschwindigkeiten unter 1000 V nicht mehr so sehr die Masse, als vielmehr die Molekülz in der Volumeneinheit die Größe der Trübung bestimmt (7 würde auch für die Absorption unter 1000 Volt das gleic Verhalten erwarten lassen (vgl. 60 über Metallblätter).

83. In bezug auf die sekundäre Ausstrahlung gibt Tab. XXVII die Werte der Produkte $\sigma . k / l$. Für d Quotienten k / l ist unter den Umständen der Versuche et der Wert 1 zu erwarten, was den beiden Annahmen glei kommt, daß erstens in den beiden Räumen UE und $\varepsilon \Phi$ nu gleich viel sekundäre Strahlung stattfand, und zweitens, d diese unterwegs zur primären hinzugekommene Strahlung i Mittel von der Hälfte der auf dem ganzen Wege $U\Phi$ wi samen elektrischen Kraft beschleunigt worden ist.[2])

84. Danach geben die Werte $\sigma . k / l$ in Tab. XXVII d Größenordnung der Quantenzahlen σ selber an, welche dur je ein primäres Quantum bei seiner beschleunigten Bewegu

---

1) Vgl. die Strahlzeichnungen zu Wied. Ann. **51.** p. 225. 1894.

2) Eingehendere Rechnung, in welcher die längs der Wegesst sekundär ausgestrahlte Quantenzahl proportional der vorhandenen Str dichte und von 100—4000 Volt primärer Geschwindigkeit nur we variierend (vgl. 86) angenommen wird, gibt mit Berücksichtigung an den verschiedenen Stellen wirksamen beschleunigenden Kräfte $U = 2000$ Volt $k / l = 1{,}1$.

ı Raume von U bis E zu sekundärer Ausstrahlung gebracht ırden sind.

Diese Quantenzahlen sind als überraschend groß zu beichnen, denn der Druck der Luft war in den Versuchen nur ,015 mm Quecksilber. Die mittlere freie Weglänge der Luftolekûle beträgt bei diesem Drucke 0,51 cm[1]), die freie Weglge sehr kleiner, sehr schnell bewegter Körper, als welche ie Quanten anzusehen sein dürften, ist $4\sqrt{2}$ mal so groß[2]), so gleich 2,9 cm, so daß der gesamte in Betracht kommende 'eg der Quanten, $UE = 0,4$ cm, nur 0,14 ihrer mittleren eien Weglänge war. Die Relativzahl der Quanten, welche f diesen Bruchteil der freien Weglänge Gasmoleküle überupt treffen, ist daher sehr gering; sie wird sein[3]) $1 - e^{-0,14}$ 0,13. Dabei betrug die Relativzahl σ der sekundär in eiheit gesetzten Quanten 0,4 (Tab. XXVII), so daß auf jede ızelne Durchquerung eines Luftmoleküles durch ein primäres ıant $0,4/0,13 = 3,1$ sekundär ausgestrahlte Quanten kommen.[4])

Sind die letzteren, was die einfachste Annahme wäre, aus einem durchquerten Luftmolekül gekommen, so würde dessen st ein positiver Träger mit mehr als einem Elementarantum sein. Solche positive Träger sind indes bisher nie obachtet worden; vielmehr haben sich schon mehrere Fälle sitiver Träger ergeben, welche außerordentlich kleine Langen — oder aber außerordentlich große Massen — derlben anzeigen.[5]) In einem dieser Fälle, bei metallhaltigen lammen, ist besonders wahrscheinlich geworden, daß positive räger, einmal gebildet, selber Emissionszentren negativer uanten werden.[6]) Nähme man dies auch für die hier vor-

---

1) Vgl. O. E. Meyer, Gastheorie, Tabelle, p. 192. 1898.

2) Vgl. J. C. Maxwell, Phil. Mag. (4) 19. p. 29. 1860.

3) Vgl. O. E. Meyer, Gastheorie, p. 159. 1898.

4) Berücksichtigung der Absorption der Strahlen, welche bei dem ringen Drucke auf dem kleinen Wege nach den gefundenen Werten m a nur sehr gering ist, sowie tertiärer und weiterer Ausstrahlung ırde an diesem Resultate nichts Wesentliches ändern.

5) Bei sehr kurzwelligem ultravioletten Licht in Gasen vgl. P. Lenard, m. d. Phys. 3. p. 315. 1900; in Flammen vgl. P. Lenard, Ann. d. ys. 9. p. 642. 1902; an Kanalstrahlen vgl. W. Wien, Ann. d. Phys. 9. 360. 1902; an Salzwasserfällen vgl. Kähler, Inaug.-Dissert., Kiel 1903.

6) P. Lenard, l. c. p. 648. 1902; vgl. auch Kähler, l. c.

handenen positiven Träger an, so wäre jene Schwierigk
seitigt. Die Annahme des Hinzutretens weiterer T
erzeugungsprozesse zur sekundären Strahlung erscheint
aus anderem Grunde notwendig, und zwar in steigendem
dann, wenn das Gas dichter wird. Der Elektrizitätstra
in dichteren Gasen als die hier benutzten kann näml
viel höher steigendem Maße anwachsen, als bei all
Wirkung der Sekundärstrahlung zu erwarten wäre, wen
die stärkere Absorption der Strahlen im dichteren Ga
rücksichtigt.

85. Um zu erfahren, ob außer der durch den Phosp
zenzschirm nachgewiesenen sekundären Strahlung auch
Trägererzeugung durch Molekülspaltung, etwa in elektrolyti
Sinne, in merklichem Betrage stattfinde, habe ich am
benutzten Apparate auch galvanometrische Messungen
geführt. Das mit U zu verbindende Galvanomer würde mal
Bruchstücke von Molekülen, welche freie Elektrizität t
in gleicher Weise registrieren wie Träger, die von seku
Ausstrahlung stammen; finden also beide Prozesse sta
müßte das Galvanometer größere Werte für σ geben a
Phosphoreszenzschirm. Dies ist jedoch, wie man sehen
nicht der Fall.

Das Galvanometer wurde zwischen die ladende
mulatorenbatterie und U geschaltet, so daß es das
Potential erhielt wie U; es war dazu isoliert aufgestel
hatte eine metallische Schutzhülle. E blieb mit der Er
bunden. Die bei Belichtung von U eintretende elek
Strömung wurde nicht direkt am Galvanometer beob
sondern in sechs großen Leydener Flaschen aufgesa
deren Kapazität ebenfalls zwischen die Akkumulatorenb
und U geschaltet war. Die Verbindung zwischen U un
Galvanometer wurde also während der Belichtung gelö
erst nach Schluß derselben wieder hergestellt, worauf d
sammte von U verlorene negative Elektrizitätsmenge
das Galvanometer strömte und durch dessen Ausschla
10—30 Skt. betrug, meßbar wurde. Die Kapazität der Le
Flaschen war groß genug, um das Potential von U du
Belichtung selber, welche meist 10 Sek. währte, um nich
als 0,5 Volt sinken zu lassen. Kontrollmessungen ergal

[gen]ügende Isolation und Rückstandsfreiheit der Leydener Flaschen [un]d die Abwesenheit merklicher Elektrizitätsleitung im Gase [oh]ne Belichtung von U.

Es wurden vergleichende Messungen bei gaserfülltem und [ga]sfreiem Apparat angestellt. Mit den in (80) gebrauchten Bezeichnungen ist der Galvanometerausschlag, bezogen auf die Zeiteinheit der Belichtung, im gaserfüllten Raume

$$G'' = Q(1 + \sigma'')(1 + S'')$$

und im gasfreien Raume

$$G' = Q(1 + \sigma')(1 + S'),$$

wobei $\sigma'' = \sigma' + \sigma$ und $S'' = S' + S$, wenn alle S die Zahl der Molekülspaltungen bedeuten, welche durch ein Strahlquantum zwischen U und E bewerkstelligt werden und die nicht akzentuierten Größen sich wieder auf das reine Gas beziehen. Der Quotient der beiden Ausschläge ist, in genügender Annäherung, $G''/G' = 1 + \sigma + S$.

Folgendes ist die Zusammenstellung der Resultate, geordnet nach zunehmender Dichte der vier Gase.[1])

Tabelle XXVIII.

Gas	Druck	Werte von $\sigma + S$ für		
		$U = 4$ Volt	$U = 100$ Volt	$U = 2000$ Volt
	mm Hg			
Wasserstoff	0,025	0,0	0,1	0,1
Luft	0,015	0,0	0,4	0,4
Argon	0,03	0,0	0,2	0,4
Kohlensäure	0,02	0,0	0,3	0,6

Alle Werte $\sigma + S$ sind Mittel aus 6—30 Einzelresultaten; dennoch entspricht die erreichte Genauigkeit nur den abgerundeten Zahlenangaben der Tabelle. Es liegt dies an der großen Inkonstanz des Zinkbogenlichtes, welches indessen, um

1) Bezüglich des Dampfresiduums im gasfreien Raume sei bemerkt, daß mit Berücksichtigung der im äußersten Vakuum gefundenen Konstanz der Ausstrahlung (4) und im Anschluß an früher mitgeteilte Beobachtungen (45, Tab. XX) aus den Galvanometerausschlägen G' sich herleiten ließ $\sigma' + S' = 0{,}03$ für $U = 100$ Volt und 0,13 für $U = 2000$ Volt.

Vergleichbarkeit mit den photometrischen Messungen zu erhalten, beibehalten werden mußte.

Vergleicht man nun die photometrisch gewonnenen Werte $\sigma . k/l$, Tab. XXVII, mit den galvanometrisch nahe beim selben Luftdruck gemessenen $\sigma + S$, so findet man unter Berücksichtigung der Größe von k/l (83), daß für S kein merklicher Raum bleibt. Dies bedeutet, daß die von U ausgehenden Elementarquanten auf ihrem Wege $UE = 0{,}4$ cm, längs welchem ihre Geschwindigkeit von nahe Null auf 2000 Volt ansteigt, zwar relativ sehr viele Trägerpaare im Gas erzeugen, daß dies jedoch entweder ausschließlich, oder aber doch sehr überwiegend durch den Prozeß sekundärer Strahlung geschieht, nicht durch Zerfall der Gasmoleküle in positiv und negativ geladene materielle Teile.

86. Über die Abhängigkeit der sekundären Strahlung von der Geschwindigkeit der primären kann die gegenwärtige Kenntnis wie folgt zusammengefaßt werden:

Ist die primäre Geschwindigkeit unter 11 Volt, so erfolgt keine merkliche sekundäre Strahlung (42).[1] Von 11 Volt an steigt die Zahl der sekundär ausgestrahlten Quanten plötzlich rasch an und zwar zuerst nahe proportional dem Geschwindigkeitsüberschuß über 11 Volt (42); später muß dies Ansteigen langsamer werden, denn Tab. XXVIII zeigt keine bez. keine bedeutende Zunahme von σ zwischen 100 und 2000 Volt. Für noch größere Primärgeschwindigkeiten wird nach Hrn. Duracks Beobachtungen[2]) wieder eine Abnahme der sekundären Strahlung anzunehmen sein. Die von ihm bei etwa 10000 Volt Geschwindigkeit gefundene Trägerzahl, 0,4 für 1 cm Weg bei 1 mm Druck, kann dahin gedeutet werden, daß nur mehr jede fünfzigste Durchdringung eines Luftmoleküles von sekundärer Strahlung begleitet ist (vgl. 84).

Das Maximum der sekundären Strahlung ist nach Tab. XXVIII in der Nähe von 2000 Volt Geschwindigkeit zu suchen.

1) Aus Tab. XIX der früheren Mitteilung berechnet man, daß die Zahl der sekundären Quanten, welche durch ein primäres von der Geschwindigkeit 10 Volt auf dem Wege von 1 cm in Luft von 0,01 mm Druck in Freiheit gesetzt werden, entweder Null oder doch kleiner sei als 0,0001. Bei Geschwindigkeiten zwischen 100 und 2000 Volt ist diese Zahl nach Tab. XXVIII gleich 0,7.

2) J. J. E. Durack, l. c.

87. Es ist kein Grund anzunehmen, daß die sekundäre rahlung auf den gasförmigen Aggregatzustand beschränkt i; man wird sie auch in festen Körpern erwarten dürfen, enn sie auch bei diesen nicht in gleich unmittelbarer Weise i die Erscheinung treten kann. Es kann bis auf weiteres am zweifelhaft scheinen, daß die von den Herren L. Austin nd H. Starke entdeckte, von ihnen auch mit dem Namen ekundärer Emission bezeichnete Nebenerscheinung bei der Reflexion von Kathodenstrahlen an polierten Metallflächen[1]) ierher gehört. Die Umstände, daß große Dichte des Metalles nd nicht allzu hohe Geschwindigkeit der auffallenden Strahlen dieser Erscheinung günstig sind, ebenso daß sie bei normaler Inzidenz fehlt, sprechen dafür (vgl. 71, Tab. XXVIII und Anmerkung 1 zu 76, p. 479). Ein Unterschied scheint allerdings nsofern zu bestehen, als die Herren Austin und Starke die Geschwindigkeit der sekundären Strahlen an festen Körpern von gleicher Größenordnung finden wie die der primären. Bestätigt sich die Gleichartigkeit beider Erscheinungen, nämlich der an festen und der hier an gasförmigen Körpern beobachteten Sekundärstrahlung, so wären auch andere, an festen Körpern beobachtete und als Geschwindigkeitsverlust gedeutete Erscheinungen vielleicht teilweise sekundärer Strahlung zuzuschreiben. Ebenfalls in Zusammenhang mit Sekundärstrahlung in festen Körpern dürfte die kürzlich gefundene Tatsache sein, daß feste Isolatoren unter dem Einfluß von Kathodenstrahlen elektrisches Leitvermögen annehmen.[2])

88. Eine besondere Frage ist es, ob auch bewegte materielle Elektrizitätsträger die Eigenschaft bewegter Quanten haben, neue Träger zu erzeugen. Auf diese Frage, welche vom vorliegenden nicht unmittelbar berührt wird, scheinen sich Unter-

---

1) L. Austin u. H. Starke, Verhandl. d. Deutsch. Physikal. Gesellsch. 4. p. 106. 1902. — Dem Namen sekundärer Kathodenstrahlung begegnet man in der Literatur auch sonst noch; es handelt sich aber dabei teils um diffuse Reflexion von Kathodenstrahlen, teils um Erscheinungen in der Strombahn einer Entladung und es fehlt der Nachweis, daß 1. neue Strahlung hinzu gekommen sei und daß 2. dies durch ausschließliche Wirkung der ursprünglichen Strahlung geschehen sei.

2) A. Becker, Ann. d. Phys. 12. p. 124. 1903; H. Becquerel, Compt. rend. 136. p. 1173. 1903.

suchungen von Hrn. Townsend zu beziehen.[1]) Diese sind an verhältnismäßig dichten Gasen ausgeführt, und es scheint schwer, die offenbar größere, daselbst in Betr kommende Mannigfaltigkeit gleichzeitiger, noch unerforsc Vorgänge zu sondern, ehe wenigstens einige davon einzeln Beobachtung gebracht sind. Doch scheint der genannte A neuerdings zum Schlusse zu kommen, daß die ursprüng vom belichteten Metall ausgestrahlte Elektrizität in den dicht Gasen bald an materielle Gasteile gebunden wird, was der Größe der Absorption langsamer Kathodenstrahlen a vorauszusehen war (9).

89. Über die im vorhergehenden wiederholt bemerkte z liche Änderung der lichtelektrischen Wirksamkeit des Ru sei folgendes angemerkt. Frisch hergestellte Rußflächen wa immer am wirksamsten; im Verlaufe des ersten Tages erfol rasche, weiterhin dann langsame Abnahme der Wirksamk Konstanz trat auch nach monatelangem Verweilen in dem l benutzten Vakuum nicht ein. Es wurde in langen Zeiträu Abnahme der Wirkung bis auf etwa $^1/_7$ beobachtet. Wu der volle Luftdruck für kurze Zeit zugelassen, und dann wie evakuiert, so zeigte sich die Wirkung wieder erhöht. I deutet auf die Ausbildung von Doppelschichten an der L die sich dann im Vakuum eine Zeitlang halten können.[2]) Die la fortdauernde Abnahme im Vakuum läßt indessen außerdem Än rungen in der Kohle selbst vermuten, welche durch das Li bewirkt zu werden scheinen; am Ende einer längeren Versuc reihe fand sich ein Abbild des Netzes E auf der Rußfläche die Maschen des Netzes heller, die Drähte dunkler schatti Dies erinnert an frühere, analoge Beobachtungen über „Zerstäuben der Körper im ultravioletten Lichte“.[3])

Kiel, 18. Juni 1903.

---

1) S. P. Townsend, Phil. Mag. (6) 1. p. 198. 1901; 3. p. 1902; 5. p. 389. 1903.

2) Die Mitwirkung solcher Doppelschichten bei allen lichtelektris Versuchen in freier Luft, worauf ich früher hingewiesen habe (47), inzwischen durch Versuche von Hrn. Th. Wulf (Ann. d. Phys 9. p. 1902) noch weiter wahrscheinlich gemacht.

3) P. Lenard u. M. Wolf, Wied. Ann. 37. p. 445. 1889.

(Eingegangen 28. Juni 1903.)

ber die Kondensatorentladung in verzweigten stemen bei Periodenzahlen 10^{-7}—10^{-8} und das lektrische Verhalten einiger Flüssigkeiten in diesem Frequenzbereich; von Erich Marx.

(Leipziger Habilitationsschrift.)

§ 1. Einleitung.

1. Die folgenden Versuche wurden veranlaßt durch die agestellung: Ist die Kapazität eines Flüssigkeitskondensators ie Funktion der Frequenz des Entladungsstromes, wenn die riode desselben im Bereiche 10^{-8} bis 10^{-7} variiert wird? achdem Drude gezeigt hat, daß für den Bereich zehnmal rzerer Wellen die Dielektrizitätskonstante einiger Flüssigiten sich mit der Frequenz ändert, erschien die Erscheinung ich für wesentlich längere Wellen möglich; denn „unendlich ng" im Vergleich zu der wahrscheinlichen Eigenschwingungsauer der Moleküle sind im Sinne der Dispersionstheorie auch Vellen von 0,5—1 m Länge.

Im folgenden soll eine solche Abhängigkeit des dielekrischen Verhaltens von der Frequenz, analog dem Gebrauche ei der Refraktion, als „Dispersion der Dielektrizitätskonstante" zeichnet werden.

2. Der Umstand, welcher mich zur Inangriffnahme obiger Frage vor allem veranlaßte, ist der gewesen, zu untersuchen, b gewisse Abweichungen der Messungen verschiedener Forscher, ie ich seinerzeit mit eigenen Messungen zusammenstellte, irklich vorhanden wären, oder aus einem Mangel an Eineitlichkeit der Methoden entsprangen.[1])

Die Forderung, die deshalb zunächst an einen Apparat ir Beantwortung dieser Frage gestellt werden mußte, ist die ner großen Empfindlichkeit auf die *Änderung* der Periode nes Schwingungskreises; wir brauchten einen *relativ* empfind-

1) E. Marx, Wied. Ann. 66. p. 603. 1898.

lichen Apparat. Wieweit derselbe auch vorteilhaft zu a luter Messung verwendbar ist, wird weiter unten (§ 5, 3) einandergesetzt.

§ 2. Grundlagen der Konstruktion.

1. Konstruktionsprinzip.

Das Prinzip, das der Konstruktion des Apparates Grunde liegt, beruht auf dem unterschiedlichen Verhalten Ohmschen Widerstandes der metallischen Leiter und der elekt lytischen gegenüber rasch wechselnden Strömen, und der M lichkeit, für eine Selbstinduktion einen äquivalenten Widerst setzen zu können. Während ein Elektrolyt für Hertzs Wellen den gleichen Ohmschen Widerstand hat, wie für Glei strom, ist der Widerstand eines metallischen Leiters von Periode des wechselnden Stromes abhängig. Schaltet n einen selbstinduktionslosen Elektrolyt parallel mit einer met lischen Selbstinduktion, so läßt sich zeigen, daß sich die Selb induktion wenig, der elektrolytische Widerstand gar nicht der Periode des Hochfrequenzstromes ändert; wohl aber änd sich, wie theoretisch Stephan und Rayleigh zeigten, Ohmsche Widerstand der Selbstinduktionsrolle, und noch mehr, und vor allem in Betracht kommend, die elektromotoris Gegenkraft derselben. Reguliert man nun den Widerstand Elektrolyts so, daß in beiden Zweigen gleiche Stromstä bez. gleiche Wärmewirkung herrscht, so ergibt eine sehr e fache Relation zwischen Elektrolyt-Widerstand, und der Selb induktion der Spule, den Wert der Periodenzahl des a gewandten Hochfrequenzstromes, vorausgesetzt, daß dieser ha monisch verläuft.

Dieses Prinzip [1]) ist wohl zuerst von Rutherford [2]) b nutzt worden, und hat auch kürzlich durch Mandelstam weitgehendere Verwendung gefunden.

1) Vgl. auch E. Marx, Leipz. Ber. d. K. S. Ges. 1901. p. 4 (Die Priorität Rutherfords ist hier leider übersehen, was dadurch v schuldet wurde, daß Rutherford die Methode mehr gelegentlich seiner sonst so bekannt gewordenen Arbeit erwähnt.) Ferner ist hier d viel ältere Arbeit Feddersens, Pogg. Ann. 130. p. 439. 1867 zu e wähnen.

2) E. Rutherford, Phil. Trans. London A. 189. p. 24. 1897.

3) L. Mandelstam, Ann. d. Phys. 8. p. 123. 1902.

Bezeichnet w_2, w_1, L_2, L_1 Widerstand und Selbstinduktion Gabelung mit den Zweigen 1 und 2, in denen gleiche Stromke herrscht, so wird, wenn man die enseitige Induktion klein gegen die bstinduktion annimmt

$$\frac{2\pi}{T} = \sqrt{\frac{w_2^2 - w_1^2}{L_1^2 - L_2^2}}.$$

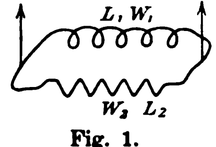


Fig. 1.

2. Voraussetzungen für die Verwendung des Prinzipes.

Vorausgesetzt ist für die Gültigkeit des Formel (1), daß e Messung der Stromgleichheit so erfolgt, daß sie unabhängig ; vom zeitlichen Werte der Phase, und ferner, daß die Verilung der Stromintensität quasistationär ist, daß also alle in etracht kommenden Längen klein sind, gegen die halbe 'ellenlänge der Schwingung.

Neben dieser Grundbedingung für die Verwendung der ormel ist die eventuelle Beeinflussung der Messung durch igenschwingungen in der Verzweigung zu beachten.

Die exakte Berechnung, wie die Konstanten der Anordung gewählt werden müssen, damit diesen Voraussetzungen enügt wird, erfolgt in § 6.

3. Größte experimentelle Schwierigkeit.

Die größte Schwierigkeit für die Konstruktion des Apparates, ie auch der *direkten* Benutzung des Apparates zur *absoluten essung* der Größe der Schwingungszahl *in großen Intervallen* in Hindernis ist, beruht in folgendem. Hat man etwa für 'erioden der Größenordnung 10^{-7}, die Änderung des äquialenten Widerstandes, proportional mit der Abnahme der 'eriode wachsend, gefunden, so erhält man bei weiterer Verürzung der Wellenlänge nicht nur keine Proportionalität, ondern sogar das umgekehrte Verhalten des Widerstandes. Ein Beispiel wird dies erläutern.

Wurde die Verzweigung von einem Wechselstrom von $\lambda/2 = 1066$ cm durchflossen, so ergab die Einstellung am Flüssigkeitswiderstand auf weniger als 1 Proz. den richtigen Wert, und hatte ihn auch für längere Wellen ergeben. Wurde iber $\lambda/2 = 500$ cm, so erhielt ich angenähert den gleichen Wider-

stand, wie bei 1066 cm, während er doppelt so groß zu
warten war.

Diese Erscheinung trat dann auf, wenn die Zuführ
drähte vom Primärsystem zum Apparat, Drähte ohne w
Einschaltung waren. Da bei kurzen elektrischen Welle
Amplituden im allgemeinen weniger groß als bei langen W
sind, so glaubte ich, daß die langsame Induktorschwi
sich um so mehr störend geltend mache, je kürzer die W
wurden. War dies richtig, so mußte eine Sperrung
Apparates für lange Wellen wieder ein normales Wachse
Elektrolytwiderstandes mit abnehmender Schwingungs
ergeben. Dies trat auch ein; wurden kleine Kondens
in die Zuleitungsdrähte eingeschaltet, so erhielt ich i
Gabelung wieder normales Wachsen des Elektrolytwiderst

Eine mehr quantitative Behandlung der Wirkung
dieser Kondensatoren ist im theoretischen Teil § 6 ge

Neben der Induktorschwingung mögen vielleicht
Ursachen in derselben Richtung wirken; so nach der A
Mandelstams[1]) die Kapazität der Spule, die sich nach ih
eine Parallelschaltung eines kleinen Kondensators zur S
induktion verhalten soll, und sonach für kurze Wellen k
Widerstand bietet; auch kann starke Dämpfung der P
welle in gleicher Richtung sich geltend machen, wie
unten (§ 6) gezeigt ist. Diese Einflüsse scheinen mir ab
zweiter Ordnung zu sein.

Die Wirkung des Einschaltens der Kondensatoren
Zuleitung zur Gabelung bewirkte, daß der äquivalente W
stand im Bereiche von $\lambda = 1000$ cm bis $\lambda = 5000$ cm fort
stieg. Freilich erhält man in diesem Bereich nahe dem
der kurzen Wellen den äquivalenten Widerstand etwas zu
nahe dem anderen etwas zu klein (vgl. § 5). Ersteres re
vielleicht aus der nicht mehr genügten Bedingung der
stationären Verteilung im Apparat selbst (§ 2, 2); die S
am anderen Ende wohl daraus, daß für so lange Well

weiten Grenzen auf eine zweite Abänderung im Apparat das Augenmerk gerichtet werden muß, wird weiter unten auseinandergesetzt.

Hier sei ausdrücklich bemerkt, daß diese Schwierigkeiten in der Handhabe, sowie die Fehlerquellen sich zum großen Teil bei Verwendung des Apparates in der *Substitutionsmethode* eliminieren, wie sie weiter unten beschrieben ist, und zur Beantwortung der Fragestellung des § 1 allein verwandt wurde.

Hiermit sind die wesentlichsten Gesichtspunkte, welche sich für die Konstruktion des Apparates ergaben, angegeben. Die Anbringung sonstiger Kapazität oder Selbstinduktion im Meßapparat geschah nicht aus prinzipiellen, sondern mehr technisch sich ergebenden Gründen; hierauf soll deshalb im § 3, welcher die technische Ausführung behandelt, eingegangen werden.

§ 3. Ausführung des Apparates, Dimensionen und Konstanten.

1. Nach den Ausführungen des § 2 ergab sich folgendes *Schaltungsschema* des Apparates (Fig. 2).

W, L sind die in Parallelschaltung liegende Selbstinduktion und der elektrolytische Widerstand; beide sind getrennt durch einen Stanniol-Paraffinblattkondensator c'' (Grund der Anbringung

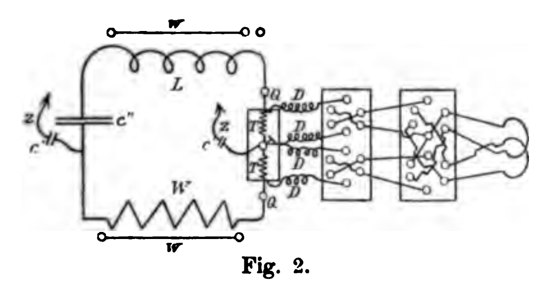


Fig. 2.

§ 3, 2 b) Q sind zwei Quecksilbernäpfe, in welche die äußeren Enden zweier hintereinander geschalteter Thermoelemente T hineinragen. Diese Thermoelemente sind in einem Kästchen (Fig. 4) angebracht, das sich bei G um 180° drehen läßt, wodurch die Pole bei Q vertauscht werden. c' sind die oben erwähnten kleinen Kondensatoren, welche in die Zuführungs-

drähte z eingeschaltet sind. Diese z enden einmal zwisch
W und L und zweitens zwischen den Thermoelementen. D
Kondensator c'' ist veränderlich und kann zu W oder
zugeschaltet werden. Jedes dieser beiden T besteht aus
Elementen.

Die vier Pole der zwei Elemente führen durch vier Selb
induktionsrollen (Drosselspulen) D und zwei Umschalter
Galvanometer. Die Umschalter ermöglichen die Vertausch
der Pole der Thermoelemente und der beiden Seiten
Differentialgalvanometers. Dieses ist so geschaltet, daß
zwei Vorderrollen mit dem einen, die beiden Hinterrollen
dem anderen Element verbunden sind.

2. In folgendem werden Dimensionen und Konstanten
einzelnen Teile angegeben. Bei ihrer Bemessung kam zunäch
in Betracht, daß die quasistationäre Bedingung (§ 2, 2)
bei den kürzesten in Verwendung kommenden Wellen
lichst gewahrt ist.

a) Die *Selbstinduktionsrolle* ist aus blankem Cu-Draht
3,3 mm Dicke; sie ist 11 cm lang und hat 20 Windung
von 3 cm mittlerem Durchmesser. Der Selbstinduktionskoeffizi
für sehr schnelle Schwingungen für eine solche Spule
2836,7 cm.[1]) Diese Spule ist ohne Kern und Isolation
zwei 7 cm hohen Ebonitsäulen befestigt. An beiden End
sind Klemmschrauben angebracht.

b) Der *Widerstand* (Fig. 3) besteht aus Silberelektrod
in Silbercyankalilösung. Ich hatte zunächst ohne den Konden-
sator c'' (vgl. Fig. 2) gearbeitet, und war wegen der, in direkten
Nebenschlusse liegenden, sehr empfindlichen Galvanometer ge-
nötigt, ein Minimum von elektromotorischer Kraft im Apparate
zu belassen. Deshalb wurden die Silberelektroden in Silber-
cyankalilösung genommen, und später, als ich mich durch Ein-
schaltung eines Kondensators von der elektromotorischen Kraft
im Apparat unabhängig machte (vgl. § 3, 2c), beibehalten.
Zn-Elektroden in $ZnSO_4$ sind auch dann, wenn man reines Zn,
das man in $ZnSO_4$ abkocht (du Bois-Reymond), verwendet,
vollständig unbrauchbar, wenn es sich darum handelt, möglichst
geringe elektromotorische Kraft im Stromkreise zu haben. —

1) Vgl. M. Wien, Wied. Ann. 53. p. 948. 1894.

r die schließlich gewählte Anordnung mit Kondensator c'' g. 2) erscheint übrigens ein Flüssigkeitswiderstand ohne mperaturkoeffizient empfehlenswerter.

Die Konstruktion des Widerstandes ist aus Fig. 3 erhtlich. Sie wurde bestimmt durch die Forderung, den iderstand so einzurichten, daß auch bei geringem Widerstand Kapazität (Kondensatorwirkung) der beiden Elektroden glichst klein bleibt. Dies ist notwendig. Würde man nämlich en Widerstand von 150 Ohm einstellen, und die Möglichit behalten wollen, am selben Widerstand auch noch das Zehnche abzulesen, so müßte man bei verschiebbaren Elektroden n Widerstand sehr lang nehmen, denn andernfalls würde i Einstellung auf geringen Widerstand sich Kondensatorrkung geltend machen. Hierdurch würde einmal eine teilise Elimination der parallelen Selbstinduktionsspule auftreten, dererseits würde die Widerstandsmessung mit langsamen hwingungen nicht mehr den wirklich bei schnellen Schwingungen Betracht kommenden Wert ergeben, da alsdann sich der i Vorhandensein von Kapazität in Betracht kommende Widerand w' aus der Formel

$$\frac{1}{w'} = \sqrt{\frac{1}{w^2} + (c'n)^2}$$

gibt.

Bei der Substitutionsmethode kommen diese Fehlerquellen enig in Betracht, wohl aber bei Verwendung des Apparates ur direkten Periodenmessung.

Diese Kondensatorwirkung der Elektroden ist bei dem in erwendung gelangten Widerstand möglichst vermieden. In

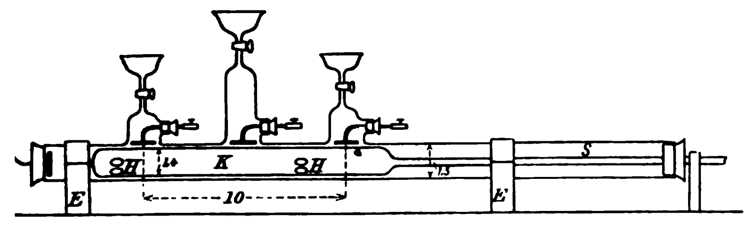


Fig. 3.

ig. 3 sind die Maße in Centimetern angegeben. Der Kolben K, s Glas, reguliert beim Verschieben den Widerstand zwischen r vertikalen Elektrode und einer der drei anderen. Dieser

Kolben ist mit vier Löchern *H* versehen; in diese sind Gummistopfen hineingepreßt und so beschnitten, daß beim Verschieben des Kolbens der Gummi stets am Glase anliegt, so daß der Kolben nicht wackeln kann. Hinter dem Verschlußstopfen des Rohres läßt sich eine Marke anbringen, an welcher der geteilte Stiel *S* vorbeigeht. Das Ganze ruht auf Ebonitlagern *E*.

c) *Der Kondensator c''* (Fig. 2) besteht aus paraffiniertem Schreibpapier und Stanniol. Der Zweck seiner Einschaltung ist der folgende. Die Thermoelemente liegen direkt im Stromkreis, die Pole der Galvanometerseiten also im Nebenschluß des Kreises. Eine elektromotorische Kraft von 10^{-8} Volt, die an den Polen liegt, gibt bereits einen merklichen Ausschlag. Auch bei Silberelektroden in Silbercyankali sind Potentialdifferenzen dieser Größe vorhanden, wohl durch Konzentrationsdifferenzen etc. Deshalb ist der Kondensator eingeschaltet. Bei seiner Einschaltung muß (bei direkter Anwendung des Apparates) seine Größe so variiert werden, daß die Einstellung dieselbe bleibt, ob ich ihn dem Widerstand oder der Selbstinduktion zuschalte. — Man findet übrigens bald die richtige Größe. — Wenn der Kondensator groß genug ist, so wird er ohne merkliche Beeinflussung der Einstellung die Schwingung hindurchlassen. Eine ungefähre Angabe dürfte hier genügen. Etwa 8 Blatt (3 cm^2) Stanniol, je 4 ‖ geschaltet, zwischen paraffiniertem Schreibpapier zusammengeplättet, zeigten sich bei diesen Versuchen als ausreichend. Zum Zwecke der Prüfung, ob der Kondensator die Einstellung beeinflußt, empfiehlt es sich, auf dem Apparatbrett neben Elektrolyt- und Standartselbstinduktion je einen Widerstand aus 0,02 mm Konstantandraht, den man etwa auf einem Ebonitstreifen im Zickzack führt, anzubringen (Fig. 2). Ersetzt man Elektrolyt und Selbstinduktion durch solche Widerstände, so läßt sich die Größe des Kondensators sehr bequem so regulieren, daß er der Forderung entspricht, bei Schaltung auf die eine oder die andere Seite auf die Einstellung bei Messung einer bestimmten Periode ohne Einfluß zu sein. Es sei bemerkt, daß zwei solche Widerstände unter Umständen auch sehr bequem sind, die Gleichheit der Thermoelemente zu prüfen, da es manchmal vorteilhaft ist, sie nicht durch Drehung um 180° (§ 3, 2a) zu vertauschen.

Auf die Seite der Selbstinduktion geschaltet, liefert der **ndensator** auch noch eine größere Sicherheit, Eigenschwin-**ngen auf** dieser Seite zu vermeiden (vgl. 4 dieses Paragraphen).

d) *Die Thermoelemente* bestehen aus Eisen-Konstantandraht **n 0,02 mm** Dicke (Draht von Hartmann & Braun). Fig. 4 **igt ihre** Montierung. Die schraffierten Schmalseiten charak-**risieren das** Material als Ebonit. Es sind je vier Elemente **Serie** geschaltet, um eine größere Empfindlichkeit zu er-**len.** Die dritte, fünfte, siebente, neunte Lötstelle mußte, **n** diese Forderung zu erfüllen, der Erwärmung durch den

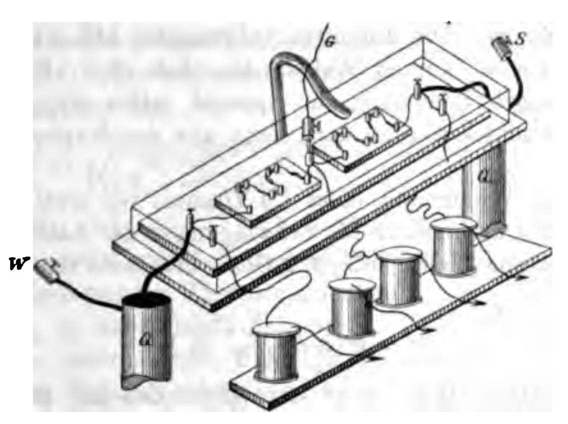


Fig. 4.

Strom möglichst entzogen werden. Dies geschah dadurch, daß **diese** Lötstellen an Metallstäbchen sich befinden, welche dick **mit** Lot versehen sind, während die geradzahligen Stellen ein **Minimum** von Lot erhalten. Die Joulesche Wärme wird demnach **wesentlich** an diesen letzteren Stellen Temperaturerhöhungen **bewirken.** Die Elemente sind durch ein Glaskästchen geschützt. **Die** ganze Montierung läßt sich aus den Hg-Näpfen Q heraus-**heben**, und um 180° drehen, so daß die äußeren Pole ver-**tauscht** werden. Bei G erfolgt die Zuführung z der Fig. 2. **Vier** Drosselspulen sind in die Galvanometerleitung, welche **durch** Pfeile gekennzeichnet ist, eingeschaltet. Natürlich ist **der** Widerstand dieser Thermoelemente nicht zu vernachlässigen. **Auf** seine Bestimmung kommen wir unter 3. zu sprechen. — **Bei** S ist die Standartselbstinduktion, bei W der Elektrolyt-

widerstand angeschlossen. Die Länge eines einzelnen Elements ist etwa 1 cm.

3. *Konstanten der Apparatteile.* Nach Formel (1) ist die Periode

$$T = \frac{2\pi L}{\sqrt{w_0^2 - w_1^2}}.$$

Hier ist L die Größe der Standartselbstinduktion, w_0 der selbstinduktionslose Widerstand, der für die Periode T eingestellt ist; w_1 ist der Widerstand des Zweiges mit der Standartrolle.

a) Die Länge des Cu-Drahtes, welcher die Rolle bildet, beträgt 260 cm. Die kürzesten verwendeten $\lambda/2$ sind 550 cm; wie weit bei so kurzen Wellen die oben (§ 2, 3) erwähnte quasistationäre Bedingung im Apparat selbst als annähernd erfüllt betrachtet werden darf, kann nur das Experiment entscheiden.

b) Der Widerstand eines Cu-Drahtes von 260 cm Länge und 3,3 cm Durchmesser für Schwingungen der hier benutzten Größenordnung bleibt unter 0,2 Ohm, berechnet nach Stefans Formel

$$w' = w\left(\pi R \sqrt{\frac{\mu \sigma}{T}} + \frac{1}{4}\right).$$

Während dieser Widerstand stets gegen den des Elektrolyten zu vernachlässigen ist, ist es der der Thermoelemente nicht. Er mußte also gemessen werden, und zwar mit Hochfrequenzströmen der hier in Betracht kommenden Frequenz, da er ja sehr beträchtlich von dieser abhängt.

c) *Der Widerstand der Thermoelemente.* Es wurde auf der einen Seite die Selbstinduktion durch einen ausgespannten Konstantandraht von 0,02 mm Dicke ersetzt. Der äquivalente Widerstand am Elektrolyt ergab 381,9 Ohm. Jetzt wurde auf der Seite des Drahtes das Thermoelement zugeschaltet, und wieder der Elektrolyt eingestellt. Die Einstellung ergab 402 Ohm. Es ist also 20 Ohm der Widerstand des Thermoelementes für die hier in Betracht kommenden Frequenzen.

Es sei erwähnt, daß man hier auch so verfahren kann, daß man

1. auf der einen Seite die Standartspule L und das Meßthermoelement mit dem Widerstand x und der Selbstinduktion y

, auf der anderen Seite ein gleiches Thermoelement und
ı Elektrolyt. Alsdann ist

$$\frac{T}{2\pi} = \sqrt{\frac{(L+y)^2 - y^2}{(W_1+x)^2 - (x+y)^2}};$$

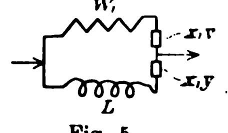


Fig. 5.

2. wird ein, dem zu messenden
ıermoelement gleichlanger, *bifilar* ge-
ſter Eisen-Konstantandraht zugeschaltet, und es ergibt sich
ı Elektrolyt W_2, dann ist

$$\frac{T}{2\pi} = \sqrt{\frac{(L+y)^2 - y^2}{(W_2+x)^2 - (2x+y)^2}};$$

Fig. 6.

3. wird das zu untersuchende Thermo-
ment *nicht bifilar* zugeschaltet, es er-
ıt sich W_3, so daß

$$\frac{T}{2\pi} = \sqrt{\frac{(L+2y)^2 - y^2}{(W_3+x)^2 - (2x+y)^2}}.$$

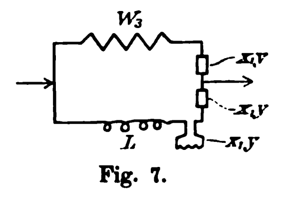


Fig. 7.

Es läßt sich also x, y, L bestim-
n. — In praxi war bei den in Ver-
ndung kommenden Thermoelementen
und W_3 so nahe gleich, daß die Ab-
ichungen innerhalb der Fehlergrenze lagen.

4. *Die Zuführungsdrähte* bestehen aus Konstantandraht.
ı in diese eingeschalteten Kondensatoren sind aus kleinen
·Blechen von etwa $^3/_4$ cm^2 Fläche und paraffiniertem Schreib-
ıier als Dielektrikum, hergestellt. Die Drähte selbst sind
·ch Stücke selbstinduktionslosen Widerstandes unterbrochen.
r Widerstand der Konstantandrähte für sich beträgt für
ıchstrom etwa 300 Ohm. Für die Frequenzen des Primär-
tems ist der Widerstand natürlich beträchtlich höher.

§ 4. Das Primärsystem.

1. Fig. 8 stellt das System ohne den angehängten Konden-
or dar. Hierbei sind der Deutlichkeit halber einzelne Teile
ıerhältnismäßig groß gezeichnet, wie dies aus den bei-
chriebenen Maßzahlen hervorgeht.[1]) Als Schließungskreise

1) M. Wien, Wied. Ann. 53. p. 939. 1894.

wurden Rechtecke verwendet, welche an den Ecken hart ge-
lötet sind, um Fehler, welche aus unscharfen Ecken resultieren,
zu vermeiden. Die eine Seite der Rechtecke war stets 25 cm.
Die Variierung der Periode des Erregers geschieht durch
Änderung der Länge des Rechtecks. In die Mitte beider
25 cm-Seiten ist, wie aus der Figur ersichtlich, die Erreger-
funkenstrecke und das Ansatzstück für den Kondensator ein-
geschaltet. *R* sind kleine Rohrstückchen, *S* kleine Stücke
Leitungsschnur. An dem vorderen Ansatzstück angebracht

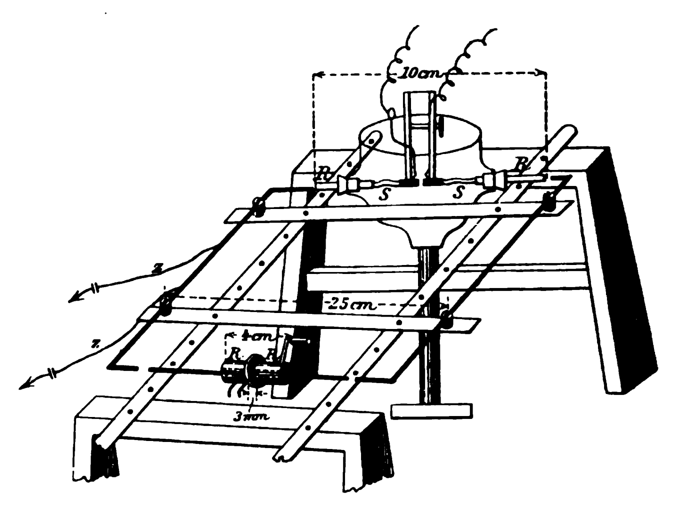


Fig. 8.

Röhrchen tragen zwei Haken aus Cu-Draht; eine kleine Ebonit-
scheibe verhindert, daß die Entladung hier übergeht. Die
Funkenstrecke spielt in Petroleum. Die schraffierten Teile
sind Ebonit. In den langen Holzstreben sind Löcher, die
kürzeren haben Stifte, welche hineinpassen. Das übrige läßt
die Zeichnung erkennen.

2. a) Der *Luftkondensator* besteht aus den zwei Platten
eines Kohlrauschschen Kondensators (Fig. 9) von 15,09 cm
Durchmesser und 0,4 cm Dicke. Die Montierung geschieht
so: In ein Glasgefäß wird ein Dreifuß aus Glasstäben ein-
gekittet. Das Zentrum des Dreifußes hat einen Glasring. In
den Ring ist die untere Platte mit Siegellack eingekittet. Um

ı konstante Entfernung der oberen Platte zu erreichen, werden
ı Glasstückchen, deren Dicke, mit einem Wildschen Sphäro-
ter bis auf die dritte Dezimale des Millimeters ausgemessen,
h gleich ergab, auf die Platte gelegt, und die zweite Platte
raufgelegt. Das in drei
rben aufliegende Glas-
stell wird übergestülpt und
iederum Siegellack in den
ing. gegossen. Ist dieser
kaltet, so wird das feste
inliegen der Glasstäbe und
s völlige Aufliegen der
latte auf dem Spiegelglas re-
diert. Ist nirgends mehr
rischen den Glasstückchen,
elche nacheinander entfernt

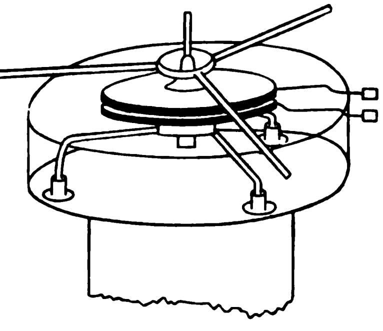


Fig. 9.

nd verschoben werden, Luft (Spiegelbild in der Kondensator-
latte), und die Stäbe liegen stets fest auf, so ist der Abstand
er Platten gleich der Dicke des Spiegelglases. Diese Mon-
erung ist sehr einfach und genau, und läßt sich leicht jedes-
al revidieren. Die Glasstücke dürfen wegen der auftretenden
Heitfunken nicht zwischen den Platten bleiben; Ebonithalter,
relche ich zunächst verwandte, änderten sich fortgesetzt ganz
ıregelmäßig. Die Zuführung des Stromes geschieht durch die
ı der Figur gekennzeichneten Drähte mit Hg-Näpfchen.

b) *Als Flüssigkeitskondensator* für die Messungen wurde
ei kleiner Dielektrizitätskonstante ein Glasgefäß benutzt, dessen
chnitt in Fig. 10 dargestellt
t. Drei Halter H aus Mes-
ing mit aufgeschnittenem Ge-
inde halten eine Glasplatte,
n deren Mitte die untere
Kondensatorplatte geschraubt
t. Die obere ist auf eine
Mikrometerschraube aufge-
chraubt. Diese ist im Deckel

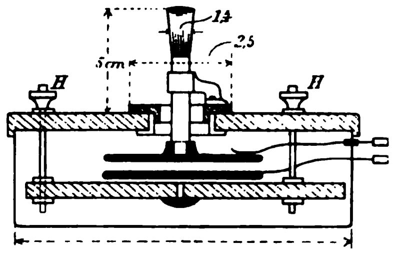


Fig. 10.

elagert (in der Figur zu groß gezeichnet, der Deutlich-
eit wegen). Die Einstellung geschieht zunächst wieder mit
ısgemessenen Glasstücken, welche auf die untere Platte gelegt

werden; alsdann werden die drei Schrauben *H* so reguliert, daß die obere Platte gerade überall die Glasstückchen berührt. Will man jetzt versuchen die Mikrometerschraube hinein zudrehen, so geht dies nicht wegen der Reibung. Man hält deshalb die obere Platte fest und dreht die Mikrometerschraube aus der Plattenmutter heraus. Alsdann entfernt man die Glas- stückchen und schraubt die Platte wieder auf die Mikrometer- schraube. Die Mikrometereinstellung vor dem Abschrauben entspricht alsdann der Dicke des Spiegelglases. Ist die Ein- stellung geschehen, so wird der Deckel in das Gefäß gesetzt und an dem Kondensator werden die Stromzuführungen an- gebracht.

c) Für die Messungen mit Wasser wurden Platten und Trog wesentlich kleiner genommen, und die Streben *H* aus Glas mit aufgekitteten Messingstücken mit Gewinde an den Enden.

3. *Die Bestimmung der Kapazität der Kondensatoren* geschah nach der Stimmgabelmethode, und zwar nach Cohn-Heer- wagen[1]) unter Mitberücksichtigung der Kraftlinien, die in den Raum hinausgehen.

Die Kirchhoffsche Formel ist unter anderem unter der Voraussetzung abgeleitet, daß von der inneren Seite der Platte keine Kraftlinien in den Raum hinausgehen. Dies ist nur der Fall, wenn der Abstand klein gegen den Plattendurchmesser ist. Wir haben Platten von 15,09 cm Durchmesser bei einem Abstand von 0,3 cm verwendet. Der Abstand konnte nicht gut kleiner genommen werden, weil sonst leicht Funken im Kondensator überschlugen.

Es war deshalb fraglich, ob hier die Kirchhoffsche Formel noch gilt.

Der Kondensator wird nach Cohn-Heerwagen ad 1) so geschaltet, daß ein Pol einer Hochspannungsbatterie, einer des Galvanometers und eine Platte geerdet sind, die andere Platte in Stimmgabelintervallen durch die Batterie geladen und gleich darauf durch das Galvanometer entladen wird. Aus dieser Bestimmung erhält man einen Wert β aus dem Galvanometer- ausschlag. ad 2) werden die Kondensatorplatten unter sich

1) E. Cohn u. F. Heerwagen, Wied. Ann. 43. p. 354. 1891.

nden, und die Erdleitung der einen Platte wird auf-**ben**; dies ergibt einen Wert $2(\beta - \gamma)$. ad 3) wird der **densator** entfernt, und ohne ihn der Asuschlag für die Gal-**meterleitung** bestimmt. Dies ergibt einen Wert z, der in **ng** zu bringen ist.

Aus der Schwingungszahl der Gabel und der Galvano-**erempfindlichkeit** und der Spannung der Batterie ergibt **alsdann** die Kapazität des Systems gleich $\beta + \gamma / 2$.

Vielleicht ist es manchem erwünscht, wenn ich eine Fehler-**lle**, die mich zunächst störte, angebe. Läßt man die Stimm-**el** ohne elektromotorische Kraft schwingen, so erhielt ich meinem Galvanometer von kleinem Widerstand und bei verwenden Hg-Kontakten stets Ausschläge, deren Vor-**hen** und Größe mit berücksichtigt werden muß. — Ergebnis für den 2 mm- und 3 mm-Kondensator ist **endes.**

a- ld	Empfindlichkeit des Galvanometers	Stimmgabelschw. pro Sec.	E.M.K.	$(\beta - z)''$	$2(\beta-\gamma)-z''$	beob. $\frac{\beta+\gamma}{2}$ cm	ber. nach Kirchhoff
ı	7,2 .10−9	96,74	51,4	59,9″	4,85″	76,51	76,22
	3,58 .10−9 Amp. = 1 Skt. komm.	96,74	61,1	143,6	9,7	76,92	76,22
n	1,47 .19−9	96,74	60,5	237,9	21,4	52,67	52,07
	$1{,}30_4 . 10^{-9}$	96,74	61,0	251,2	20,26	52,36	52,07

Die Kirchhoffsche Formel ist also sehr nahe erfüllt, **ch** noch bei 15 cm Durchmesser und 3 mm Abstand.

Der große Flüssigkeitskondensator hatte etwas größere **pazität** als der Luftkondensator; hierauf ist weiter unten **her** eingegangen.

Der kleine Flüssigkeitskondensator besteht aus Platten 2,9 cm Durchmesser und 0,2 cm Dicke. An der oberen **tte** ist das Mikrometer angeschraubt, die untere ist auf **er** Ebonitsäule montiert. Bei der Messung der Kapazität **ses** Kondensators wurde als Kontrolle vor- und nachher der

Luftkondensator gemessen, und nur dann die Messung ber
sichtigt, wenn die Kontrolle zeigte, daß alles in Ordnung
Freilich mußte bei der Messung des kleinen Kondensators
Empfindlichkeit des Galvanometers zehnmal größer sein,
bei den Kontrollmessungen, wodurch der Genauigkeitsverg
erschwert ist.

Für die beigefügten Entfernungen erhielt ich folg
Werte, die später von Interesse sind.

Plattenabstand	Kapazität $= \frac{\beta + \gamma}{2} + a'$
7,5 mm	2,08 cm
10,5 „	2,05 „
13,5 „	1,98 „

Die β und γ haben gleiche Bedeutung wie früher;
a' soll die Kapazität des Mikrometerstückes bezeichnen,
hier bei der Messung nicht entfernt werden konnte. I
Messungen sind absolut genommen weniger genau als
obigen; relativ zueinander wohl von gleicher Genauigkeit.
Grundlage einer Schätzung und qualitativ-quantitativ läßt
auch ihre, hier bestimmte absolute Größe verwenden.

§ 5. Messungen.

1. Methode und Fehlerquellen.

Nach den Ausführungen des § 2 ist der angewen
Apparat im wesentlichen dazu bestimmt, *Änderungen*
Periode eines Schwingungskreises anzuzeigen. Lasse ich
Selbstinduktion des Kreises unverändert, und ersetze ich
Dielektrikum des Kondensators (Luft) durch ein anderes,
ändert sich die Periode des Entladungskreises, bis die Än
rung kompensiert ist, etwa dadurch, daß man die Platt
entfernung verändert. Durch eine derartige Substitutio
methode ist man in die Lage versetzt auch dann noch
einem Apparat zuverlässige Werte zu erhalten, wenn
Apparat, direkt benutzt, fehlerhafte Werte ergibt, *vorausges
daß die Einstellung des Apparates eindeutig und empfindlich*

aß man sich überzeugen kann, daß durch die Substitu-
iethode die Störung eliminiert ist, die bei direkter Schal-
lie Werte beeinflußt.

lei einer solchen Substitutionsmethode genügt es im all-
nen nicht, sich etwa dadurch der Realität der beob-
en Verschiedenheit einer Kondensatoreinstellung zu ver-
ern, daß man das Dielektrikum, das etwa ein anomales
lten bei variierter Periode zeigt, durch ein anderes er-
von gleicher dielektrischer Größe, und nun dieses ceteris
is untersucht.

elbst dann, wenn das zweite Dielektrikum sich normal
t, und die Abweichungen des ersten nicht zeigt, können
bweichungen im ersten Falle durch Störungen ver-
it sein.

Venn nämlich die Strahlung des Erregers im Falle 1
trotz gleicher dielektrischer Konstante nicht von gleicher
ität ist, oder wenn etwa bei 1 trotz gleicher Dielektrizitäts-
inte das Dämpfungsdekrement wesentlich größer als bei 2
, können hierdurch bei Außerachtlassung gewisser Vor-
naßregeln Einstellungsverschiedenheiten hervorgerufen
n, welche nicht der veränderten Dielektrizitätskonstante,
n Nebenumständen zuzuschreiben sind.

2. Vorsichtsmaßregeln.

)ie theoretische Untersuchung dieser Fehlerquellen ist in
nthalten; hier sei nur bemerkt, daß man zur Erzielung
er Resultate vor allem darauf achten muß, *daß das
fungsdekrement der Primärschwingung und die Strahlungs-
ität des Erregers möglichst klein und konstant gehalten
n*, daß das Auftreten von Eigenschwingungen im Apparat
die geeignete Wahl der kritischen Konstanten des Neben-
s vermieden ist, und die Thermoelemente vor einseitiger
ahlung geschützt sind.

) *Der Schutz gegen einseitige Strahlung* erfolgt am besten
das Zwischenstellen von Schirmen zwischen Primärsystem
Apparat. Ich benutzte mit Vorteil einen Asbestschirm.
olcher Halbleiter absorbiert die Strahlung und ist der
ndung von Metallschirmen vorzuziehen.

b) *Zur Vermeidung der Dämpfung* ist die Funkenstrecke klein zu nehmen. Hierdurch wird der Widerstand des Kreises, und infolgedessen die Dämpfung verkleinert. Um diesen Einfluß der Dämpfung zu untersuchen, wurde an den Schließungskreis ein Benzolkondensator gehängt. Wurde dann die Funkenstrecke allmählich vergrößert, so wuchs die Strahlung und die Einstellung verlor an Schärfe, ohne daß zunächst ein Einfluß der Dämpfung wahrgenommen werden konnte; wurde aber der Funke so weit ausgezogen als es die Anordnung irgend gestattete, so konnte ich eine noch deutliche Änderung in der Einstellung wahrnehmen, und zwar wurde die Widerstandseinstellung kleiner (z. B. statt 146 Ohm, 130 Ohm).

Diese Abweichungen sind in Übereinstimmung mit den zu erwartenden. Dies ist im theoretischen Teile gezeigt. Übrigens hat Herr V. Bjerknes[1]) bereits gezeigt, daß die zeitliche Dämpfung sehr beträchtlich von der Funkenlänge abhängt.

c) *Vermeidung von Eigenschwingungen.* Um Eigenschwingungen zu vermeiden, ist unter Berücksichtigung der hierzu notwendigen Dimensionierung, die sich in § 6 ergibt, zu beachten, daß die Gabelung selbst sehr kleinen Widerstand und sehr kleine Selbstinduktion hat, daß also im wesentlichen die Zuführung *allein* der Aperiodizitätsbedingung genügen muß.

Beachtet man diese Vorsichtsmaßregeln unter Berücksichtigung der sich in § 6 ergebenden Dimensionierung, so liefert die Substitutionsmethode richtige Werte; wie weit dies für direkte Messung der Fall ist, soll durch die folgenden Tabellen gezeigt werden.

3. Direkte, absolute Messungen.

Die in den Tabellen erhaltenen Zahlen zeigen alle die Eindeutigkeit der Einstellung, die nur erreichbar ist, wenn in die Zuleitungsdrähte die in § 2, 3 beschriebenen Vorschaltkondensatoren eingeschaltet sind. Sie zeigen, daß mit wachsender Wellenlänge auch die gemessene zunimmt, und lassen er-

---

1) V. Bjerknes, Wied. Ann. 44. p. 74. 1891.

nnen, wie weit bei unveränderten Vorschaltkondensatoren die nstellung richtig bleibt.

Die Kapazität des Luftkondensators ist hierbei 52,9 cm. r Schließungskreis hat variierte Selbstinduktion, welche nach Wien berechnet ist. Unter „berechnet“ stehen die aus $\sqrt{LC}$ sich ergebenden $\lambda/2$; unter „gemessen“ die aus der nstellung des Apparates sich ergebenden Werte, die aus r Einstellung des Apparates gewonnen sind, und zwar nach r Formel

$$\frac{\lambda}{2} = \frac{L \cdot 30}{\sqrt{(W + w)^2 - w^2}}.$$

Hier ist $w = 20$ Ohm, gleich dem Widerstande der Thermomente (§ 3, 3. c) genommen, als ein für $\lambda/2 = 951$ cm bemmter, mittlerer Wert.

Die Schaltung ist die der Fig. 2.

$\frac{\lambda}{2}$ berechnet	$\frac{\lambda}{2}$ gemessen
554	550
820	819
1066	991
1270	1180
1426	1310

)ie Tabelle zeigt, daß mit langen Wellen die Abweichungen achsen.

Die geringe Abweichung bei den kürzesten Wellen ist möglichenfalls der nicht mehr quasistationären Verteilung zuzuschreiben. Diese würde nach den Ausführungen des folgenden § 6 eine Abweichung in der beobachteten Richtung erklären.

Nimmt man die Vorschaltkondensatoren größer[1]), so verschiebt sich das Gebiet der richtigen Anzeige des Apparates nach den langen Wellen hin; dies geht aus der weiter unten wiedergegebenen Zahlenreihe hervor, in der gleichzeitig der Zwischenkondensator in der Verzweigung vergrößert ist. Für die kurzen Wellen stimmt alsdann die Einstellung nicht annähernd mehr mit der wirklichen Wellenlänge überein.

1) Vgl. hierzu p. 494, § 2, 3.

$\frac{\lambda}{2}$ berechnet	$\frac{\lambda'}{2}$ gemessen
554	600
820	850
1066	1060
1270	1258
1426	1400

Eindeutig ist jedoch auch hier noch die Einstellung, indem auch hier mit wachsender Wellenlänge die gemessene zunimmt. Für lange Wellen ist übrigens die Einstellung wesentlich unsicherer als für kurze. Der Grund liegt jedenfalls in dem für lange Wellen wesentlich größeren Impediment des Nebenkreises bei konstanten Vorschaltkondensatoren.

Die Eindeutigkeit der Einstellung, die hier gezeigt werden sollte, ist also gewahrt; sie zeigt die Brauchbarkeit der Anordnung für unsern Zweck.

Die im § 6 gegebene Theorie liefert zum Teil die Beweise für bisher unbewiesene Begründungen, und ist die Grundlage zur Vermeidung der in § 5, 2 aufgeführten Fehler.

§ 6. Theorie der Kondensatorentladung in verzweigten Systemen und der Frequenzmessung in der Verzweigung.

1. Fragestellung und Disposition.

Fig. 11 stellt ein schwingendes System dar, das aus einem Hauptkreis mit Kondensator, Selbstinduktion, Widerstand und Funkenstrecke besteht, und einem Nebenkreis mit Kondensatoren, großen Widerständen und Selbstinduktionen.

Es wird gefragt: Welchen Zusammenhang haben Stromwerte, Periode und Dämpfung in beiden Systemen?

Eine Annahme in Bezug auf die Größe der in Betracht kommenden Konstanten wird nur insofern vorausgeschickt, als der Widerstand des abgezweigten Kreises sehr viel größer sein soll, als das abgezweigte Stück des Primärkreises.

Zunächst wird für die Rechnung quasistationäre Verteilung im ganzen System vorausgesetzt. Der Widerstand, die Selbstinduktion und Kapazität der Funkenstrecke sei klein gegen die betreffenden Konstanten des Primärkreises. Für d

men wird in 2. A, B, C dieses Paragraphen die Theorie kelt; unter 3. wird darauf diskutiert, wie weit eine Abng von diesen Voraussetzungen in der praktischen Ang, die theoretisch erhaltenen Resultate beeinflussen kann.

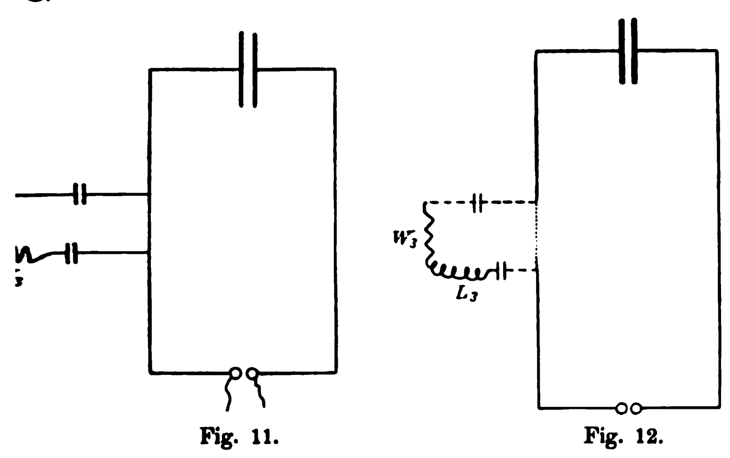


Fig. 11. Fig. 12.

2. Theorie der Entladung.

A. Allgemeine Differentialgleichung.

In folgendem bezieht sich der Index 1 auf den ausgezogenen der Fig. 12; der Index 2 auf den punktierten, der Index 3 den gestrichelten und die in ihm liegende Selbstinduktion Kapazität.

Es wird gefordert, daß für jeden Umlauf die Summe der tromotorischen Kräfte verschwindet.

Es bezeichne P_i die Ladung der Kondensatoren, c_i die pazität derselben, L_i die Selbstinduktion des Stückes i, den Ohmschen Widerstand. Dann ist, unter der Annahme, ß w_3 sehr viel größer als w_2 ist, und daß die gegenseitige duktion der einzelnen Stücke gegen die additiv mit ihnen rkommenden Größen klein gesetzt wird

$$\text{I)}\quad \begin{cases} 1.\ \dfrac{P_1}{c_1} + L_1 \dfrac{d i_1}{d t} + L_2 \dfrac{d i_2}{d t} + w_1 i_1 + w_2 i_2 = 0, \\ 2.\ \dfrac{P_1}{c_1} + \dfrac{P_2}{c_2} + \dfrac{P_3}{c_3} + L_1 \dfrac{d i_1}{d t} + L_3 \dfrac{d i_3}{d t} + w_1 i_1 + w_3 i_3 = 0, \\ 3.\ \dfrac{P_2}{c_2} + \dfrac{P_3}{c_3} + L_3 \dfrac{d i_3}{d t} - L_2 \dfrac{d i_2}{d t} + w_3 i_3 - w_2 i_2 = 0. \end{cases}$$

Für jeden Verzweigungspunkt gilt ferner:

$$\sum i = 0,$$

also

$$
\text{(II)}\begin{cases} 1.\; i_1 = i_2 + i_3, \\ \text{ferner setzen wir} \\ 2.\; \frac{dP_1}{dt} = i_1, \quad 3.\; \frac{dP_2}{dt} = \frac{dP_3}{dt} = i_3, \quad 4.\; \frac{P_2}{c_2} + \frac{P_3}{c_3} = p \end{cases}
$$

Aus (I) und (II) erhalten wir durch Elimination von i_2, ind[em] wir w_2 klein gegen w_3 setzen, wie vorausgesetzt wurde, un[d] indem wir schreiben:

$$\frac{c_2 + c_3}{c_2 \cdot c_3} = c',$$

$$
\text{(III)}\begin{cases} 1.\; i_3 c' + (L_1 + L_3)\frac{d^2 i_3}{dt^2} - L_2 \frac{d^2 i_3}{dt^2} + w_3 \frac{d i_3}{dt} - w_2 \frac{d i_1}{dt} = 0, \\ 2.\; \frac{i_1}{c_1} + (L_1 + L_2)\frac{d^2 i_1}{dt^2} - L_2 \frac{d^2 i_3}{dt^2} + (w_1 + w_2)\frac{d i_1}{dt} = 0. \end{cases}
$$

Hieraus läßt sich die Differentialgleichung für i_3, welche d[en] Zusammenhang zwischen Stromwerten, Perioden und Dämpfungs-gliedern im Haupt- und Nebenkreis implizite in den Koeffi-zienten enthält, durch wiederholte Differentiation und Substi-tution herleiten.

Auf eine Zwischenstufe dieser Rechnung wird weiter unte[n] an einer Stelle zurückgegriffen, weshalb diese hier unter (IIIa) aufgeführt wird. Es ergibt sich:

$$
\text{(IIIa)}\begin{cases} i_3 \frac{L_1 + L_2}{c'} + w_3 (L_1 + L_2)\frac{d i_3}{dt} + [(L_2 + L_3)(L_1 + L_2) - L_2^2]\frac{d^2 i_3}{dt^2} \\ \qquad - [(w_2 L_1 - w_1 L_2)]\frac{d i_1}{dt} + i_1 \frac{L_2}{c_1} = 0. \end{cases}
$$

Hieraus erhält man bei Übergehung weiterer Zwischenrechnung schließlich für i_3 die Differentialgleichung (IV):

$$
\text{(IV)}\begin{cases} \frac{d^4 i_3}{dt^4} L_2 [(L_1 + L_2)(L_2 + L_3) - L_2^2] \\ \quad + \frac{d^3 i_3}{dt^3} [\{(L_1 + L_2)(L_2 + L_3) - L_2^2\} w_2 - (L_2 + L_3) \\ \qquad\qquad (w_2 L_1 - w_1 L_2) + w_3 L_2 (L_1 + L_2)], \\ \quad + \frac{d^2 i_3}{dt^2} \left[\frac{L_2}{c_1}(L_2 + L_3) + \frac{L_2 (L_1 + L_2)}{c'} + L_2 w_3 (w_1 + w_2)\right] \\ \quad + \frac{d i_3}{dt} \left[\frac{w_2}{c'}(L_1 + L_2) + w_3 \frac{L_2}{c_1} - \frac{(w_2 L_1 - w_1 L_2)}{c'}\right] \\ \quad + i_3 \frac{L_2}{c_1 \cdot c'} = 0. \end{cases}
$$

B. Lösung für den speziellen Fall.

Gleichung (IV) enthält keine Bestimmung über die Größe er Koeffizienten, außer der Annahme, daß w_2 sehr klein egen w_3 ist. In folgendem werden in diese Gleichung die eziellen Werte der physikalischen Konstanten des vorbe-hriebenen Apparates eingesetzt, und dabei wird die Genauig-eitsgrenze der Wurzeln der Gleichung auf 0,5 Proz. festgesetzt.

In elektromagnetischem, absolutem Maße ist bei der ge-ählten Anordnung:

$$\begin{aligned}
L_1 &= 0{,}5 \text{ bis } 6 \,.\, 10^3 \text{ cm}, & w_1 &\sim 10^3 \text{ cm/sec},\\
L_2 &\sim 10^2 \text{ cm}, & w_2 &\sim 10^7 \text{ cm/sec},\\
L_3 &\sim 4 \,.\, 10^3 \text{ cm}, & w_3 &\sim 1 \text{ bis } 3 \,.\, 10^{12} \text{ cm/sec},\\
c_1 &= 6 \,.\, 10^{-20} \text{ sec}^2/\text{cm}, & c' &\sim 10^{-20} \text{ sec}^2/\text{cm}.
\end{aligned}$$

Gleichung (IV) vereinfacht sich infolge der Beschränkung uf die Genauigkeit von 0,5 Proz. bei Berücksichtigung dieser Werte, und wir erhalten:

$$\left\{\begin{aligned}
&\frac{d^4 i_3}{d t^4} + \frac{d^3 i_3}{d t^3} \frac{w_3}{L_2 + L_3} + \frac{d^2 i_3}{d t^2} \frac{c'(L_2 + L_3) + c_1 (L_1 + L_2)}{c_1 \,.\, c'(L_1 + L_2)(L_2 + L_3)}\\
&\quad + \frac{d i_3}{d t} \frac{w_3}{c_1 (L_1 L_2 + L_1 L_3 + L_2 \,.\, L_3)}\\
&\quad + i_3 \frac{1}{c_1 \,.\, c'(L_1 L_2 + L_2 L_3 + L_1 L_3)} = 0.
\end{aligned}\right.$$

Die Integration dieser Gleichung ist prinzipiell möglich urch direkte Auflösung der entsprechenden Gleichung vierten rades. Die Wurzeln sind jedoch so komplizierte Ausdrücke er Koeffizienten, daß die Rechnung kaum durchzuführen ist. ieser direkte Weg, i_3 zu bestimmen, läßt sich aber umgehen, nd hierdurch wird die Gleichung (1) reduziert.

Es ist nämlich die Differentialgleichung (1) infolge der inführung der speziellen Konstanten und der Genauigkeits-enze nunmehr unabhängig geworden von dem Ausdruck

$$(L_2 w_1 - w_2 L_1) \text{ und von } w_2 \text{ und } w_1.$$

ie Differentialgleichung für i_3 ist demnach verträglich mit em Ansatz:

$$L_2 w_1 - w_2 L_1 = 0.$$

hysikalisch bedeutet dies, daß wir innerhalb unserer Genauig-eitsgrenze das Verhältnis der Selbstinduktionskoeffizienten

der Rechteckteile gleich dem Verhältnis der Längen dieser Teile setzen können.

In folgendem machen wir von (1') Gebrauch. Wir bezeichnen ferner

$$i_1 = F(t), \quad \frac{d\,i_1}{d\,t} = F'(t) \text{ etc.}$$

Wir substituieren (1') in (IIIa) und differenzieren.

Nach Multiplikation mit $w_3/(L_2 + L_3)$ und Division mit $[(L_2 + L_3)(L_1 + L_2) - L_2^2]$ ergibt sich alsdann:

$$(2) \quad \begin{cases} \dfrac{d^3 i_3}{d\,t^3}\dfrac{w_3}{L_2 + L_3} = \dfrac{L_2\, w_3 \,.\, F'(t)}{c_1\,[(L_2 + L_3)(L_1 + L_2) - L_2^2]} - \dfrac{w_3^2}{(L_2 + L_3)^2}\dfrac{d^2 i_3}{d\,t^2} \\ \qquad - \dfrac{w_3}{(L_2 + L_3)^2\, c'}\dfrac{d\,i_3}{d\,t}, \end{cases}$$

$$(3) \quad \begin{cases} \dfrac{d^4 i_3}{d\,t^4} = \dfrac{L_2 \,.\, F''(t)}{c_1\,[(L_2 + L_3)(L_1 + L_2) - L_2^2]} - \dfrac{w_3}{L_2 + L_3}\dfrac{d^3 i_3}{d\,t^3} \\ \qquad - \dfrac{1}{(L_2 + L_3)\,c'}\dfrac{d^2 i_3}{d\,t^2}. \end{cases}$$

Die Addition von (2) und (3) ergibt demnach

$$\frac{d^4 i_3}{d\,t^4} + \frac{d^3 i_3}{d\,t^3}\frac{w_3}{L_1 + L_2} = \frac{L_2 \,.\, F''(t)}{c_1\,[(L_1 + L_2)(L_2 + L_3) - L_2^2)]} - \frac{1}{(L_2 + L_3)\,c'}\frac{d^2 i_3}{d\,t^2}.$$

Bei Substitution dieser Gleichung in Gleichung (1) erhält man:

$$(4) \qquad F''(t)\frac{L_2}{L_2 + L_3} = \frac{d^2 i_3}{d\,t^2} + \frac{d\,i_3}{d\,t}\frac{w_3}{L_2 + L_3} + \frac{i_3}{c'\,(L_2 + L_3)}.$$

Sobald sich die linke Seite von (4) explizite ausdrücken läßt, ist demnach die Differentialgleichung vierten Grades für i_3 auf eine zweiten Grades reduziert, die alsdann leicht zu lösen ist.

Nun ist die Stromstärke in i_2 außerordentlich viel größer, als die in i_3; da nämlich die elektromotorische Kraft für die Strecke 2 und 3 die gleiche ist, so verhalten sich die Ströme in (2) und (3) umgekehrt wie die entsprechenden Widerstandsgrößen, also

$$\frac{i_2}{i_3} = \sqrt{\frac{w_3^2 + \left(\dfrac{c'.T}{2\pi} - L_3\dfrac{2\pi}{T}\right)^2}{w_2^2 + L_2^2\left(\dfrac{2\pi}{T}\right)^2}}.$$

Setzen wir die numerische Größe der Konstanten ein, so folgt

$$i_2 > i_3 \,.\, 10^3.$$

glich ist i_2 gegen i_3 zu vernachlässigen, und aus (I) 1. wird **ter Substitution** dieser Vernachlässigung in (II) 1.

$$(\mathrm{I}_1)' \qquad \frac{P_1}{c_1} + (L_1 + L_2)\frac{d\,i_1}{d\,t} + (w_1 + w_2)\,i_1 = 0\,.$$

e **Integration** von $(\mathrm{I}_1)'$ ergibt

$$\left\{\begin{aligned} i_1 = F(t) &= \frac{2\,.\,P_1\,.\,e^{-\frac{(w_1+w_2)\,t}{2\,(L_1+L_2)}}}{\sqrt{4\,(L_1+L_2)\,c_1 - (w_1+w_2)^2\,c_1^2}} \\ &\quad \sin\left\{\frac{\sqrt{4\,(L_1+L_2)\,c_1 - (w_1+w_2)^2\,c_1^2}}{2\,(L_1+L_2)\,c_1}\,t\right\}. \end{aligned}\right.$$

renziert man i_1 zweimal, und setzt den erhaltenen Wert **) ein, so** wird (4) (wiederum unter Vernachlässigung von **lern höherer** Ordnung)

$$\left\{\begin{aligned} &\frac{d^2\,i_3}{d\,t^2} + \frac{d\,i_3}{d\,t}\,\frac{w^3}{(L_2+L_3)} + \frac{i_3}{c'\,(L_2+L_3)} \\ &= -\frac{L_2\,.\,P_1\,.\,e^{-\frac{(w_1+w_2)\,t}{2\,(L_1+L_2)}}}{(L_2+L_3)\left(\sqrt{(L_1+L_2)\,c_1}\right)^3}\,.\sin\frac{1}{\sqrt{(L_1+L_2)\,c_1}}\,.\,t \\ &= \frac{A}{L_2+L_3}\,.\,e^{-\beta\,t}\sin\gamma\,t = \frac{f'(t)}{L_2+L_3}\,, \end{aligned}\right.$$

$$= \frac{P\,L_2}{\left(\sqrt{(L_1+L_2)\,c_1}\right)^3}\,;\quad \beta = \frac{w_1+w_2}{2\,(L_1+L_2)}\,;\quad \gamma = \frac{1}{\sqrt{(L_1+L_2)\,c_1}}\,;$$

$$f'(t) = A\,.\,e^{-\beta\,t}\sin\gamma\,t$$

Wir setzen in folgendem Integral für i_3

$$\frac{2\,(L_2+L_3)\,c'}{w_3\,c' \pm \sqrt{w_3^2\,(c')^2 - 4\,(L_2+L_3)\,c'}} = \pm\Theta\,.$$

ı ist das allgemeine Integral von (4')

$$\left\{\begin{aligned} &\frac{c'}{\sqrt{w_3^2\,(c')^2 - 4\,(L_2+L_3)\,c'}}\left\{e^{\frac{-t}{-\Theta}}\int e^{\frac{-t}{-\Theta}}\,f'(t)\,d\,t\right. \\ &\qquad\qquad \left. - e^{\frac{-t}{+\Theta}}\int e^{\frac{t}{+\Theta}}\,f'(t)\,d\,t\right\} \\ &\qquad\qquad + c_1\,e^{\frac{-t}{-\Theta}} + c_2\,e^{\frac{-t}{+\Theta}}\,. \end{aligned}\right.$$

Die Größe der in i_3 eingehenden Konstanten ist so gewählt (vgl. oben), daß

$$\frac{1}{\Theta} - \beta = \chi_1 > 0$$

und ebenso

$$\frac{1}{\Theta - \beta} = \chi_2 > 0$$

ist.

Die ausgeführte Integration ergibt demnach falls wir die sehr kleinen c_1- und c_2-Glieder vernachlässigen

$$(7)\quad i_3 = \frac{c' \cdot A \cdot e^{-\beta t}}{(L_2 + L_3)\sqrt{w_3^2 (c')^2 - 4(L_2 + L_3) c'}} \left\{ \frac{\chi_1 \sin \gamma t - \gamma \cos \gamma t}{\chi_1 + \gamma^2} - \frac{\chi_2 \sin \gamma t - \gamma \cos \gamma t}{\chi_2 + \gamma^2} \right\}.$$

Also ist im Nebenkreis die Periode $2\pi/\gamma$ und die Dämpfung β des schwingenden Stromes i_3 dieselbe wie im Hauptkreis.

Lediglich die Amplitude ist verändert. Für das Resultat ist Voraussetzung, daß die Größenordnung der Konstanten, wie sie oben angenommen ist, im Apparat eingehalten wird.

C. Gabelung des gedämpften Sinusstromes.

Über die Verteilung der Selbstinduktion, der Kapazität und des Widerstandes im Nebenschluß ist im vorigen keine Annahme gemacht worden, die Gleichung (7) gilt demnach für irgend eine Verteilung, wenn dieselbe nur diskret geschieht, und die Größenordnung der Konstanten innegehalten wird, die oben angenommen ist.

Es soll nun im folgenden der Strom i_3 eine Verzweigung passieren (Fig. 13). Der Kondensator ist auf die Seite der

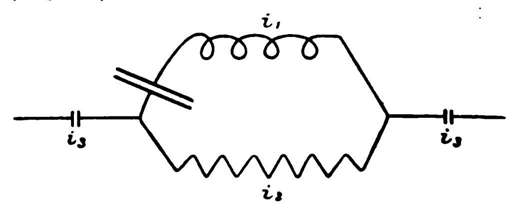


Fig. 13.

Selbstinduktion geschaltet. Er ist also bei Einschaltung eines selbstinduktionsfreien w'_2 von solcher Größe, daß w'_1 sehr klein gegen w'_2 ist,

$$(1)\quad \frac{P}{c} + L' \frac{d i_1}{d t} - i_2 w'_2 = 0.$$

Die Kapazität des Kondensators, der zur Vermeidung innerer elektromotorischer Kräfte dient, wird durch experimentelles Ausprobieren so groß genommen, daß der Kondensator ohne Einfluß auf i_1 und i_2 wird; alsdann ist P/c gegen $i_2 w_2$ zu vernachlässigen. In i_3 fließt der oben berechnete Strom, bestehend in einer Schwingung, deren Periode und zeitliche Dämpfung lediglich durch den Primärkreis bestimmt ist. Setzen wir

$$i_3 = B \, . \, e^{-\beta t} \sin \gamma t,$$

so wird

$$\frac{d i_1}{d t} + \frac{i_1 w'_2}{L'_1} - \frac{w'}{L'_1} B e^{-\beta t} \sin \gamma t = 0 . \tag{2}$$

Die Integration ergibt, indem

$$\frac{w'_2}{L'_1} = r$$

gesetzt ist

$$\left\{ \begin{aligned} i_1 = \frac{r \, . \, B \gamma}{(\beta - r)^2 + \gamma^2} \, . \, e^{-r t} &+ \frac{(r - \beta) r \, . \, B \, . \, e^{-\beta t} \, . \sin \gamma t}{(\beta - r)^2 + \gamma^2} \\ &- \frac{r B \gamma}{(\beta - r)^2 + \gamma^2} e^{-\beta t} \cos \gamma t . \end{aligned} \right. \tag{3}$$

Wir setzen

$$\frac{r B \, . \, \gamma}{(\beta - r)^2 + \gamma^2} = b \quad \text{und} \quad \frac{(r - \beta) r B}{(\beta - r)^2 + \gamma^2} = a .$$

Der Strom i_2 wird durch Subtraktion des i_1 von i_3 erhalten.

Die Beziehung, die zwischen w'_2 und L'_1 besteht, wenn Stromgleichheit in der Verzweigung vorhanden ist, ist verschiedentlich abgeleitet worden, und es ergibt sich für die ungedämpfte Sinusschwingung

$$\gamma = r .$$

Im folgenden soll der Einfluß der Dämpfung der in die Verzweigung eintretenden Welle diskutiert werden.

Die Bedingung der Stromgleichheit ist

$$\int_0^\infty (i_1^2 - i_2^2) \, d t = 0 , \tag{4}$$

wo

$$\left\{ \begin{aligned} i_1 &= b (e^{-r t} - e^{-\beta t} \cos \gamma t) + a e^{-\beta t} \sin \gamma t , \\ i_2 &= (B - a) e^{-\beta t} \sin \gamma t - b (e^{-r t} - e^{-\beta t} \cos \gamma t) \end{aligned} \right. \tag{4a}$$

ist.

Wir erhalten demnach für (4)

$$(4b)\begin{cases} B(2a - B)\int\limits_0^\infty e^{-2\beta t}\sin^2\gamma t\,d t + 2bB\int\limits_0^\infty e^{-(\beta+r)t}\sin\gamma t\,dt \\ \quad - 2bB\int\limits_0^\infty e^{-2\beta t}\sin\gamma t\cos\gamma t\,dt = 0\,. \end{cases}$$

Die Ausführung der Integration ergibt

$$(4c)\qquad 0 = \frac{2(a-B)\gamma^2}{\beta(4\beta^2+4\gamma^2)} + \frac{2b\gamma}{(\beta+r)^2+\gamma^2} + \frac{b\gamma}{2(\beta^2+\gamma^2)}\,.$$

Bei Substitution der a- und b-Werte wird also

$$(5)\qquad \frac{(r-\beta)r}{(\beta-r)^2+\gamma^2} - \tfrac{1}{2} + \frac{r\beta}{(\beta-r)^2+\gamma^2}\left\{\frac{4(\beta^2+\gamma^2)}{(\beta-r)^2+\gamma^2} - 1\right\} = 0.$$

Bei verschwindender Dämpfung β ergibt sich in der Tat

$$\gamma = r = \frac{w'_2}{L'_1} \quad \text{oder} \quad \tau = 2\pi\frac{L'_1}{w'_2}\,.$$

Ist aber die zeitliche Dämpfung beträchtlich, so existiert keine einfache Beziehung zwischen Schwingungsdauer einerseits, und dem Quotienten aus parallel geschaltetem Widerstand und Selbstinduktion andererseits.

Es läßt sich aber aus Gleichung (5) der Einfluß der Dämpfung auf die Apparateinstellung erkennen.

Zu diesem Zweck betrachten wir die Einstellung r als Funktion der Dämpfung und setzen:

$$r = f(\beta) \qquad r' = \frac{dr}{d\beta}\,.$$

Wir untersuchen den ersten Differentialquotienten von (5) an der Stelle

$$\beta = 0\,, \quad r = \gamma,$$

dies ergibt

$$(6)\qquad \frac{2\gamma^2(2rr'-r) - r^2[2(-r)(1-r)]}{4\gamma^3} + \frac{\gamma}{2\gamma^2} = 0$$

oder

$$r' = -1\,,$$

Für den Einfluß der Dämpfung auf die Apparateinstellung ergibt sich demnach

$$(7)\qquad r' = \gamma - \beta\ldots$$

Daraus ist ersichtlich, daß die Größe γ, die aus der Apparateinstellung r ohne Korrektion berechnet wird, bei vorhandener Dämpfung zu klein herauskommt.

Die Wellenlänge würde demnach ohne Korrektion zu groß berechnet.

Dies Resultat ist für den obigen Versuch (§ 5. 2. b) mit gesteigerter Dämpfung von Interesse.

3. Die Abweichungen von den Grundlagen der Theorie und der Einfluß auf diese.

A.

Die wesentlichsten Voraussetzungen der in 1. und 2. gegebenen Theorie sind kurz dahin zusammenzufassen:

1. Es ist vorausgesetzt, daß die Stromverteilung im *ganzen* Nebenschluß quasistationär ist.
2. Für die Wahl der Konstanten im Nebenschluß: kleine Selbstinduktion, großer Widerstand und nicht zu große Kapazität.
3. Für das Primärsystem geringe Elektromagnetische Dämpfung.
4. Für die Gabelung selbst, sehr große Kapazität.

B. Abweichung von A 1.

Was die erste Voraussetzung anbetrifft, so ist sie in unserem Apparat *nicht* erfüllt; jedenfalls nicht für die kürzesten verwendeten Wellen. Die Zuleitungsdrähte mußten zu lang genommen werden, um den Apparat vor der Strahlung des Erregers zu schützen; dagegen sind die Dimensionen der Gabelung stets klein gegen die halbe Wellenlänge.

Die Folge der Abweichung wird sein, daß die Selbstinduktion der Zuleitungsdrähte größer in Rechnung zu setzen wäre, als sie sich bei quasistationärer Verteilung berechnet.

Für den Widerstand und die Kapazität ist diese nicht quasistationäre Verteilung in der Zuleitung ohne Belang, wenn sie sich nicht auf die Gabelung erstreckt. Dies ist dann nicht der Fall, wenn wir die Länge der beiden Zuleitungen annähernd gleich nehmen. Dagegen kann die scheinbare Vergrößerung der Selbstinduktion der Zuleitung eventuell von wesentlichem Einfluß sein.

Aus folgendem wird dies klar. Für die Forderung, daß im Nebenschluß nur die Periode des Primärkreises herrschen soll, war erforderlich, daß die Größe Θ in Gleichung (5) reell bleibt, d. h. im Nebenkreis keine Eigenschwingung aufkommt.

Wächst demnach L_3 über die Größenordnung der Annahme, so muß zur Kompensation der Widerstand oder die Kapazität des Nebenschlusses so weit vergrößert werden, daß diese Grundbedingung für die Brauchbarkeit des Apparates erfüllt bleibt.

Die Vergrößerung kann sich im wesentlichen nur auf den Widerstand, und nicht auf die Kapazität erstrecken, da die Kapazität von Zuführung + Gabelung aus Gründen, die weiter unten herangezogen werden, klein bleiben muß. Am besten ist es die Zuleitung durch Strecken selbstinduktionslosen Widerstandes zu unterbrechen. *Es läßt sich dann die aus der nicht quasistationären Verteilung folgende Abweichung von den Voraussetzungen der Theorie so weit kompensieren, daß die Theorie Anwendung auf unseren Apparat finden darf.*

C. Unmöglichkeit der Kompensation durch Kapazität und Verwendungsbereich des Apparates.

Eine solche Kompensation ist jedoch nicht möglich durch Vergrößerung der Kapazität, was ja nach der Bedingungsgleichung von vornherein nicht ausgeschlossen erscheint, und es dürfte auch kaum möglich sein, einen Apparat nach dem verwendeten Prinzip zu konstruieren, welcher erstens völlig unabhängig ist von der Art der Erregung der Primärschwingung, zweitens aber für das Bereich *von mehreren Oktaven* zu direkter Wellenmessung brauchbar ist, *ohne daß die Größe der Kapazität des Apparates geändert wird.*

Der Grund hiervon ist bereits oben kurz angegeben; es soll hier eine mehr quantitative Diskussion gegeben werden.

α) Notwendigkeit kleiner Vorschaltkondensatoren. Wenn im Primärkreis die Erzeugung der Entladungsspannung durch eine annähernd harmonische elektromotorische Kraft vom Induktor aus vor sich geht, so bestimmt sich die maximale Stromstärke J im Schließungskreis, die vor Einsetzen der Entladung im

reis herrscht, durch die Größe der Amplitude des
nden Potentials und die Größe des Impedimentes. Ist

$$e = E \sin \frac{2\pi}{T} t$$

vendete elektromotorische Kraft des Induktors, so ist

$$J = \frac{E}{\sqrt{W^2 + \left(\frac{1}{C \cdot \frac{2\pi}{T}} - L \frac{2\pi}{T}\right)^2}} \sim E \cdot C \cdot \frac{2\pi}{T}$$

imale Stromstärke im Primärkreis. Nehmen wir als
elle einen Induktor, welcher an der Funkenstrecke
ximalspannung von 10^6 Volt besitzt, was etwa unserer
ung entspricht, so ist die Stromstärke

$$J \sim 10^{13} \cdot 6 \cdot 10^{-20} \cdot 6 \cdot 10^5,$$

angenähert $\pm 3 \cdot 10^{-2}$ Amp.
im Nebenschluß lediglich Ohmscher Widerstand vor-
, der, wie in unserer Rechnung zu Grunde gelegt ist,
größer ist, als der des Abzweigungsstückes, so würde
aximale Stromstärke im Nebenschluß immer noch
^{7} Amp. betragen. Das verwendete Galvanometer zeigt
och 10^{-9} Amp. an. Wenn demnach die positive und
e Schwingung um den $^1/_{100}$ Teil des Amplitudenwertes
ren, oder wenn unregelmäßige Unterbrechungen des
ors, Schwankungen von dieser Größe verursachen, oder
so die Thermoelemente merklich verschieden erwärmt, so
das Galvanometer Ausschläge geben, welche Störungen
chen; *um dem vorzubeugen, mußten kleine Kondensatoren
Abzweigungsdrähte eingeschaltet werden, d. h. das Impedi-
er Abzweigungskräfte mußte vergrößert werden.*

Abhängigkeit von der Art der Erregung des Primärstromes.
die Art der Erregung verändert wird, indem hoch-
ntere oder hochfrequentere Ströme Verwendung finden,
d sowohl im Primär- wie im Nebenkreis das Impedi-
bnehmen und die eingeschalteten Kondensatoren, welche
die Induktorschwingung nicht hindurchließen, müssen
kleinere ersetzt werden, um ihren Zweck zu erfüllen.
eht dies aber, so ist gleichzeitig aufzupassen, ob die
nerte Kapazität die Größe θ in Gleichung (5) nicht

imaginär werden läßt, indem eventuell neuer induktionsloser Widerstand in die Zuleitung einzuschalten ist. Eine Erregung mit Teslaschwingungen wird aus diesen Gründen der Verwendung des Apparates zu Meßzwecken außerordentliche Schwierigkeiten entgegenstellen.

Der Apparat ist also nicht unabhängig von der erregenden Schwingung, wenn die erregende elektromotorische Kraft eine gewisse Frequenz überschreitet.

γ) *Die Kapazität in der Gabelung.* Die eben besprochene Bemessung der Kapazität in der Zuleitung betrifft den Schutz des Meßapparates vor den Störungen der äußeren elektromotorischen Kraft. Um Störungen von inneren elektromotorischen Kräften zu vermeiden, ist in der Gabelung selbst ein zweiter Kondensator angebracht, und wir haben der Theorie des Apparates die Annahme zu Grunde gelegt, daß in der Gleichung

$$\frac{P}{c} + L' \frac{d i_1}{d t} - i_2 w_2' = 0$$

c als unendlich groß genommen werden kann, d. h. daß der Kondensator so wirkt, als sei er nicht vorhanden. Dieselbe Betrachtung, die wir eben für Induktorschwingungen anstellten, läßt sich mutatis mutandis auf die Primärschwingung für diesen Kondensator anwenden. War nämlich der Kondensator für eine äußere elektromotorische Kraft von der Frequenz 10^6 als widerstandslos aufzufassen, so kann bei einer Schwingung von 10^7 Wechselzahlen sein Widerstand wesentlich größer geworden sein, und in Betracht kommen. Wenn man also nicht mit sehr großen Kapazitäten arbeiten will, was auf experimentelle Schwierigkeiten stößt und eine Einbuße an Empfindlichkeit des Apparates erzeugt, so muß man für die verschiedene Größenordnung der Primärperiode die Kondensatoren auswechseln. *Für langsame Induktorschwingungen und einen bestimmten Meßbereich lassen sich die Kondensatoren so wählen, daß den Forderungen der Theorie genügend entsprochen wird.*

D. Funkenstrecke und Dämpfung.

Die unter § 6, 2. C. gegebene genaue Formel für die Beziehung zwischen der elektromotorischen Kraft der Selbst-

ıktion und der des Widerstandes in der Verzweigung zeigt, *nur dann die einfache Relation,* auf welcher die Anwenġ des Apparates beruht, *gültig ist, wenn die Dämpfung β* *ı ist gegen*

$$\gamma = \frac{1}{\sqrt{(L_1 + L_2)\, C_1}}.$$

Wir haben in der theoretischen Behandlung § 6 den derstand, die Selbstinduktion und Kapazität der Funkenıcke für den Moment der Auslösung der Schwingung klein ;en die übrigen kritischen Konstanten des Kreises gesetzt. nn ergab sich

$$\beta = \frac{w_1 + w_2}{2\,(L_1 + L_2)},$$

o von der Größenordnung 10^6, während γ von der Ordng 10^8 und höher ist. Dieser Unterschied liegt durchaus ßerhalb der Grenzen der Genauigkeit der Formeln. Wenn ın aber der Funkenstrecke einen Widerstand von einigen ım zuschreibt, so kann β in die Gegend 10^7 rücken, und nn ist die einfache Relation ungültig. *Wir haben nun oben rauf hingewiesen, daß der Apparat bei einer Funkengröße, die lr stark knatternde Entladung erzeugt, wesentlich an Einllungssicherheit verliert und bei sehr langer Funkenstrecke eine rschiebung des Einstellungswertes erkennen ließ* (§ 5. 2. b).

Wenn man Wellenlängen mittels Resonators mißt oder, ıs auf das gleiche herauskommt, Knotenpunkte auf einer ıkundärleitung aufsucht, so findet man bekanntlich für die rzeugung der Schwingung einen sehr stark knatternden ıktiven“ Funken vorteilhaft, und man ist versucht davor ırückzuschrecken, die Dämpfung eines Erregers dadurch ıruntersetzen zu wollen, daß man die Funkenstrecke verainert. Bei der Resonatormessung ist aber die Erzeugung ırker Strahlung erforderlich, und wenn auch das Dämpfungskrement durch die längeren Funken vergrößert wird[1]), so :d hierdurch das Entladungspotential des Erregers und ichzeitig die Intensität der Schwingung vergrößert; wenn ın auch die Dämpfung zunimmt, so ist dafür die erste

1) V. Bjerknes, l. c.

Amplitude so vergrößert, daß mehr Schwingungen wahrne
bar werden als bei kleiner Dämpfung. Zweitens aber
man in diesem Fall starke Strahlung, die wieder durch g
Öffnung begünstigt wird. — *Hier in unserem Fall ist eine
ringe Strahlungsintensität sogar erwünscht.* Eine möglichst kl
*Funkenstrecke ist demnach aus doppeltem Grunde vorteilh
erstens wegen der Vermeidung der Strahlung, zweitens wegen
der Dämpfung.*

Vorausgesetzt ist natürlich für die Zulässigkeit dieser
trachtung die Annahme, daß der Widerstand einer Funl
strecke mit der Länge der Strecke zunimmt. Daß dies
gemein der Fall ist, ist nicht erwiesen, daß es von einer
stimmten unteren Grenze an stattfindet, jedenfalls schon
den angeführten Beobachtungen von Bjerknes folgend.

4. Zusammenfassung.

Die Ausdehnung der ideal gewählten Prämissen der The
auf die realen Verhältnisse der Experimentalanordnung
scheint also in den Grenzen, die sich in 3. ergeben hal
gestattet. Zusammenfassend können wir also in Bezug
die Anordnung folgendes als bewiesen erachten.

1. *Es ist möglich, bei geeigneter physikalischer Dimen
nierung einen Nebenschluß an einem Schwingungskreis de
anzubringen, daß im Nebenschluß die Periode und Dämpfung
Schwingung im Primärkreis erhalten bleibt, ohne* daß eine V
änderung der Periode des Primärkreises (innerhalb der Genau
keitsgrenze von $^1/_2$ Proz.) stattfindet.

2. *Enthält der Nebenschluß, in welchem die Schwingung
Hauptkreises besteht, eine Verzweigung, bestehend aus Sel
induktion und selbstinduktionsfreiem Widerstand, so findet
dann bei Stromgleichheit in den Zweigen eine einfache Bezieh
zwischen Widerstand und Selbstinduktion statt, wenn die Dämpfu
klein gegen die Schwingungszahl des Primärstromes ist.*

3. *Die Resultate* der unter gewissen einfachen Prämis
aufgestellten Theorie der Verzweigung hochfrequenter Strö
*bleiben auch dann bestehen, wenn von diesen Prämissen an gewiss
Stellen in der praktischen Ausführung abgewichen wird; so da*

Voraussetzung der quasistationären Stromverteilung für die *tungsdrähte* dann *fallen gelassen werden*, wenn der Wider- l bez. die Kapazität des Nebenkreises gleichzeitig um sich qualitativ-quantitativ ergebende Größe erhöht wird, die Zuleitungsdrähte gleiche Länge haben.

4. Ist die Empfindlichkeit der Strommessung in der Ver- gung von einer gewissen Größe, so wird *die Verwendung Periodenmessers dann schwer durchführbar, wenn die Er- ng der Primärschwingung durch Teslaschwingungen erfolgt.*

5. *Ein empfindlicher Frequenzmesser* nach dem beschriebenen ızip *erfordert für verschiedene Größenordnungen der Primär- uenz verschiedene Größe des Kondensators in der Ver- gung.*

6. *Der Funke des Primärerregers ist vorteilhaft möglichst ı und nicht „aktiv" zu nehmen.*

7. *Der Einfluß der Dämpfung der Primärschwingung hat Folge, daß die Wellenlänge der Schwingung durch die Ein- ung des Apparates ohne Korrektion größer bestimmt wird als ist; das Korrektionsglied ist quantitativ nicht zu ermitteln.*

Zum Schlusse dieses Paragraphen möge bemerkt werden, *die Erschwerung im Gebrauche des Apparates*, die aus 1. 7. folgt, *bei den Messungen nach der Substitutionsmethode*, r die im folgenden berichtet wird, zum Teil *herausfällt.*

§ 7. Die Substitutionsmethode.

Die Messungen, über die im folgenden berichtet wird, ıd mit der Substitutionsmethode erhalten.

Der oben beschriebene Luftkondensator wird zunächst ırch den Kondensator, der das flüssige Dielektrikum erhalten ll, ersetzt; alsdann wird die Flüssigkeit eingegossen und die latten werden so weit auseinander geschraubt, bis der Flüssig- eitskondensator die gleiche Einstellung an dem Widerstand ər Gabelung ergibt, wie der Luftkondensator. Zum Schluß ird nochmals der Luftkondensator eingeschaltet. — Nur die lessungen werden benutzt, bei denen keine Änderung der rsten Lufteinstellung vorhanden ist. Außer durch Funken- örungen können z. B. durch zu langes Erwärmen des Wider-

standes solche Störungen eintreten. — Die Empfindlichkeit d[...] Galvanometers ist für je zwei Rollen von der Größenord[...] 10^{-9} Amp. komm. = 1 Skt. Das Instrument ist nach Fig[...] als Nullinstrument geschaltet. Die in folgender Tabelle [...] gegebenen Einstellungen sind größtenteils Mittelwerte [...] vielen, zeitlich unabhängigen Wiederholungen von Messun[...] reihen mit je drei Einstellungen für die jeweilige Periode.

Hierbei sind nicht in stets ansteigender Weise die Selb[...] induktionen verändert, sondern völlig unregelmäßig wurd[...] Zwischenwerte aufgenommen.

Die mit einem * versehenen Messungen in der Tab[...] zeigen an, daß die Selbstinduktion des Schließungskreises [...] angenähert bekannt ist, da sie durch Zusammensetzung v[...] Rechtecken und Spulen gewonnen ist, indem ein Stück d[...] Rechtecks durch solche Spulen ersetzt wurde.

Die Selbstinduktion von zwei der verwendeten Spu[...] wurde nach Kirchhoffs Formel[1]) berechnet, indem bei ih[...] Herstellung die Bedingungen, für die die Formel aufgest[...] ist, möglichst innegehalten wurden. Da die Formel den We[...] für einen Volldraht ergibt, so wurde, um den Bedingung[...] sehr hoher Frequenz zu genügen, die halbe Drahtlänge d[...] Spulen subtrahiert.[2]) Die Spulen sind ohne Kern; um ih[...] Halt zu geben, sind sie durch vier Siegellackstangen paral[...] zur Achse gehalten. Die Spule K_1 hat 6 Windungen vo[...] 3 cm Abstand, einen Radius von 5,4 cm und ist aus 3 m[...] Draht hergestellt; ihre Länge ist 15 cm.

Bei Subtraktion der halben Drahtlänge ergibt sich $L = 4594$ cm.

Die Spule K_2 hat 2 Windungen weniger wie K_1; es ist $L = 2498$ cm.

Die dritte Spule W ist gleich der, welche auch als Standart-induktion des Apparates Verwendung gefunden hat, und nach Max Wien für L den Wert 2836 hat.

In der Tabelle ist in Spalte 1 die Größe des Schließungs-rechtecks angegeben. Unter L der darauf folgenden Tabelle

1) G. Kirchhoff, Ges. Abh. p. 176.
2) Vgl. M. Wien, l. c.

nach Max Wiens Formel berechnete Selbstinduktion.
ar $\lambda/2$ steht die berechnete Wellenlänge des Systems. (Die
pazität des Luftkondensators = 52,9.) In der nächsten Spalte
die Plattenentfernung des Benzolkondensators eingetragen.
der letzten Spalte sind unter ε die aus der Einstellung be-
hneten Zahlen enthalten, die unter der Annahme berechnet sind,
ß die Plattenänderungen ihr Vorhandensein der veränderten Di-
ktrizitätskonstante verdanken. Bei dieser Berechnung wurde
irchhoffs genaue Formel benutzt, wie auch oben, und ferner
rücksichtigt, daß der Flüssigkeitskondensator eine dem Mikro-
steransatz entsprechende größere Kapazität hat, als der Luft-
ndensator, dieser Ansatz aber nicht im veränderten Di-
ktrikum lagert.

Die Messung des Flüssigkeitskondensators ergab nach der
immgabelmethode 53,73 cm, während 52,9 die des verwendeten
ftkondensators war; es wurden deshalb 0,83 cm als dem
ikrometeransatz zukommend, in Rechnung gesetzt. Die Be-
chnung erfolgte demgemäß nach der Gleichung

$$52{,}07 = x \,.\, C,$$

o x die Dielektrizitätskonstante, C die Kapazität eines Platten-
ndensators von obigen Dimensionen, und dem Plattenabstand
r Tabelle, nach Kirchhoff berechnet, bedeutet.

Die Werte C sind durch graphische Interpolation aus
erechnungen von 2 mm bis 10 mm Abstand in 1 mm Inter-
llen gewonnen.

Die Einstellungsschärfe ist für kurze Wellen größer als
r lange, auch sind Unterschiede insofern zu verzeichnen, als
wa eine sehr scharfe Einstellung für eine bestimmte Periode
i Beginn der Messung, bei späterer Einstellung, zwar eben-
lls scharf, aber etwas verschieden ausfiel. Es ist wohl
öglich, daß hierbei Temperatureinflüsse mitspielen. — Alle
lche Störungen, ob sie nun der Temperatur oder Abstands-
derungen in den Kondensatoren, oder Rückstand oder der-
eichen zuzuschreiben sind, sind aber stets so klein, daß sie
i der Einzeleinstellung unter 2 Proz. des ε bleiben.

Es wurde zunächst *Petroleum* gemessen, als eine Substanz,
i der Dispersion oder Absorption auch für kurze Wellen
cht beobachtet worden ist.

Die Messungen ergaben:

Petroleum

Rechteck	$\frac{\lambda}{2}$	Kondensator-einstellung	C	ε
20 . 25	659,2	6,90	24,45	2,13
40 . 25	820	6,91	24,40	2,13
60 . 25	951,7	6,93	24,35	2,14
80 . 25	1066	6,91	24,40	2,13
100 . 25	1169	6,85	24,70	2,11
120 . 25	1270	6,84	24,70	2,11
150 . 25	1394	6,90	24,45	2,13
185 . 25	1532	6,91	24,40	2,13
			Mittel	2,126

Der Mittelwert 2,126 weicht von dem Drudeschen $n^2 = 1,41^2 = 1,98$ [1]) ab. Der Grund liegt wohl darin, daß der Wert 2,126 unter der Annahme berechnet ist, daß die Kirchhoffsche Formel auch noch bei 7 mm Entfernung der Kondensatorplatten von 15 mm Durchmesser richtig ist. Dies ist aber nicht zutreffend. Bei dieser Entfernung werden sich Kraftlinien von der Innenseite der Platten in den Raum hinaustreten. In diesem Falle liefert die Kirchhoffsche Formel zu kleine Werte. Es ist möglich, daß hierin der Grund der Abweichung liegt, wenn auch andererseits bei einem verhältnismäßig weit offenen Kondensator der eingestellte Plattenabstand kleiner ausfallen muß, als es der Fall wäre, wenn gar keine Leiter sich in endlicher Nähe befänden, was hier nicht streng der Fall ist. — Andere Beobachter [2]) fanden 2,0—2,4 mit Methoden, die an sich zum Teil eine so große Abweichung auszuschließen scheinen. Was hier wesentlich bei diesen Messungen ist, ist daß sie mit *einheitlicher* Methode erzielt und deshalb ohne Bedenken vergleichbar sind; eine Dispersion findet nicht statt.

Benzol (thiophenfrei von Kahlbaum).

Die Messungen, welche nach einheitlicher Methode, und zwar der Drudeschen mit Blondlotschem Erreger und festliegender

1) P. Drude, Ann. d. Phys. 9. p. 300. 1902.

2) Vgl. z. B. F. Kohlrausch, Tab. 24 b oder Winkelmanns Handb. 3. p. 87. 1895.

Brücke durch Bestimmung des Verhältnisses der Wellen-
in Luft und Benzol bisher gemacht wurden, ergaben für
lektrische Wellen eine deutlich normale Dispersion.[1] Die
ıgen, über die hier referiert wird, erstrecken sich auf das Ge-
bis 35 mal längerer Wellen, und zwar von 10—35 m Länge.

eck- Be	L	$\frac{\lambda}{2}$	Platten- abstand	C	ε
5	588,5	554 cm	7,5	22,65	2,30
5	833,2	659,2	7,34	23,00	2,26
5	949,2	703,6	7,43	22,75	2,29
5	1063,5	744,6	7,54	22,45	2,31
5	1289,4	820,0	7,44	22,74	2,29
5	1513,7	888,4	7,45	22,74	2,29
5	1786,4	951,7	7,38	23,0	2,26
5	1958,1	1010	7,53	22,45	2,31
5	2180,5	1066	7,50	22,65	2,30
5	2402	1119	7,49	22,66	2,30
5	2623	1169	7,45	22,74	2,29
25	2730	1184	7,47	22,70	2,30
5 + K_2	3068	1269*	7,40	22,80	2,28
5	3286	1309	7,53	22,45	2,31
5 + K_2	3561	1362*	7,49	22,66	2,30
5 + W	3669	1383*	7,50	22,65	2,30
5 + W	3729,9	1394	7,40	22,85	2,28
5 + W	3899	1426*	7,40	22,85	2,28
5	3951	1435	7,1—7,6	~ 23	2,26
5	4171	1475	7,1—7,8	~ 22,7	2,30
5	4503,9	1532	7,1—7,7	~ 22,7	2,30
.....	......	....	......	......	......
5 + K_2	(6108)	1783*	~ 7,0	~ 24	(~ 2,17)
					Mittel 2,28

Die Abweichung der einzelnen Zahlen liegt innerhalb der
ıchtungsfehler, die aus einem Grunde, den ich nicht recht
eben weiß, bei Benzol größer sind als bei Petroleum.
ängt dies vielleicht mit folgendem zusammen. Wenn
inen Kondensator mit Petroleum durch einen von gleicher
ität, dessen Dielektrikum Benzol ist, vertauscht, so habe

[1] E. Marx, Wied. Ann. 66. p. 429. 1898.

ich immer gefunden, daß die Strahlung des Primärsyst
ceteris paribus größer beim Benzolkondensator als beim Pet
leumkondensator ist. So konnte ich mit der letzthin
Drude angegebenen Methode [1]) bei Verwendung von Te
strömen und einem variabeln Luftresonator mit der Drud
schen Leuchtröhre in weit größerer Entfernung eine Einstell
bei Benzol als bei Petroleum erhalten. — Mit Drudes Meth
habe ich alsdann auch zu prüfen gesucht, ob sich nach i
derselbe Wert der Dielektrizitätskonstante ergibt, wie ich i
hier fand. Der Nernstsche [2]) Wert 2,16 und der Drude
für $n^2 = 2{,}15$ ($\lambda = 75$ cm) weichen beträchtlich von dem hi
erhaltenen 2,28 ab. — Die Einstellung, die ich am Kondensat
unter Verwendung von Teslaströmen bei möglichst geringer Ko
pelung mit Drudes Methode erhielt, war 7,9 mm. Dies ent
spräche einer noch größeren Abweichung von den früheren Werte

Es ist wohl möglich, daß der erhaltene absolute We
aus dem gleichen Grunde, wie oben beim Petroleum, vergröße
erscheint; jedenfalls können prinzipielle Fehler die Diskrepa
herbeigeführt haben.

Das prinzipiell wichtige Resultat wird hierdurch nicht b
rührt, und läßt sich dahin zusammenfassen, *daß in dem B
reiche von 10—34 m Wellenlänge eine Dispersion nicht stattf
wenigstens nicht innerhalb 1 Proz. Unsicherheit.*

Wasser.

Um die Dielektrizitätskonstante des Wassers nach die
Methode zu untersuchen, ist es nicht angängig, den Wasser
kondensator direkt in den Primärleiter einzuschalten.

Die Induktorschwingung geht durch das Wasser hindurch
und es kann infolgedessen keine Schwingung im Kondensatorkreis
zu stande kommen. Teslaströme nach Drudes Vorgang zu
verwenden, ist aber hier (§ 6, 3. C. β) nicht angängig.

Es wurde deshalb hier so verfahren, daß dem Luftkonden-
sator zwei Kondensatoren in Hintereinanderschaltung sub-
stituiert wurden. In dem einen Kondensator von konstanter
Kapazität befand sich Petroleum, in dem zweiten, variabeln,
Wasser (Fig. 14).

---

1) P. Drude, Ann. d. Phys. 9. p. 298. 1902.
2) W. Nernst, Wied. Ann. 60. p. 611. 1897.

r Petroleumkondensator hat eine Kapazität gleich 459 cm. ftkapazität des Wasserkondensators ist für den Ein- ›bereich durch die Stimmgabelmethode geaicht (§ 4. 3). rchmesser des Troges beträgt 15 cm. Die Zuführung ›mes zu den Kondensatorplatten (29 mm Durchmesser,)icke) erfolgt durch einen Draht, der unter der Be- gsplatte des Mikrometers endigt; der zweite endet in ›ren Platte. Der Abstand dieser Drähte ist hier also derlich, und zwar wurde die Zuführung, wie sie bei

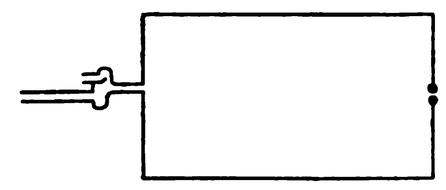


Fig. 14.

und Petroleum verwandt wurde, hier nicht genommen, vermeiden, das Selbstinduktion und Kapazität der Zu- ;sdrähte beim Verschrauben der Platten, die ja ver- näßig klein sind, sich mit ändern, und daß diese Ände- ıfolge der großen Dielektrizitätskonstante des Wassers ıstellung beträchtlich beeinflußt.

e Fläche, welche so durch die Zuführungsdrähte ein- ssen wird, stellt sich etwa als ein Rechteck 4 cm × 7 cm)as Dielektrikum zwischen den Drähten ist zum Teil :.

e erhaltenen Einstellungen bei variierter Wellenlänge e folgenden.

$\frac{\lambda}{2}$	Plattenabstand	Entsprechende Luftkapazität (§ 4, 3.)
888,4	7,6 mm	2,08 cm
860,0	7,7	—
820,0	8,1	2,07 cm
782,0	8,0	—
744,6	7,9	—
703,6	7,6	—
659	7,8	—
554	7,8	—

Will man aus diesen Einstellungen, in Verbindung den Kapazitätsmessungen in § 4, 3. die ungefähre Größe Dielektrizitätskonstante ermitteln, so ist hierbei zu be sichtigen, daß das obere Stück des Mikrometers und die festigungsplatte nicht an der Kapazitätsvermehrung im W teilnimmt. Ist a' die Kapazität dieses Ansatzstückes; $a = \beta +$ (vgl. § 4, 3.) die Kapazität des in Wasser tauchenden Kon satorteiles für Luft, so ist angenähert

$$c_1 = a\,x + a'$$

die Kapazität, wenn x die dielektrische Konstante des Wa ist. Die Kapazität a' läßt sich nach bekannten ele statischen Formeln durch Ausmessen auf einige Prozent stimmen, und ergibt sich hier zu 1,55 cm. a ist also g 0,53 cm für 7,5 cm Abstand.

Ist L die Selbstinduktion des Schließungskreises, L der Zuführungsdrähte am Wassertrog, C die Kapazität Luftkondensators, c_2 die des Petroleumkondensators, so e sich x, die Dielektrizitätskonstante, zu:

$$x = \frac{\frac{c\,.\,L}{L + L'}(c_2 + a') - a'\,c_2}{a\left(c_2 - \frac{c\,L}{L + L'}\right)}\,.$$

Setzt man $L = 239$, was der Selbstinduktion eines Reck 4 cm × 7 cm entspricht (in Wirklichkeit wird L größer da teilweise Wasser innerhalb der Fläche ist), so wird z. l $\lambda/2 = 659$ cm

$$x = \frac{\frac{52{,}9\,.\,833}{1072}\cdot 460{,}5 - 688}{0{,}53\left(459 - \frac{52{,}9\,.\,833}{1072}\right)} \sim 82{,}3\,.$$

Der Wert ist natürlich eine ganz rohe Näherung un sich wahrscheinlich der Wahrheit näher liegend, als es Schätzung dieser Art zukommt, da ja wegen der ger Größe des a viel mehr als die Größenordnung nicht er werden kann.

Die Änderung des Luftwertes des Kondensators bei Verschiebung von 7,6 bis 8,1 mm Abstand ist nach § 4, gering, daß diese Einstellungsabweichungen beträchtlich 1 Proz. der Kapazität betragen. Es läßt sich demnach

Es ist auch bei Wasser innerhalb unseres Wellenbereiches eine Dispersion der Dielektrizitätskonstante, bei etwa $^1/_2$ Proz. Meßgenauigkeit, zu erweisen.

Ich habe dieses Ergebnis mit der oben erwähnten Drudeschen Anordnung mit Teslaschwingungen und einem Kondensator von 19,5 mm Durchmesser der Platten nachgeprüft; die Einstellung der Plattenentfernung war schwankend zwischen 17,5 mm und 16 mm. Mit Rücksicht auf die hier noch viel größere Plattenentfernung bei kleinerem Durchmesser ist auch hier die Einstellungsabweichung wohl nicht viel größer als etwa $^1/_2$ Proz.

Jedenfalls geht aus diesen Messungen hervor, daß in diesem Bereiche des elektrischen Spektrums keine Abweichungen bis zu 2 Proz., wie sie von anderer Seite gemessen waren, in Bezug auf die Dielektrizitätskonstante des Wassers existieren. Es folgt somit auch, daß eine seinerzeit von mir für die Darstellung der vorhandenen Messungen mit Vorbehalt aufgestellte empirische Formel

$$\lambda_{\text{max.}} = 2^{2n+1} . \varrho$$

(nach der Maxima der Dielektrizitätskonstante für Wellenlängen folgen würden, die sich nach obiger Formel berechnen, wenn n ganze ungerade Zahlen, ϱ eine Konstante ist) für lange Wellen nicht richtig ist. — Was die bis zu 10 Proz. gehenden Abweichungen der nach verschiedenen Methoden mit kurzen Wellen bei Wasser gemessenen Dielektrizitätskonstanten anbetrifft, so möchte ich hier wie schon in der früheren Arbeit[1]) darauf hinweisen, daß es sehr zweifelhaft ist, und erst durch Messungen nach *einheitlicher* Methode festgestellt werden kann, ob Richtungswechsel im Dispersionsverlauf des Wassers stattfinden.

Von den für *kurze* Wellen vorliegenden Beobachtungen kann man die nach Drudes Methode von Drude und von mir angestellten Beobachtungen allein, als in diesem Sinne „*einheitlich*“ und demnach als vergleichbar betrachten.[2]) Die

---

1) E. Marx, l. c. p. 606.

2) Der entsprechende Satz in der Habilitationsschrift ist von mir etwas geändert worden, da die dortige Ausdrucksweise, wie Hr. Drude mich freundlichst aufmerksam machte, mißverstanden werden konnte. Außerdem ist dort, wie sofort ersichtlich, statt „anomal“ normal zu setzen. — Hr. Drude hatte auch freundlichst darauf hingewiesen, daß in der Tabelle Wied. Ann. 66. p. 599 statt $\lambda = 44$ cm . . . $\lambda = 38$ cm stehen muß und statt 9,07 . . . 9,04. Letzteres Versehen ist in der Kurve nicht gemacht worden.

Zusammenstellung[1]) dieser Werte ergibt alsdann rein no
Dispersionsverlauf, in Übereinstimmung mit einer von Dı
bereits früher vertretenen Ansicht.

§ 8. Schluß.

In unserem Apparat ist für lange Wellen eine ei
liche Methode der Untersuchung auf Dispersion der Die
zitätskonstante geschaffen. Ein Apparat, der das gleicl
sehr kurze Wellen leistet, liegt bisher nicht vor; *ers*
Methode, die auch bei kurzen Wellen einheitlich vorgeht, wi
wichtige Frage nach Eigenschwingungen im elektrischen Spe
völlig entscheiden. Für lange Wellen sind bisher nirgends I
schwingungen erwiesen.

Hrn. Prof. Dr. Wiener danke ich bestens für seine
vollen Ratschläge und Anregungen und die freundliche l
lassung der Mittel für die vorliegende Arbeit.

Leipzig, Phys. Inst., Februar 1903.

1) E. Marx, Phys. Zeitschr. 4. p. 531. 1903.
2) P. Drude, Wied. Ann. 59. p. 41. 1896.

(Eingegangen 22. Juni 1903.)

Über die Zerstäubung galvanisch glühender Metalle; von G. Aeckerlein.

(Auszug aus der Inaugural-Dissertation.)

Die im folgenden beschriebenen Versuche hatten den zweifachen Zweck: einmal den Zerstäubungsvorgang galvanisch glühender Drähte nach seinem Zusammenhang mit den Elektrisierungs- und Leitfähigkeitserscheinungen im umgebenden Gase, wie sie namentlich von Elster und Geitel[1]), Fleming[2]), Stark[3]) und Preece[4]) beobachtet wurden, auf einem weiteren Gebiete zu untersuchen; sodann aber dem Wesen der Zerstäubung selbst nachzuforschen. Eine ausführliche Darstellung des im folgenden kurz Zusammengefaßten findet sich in meiner Inaugural-Dissertation.[5])

Meine Versuche über den Zusammenhang der Zerstäubung mit den von Fleming, Stark und Preece in eingehender Weise untersuchten „Gasströmen" gingen von zwei Beobachtungstatsachen aus. Die eine Beobachtung war die von Berliner[6]), daß Platin- und Palladiumdrähte stärker und schneller zerstäubten, wenn sie Gase okkludiert enthielten, als wenn sie durch längeres Ausglühen nach Möglichkeit von Gasen befreit waren. Es sollte nun untersucht werden, ob mit der Abnahme der Zerstäubung bei längerem Ausglühen auch die Leitfähigkeit

---

1) J. Elster u. H. Geitel, Wied. Ann. **31**. p. 109. 1887.

2) J. A. Fleming, Electrician **24**. p. 393 u. 417. 1890; Phil. Mag. (5) **42**. p. 52. 1896.

3) J. Stark, Wied. Ann. **68**. p. 919. 931. 942. 1899.

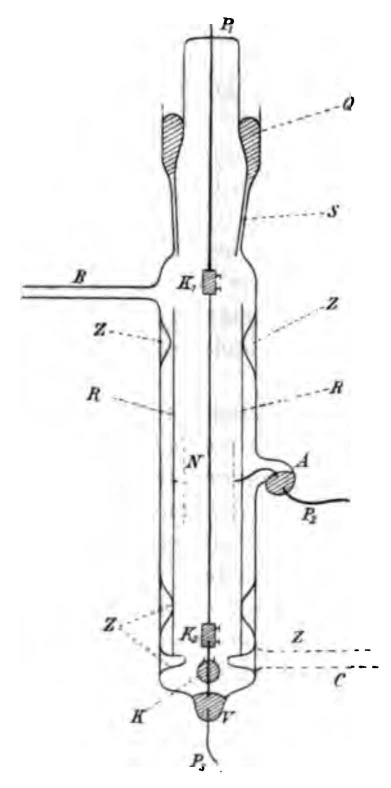
4) H. W. Preece, Proc. of the Roy. Soc. **38**. p. 219. 1885.

5) G. Aeckerlein, Inaug.-Diss. Straßburg 1902.

6) Berliner, Wied. Ann. **33**. p. 289. 1888.

des umgebenden Gases sich änderte; doch wurde di
wegen seiner Langwierigkeit bald aufgegeben und d
eingeschlagen, der seinen Ausgang von der Beobach
Elster und Geitel nahm, daß die Zerstäubung in
stoff ausbleibt. Es fragte sich, ob gleichzeitig auch
strom verschwindet, was indessen nach den angestell
suchen nicht der Fall ist. Der zu diesen Versuchen
Apparat war der folgende.

Ein zylindrisches Glasgefäß von 25 cm Länge u
Durchmesser ist an seinem oberen Ende offen un
ein Schliffstück S, so
Quecksilber Q luftdi
schließbar. Das Glas
zwei Ansätze A und
an seinem unteren E
becherartige Vertie
B führt zur Luftpump
das Schliffstück S,
satz A und die Vert
führen dicke Platindr
P_2 und P_3 luftdich
schmolzen in das In
Gefäßes. An den Plati
wurden die zum Zerstä
stimmten dünnen Pla
Palladiumdrähte mitt
Klemmschräubchens
hängt und durch ei
silbergefülltes Glasküg
das mit Hülfe eines
geführten Platindrah
der Klemmschraube K
unteren Ende des aufg
Drahtes befestigt war,
straff gespannt. Der



$^1/_3$ nat. Größe.

kügelchen K durchbohrende Platindraht taucht mit
freien Ende in die Vertiefung V, so daß hier dur
Quecksilbertropfen eine leitende Verbindung mit d
geschmolzenen Platindrahte P_3 hergestellt werden kann

ı Z, die in das Innere des Glasgefäßes hineinragen, kann
ngeschobenes zylindrisches Glasrohr R unterstützt und
rtikaler Stellung festgehalten werden. Dieses Glasrohr
zum Auffangen des Metallstaubes und kann nach Be-
ausgewechstelt werden. In der Mitte seiner Länge hat
ei kleine, einander diametral gegenüberstehende Öffnungen.
haben den Zweck, ein zylindrisches Netz N aus Platin-
von 3 cm Länge, 0,8 cm Durchmesser und 1 mm² Maschen-
so zu befestigen, daß seine Achse mit der Achse der
öhre R zusammenfällt, es also den zerstäubenden Draht
irmig umschließt; und gleichzeitig führt von dem Netz
ı eine der Öffnungen in R ein Platindraht in den Ansatz A
a, wo wieder durch einen Quecksilbertropfen leitender
akt mit dem eingeschmolzenen Platindrahte P_2 hergestellt
en kann. Das Netz N dient als Elektrode zur Abnahme
lasstromes. Der Glühstrom wird durch die Platindrähte P_1
P_2 zu- bez. abgeleitet. Ein zweites, genau ebenso kon-
ırtes Glasgefäß trägt an seinem unteren Ende noch ein
es, dem Rohre B gleiches Ansatzrohr C, das in der Figur
tiert gezeichnet ist, und zum Einlassen verschiedener Gase
. Die Verbindung mit der Quecksilberluftpumpe und den
ereitungsapparaten geschah durch dünne Bleirohre, die
Siegellack in die entsprechenden Glasrohransätze ein-
tet wurden.

Mit dem zu den Versuchen erforderlichen Wasserstoff
e nun ein Palladiumblech elektrolytisch beladen und sodann
n Glasrohr eingeschlossen, das durch einen Hahn und durch
ohr mit dem zweiten der oben beschriebenen Versuchs-
le verbunden wurde. Nach sorgfältiger Entfernung der
aus dem Wasserstoffrohr wurde die erforderliche Menge
serstoff durch Erwärmen des Palladiumbleches entwickelt.
In der so hergestellten Wasserstoffatmosphäre zerstäubten
wider Erwarten die zum Versuch verwendeten Platin-
ite, wenn auch bedeutend schwerer als im Vakuum. Es
int indessen, daß dieses schwerere Zerstäuben nach unten
beschreibenden Versuchen nicht lediglich der besonderen
ur des Wasserstoffgases zuzuschreiben ist, sondern viel-
hr dem höheren Gasdrucke, unter dem die Versuche statt-
den; denn auch in atmosphärischer Luft ist bei den gleichen

Drucken die Zerstäubung entsprechend schwerer zu erhal
Wenn daher die Versuche auch nicht die beabsichtigte T
nung von Zerstäubung und Gasstrom herbeiführten, so las
sie doch einige Schlüsse über die Beziehungen zwischen bei
Erscheinungen zu, wie die folgenden Tabellen zeigen. I
Wesentliche ist, daß keine Leitfähigkeitserscheinungen beobach
wurden, die etwa für den Wasserstoff charakteristisch wä
wie die Tabellen über ganz entsprechende Versuche in L
erkennen lassen, die ich den Tabellen über die Wassers
versuche unmittelbar anfüge. Da aber auch die Zerstäub
in beiden Gasen keinen wesentlichen Unterschied erken
ließ, so wäre aus den Versuchen kein Resultat über den
sammenhang von Leitfähigkeit und Zerstäubung zu zieh
wenn aus ihnen nicht deutlich hervorginge, daß Gasströme
Zerstäubung hinsichtlich ihrer Art und Stärke nicht du
gängig aneinander gebunden sein können.

Für die hier in Betracht kommenden Leitfähigk
erscheinungen in Gasen ist charakteristisch ihre Polarität, d
die Leitfähigkeit ist verschieden für Ströme von entgegengeset
Richtung. Zur leichteren Übersicht möge der Gasstrom
der Richtung Netz ⟶ Draht positiver (+), der in der Richt
Draht ⟶ Netz negativer (−) Gasstrom heißen; dementsprec
die Polarität positiv, wenn der + Strom der stärkere
negativ im umgekehrten Falle. „Absolut" soll die Pola
heißen, wenn überhaupt nur in der einen Richtung ein St
zu beobachten war.

Nun war die Polarität im Vakuum stets absolut po
in Gas von höherem Druck (gleichgültig ob in Luft oder Wa
stoff) dagegen teils positiv, teils negativ, teils Null. Die
änderungen in der Zerstäubung aber liefen diesen Veränderu
der Polarität durchaus nicht immer parallel. Dies ist
besten aus den Tabellen zu ersehen. Die Versuche wurden
Platindrähten angestellt. Die Versuchsanordnung war de
daß das Netz N (vgl. Figur) durch ein Spiegelgalvanometer
der Empfindlichkeit 2.10^7 mit dem Drahte P_1 verbunden w
In diese Verbindung konnte durch geeignet angeordnete Wi
eine Spamersche Chromsäurebatterie von 60 Zellen ganz
teilweise so eingeschaltet werden, daß das eine Mal der pos
das andere Mal der negative Pol am Netze anlag. Der G

der den Platindraht zerstäubte, konnte kommutiert
ı. Die Richtung des Glühstromes von P_1 nach P_3 (in
igur von oben nach unten), wobei also das Netz mit
intrittsstelle des Glühstromes verbunden war, soll durch
von oben nach unten gerichteten Pfeil ↓ angedeutet
n, die entgegengesetzte Richtung (Netz an der Austritts-
des Glühstromes anliegend) durch einen aufrechten
↑. Die ersten zwei Kolumnen der Tabellen geben die
e des Gasstromes ohne eingeschaltete Chromsäurebatterie
kalenteilen Ausschlag gemessen) an, und zwar die erste
mne die Stärke des positiven, die zweite die des negativen
tromes; die nächsten zwei Kolumnen die Stärke des positiven
mes (wobei die Chromsäurezellen mit dem positiven Pole
Netze lagen) und zwar für die beiden entgegengesetzten
stromrichtungen; ebenso die letzten zwei Kolumnen die
ke des negativen Stromes (wobei der negative Pol der
en am Netze anlag), wiederum für die beiden Glühstrom-
tungen. Die Ausschläge in Kolumne 3 und 4 sind also
e von gleicher Richtung, aber entgegengesetzt zu den Aus-
igen in Kolumne 6 und 7, was durch ein angehängtes
chts) und *l* (links) angedeutet ist. In der fünften Kolumne ist
Anzahl der eingeschalteten Chromsäurezellen angegeben.

Tabelle I.

Wasserstoff von 5 mm Hg Druck. Platindraht.

m:	Ohne Batterie		Netz → Draht		Zellen	Draht → Netz		Glühgrad
om:	↓	↑	↓	↑		↓	↑	
	4 *r*	1 *l*	21 *r*	22 *r*	60	1,5 *l*	1,5 *l*	
	3 *r*	0,5 *l*	15 *r*	18 *r*	60	1 *l*	1 *l*	
	5 *r*	1 *l*	24 *r*	25 *r*	60	1,5 *l*	1,5 *l*	
	4 *r*	1 *l*	17 *r*	19 *r*	60	1,5 *l*	1,5 *l*	
	5 *r*	1,5 *l*	26 *r*	26 *r*	60	1,5 *l*	1,5 *l*	
	16 *r*	3 *l*	80 *r*	80 *r*	60	4 *l*	4,5 *l*	
	14 *r*	2 *l*	56 *r*	55 *r*	60	2,5 *l*	2,5 *l*	
	10 *r*	1,5 *l*	70 *r*	70 *r*	60	2,5 *l*	3 *l*	

Tabelle II.

Wasserstoff von 44 mm Hg Druck. Platindraht.

Gasstrom:	Ohne Batterie		Netz → Draht		Zellen	Draht → Netz		Glüh
Glühstrom:	↓	↑	↓	↑		↓	↑	
	1 r	4 l	2,5 r	1 r	19	5 l	5,5 l	hellg
	1 r	3 l	1,5 r	2 r	19	4 l	5 l	fast v
	1 r	3,5 l	1,5 r	1,5 r	19	4 l	4 l	fast v
	5 r	8 l	9 r	7,5 r	19	23 l	22 l	fast v
	7 r	7 l	10 r	9 r	19	20 l	19 l	wei
	7 r	6,5 l	9 r	9 r	19	18 l	17 l	
	7 r	6 l	9 r	9,5 r	19	16,5 l	15 l	
	1 r	2 l	1 r	1 r	19	2 l	2,5 l	vermi
	5,5 r	4,5 l	8,5 r	8 r	19	12,5 l	11 l	erh
	8,5 r	6 l	11 r	11 r	19	15,5 l	14 l	
	6 r	5 l	18 r	17 r	60	15 l	13 l	
	8 r	5 l	19 r	18 r	60	15 l	13 l	
	9 r	5 l	11 r	11 r	19	12 l	10,5 l	
	8 r	4,5 l	10 r	10 r	19	11 l	10 l	
	2 r	1,5 l	2,5 r	2,5 r	19	3,5 l	3,5 l	vermi
	2 r	1,5 l	4,5 r	5 r	60	3 l	3 l	

Tabelle III.

Wasserstoff von 46 mm Hg Druck. Platindraht.

Gasstrom:	Ohne Batterie		Netz → Draht		Zellen	Draht → Netz		Glüh
Glühstrom:	↓	↑	↓	↑		↓	↑	
	1,5 r	1,5 l	6 r	5 r	60	4 l	3 l	we
	2 r	2 l	5,5 r	6 r	60	4,5 l	4 l	
	2 r	2 l	3 r	2 r	10	3,5 l	4 l	
	2 r	2 l	3 r	3 r	20	4 l	3,5 l	
	2 r	2 l	3,5 r	3,5 r	10	5 l	4 l	
	2 r	2 l	7 r	7 r	60	5,5 l	5 l	
	2 r	2 l	3,5 r	3 r	10	4 l	3,5 l	
	5,5 r	4 l	9,5 r	7 r	10	8,5 l	8 l	
	6 r	4 l	19 r	17 r	60	11 l	9 l	

Tabelle IV.

Wasserstoff von 4,8 mm Hg Druck. Platindraht.

strom:	Ohne Batterie		Netz → Draht		Zellen	Draht → Netz		Glühgrad
hstrom:	↓	↑	↓	↑		↓	↑	
	1 r	8 l	4 r	4 r	60	12 l	12 l	fast weiß
	1 r	4 l	3 r	3 r	60	5 l	5 l	„ „
	1,5 r	5 l	6 r	6,5 r	60	6 l	6 l	„ „
	1 r	4 l	6 r	5 r	60	5 l	5 l	weiß
	1 r	3,5 l	1,5 r	1,5 r	10	4 l	4 l	„
	1 r	2,5 l	4,5 r	5 r	60	2,5 l	2,5 l	„
	2 r	3 l	10 r	9 r	60	3 l	3,5 l	gesteigert
	2 r	2,5 l	2 r	2 r	10	2,5 l	3 l	
	3 r	3 l	11,5 r	11,0 r	10	2,5 l	3 l	
	8,5 r	2 l	44 r	40,5 r	60	2 l	2 l	fängt an, sichtbar zu zerstäuben

Draht hat etwa 2 Stunden geglüht; es hat beträchtliche Zer-bung stattgefunden.

Tabelle V.

Wasserstoff von $^1/_2$ Atm. Druck. Platindraht.

strom:	Ohne Batterie		Netz → Draht		Zellen	Draht → Netz		Glühgrad und Zerstäubung
hstrom:	↓	↑	↓	↑		↓	↑	
	0	0,5 l	1 r	1 r	60	4 l	4 l	gelb
	2 r	1 l	6 r	7 r	60	10 l	11 l	hellgelb
	2 r	1 l	2,5 r	2,5 r	10	6 l	7 l	noch keine Zerstäubung
	4,5 r	1 l	4,5 r	5 r	10	7,5 l	10 l	Glühgrad gesteigert
	8 r	1,5 l	7 r	7,5 r	60	7,5 l	8 l	
	7,5 r	2 l	12,5 r	18,5 r	60	12 l	12,5 l	fast weiß
	5	2 l	6,5 r	5,5 r	10	7,5 l	8 l	
	11 r	3,5 l	15,5 r	14,5 r	10	8,5 l	14 l	weiß
	9,5 r	2 l	14 r	14 r	10	5,5 l	6 l	
	8,5 r	2 l	23 r	28,5 r	60	6 l	5,5 l	Zerstäubung schwach sichtbar

Draht hat etwa 1 Stunde lang weiß geglüht; es hat Zerstäubung gefunden.

Tabelle VI.

Wasserstoff von 1 Atm. Druck. Platindraht.

Gasstrom:	Ohne Batterie		Netz → Draht		Zellen	Draht → Netz		Glüh[…]
Glühstrom:	↓	↑	↓	↑		↓	↑	
	0,5 *r*	0,5 *l*	0,5 *r*	1 *r*	60	2,5 *l*	3 *l*	gel[…]
	0,5 *r*	0,5 *l*	1 *r*	1 *r*	60	7 *l*	7 *l*	hellg[…]
	1 *r*	1 *l*	3 *r*	3 *r*	60	7,5 *l*	8,5 *l*	hell[…]
	3,5 *r*	1,5 *l*	10 *r*	12 *r*	60	9,5 *l*	10,5 *l*	fast w[…]
	3 *r*	1 *l*	4 *r*	3,5 *r*	10	4 *l*	6 *l*	„
	9 *r*	1,5 *l*	34 *r*	36 *r*	60	6,5 *l*	6,5 *l*	„ wei[…]
	13 *r*	1,5 *l*	20 *r*	17 *r*	10	3,5 *l*	4,5 *l*	

Draht hat 1 Stunde lang weiß geglüht; es hat etwa e[…] starke Zerstäubung wie beim vorhergehenden Versuche stattgefu[…]

Tabelle VII.

Wasserstoff von ca. $^3/_4$ Atm. Druck. Platindraht.
Empfindlichkeit des Galvanometers = 2 . 10^6.

Gasstrom:	Ohne Batterie		Netz → Draht		Zellen	Draht → Netz		Glüh[…]
Glühstrom:	↓	↑	↓	↑		↓	↑	
	5 *r*	0 *l*	30 *r*	30 *r*	40	0,5 *l*	0,5 *l*	hell[…]
	4 *r*	0 *l*	26 *r*	26 *r*	20	0,5 *l*	0,5 *l*	„
	10 *r*	0,5 *l*	57 *r*	60 *r*	40	5,5 *l*	6 *l*	fast […]
	5 *r*	0,5 *l*	45 *r*	53 *r*	60	7 *l*	6 *l*	„
	23 *r*	2 *l*	123 *r*	110 *r*	60	23 *l*	25 *l*	we[…]
	20 *r*	1,5 *l*	70 *r*	76 *r*	40	19 *l*	20 *l*	„
	20 *r*	1,5 *l*	60 *r*	55 *r*	21	13 *l*	17 *l*	„

Zerstäubung war nicht zu konstatieren.

Tabelle VIII.

Wasserstoff von ca. $^1/_3$ Atm. Druck. Platindraht.

Gasstrom:	Ohne Batterie		Netz → Draht		Zellen	Draht → Netz		Glüh[…]
Glühstrom:	↓	↑	↓	↑		↓	↑	
	2 *r*	0,5 *l*	8 *r*	9,5 *r*	60	1 *l*	1 *l*	hell
	2 *r*	0,5 *l*	8,5 *r*	8 *r*	40	1 *l*	1 *l*	
	2 *r*	0,5 *l*	6,5 *r*	6,5 *r*	21	1 *l*	1 *l*	
	2 *r*	0,5 *l*	3,5 *r*	4 *r*	9	1 *l*	1 *l*	
	20 *r*	3 *l*	70 *r*	69 *r*	40	11 *l*	18 *l*	w[…]
	20 *r*	2 *l*	80 *r*	80 *r*	60	11 *l*	11 *l*	

Keine Zerstäubung wahrzunehmen.

Tabelle IX.

Wasserstoff von 20 mm Hg Druck. Platindraht.

m:	ohne Batterie		Netz → Draht		Zellen	Draht → Netz		Glühgrad
om:	↓	↑	↓	↑		↓	↑	
	18 r	0 l	85 r	90 r	60	0 l	0 l	gelb
	94 r	3 l	290 r	208 r	89	6,5 l	4,5 l	weiß
	25 r	0,5 l	62 r	61 r	39	1 l	1 l	hellgelb
	1,5 r	0 l	7 r	7,5 r	39	0 l	0 l	gelb
	43 r	1 l	120 r	124 r	39	2,5 l	1 l	weiß

lach etwa einstündigem Glühen keine Zerstäubung wahrnehmbar.

Tabelle X.

Luft von 5,2 mm Hg Druck. Platindraht.
1 Skt. = $2 \cdot 10^{-7}$ Amp.

trom:	ohne Batterie		Netz → Draht		Zellen	Draht → Netz		Glühgrad
strom:	↓	↑	↓	↑		↓	↑	
	0 r	0 l	0 r	0 r	60	1 l	1 l	gelb
	0,5 r	0 l	2,5 r	2 r	60	0,5 l	0,5 l	hellgelb
	2,5 r	0,5 l	10 r	10 r	60	1 l	1 l	fast weiß; zerstäubt bereits
	4 r	0,5 l	19 r	19 r	60	1 l	1 l	weiß
	9 r	0,5 l	42 r	40 r	60	1 l	1 l	heller
	9 r	0 l	12 r	12 r	10	0,5 l	1 l	

Draht hat etwa $^1/_2$ Stunde lang weiß geglüht; sehr schwache
äubung.

Tabelle XI.

Luft von 42 mm Hg Druck. Platindraht.

trom:	ohne Batterie		Netz → Draht		Zellen	Draht → Netz		Glühgrad
strom:	↓	↑	↓	↑		↓	↑	
	0,5 r	0 l	2 r	2 r	60	0,5 l	0,5 l	sehr hellgelb
	1,5 r	0 l	5,5 r	5,5 r	60	0,5 l	0,5 l	fast weiß
	3,5 r	0 l	10,5 r	10,5 r	60	0,5 l	0,5 l	weiß
	6 r	0 l	19 r	19 r	60	0,5 l	0,5 l	heller

)raht hat etwa $^1/_4$ Stunde lang weiß geglüht; Zerstäubungs-
lag zeigt die Farben dünner Blättchen.

Tabelle XII.

Luft von 1/2 Atm. Druck. Platindraht.

Gasstrom:	ohne Batterie		Netz → Draht		Zellen	Draht → Netz		Glühg
Glühstrom	↓	↑	↓	↑		↓	↑	
	0 *r*	0 *l*	0,5 *r*	0,5 *r*	60	0,5 *l*	0,5 *l*	fast w
	0,5 *r*	0 *l*	2,5 *r*	2,5 *r*	60	0,5 *l*	0,5 *l*	wei
	1,5 *r*	0 *l*	9 *r*	9,5 *r*	60	0,5 *l*	0,5 *l*	helle
	2,5 *r*	0 *l*	13,5 *r*	13 *r*	60	0,5 *l*	0,5 *l*	„
	3,5 *r*	0 *l*	20 *r*	20 *r*	60	1 *l*	1 *l*	„
	2,5 *r*	0 *l*	10,5 *r*	9 *r*	10	0.5 *l*	0.5 *l*	

Draht schmilzt bei weiterer Steigerung des Glühgrades d
er hat etwa 1/2 Stunde lang weiß geglüht. Brauner Metallbesc

Tabelle XIII.

Luft von 1 Atm. Druck. Platindraht.

Gasstrom:	ohne Batterie		Netz → Draht		Zellen	Draht → Netz		Glühg
Glühstrom:	↓	↑	↓	↑		↓	↑	
	0	0	0 *r*	0 *r*	60	1 *l*	1 *l*	gelb
	0	0	0 *r*	0 *r*	60	1 *l*	1,5 *l*	hellg
	0	0	0 *r*	0 *r*	60	1,5 *l*	2 *l*	fast w
	0	0	0,5 *r*	0,3 *r*	60	1,5 *l*	1,8 *l*	weiß
	0	0	0,5 *r*	0,5 *r*	60	1,5 *l*	1,5 *l*	helle
	0	0	1 *r*	1 *r*	60	3 *l*	3 *l*	„
	0	0	2 *r*	2 *r*	60	3 *l*	3 *l*	„
	0	0	3,5 *r*	3,5 *r*	60	3,5 *l*	3,5 *l*	„
	0	0	3,5 *r*	3 *r*	60	3 *l*	3 *l*	„
	0	0	3,5 *r*	3,5 *r*	60	1,5 *l*	1,5 *l*	„

Draht schmilzt bei weiterer Steigerung des Glühgrades du
er hat etwa 1/2 Stunde lang weiß geglüht; Metallbeschlag schw
braun, zeigt vertikale Streifung.

Tabelle XIV.

Luft von niederen Drucken. Platindraht.

trom:	ohne Batterie		Netz → Draht		Zellen	Draht → Netz		Glühgrad
strom:	↓	↑	↓	↑		↓	↑	
druck m Hg								
10^{-3}	0 r	0	0,5 r	0,5 r	60	0	0	gelb
10^{-3}	0 r	0	0,5 r	0,5 r	60	0	0	heller
10^{-3}	0,5 r	0	2 r	2 r	60	0	0	hellgelb
10^{-3} 10^{-3}	2,5 r	0	7 r	8 r	60	0	0	fast weiß
10^{-3} 10^{-3}	8 r	0	18,5 r	21 r	60	0	0	„
10^{-3} 10^{-3}	8,5 r	0	20 r	23,5 r	60	0	0	„
10^{-3} 10^{-3}	11 r	0	26 r	28 r	60	0	0	„
10^{-3} 10^{-3}	9 r	0	23,5 r	25 r	60	—	0	„
10^{-3} 10^{-3}	10,5 r	0	25 r	27,5 r	60	0	0	„
10^{-3} 10^{-3}	11,5 r	—	26 r	31,5 r	60	0	0	deutliche Zerstäubung

Draht schmilzt bei weiterer Steigerung des Glühgrades rch; es hat starke Zerstäubung stattgefunden.

Fügt man zu diesen Ergebnissen noch die wiederholt von r beobachtete Erscheinung hinzu, daß ein Palladiumdraht nz beträchtlich zerstäuben kann, ohne daß gleichzeitig ein sstrom zu bemerken ist, während umgekehrt bei Platindraht hwache Zerstäubung und starker Gasstrom nebeneinander rgehen können, so wird man zu dem Resultat geführt, daß Menge der durch das Gas hindurchgegangenen Elektrizität der Menge des hindurchtransportierten Metallstaubes in inem bestimmten Verhältnisse steht. Wenn danach die Leitigkeit nicht ausschließlich durch den Zerstäubungsvorgang lingt sein kann, so deuten doch die folgenden Beobachtungen f einen gewissen Zusammenhang zwischen Zerstäubung und *larität* hin. Die Polarität hatte nämlich stets dann hohe

positive Werte, wenn das Netz von viel Metallstaub getrof
wurde. Dazu ist folgendes zu bemerken. Die Zerstäub
geht allgemein in Luft etwas leichter vor sich als in Was
stoff von entsprechendem Druck; wird der Druck bis
Atmosphärendruck gesteigert, dann wird in Luft der Met
staub durch den aufsteigenden heißen Luftstrom fortgefü
und bildet an der Glaswand einen verwaschenen, rußartig
vertikal streifigen Beschlag hauptsächlich im oberen Teile d
Glasröhre; in Wasserstoff von gleichem Drucke ist dies ni
der Fall. Bevor diese Verwehung des Metallstaubes vor s
geht, wird also in Luft das Netz von mehr Metallstaub g
troffen werden, als in Wasserstoff (der leichteren Zerstäub
wegen), sobald aber der Druck so weit gestiegen ist, daß d
Metallstaub weggeweht wird, wird in Luft weniger Staub z
Netze gelangen als in Wasserstoff, wo die Fortführung ni
stattfindet. Die Tabellen zeigen nun, daß bei Drucken
zu $^1/_2$ Atmosphäre die Polarität in Luft stärker positiv
als in Wasserstoff; bei Atmosphärendruck dagegen schwäc
positiv.

Fleming beobachtete bei seinen Glühlampenversuch
daß die Gasentladung hauptsächlich von dem Teile des Ko
fadens ausgeht, wo der Glühstrom die Lampe verläßt;
meinen Versuchen umschloß das als Elektrode dienende N
nicht genau die Mitte des glühenden Drahtes, sondern v
nach dem einen Ende desselben zu verschoben, so daß es s
beim Kommutieren des Glühstromes das eine Mal näher
dessen Eintrittsstelle, das andere Mal näher der Austrittsst
befand. Die Stärke des Gasstromes war indessen nach d
Tabellen in beiden Fällen im allgemeinen die gleiche.

Aus den Tabellen ist ferner das Resultat zu entnehm
daß die positive Polarität um so stärker hervortritt, je grö
die Potentialdifferenz zwischen Elektrode und Draht ist. E
Erklärung hierzu geben die folgenden Beobachtungen. I
Glühgrad des Drahtes wurde so reguliert, daß eine G
entladung zwischen Netz und Draht stattfand. Sodann wu
dieser Gasstrom durch gegengeschaltete Chromsäurese
kompensiert, und so ein Maß für die Potentialdifferenz zwis
Netz und Draht, die den Gasstrom in Bewegung setzte,
halten. Durch weiteres Zuschalten von Zahlen wurde d

dem ursprünglichen Gasstrom entgegengerichteter ein-
sitet. Bei weiterer Vermehrung der Zellenzahl ergab sich
ı ein wesentlicher Unterschied zwischen positivem und
gativem Gasstrom. Während der positive Gasstrom mit
r Erhöhung der elektromotorischen Kraft immer weiter wuchs,
eichte der negative sehr bald einen konstanten Wert. Diese
rhältnisse sind am besten aus den folgenden Tabellen zu
sehen, wo die erste Zeile die Anzahl der gegengeschalteten
mente, die zweite die entsprechenden Ausschläge in Skalen-
len angibt. Das Vorzeichen deutet die Richtung des Gas-
omes nach früherer Festsetzung an.

Wasserstoff von 5 mm Hg Druck.
Strom Netz → Draht (+) ist stärker.

gengeschaltete Zellen:	0	1	2	3	4	5	19	60
Ausschlag:	+13,0	+11,0	+9,0	+1,5	−2,0	−2,5	−2,5	−2,5

Wasserstoff von 46 mm Druck.
Strom Netz → Draht stärker. Weißglut.

n- ltete n:	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	60
lag:	+6,0	+4,5	+3,0	0,0	−2,5	−5,0	−7,0	−7,5	−8,0	−8,0	−8,5	−10,0

Wasserstoff von 46 mm Druck.
Strom Netz → Draht stärker. Weißglut.

n- ltete n:	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	60
lag:	−4,0	−2,5	+1,0	+4,5	+7,0	+7.0	+8,0	+8,0	+8,5	+9,0	+12,0

Luft von 5,2 mm Druck.
Strom Netz → Draht stärker. Weißglut.

gengeschaltete Zellen:	0	1	2	3	9	60
Ausschlag:	+4,0	+3,0	0,0	0,0	−0,5	−1,0

Luft von 42 mm Druck.

Strom Netz → Draht stärker. Weißglut.

Gegengeschaltete Zellen:	0	1	2	3	9	6
Ausschlag:	+3,0	+1.5	0,0	0,0	−0,5	−0

Luft von 0,008 mm Druck.

Nur Strom Netz → Draht zu beobachten. Weißglut.

Gegengeschaltete Zellen:	0	1	2	3	60	0	1	2	0	1	
Ausschlag:	+12,0	+10,5	+1,0	0,0	0,0	+12,5	+10,0	+0,5	+12.0	+10,5	+
						(andere Zellen)			(andere Ze		

Während also der negative Gasstrom schon durch schaltung von wenig Zellen auf seine Maximalstärke gebr wird, wächst der positive Strom mit der Zahl der Zellen im weiter, so daß die Differenz zwischen beiden Stromstärken als Maß der Polarität gelten kann) immer größer wird.

Die bisher angewandten Versuchsmethoden hatten keiner scharfen Trennung von Gasstrom und Zerstäubung führt, doch bot sich für die Untersuchung der Frage, ob d die fortgeschleuderten Metallteilchen ein Elektrizitätstrans stattfindet, noch ein weiterer Weg dar: die Anwendung ei elektrischen Feldes. Wenn die Metallstäubchen eine elektris Ladung besitzen, so konnte man erwarten, daß der Met beschlag an der Glaswand verschiedene Stärke besitzen wü je nachdem von dem Netz elektrische Kraftlinien nach d zerstäubenden Drahte hin konvergierten, oder von diesem a strahlten. Ebenso konnte ein Feld, das seine Kraftlinien q durch die Zerstäubungsröhre sandte, einen richtenden E fluß auf die Zerstäubung ausüben. Beide Einwirkungen, sow die eines radialen, wie die eines Querfeldes wurden vers indessen ohne Erfolg. Bei Anwendung des radialen Fel wobei das Netz durch eine Influenzmaschine geladen wu machte sich schon bei verhältnismäßig schwachen Feldern störender Einfluß des elektrischen Windes geltend. Die ordnung war derart, daß ein langer Draht an zwei verschied

mit zylindrischen Netzen umgeben, und das eine dieser
mittels der Influenzmaschine positiv, das andere negativ
n wurde. Sowie nun die Maschine in Gang gesetzt wurde,
der Draht innerhalb des negativen Netzes auf zu glühen,
nd er innerhalb des positiven fast unverändert weiter
. Diese Erscheinung ist auf die Wirkung des elektrischen
es zurückzuführen und zwar auf einen beträchtlichen
schied in der Stärke des positiven und negativen Windes,
meines Wissens in gleich auffallender Weise bisher
nicht beobachtet worden ist. Die Versuche mit Querfeld
n in zweifacher Weise angestellt. Das eine Mal wurde
alladiumdraht horizontal zwischen zwei vertikalen, recht-
n Kondensatorplatten, parallel zu diesen, ausgespannt.
Platten waren zum Auffangen des Palladiumstaubes mit
latten überdeckt, die aber etwa die dreifache Länge des
nsators hatten und also in horizontaler Richtung weit
die Metallplatten hinausragten. Wurden nun die Konden-
latten mit den beiden Polen einer Influenzmaschine ver-
n, so sandte der zum Glühen erhitzte Palladiumdraht
Metallstaub nach den Glasplatten teils in einem starken,
in einem verschwindend schwachen elektrischen Felde,
ußerdem nach der einen Seite mit dem Feld, nach der
en Seite gegen das Feld. Eine Abhängigkeit des Zer-
ungsvorganges von der Richtung des Feldes konnte hier
ungestört durch eine Veränderung in dem Glühzustande
erstäubenden Drahtes, beobachtet werden. Die Potential-
enz der Kondensatorplatten betrug 6000 Volt bei einem
nde von 2,5 cm. Ein Unterschied des Metallbeschlages
en beiden Glasplatten konnte indessen nicht konstatiert
n. Da an den bisherigen negativen Resultaten der Um-
schuld sein konnte, daß die große Leitfähigkeit des er-
n Gases in der Nähe der glühenden Drähte kein statisches
isches Feld zu stande kommen ließ, so ließ ich noch
selfelder von verschiedener Wechselzahl, schließlich die
ngungen eines Kondensatorkreises in der Weise auf einen
ubenden Draht einwirken, daß die Kraftlinien senkrecht
esem verliefen. Auch dies war ohne Erfolg, vielleicht
der nur momentanen Impulse, die das Wechselfeld den
ubungspartikelchen zu erteilen vermochte.

Die zweite der diesen Untersuchungen zu Grunde liegenden Fragen war die nach dem Wesen der Zerstäubung.

Zunächst handelte es sich darum, festzustellen, welche Rolle die Temperatur bei dem Zerstäubungsvorgange spielt. Zu dem Zwecke wurde ein Palladiumdraht in ein Porzellanrohr gebracht, dieses luftleer gepumpt und in einer Fletchermuffel mehrere Stunden lang bis zur Gelbglut erhitzt. Dabei fand keine Zerstäubung statt. Dieses Resultat ist eine Bestätigung des von Hrn. Prof. Braun schon früher erhaltenen, aber nicht publizierten, wobei auch noch ein künstliches Temperaturgefälle durch ein eingeführtes, wasserdurchflossenes Kühlrohr hergestellt worden war. Die hohe Temperatur im Vakuum bewirkt also keine Zerstäubung.

Wenn aber neben dem elektrischen Strom die Temperatur bei der Zerstäubung überhaupt eine Rolle spielt, so mußte bei unverändert gehaltenem Strom eine Veränderung der Temperatur von Einfluß auf den Zerstäubungsvorgang sein. Es wurde deshalb durch zwei hintereinander geschaltete Palladiumdrähte derselbe Strom geschickt, und der eine der Drähte in der oben erwähnten Muffel erhitzt. Der Strom war so schwach, daß der außerhalb der Muffel befindliche Draht dadurch noch nicht zum Glühen kam. Beide Drähte befanden sich während des Versuches unter gleichem, sehr niedrigem Druck. Während nun der Draht außerhalb keine Spur von Zerstäubung zeigte, war der Draht in der Muffel beträchtlich zerstäubt. *Damit ist erwiesen, daß die hohe Temperatur die Zerstäubung begünstigt.* Der Zerstäubungsvorgang stellt sich also dar als eine Funktion von Strom i und Temperatur t etwa von der Form $i . f(i, t)$. Der Strom ist unbedingtes Erfordernis.

Im Zusammenhange hiermit wurden noch einige Versuche angestellt, die nichts Neues, sondern nur eine Bestätigung des zuletzt gefundenen Resultates ergaben, die ich indessen einer merkwürdigen Beobachtung wegen hier erwähne. Dabei waren zwei Palladiumdrähte parallel geschaltet; der eine befand sich in der bis zur Gelbglut erhitzten Muffel, der andere hatte Zimmertemperatur. Auf beide Drähte wurde nun ein Strom in der Weise verteilt, daß sie gleiche Joulesche Wärme erhielten. Dabei kam der Draht außerhalb der Muffel in helles Glühen, beide Drähte hatten jedoch, dem gemessenen Wider

ndsverhältnis nach, sehr nahe die gleiche Temperatur. Bei r hohen Temperatur der Muffel scheint demnach die zuführte, sehr beträchtliche Joulesche Wärme keine nennensrte weitere Temperaturerhöhung zu bewirken; die zugeführte ärme verschwindet als solche. Ich behalte mir weitere Verche über diese Frage vor.

Bei einer zweiten Versuchsreihe handelte es sich um die rage, ob die Zerstäubung mit einer elektrischen Ladung des stäubenden Drahtes zusammenhängt. Dieser Gedanke war rch die Beobachtung von Elster und Geitel[1]) nahegelegt, ß in Luft glühende Platindrähte sich negativ laden und rstäubten, in Wasserstoff dagegen positive Ladung annahmen d nicht zerstäubten. Nach verschiedenen Vorversuchen hrte folgende Anordnung zum Ziele. In ein weites Glührohr s Porzellan wurden zwei Palladiumblechstreifen gebracht. er eine befand sich in einem Porzellanröhrchen und war mit nem Palladiumdraht versehen, der isoliert aus dem Glührohr rausführte; der andere Palladiumstreifen befand sich in nem gleichen Porzellanröhrchen, das von einer eisernen apsel umschlossen war. Während des Glühens wurde das ste Blech mittels des nach außen führenden Drahtes durch ne Influenzmaschine geladen, das zweite war durch seine etallische Hülle von der Einwirkung des Feldes geschützt. n ganzen wurde 11 Stunden lang geglüht; 4 Stunden lang rde das eine Blech geladen. Ein Elektrometer, das mit r Einführungsstelle des Zuleitungsdrahtes in das Glührohr rbunden war, zeigte — 2000 Volt an. Nach Beendigung s Versuches war in keinem der beiden Porzellanröhrchen n Zerstäubungsbeschlag wahrzunehmen.

Eine dritte Richtung der Versuche über das Wesen der rstäubung war endlich durch Versuche von Berliner geesen. Dieser fand, daß Palladium- und Platindrähte nur dann rstäubten, wenn sie Gase okkludiert enthielten und er errte das Fortschleudern der Metallteilchen durch die Gasptionen, die beim Erhitzen des gasbeladenen Drahtes stattlen. Eine Wiederholung und Ergänzung dieser Versuche chien indessen wünschenswert. Denn Berliner glühte seine

1) J. Elster u. H. Geitel, Wied. Ann. 31. p. 108. 1887.

Drähte mit konstant gehaltenem Strom und beobachtete dabei gleichzeitig mit der Abnahme des Gasgehaltes der Drähte eine Abnahme der Zerstäubung, ohne zu beachten, daß mit dem abnehmenden Gasgehalt der Widerstand der Drähte, und damit auch, bei konstant gehaltener Stromstärke, der Glühgrad abnahm.[1]) Es kam daher auf Versuche an, bei denen der Glühgrad, d. h. der Widerstand des zerstäubenden Drahtes möglichst genau gemessen wurde, was bei den definitiven Versuchen in folgender Weise geschah.

Ein Palladiumdraht von 0,2 mm Durchmesser wurde elektrolytisch mit Wasserstoff beladen, dann geglüht und der zu Anfang des Glühens erhaltene Metallbeschlag mit dem Beschlage verglichen, der nach längerem Ausglühen unter sonst gleichen Umständen und während derselben Glühdauer wie früher entstand. Dies geschah in der Weise, daß, nachdem der erste Zerstäubungsbeschlag auf einer Glasröhre im Zerstäubungsapparate aufgefangen war, diese Röhre rasch herausgenommen und durch eine neue ersetzt wurde. In dieser neuen Röhre war eine zweite von nur halb so großer Länge verschiebbar. Diese zweite Röhre wurde durch einen geeigneten Mechanismus zunächst am oberen Rande der weiteren Röhre festgehalten, so daß sie deren obere Hälfte vor Metallstaub schützte. Durch Drehen des Schliffes *S* (vgl. Figur) konnte dann, ohne daß Luft in den Apparat eindrang, bewirkt werden, daß die Schutzröhre herabglitt und nun die untere Hälfte der weiteren Röhre bedeckte, während die obere dem Metallstaube ausgesetzt war. Die Schutzröhre wurde so lange in ihrer oberen Stellung gelassen, bis die Gasentwickelung beträchtlich abgenommen hatte.

Die Widerstandsmessung des glühenden Drahtes geschah mit Hülfe der Wheatstoneschen Brückenschaltung. In dem einen Zweige befand sich auf der einen Seite der Brücke das Zerstäubungsgefäß, auf der anderen Seite ein Vergleichsdraht, dessen Temperatur durch Eintauchen in ein Petroleumbad konstant gehalten wurde; in dem anderen Zweige lag auf jeder Seite der Brücke ein Widerstandskasten.

Der Verlauf der Versuche ist aus den folgenden Tabellen

---

1) Vgl. Th. Graham, Pogg. Ann. **136**. p. 325. 1869.

ersehen. Die erste Kolumne enthält die Zeitangaben; bedeutet schließen, b) öffnen des Glühstromes. Die zweite lumne gibt die Drucke unmittelbar vor Beginn und nach fhören des Glühens an (die Differenz beider gibt ein Maß die Menge des während des Glühens entwickelten Gases). dritte Kolumne enthält das Verhältnis der an den beiden iderstandskästen eingeschalteten Widerstände, also das Widerndsverhältnis des glühenden Drahtes zum Vergleichsdraht, rie Bemerkungen über den Glühgrad; die vierte Kolumne gaben über die Zerstäubung; die fünfte Kolumne den relativen derstand des Zerstäubungsdrahtes bezüglich des Vergleichshtes nach dem Abkühlen; die sechste Kolumne endlich die dieser Widerstandsmessung herrschende Temperatur des roleumbades und des Vergleichsdrahtes.

Tabelle XV.

alladiumdraht (0,2 mm Durchmesser) elektrolytisch mit Wasserstoff beladen.

tiver Widerstand bezüglich des Vergleichsdrahtes vor dem Versuche: $w = 0{,}932$.

	Druck in mm Hg	Glühgrad	Zerstäubung	Relativer Widerstand bezügl. des Vergleichsdrahtes zur Zeit		Temp. des Vergleichsdrahtes
)1 '	0,068 3,000	Draht hat noch nicht geglüht	keine	$7^h00'$	$w = 0{,}693$	19,0°
'	0,003 0,500	Draht glüht zuletzt gelbrot	keine	28. IX. 1901 $8^h40'$	$w = 0{,}660$	18,0
)1	0,003 0,158	Glühender Draht : Vergleichsdraht = 60 : 34,9	stark, schwarz	$9^h55'$	$w = 0{,}661$	18,2

Bestäubtes Rohr herausgenommen; neue Röhre mit innerem itzrohr eingesetzt; Schutzrohr bedeckt die obere Hälfte Röhre. 1 Stunde 27 Min. lang geglüht, alle 5 Min. frei- rdenes Gas weggepumpt.

Nach vollständigem Abkühlen ist der relative Widerstand $w = 0{,}778$. Temperatur des Vergleichsdrahtes 19,0°. Schutzrohr freigemacht, so daß es in dem weiteren Rohre hinabfällt und dessen untere Hälfte bedeckt. Dann Beobachtungen der folgenden Tabelle:

Tabelle XVI.

Zeit	Druck in mm Hg	Glühgrad	Zerstäubung	Relativer Widerstand zur Zeit		Temp. des Vergleichsdrahtes
a) $4^h 13'$	0,003	63,4:31,5	stark, schwarz	$5^h 10'$	$w = 0{,}812$	19,0°
b) 4 16	0,008					

Die Zerstäubung war während des 3 Min. langen Glühens von $4^h 13'$ bis $4^h 16'$ deutlich stärker, als während des Glühens von $9^h 03'$ bis $9^h 06'$ bei demselben Glühgrade, während die Gasentwickelung bedeutend abgenommen hatte, wie die Tabellen zeigen.

Vor dem Versuche der Tab. XVI war der Draht namentlich in der Mitte so dünn geworden, daß er hier zweifellos stärker glühte, als bei dem Versuche der Tab. XV, wenn auch der relative Gesamtwiderstand derselbe war, wie dort. Daraus erklärt sich die stärkere Zerstäubung.

Um mit besser definierten Glühgraden zu arbeiten, wurden nun noch einige Versuche mit dickeren Palladiumdrähten angestellt, die in den folgenden Tabellen wiedergegeben sind.

Tabelle XVII.

Palladiumdraht (0,3 mm Durchmesser) elektrolytisch mit Wasserstoff beladen. Relativer Widerstand bezüglich des Vergleichsdrahtes vor dem Versuch $w = 0{,}530$. Temperatur des Vergleichsdrahtes 13,0°.

Zeit	Druck in mm Hg	Glühgrad	Zerstäubung	Relativer Widerstand zur Zeit		Temp. des Vergleichsdrahtes
$11^h 27'$	0,023	60 : 98 hat noch nicht geglüht	keine	$2^h 45'$	$w = 0{,}404$	14,[illegible]
11 28	12,000					
3 14 (bis $3^h 14' 20''$ reguliert)	0,000	60 : 65	stark, schwarz	4 17	$w = 0{,}402$	16,[illegible]
$3^h 17' 20''$	1,600					

Bestäubtes Rohr herausgenommen; Röhre mit Schutzrohr gesetzt; 2 Stunden lang geglüht; Schutzrohr fallen gelassen. lativer Widerstand: $w = 0,418$, Temperatur des Vergleichs-ahtes 15,0°.

Tabelle XVIII.

Zeit	Druck in mm Hg	Glühgrad	Zerstäubung	Relativer Widerstand zur Zeit		Temp. des Vergleichsdrahtes
'53′	0,000	60 : 62,7	nicht sehr stark	—	—	—
56 20″	0,083					

Die Zerstäubung war während des Glühens von $3^h 53'$ $3^h 56'$ bedeutend geringer, als während des Glühens von $14'$ bis $3^h 17'$.

Ein letzter Versuch ist in den folgenden zwei Tabellen halten:

Tabelle XIX.

Palladiumdraht (0,3 mm Durchmesser) mit Wasserstoff beladen.

t	Druck in mm Hg	Glühgrad	Zerstäubung	Relativer Widerstand zur Zeit		Temp. des Vergleichsdrahtes
3′	0,063	60 : 97 hat noch nicht geglüht	keine	$6^h 15'$	$w = 0,391$	15,0°
9	14,000					
6	0,008	60 : 67	schwache Zerstäubung	9 17	$w = 0,397$	15,2
6′ 25″						
rt)						
25″	0,570					

Bestäubtes Rohr herausgenommen; Röhre mit Schutzrohr ngesetzt; 2 Stunden lang geglüht; Schutzrohr fallen gelasen. elativer Widerstand: $w = 0,432$, Temperatur des Vergleichs-ahtes 14,0°.

Tabelle XX.

Zeit	Druck in mm Hg	Glühgrad	Zerstäubung	Relativer Widerstand zur Zeit		Temp. des Vergleichsdrahtes
$9^h 55'$ (bis $9^h 55' 25''$ reguliert)	0,003	60 : 60,6	sehr schwach	$11^h 07'$	$w = 0,430$	14,0°
$9^h 59' 25''$	0,043					

Die Zerstäubung war während des Glühens von $9^h 55'$ bis $9^h 59'$ bedeutend geringer als von $7^h 06'$ bis $7^h 09'$.

Daß der Widerstand der Drähte bei diesen Versuchen erst ab- und dann wieder zunahm, erklärt sich dadurch, daß die Drähte infolge der Zerstäubung dünner wurden.

Die Versuche zeigen folgendes:

Die Entwickelung von Gasen aus den glühenden Drähten ist *keine notwendige Bedingung* für das Zerstäuben; zwar läßt bei konstant gehaltenem Glühgrade die Zerstäubung nach, wenn die Gasentwickelung geringer wird, aber man kann durch Steigerung des Glühgrades wieder starke Zerstäubung erhalten, ohne daß die Gasentwickelung wesentlich zunimmt. Die Versuche zeigen, daß sehr starke Zerstäubung und sehr schwache Gasentwickelung nebeneinander bestehen können, und andererseits starke Gasentwickelung und schwache oder keine Zerstäubung. Die Gasentwickelung ist also auch *keine hinreichende Bedingung* für das Zerstäuben.

Die gewonnenen Resultate lassen sich kurz folgendermaßen zusammenfassen.

Bezüglich des Zusammenhanges zwischen der Zerstäubung galvanisch glühender Metalle und den Erscheinungen der Leitfähigkeit und Polarität im umgebenden Gase ergab sich:

Die *Leitfähigkeit* wird nicht durch die Zerstäubungspartikelchen allein hervorgerufen, da

1. zwischen der durch das Gas hindurchgegangenen Elektrizitäts- und Metallmenge kein bestimmter Zusammenhang besteht,

2. wiederholt ein beträchtlicher Gasstrom beobachtet wurde, ohne daß sichtbare Zerstäubung stattfand,

3. bei höheren Drucken die Leitfähigkeit keinen einheitlichen, sondern einen sehr komplizierten Charakter besitzt.

Die *Polarität* hat stets dann ein und dieselbe bestimmte chtung, wenn das als Elektrode dienende Netz von zerstäubten tallteilchen getroffen wird, die als Metallbeschlag sichtbar rden.

Bei der Untersuchung der Zerstäubung in statischen ektrischen Feldern, sowie in Wechselfeldern von verschiedener Vechselzahl, aufwärts bis zu derjenigen der Entladungen eines laschenkreises, konnte eine Einwirkung des Feldes auf den erstäubungsvorgang nicht konstatiert werden.

Als Nebenbeobachtung ergab sich hierbei ein einfacher emonstrationsversuch, um den Unterschied in der Stärke des ositiven und negativen elektrischen Windes zu zeigen.

Die Untersuchung des Vorganges der Zerstäubung an sich ihrte zu folgenden Resultaten:

1. Die Zerstäubung geht auch in Wasserstoff vor sich, och etwas schwerer als in Luft.

2. Die hohe Temperatur allein, d. h. rein thermisches lühen, bewirkt keine Zerstäubung.

3. Die Temperatur wirkt indessen bei der Zerstäubung nit, da sie den elektrischen Strom in seiner Wirkung teilveise vertreten kann.

4. Die negative Ladung, die glühende Körper im allgemeinen in Luft annehmen, ist mit der Zerstäubung nicht in Zusammenhang zu bringen, da eine negative Ladung des Körpers is zu 2000 Volt keine Zerstäubung hervorrief.

5. Die Entwickelung okkludierter Gase ist weder eine inreichende, noch eine notwendige Bedingung für den Zeräubungsvorgang, doch fördert sie denselben.

6. Hohe Temperatur und gleichzeitiger Stromdurchgang heinen daher Bedingung für das Zustandekommen der Zerubung zu sein. Als notwendige Bedingung läßt sich inssen mit Sicherheit nur der elektrische Strom bezeichnen.

Straßburg i. E., Physikalisches Institut.

(Eingegangen 4. Juni 1903.)

---

4. *Untersuchungen über die entladende Wirk des ultravioletten Lichtes auf negativ gelad Metallplatten im Vakuum; von E. Ladenburg.*

(Auszug aus der Leipziger Inaugural-Dissertation.)

Die von H. Hertz[1]) und W. Hallwachs[2]) entde von vielen anderen Forschern, namentlich von Elster Geitel[3]) untersuchte Wirkung des ultravioletten Lichtes negativ geladene Metallplatten ist von Lenard[4]) im Jahre 1 auf die durch das Licht bewirkte Auslösung von Katho strahlen zurückgeführt worden. Im Gegensatz zu seinen gängern arbeitete Lenard im absoluten Vakuum; er fand a dem Beweise für das Auftreten von Kathodenstrahlen allem das Resultat, daß äußere Kräfte, also positive negative Ladungen der bestrahlten Platte, nur insoweit e Einfluß auf die Größe des ausgelösten Kathodenstromes ha als sie die Anzahl der vermöge der vorhandenen Anfa geschwindigkeit die Platte verlassenden Teilchen verrin oder vergrößern, beides aber innerhalb der Grenze, die d die Verteilung der Geschwindigkeiten bestimmt ist. Bei posi Ladung nämlich können nur Elektronen mit sehr großen fangsgeschwindigkeiten die Platte verlassen, da zu der hem den Kraft der positiven Spiegelbilder noch die des F hinzutritt. Umgekehrt wird hohe negative Ladung diese er Kraft kompensieren, so daß auch Elektronen mit klei Anfangsgeschwindigkeit ins Vakuum treten können. An Versuche von Lenard anknüpfend lassen sich nun eine I von weiteren Fragen stellen.

So war es zunächst von Wichtigkeit festzustellen, o von Elster und Geitel gefundene Reihenfolge der M

---

1) H. Hertz, Wied. Ann. 31. p. 983. 1887.

2) W. Hallwachs, Wied. Ann. 33. p. 301. 1888.

3) J. Elster u. H. Geitel, Wied. Ann. 43. p. 226. 189 p. 440. 1894.

4) P. Lenard, Ann. d. Phys. 2. p. 359. 1900; 8. p. 150. 1

glich dieses Effektes bestehen bleibt, wenn die Auslösung ichtelektrischen Stromes im Vakuum erfolgt, und ob diese enfolge mit anderen bekannten physikalischen oder chehen Eigenschaften der betreffenden Metalle zusammenhängt. irlich mußten noch Voruntersuchungen betreffend der Oberienbeschaffenheit der bestrahlten Elektrode und deren Ein:ung auf den lichtelektrischen Effekt vorhergehen, Unterıungen, über die schon von Kreusler[1]) und Lenard[2]) Versuche im lufterfüllten Raum Angaben vorliegen.

Eine weitere Frage war die, ob auch hier wie bei Elster Geitel die Schwingungsrichtung von Einfluß ist. Zur Bewortung dieser Frage sollte der Effekt bei verschiedenem fallswinkel des wirkenden Lichtes untersucht werden. Inschen war die Arbeit von Lenard[3]) erschienen, nach der Polarisationsrichtung keinen Einfluß ausübt. Meine eigenen rsuche stimmen hiermit überein und ergeben, daß nur die fallende Lichtmenge maßgebend ist. Daraus würde folgen, ß das ultraviolette Licht im Innern der Platten nicht nur der Oberfläche wirksam ist; es mußte deshalb die Fragellung dahin erweitert werden, bis zu welchen Tiefen der tallschicht ein merkliches Absteigen des Effektes zu beachten ist, und zwar wurde diese Frage dadurch entschieden, ß man Metall in verschiedener Dicke galvanisch niederschlug d feststellte, von welcher Dicke der Oberfläche an die beffende Elektrode die dem Metall eigentümliche Konstante igte.

Versuchsanordnung.

Um die Stärke des lichtelektrischen Stromes zu messen, urden zwei verschiedene Methode benutzt. Die erste rührt von enard[4]) her und wurde von diesem in seiner ersten Arbeit gewandt. Sie besteht darin, daß man die zu ladende Metalltte durch einen sehr großen Widerstand mit der Stromelle — hier der negative Pol einer Hochspannungsakkumuorenbatterie von 500 Zellen, deren positiver Pol ständig

1) H. Kreusler, Ann. d. Phys. 6. p. 398. 1901.
2) P. Lenard u. M. Wolf, Wied. Ann. 37. p. 443. 1889.
3) P. Lenard, l. c.
4) P. Lenard, l. c.

geerdet ist — verbindet. Die Enden des Widerstandes i
mit einem Quadrantelektrometer verbunden, welches mir
durch das ultraviolette Licht entstehende Potentialdifferenz
messen und aus der bekannten Größe des Widerstandes
Stärke des lichtelektrischen Stromes zu berechnen gestat

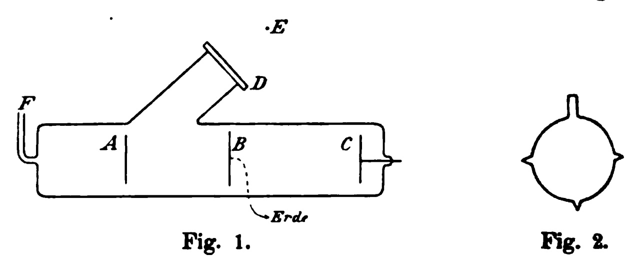


Fig. 1. Fig. 2.

Die bei dieser Messungsmethode benutzte Röhre zeigt I
stehende Fig. 1. Hier bedeutet *A* die bestrahlte Elektr
deren Form Fig. 2 darstellt, die Elektrode *B* aus Alumini
dient zum Auffangen des lichtelektrischen Stromes; die dr

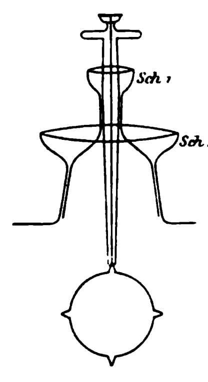


Fig. 3.

Elektrode *C* wurde nur benutzt, um währ
des Auspumpens einen Strom durch
Röhre zu schicken. *D* ist eine 2 mm di
senkrecht zur Achse geschnittene Qu
platte, die dazu dient, das ultraviol
Licht in die Röhre eintreten zu lassen.

Als Lichtquelle *E* dient eine Funk
strecke aus Aluminiumelektroden, wel
fest mit der Röhre durch ein Hartgum
gestell verbunden ist. *F* führt zu ei
selbsttätigen Kahlbaumschen Quecksill
luftpumpe. Das Auspumpen wurde vor jed
Versuch so weit getrieben, daß die E
ladung eines großen Induktoriums nicht mehr durch die Rö
hindurchging, sondern außen Funken zwischen *B* und *C* üb
sprangen. Die Entfernung *B C* beträgt etwa 15 cm. Die E
trode *A*, vgl. Fig. 2, besteht aus einer Aluminiumscheibe '
3 cm Durchmesser, welche drei kleine Fortsätze trägt, mit H
derer die zu untersuchenden Metallplatten auf der Alumini
scheibe befestigt werden können.

Fig. 3 zeigt die Vorrichtung, mit Hilfe derer es mög
ist sowohl die Elektroden *A* auszuwechseln, als auch diese

Vakuum so zu drehen, daß bald die eine, bald die andere rfläche der Funkenstrecke zugekehrt ist.

Als Widerstand wurde eine Lösung von vorher geschmolzenem lkadmium in xylolhaltigem Amylalkohol benutzt; die Elekden waren aus Kadmium. Die Größe des Widerstandes rde dadurch gemessen, daß man die Zeit t bestimmte, die e auf das Potential V geladene Kapazität c braucht, um h durch den zu messenden Widerstand hindurch bis auf s Potential V_1 zu entladen. Die hierfür geltende bekannte rmel lautet:

$$W = \frac{1}{c} \frac{t}{\log V - \log V_1}.$$

Diese Formel gilt nur, solange überall vollkommene Isolation rscht. Ist dies nicht der Fall, so wird die ungeschlossene pazität c sich in der Zeit t_1 ebenfalls von Potential V auf s Potential V_1 entladen. Ist W_2 der diesen Isolationslern entsprechende Widerstand, W_1 der Widerstand, dessen öße ich suche, so ist

$$\frac{1}{W} = \frac{1}{W_1} + \frac{1}{W_2},$$

$$\frac{1}{W_1} = \frac{1}{W} - \frac{1}{W_2},$$

$$W_1 = \frac{W \,.\, W_2}{W_2 - W},$$

und W kann ich bestimmen, also W_1 berechnen. —

Das benutzte Quadrantktrometer war ein Hallchssches, das der besseren lation wegen auf Schellackitt auf Glasfüßen stand. ine Empfindlichkeit betrug 5.10^{-8}. Die bei dieser sten Meßmethode benutzte haltung zeigt nebenstehende g. 4. Bei diesen Messungen chen sich zwei Fehlerllen sehr störend geltend; mal ist dies die direkte ktrostatische Einwirkung

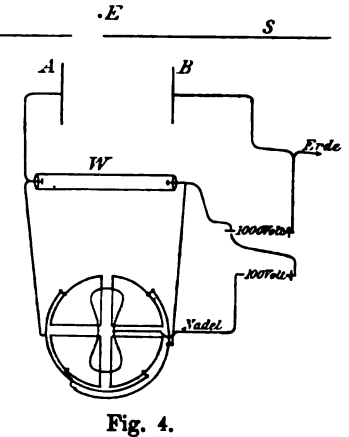


Fig. 4.

der Funkenstrecke auf das Quadrantelektrometer und die duktive auf die verschiedenen Zuleitungen. Diese Fehlerque wurde einerseits dadurch beseitigt, daß die Funkenstrecke u. die Leydner Flasche hinter einem großen zur Erde abgeleitete Zinkschirm (*S*) stand, und andererseits dadurch, daß sämtlic Zuleitungen zur Röhre und zum Quadrantelektrometer sich Glasröhren befanden, deren Stanniolbelegungen ebenso wie d Hülse des Elektrometers auf — 1000 Volt geladen wurden.

Eine weitere Unregelmäßigkeit rief die Inkonstanz de Lichtquelle hervor, welche eine wechselnde Intensität des ultra violetten Lichtes und dadurch Schwankungen in der Einstellung des Quadrantelektrometers verursachte, so daß ein längeres Bestrahlen notwendig wurde. Dadurch, daß vor jedem Versuch die Aluminiumfunkenstrecke gründlich geputzt wurde, konnte auch diese Fehlerquelle ziemlich beseitigt werden.

Der Gang der Messung war nun der, daß nach dem Leerpumpen der Röhre und Laden von *A* (vgl. Fig. 1) zunächst der Ausschlag des Quadrantelektrometers bestimmt wurde, wenn eine Glas- oder Glimmerplatte den Eintritt der ultravioletten Strahlen verhinderte, also der Fehler durch elektrische Einflüsse. Dann wurde die Glasplatte entfernt und der Elektrometerausschlag gemessen, wenn einmal die Aluminiumelektrode, dann die zu untersuchende, dann wieder die Aluminium und schließlich die zu untersuchende Elektrode der Funkenstrecke zugekehrt war. — War die Funkenstrecke sehr unruhig, was ab und zu eintrat, so wurden, um eine Messung doch zu ermöglichen, zwei Minuten hintereinander die betreffenden Oberflächen bestrahlt und alle 15 Sekunden die Stellung des Elektrometers abgelesen. —

Als Beispiel einer solchen Messung nach der ersten Methode möge folgendes dienen:

Aluminium gegen Kupfer.

Die Kupferelektrode ist auf Schmirgelpapier leidlich gut poliert, ist aber nicht spiegelnd. Das Elektrometer hat die Empfindlichkeit von ungefähr $2{,}5 \,.\, 10^{-8}$.

1. Widerstandsmessung

$$W = \frac{1}{c}\,\frac{t}{l\,\frac{v}{v_1}}\,.$$

Hier ist:

$$V = 4 \text{ Volt}, \; V_1 = 2 \text{ Volt},$$

$$l\frac{v}{v_1} = 0{,}30103 \, . \, 2{,}305 \, ,$$

$$c = {}^1/_{10} \text{ Mikrof.} = 10^{-7},$$

$$t = 238{,}5 \, ,$$

$$t_1 = \infty , \text{ d. h. gute Isolation,}$$

$$W = 3{,}437 \, . \, 10^9 \text{ Ohm.}$$

2. Mit vorgeschalteter Glasplatte Ausschlag von Null Skalen-
.

3. Ohne Glasplatte:

läche	Ausschläge	Mittelwert	Oberfläche	Ausschläge	Mittelwert
nium:	85,0		Aluminium:	81,5	
	83,9			80,8	
	81,0	82,8		79,4	81,3
	81,5			83,1	
	79,5			81,5	
				81,3	
r:	202,0		Kupfer:	200,0	
	202,4			201,5	
	199,5	200,7		202,3	200,6
	199,8			199,0	
	199,7			200,4	

Also ergibt Kupfer im Mittel 200,65 und Aluminium
Skt.

Dem entspricht bei Kupfer ein Strom von $1{,}457 \, . \, 10^{-10}$
bei Aluminium ein solcher von $5{,}97 \, . \, 10^{-11}$, so daß ich,
Wert von Aluminium = 1 gesetzt, für Kupfer 2,448
te.

Wie schon erwähnt, besteht der Hauptfehler bei dieser
ungsmethode in den Unregelmäßigkeiten der Funkenstrecke.
von dieser vollständig unabhängig zu sein, so daß also
die Dauer der Belichtung bedeutend kürzer genommen
en konnte, wurde folgende Nullmethode angewandt:

Die jetzt benutze Röhre hatte nebenstehende Gestalt (vgl. Fig. 5). Das ultraviolette Licht der Funkenstrecke F dringt durch die beiden Quarzfenster E_1 und E_2 in die Röhre ein und bestrahlt zwei Elektroden. Die eine, C, ist unbeweglich und ist aus Aluminium, die andere A ist ebenso befestigt, wie die Elektrode A in der zuerst verwandten Röhre (vgl. Fig. 3). Die dritte Elektrode B, ebenfalls aus Aluminium, ist ständig mit der Erde verbunden. Es wurden nun beide Elektroden A und C auf -1000 Volt geladen, aber vor beide große Widerstände geschaltet. Nebenstehende Fig. 6 gibt ein Bild von der jetzt verwandten Schaltung. Beide Widerstände W_1 und W_2 waren variabel und wurden während der Bestrahlung so lange verändert, bis das Elektrometer in Ruhe blieb. Dies bedeutet, daß wenn ich mit i_1 den photoelektrischen Strom bei A, mit i_2 den bei C, mit e_1 und e_2 die Potentiale an den Enden der Widerstände bezeichne,

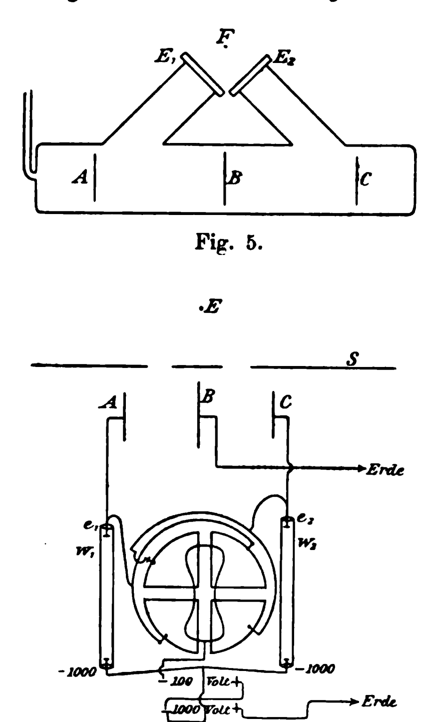


Fig. 5.

Fig. 6.

$$i_1 = \frac{E_1}{W_1} = \frac{1000 - e_1}{W_1},$$

$$i_2 = \frac{E_2}{W_2} = \frac{1000 - e_2}{W_2},$$

$$1000 - e_1 = W_1 i_1 .$$

$$1000 - e_2 = W_2 i_2 .$$

Also, da ich auf $e_1 = e_2$ einstelle,

$$\frac{i_1}{i_2} = \frac{W_2}{W_1} .$$

Als Widerstände wurden ebenfalls Lösungen von Jod- nium in xylolhaltigem Amylalkohol mit Kadmiumelektroden tzt. Durch Verschieben eines Glasstabes konnten der schnitt der Röhre und damit die Größe des Widerstandes ig variiert werden.

)er Gang einer Messung war nun der, daß nach dem umpen der Röhre zunächst die Widerstände so lange rt wurden, bis im Quadrantelektrometer kein Ausschlag erfolgte, wenn auch von der Elektrode A die Aluminium- iche — wieder als Normalelektrode dienend — der nstrecke zugekehrt war. Die entsprechenden Stellungen Hasstäbe mögen a_1 und a_2 sein. Bei vollständiger etrie der Röhre und Gleichheit der Dicken von E_1 und E_2 $a_1 = a_2$ sein. Da das erstere aber unmöglich zu er- n ist, war diese Messung notwendig. Dann wurde die ode A um 180° gedreht und die zu untersuchende Ober- der Funkenstrecke zugewandt, und wieder bis zur Ruhe ektrometer eingestellt. Die jetzigen Stellungen der Glas- seien a_1' und a_2'. Entspricht nun der Stellung a_1 der stand W_1, der Stellung a_2 der Widerstand W_2, a_1' W_1' W_2', so ist

$$\frac{i\,\mathrm{Al}}{i\,c} = \frac{W_2}{W_1},$$

$$\frac{i\,m}{i\,c} = \frac{W_2'}{W_1'};$$

$$\frac{i\,m}{i\,\mathrm{Al}} = \frac{W_2'\,W_1}{W_1'\,W_2},$$

ich mit $i\,m$ den lichtelektrischen Strom an der zu unter- iden Oberfläche und mit $i\,c$ den an der festen Normal- ode bezeichne. Da es mir nur auf das Verhältnis von l ankam, so geht diese Gleichung, indem man bei der standsmessung die Kapazität c und die Potentiale V i konstant läßt, über in die Gleichung

$$\frac{i\,m}{i\,\mathrm{Al}} = \frac{t_2'\,t_1}{t_1'\,t_2},$$

e t die zu den einzelnen Widerständen gehörigen Ent- gszeiten sind, die am Schluß der Messung jedesmal auf en angegebene Weise bestimmt wurden, nachdem natür- orher die Probe auf absolute Isolation gemacht war.

Als Beispiel einer solchen Messung möge folgendes (

Stahl gegen Aluminium.

Die Stahlelektrode ist ein von Hartmann & Bra Hochglanz polierter Spiegel.

1. Mit vorgeschalteter Glas- oder Glimmerplat störender elektrischer Einfluß.

2. Von der Elektrode *A* ist die Aluminiumoberflä Funkenstrecke zugekehrt.

Also:

Aluminium gegen Kupfer.

Das Quadrantelektrometer blieb in Ruhe, wenn die des Glasstabes

	a_1	a_2
	48,9	0
	53,1	0
	51,8	0
	53,1	0
	53,2	0
Mittelwert	52,0	0

war.

3. Von der Elektrode *A* ist die Stahloberfläche der strecke zugekehrt, also:

Stahl gegen Kupfer.

Das Elektrometer blieb in Ruhe, wenn die Stel Glasstäbe

	a_1'	a_2'
	0	10,2
	0	8 5
	0	6,5
	0	6,6
	0	7,5
Mittelwert	0	7.86

war.

4. Es entspricht der Stellung

des Glasstabes	eine Entladezeit t			Mittelwert
$a_1' = 0$	63,2	62,4	62,2″	62,6″
$a_1 = 52,0$	47,4	46,6	46,6″	46,9″
$a_2 = 0$	227,8	227,4	227,0″	227,4″
$a_2' = 7,86$	204,2	205,0	204,6″	204.6″

Also erhalte ich

$$\frac{i\ \text{Stahl}}{i\ \text{Aluminium}} = \frac{t_2' \cdot t_1}{t_1'\, t_2} = 1{,}48\,.$$

Diese Methode ist nun allerdings unabhängig von der tensität des ultravioletten Lichtes, also unabhängig von den regelmäßigkeiten der Funkenstrecke, sie hat aber einen leren Nachteil, der sie nur unter ganz bestimmten Begungen anwendbar macht. Ist nämlich nicht für absolute ation gesorgt, so wird auch ohne Bestrahlung schon ein m fortgehen. Infolgedessen wird die Stellung der Nadel Quadrantelektrometers vor der Bestrahlung nicht mehr von Größe der Widerstände unabhängig sein, was doch sonst, wir einen statischen Zustand haben, der Fall und für sungszwecke absolut notwendig ist. Es wurde deshalb die ite Sorgfalt auf Isolation gelegt; dennoch war eine Messung h dieser Methode im Hochsommer unmöglich, da die große tfeuchtigkeit auch die Oberfläche des Schellacks leitend hte, und es mußte in diesen Fällen zur alten Methode ückgegriffen werden.

Versuchsfehler.

Um zu untersuchen ob beide angewandten Methoden dasle Resultat lieferten, wurden mit der zweiten Röhre Messungen ohl nach der zweiten als auch nach der ersten Methode acht, indem im letzteren Falle vor das Quarzfenster E_2 Glas- oder Glimmerplatte gestellt und dadurch die Elekle C vor der Einwirkung des ultravioletten Lichtes geschützt de. Auf diese Weise erhielt man Werte, die eine Überstimmung bis auf 5—7 Proz. ergaben. Dies ist aber zuch die Größe der Versuchsfehler bei beiden Messungshoden. Genauere Messungen sind nämlich einerseits sehr ver zu erreichen, andrerseits haben sie wenig Sinn, da, wir gleich sehen werden, die Oberflächenbeschaffenheit ganz enorme Bedeutung für den lichtelektrischen Strom und sich scharfe Bestimmungen für die Güte der Politur er geben lassen.

Ermüdung und Oberflächenbeschaffenheit der Elektroden.

Die Ermüdung der Elektroden, das heißt die Verringerung des lichtelektrischen Stromes durch andauernde Bestrahlung, die schon von anderen vielfach erwähnt und von Lenard auf Bildung einer elektrischen Doppelschicht mit der negativen Ladung nach außen zurückgeführt wird, wurde auch hier im luftleeren Raum öfters beobachtet. In dieser Eigenschaft zeigen nun die Metalle ein sehr verschiedenes Verhalten. So wurde an der Aluminiumelektrode die Ermüdung absolut nicht beobachtet, wie z. B. folgende Messung zeigt.

(Erste Methode.)

Ruhelage	Dauer der Belichtung	Ausschlag
44,51	Während der 1. Minute	28,15 mm
	nach 5 Min.	28,10
	" $5^1/_4$ "	27,81
	" $5^1/_2$ "	28,20
	" $5^3/_4$ "	28,25
	" 6 "	28,05
	" $6^1/_4$ "	28,15
	" $6^1/_2$ "	28,25
	" $6^3/_4$ "	28.25

Also im Mittel zwischen 5 und $6^3/_4$ Min. 28,13'.

Besonders deutlich war dagegen die Ermüdungserscheinung an Silberelektroden nachzuweisen, weniger stark bei Platin und Kupfer. Es zeigte sich nun, daß diese Elektroden nach der Bestrahlung ihre Oberfläche geändert hatten; man sah einen eigentümlichen Schleier, woraus man schließen kann, daß die Oberfläche durch das ultraviolette Licht korrodiert wird. Diese Erscheinung trat besonders gut bei den zu späteren Untersuchungen dienenden, auf eingebrannten Platinspiegeln elektrolytisch niedergeschlagenen Gold- und Nickelspiegeln hervor. Zugleich zeigten dieselben auch die Ermüdungserscheinung sehr stark. So erhielt man zum Beispiel durch Bestrahlen eines solchen Goldspiegels folgende Ausschläge des Elektrometers:

185,0	nach	$^1/_4$	Min.	Bestrahlung
170,1	„	$^1/_2$	„	„
156,0	„	$^3/_4$	„	„
153,0	„	1	„	„
85,0	„	5	„	„
84,3	„	$5^1/_4$	„	„
83,0	„	$5^3/_4$	„	„
82,4	„	7	„	„

ırend nach Drehen der Elektrode um 180° der zugehörige rt bei der Aluminiumelektrode innerhalb der Fehlergrenzen selbe war, wie vor dem Bestrahlen der Goldelektrode. Es deshalb sehr leicht möglich, daß, wie schon Kreusler[1]) nerkt, die Ermüdungserscheinung im engen Zusammenhang t der Korrodation der Oberfläche steht, da, wie wir nunmehr ıen werden, die Beschaffenheit der Oberfläche einen sehr leutenden Einfluß auf die Größe des lichtelektrischen Stromes t. Diese von Kreusler für Elektroden in Luft beobachtete tsache wurde in weitgehendster Ausdehnung auch für das kuum bestätigt gefunden.

Zunächst wurde nämlich an einfach geschmirgelten Elekden die Wirkung des ultravioletten Lichtes untersucht.

Nachdem dieselben etwa drei Monate an der Luft gelegen tten, wurden sie wieder untersucht und zeigten nunmehr in rschiedenem Maße eine bedeutende Abnahme gegenüber dem sten Wert. Sie wurden deshalb von neuem geschmirgelt und ben jetzt einen dem ersten näher stehenden Wert, der durch llieren auf Leder wieder verringert wurde. Da man also in sem Zustand der Oberflächen zu keinem konstanten Wert mmen konnte, wurden schließlich sämtliche Elektroden soit möglich auf die unten beschriebene Art und Weise auf ochglanz poliert. Die Aluminiumscheibe dagegen wurde stets . demselben Zustande, einer reinen unpolierten Oberfläche, s Normalelektrode benutzt und zeigte auch als solche eine cht gute Konstanz.

Im folgenden sollen zunächst für Zink die in den verhiedenen Politurzuständen erhaltenen Resultate folgen, die h auf Aluminium = 1 beziehen und in der oben angegebenen ihenfolge erhalten wurden.

---

1) H. Kreusler, l. c.

Zink.

Nach dem ersten Abschmirgeln . . .	2,25
Nach drei Monaten	0,95
Nach wiederholtem Abschmirgeln . . .	3,33
Nach Polieren auf Leder	2,95
Auf Hochglanz poliert	6,75.

Ein ähnliches Verhalten wie Zink zeigten fast alle Me
mit am wenigsten Platin. Um nun direkt eine polierte
einer abgeschmirgelten Oberfläche vergleichen zu können, w
von Hartmann & Braun ein Stahlspiegel bezogen, der
der einen Seite auf Hochglanz poliert, auf der anderen
matt geschliffen war. Indem man die Aluminiumelektrode
entfernte und an ihre Stelle diesen Stahlspiegel brachte, kon
die beiden Seiten direkt miteinander verglichen werden.
selbe geschah mit einem von Zeiss in Jena bezogenen Ma
liumspiegel.

Es ergab sich hier das Verhältnis:

Stahlspiegel zur Rückseite . . .	= 1,68 : 1
Magnaliumspiegel zur Rückseite .	= 4,37 : 1.

Verschiedene Metalle als Elektroden bei der Bestrahlun

Da einerseits die Vermutung nahe lag, daß Metalle
höchsten Politurzustand einen konstanten Wert geben wü
und andrerseits dieser Zustand allgemein rekonstruierba
und sich fest definieren läßt, wurden sämtliche Elektroden
auf Aluminium und Blei, bei denen es unmöglich ist,
Institutsmechaniker auf folgende Weise auf Hochglanz pol
— Allerdings verursachte dies sehr große Schwierigkeiten
die Verwendung von Englischrot und ähnlichen Politurmit
die nach Drude[1] die Oberfläche der Metalle angreifen,
geschlossen war. —

Die Elektroden wurden zunächst auf Schmirgelpapier
1^G, 1^A, 0, 00, 000, 0000 mit etwas verriebenem Maschin
abgeschmirgelt, dann wurden sie an der Drehbank auf ei
mit Stearinöl getränkten Leinwandlappen poliert, bis
Kratzer etc. beseitigt waren. Die letzte Politur erhielte

1) P. Drude, Wied. Ann. 39. p. 481. 1890.

dlich durch Abreiben mit einem reinen Leinwandlappen unter hilfenahme von etwas Wiener Kalk. In diesem Zustand **rden** die Elektroden in die Röhre gebracht und nun nach **er** einen oder anderen Methode das Verhältnis des licht**elektrischen** Stromes an ihnen und an der Aluminiumelektrode **estimmt**. Hierauf bezieht sich die folgende Tabelle, in der **er** Vollständigkeit wegen in der zweiten Kolumne die zuerst **haltenen** Werte, das sind die nach dem ersten Abschmirgeln, **ngeführt** sind. Die Bemerkungen in der Kolumne 4 betreffend **es** Politurzustandes beziehen sich *nur* auf die Werte der **Kolumne 3.**

Tabelle 1.

Lichtelektrische Konstanten für die Bestrahlung im Vakuum, bezogen auf Aluminium = 1.

Metall	a_1	a_2	Bemerkungen zu 3
1	2	3	4
Blei	0,89	—	Nicht möglich, auf Hochglanz zu polieren.
Antimon	1,198	—	Ebenfalls kein Hochglanz möglich.
Silber	1,31	1,42	Hochglanz.
Stahl	0,957	1,48	Hochglanz.
Stahlspiegel . . .	—	1,48	Spiegel bezogen von Hartmann & Braun.
Gold	—	1,97	Kein vollkommener Hochglanz.
Magnalium . . .	—	2,35	Spiegel von Zeiss.
Eisen	0,613	2,37	Hochglanz.
Nickel	0,516	2,99	Hochglanz.
Platin	2,806	3,31	Hochglanz.
Wismut	0,785	4,62	Kein vollkommener Hochglanz.
Zink	2,218	6,67	Hochglanz.
Messing	2,01	10 00	Hochglanz.
Kupfer	2,45	15,6	Hochglanz.

Die unter a_2 angegebenen Konstanten der Metalle zeigen nun in ihrer Reihenfolge weder eine Übereinstimmung mit der von Elster und Geitel für den lichtelektrischen Strom im lufterfüllten Raume gefundenen, noch sonst mit irgend einer anderen Reihe, in die sich die Metalle bezüglich anderer Eigen-

schaften ordnen. Dies ist ganz natürlich, da bei den ob
mitgeteilten Versuchen die Absorptionsfähigkeit der betreff
den Metalle für die wirkenden Wellenlängen bedeutend m
spricht, diese aber vor allem deshalb zunächst nicht zu e
mitteln ist, weil wir die eigentlich wirkende Wellenlänge g
nicht kennen. Erst wenn dies geschehen ist, und man d
Absorptionskoeffizienten der Metalle für die betreffende Wel
länge kennt, wird man die reinen Konstanten erhalten. D
die in Tab. 1 unter a_2 angegebene Reihe der Metalle ni
mit der von Elster und Geitel übereinstimmt, dürfte da
begründet sein, daß wir hier im Vakuum viel einfachere V
hältnisse haben, also eher von störenden Einflüssen frei si
als bei Versuchen im lufterfüllten Raume.

Die bisherigen Untersuchungen bezogen sich alle auf d
gesamten lichtelektrischen Strom, indem die Ladung der be
strahlten Elektrode stets — 1000 Volt betrug. Bestrahlt m
nun eine ungeladene Metallplatte, so nimmt dieselbe bekannt
lich eine positive Ladung an, und man erklärt sich die
Vorgang dadurch, daß man annimmt, auch von der ungelade
Elektrode gingen infolge der Bestrahlung negative Elektro
fort. Die Größe der angenommenen positiven Ladung zei
sich nun bei den verschiedenen Metallen verschieden groß, u
es liegt infolgedessen die Vermutung nahe, daß es möglich ist
ein lichtelektrisches Element zu konstruieren, indem man zum
Beispiel gleichzeitig eine Aluminium- und eine Kupferelektrode
bestrahlt. Der Versuch wurde mit der zweiten Röhre (vgl. Fig. 5)
angestellt, indem *A* aus Kupfer, *C* aus Aluminium bestand
und beide ungeladen durch ein Galvanometer von großer Em-
pfindlichkeit kurz geschlossen waren. Elektrode *B* diente zum
Auffangen der Elektroden und war geerdet. Sowohl in dieser
Anordnung wie beim Eisen gegen Aluminium und Zink gegen
Aluminium wurde dieser Effekt erhalten. Ich kann mir den
hier stattfindenden Vorgang analog dem bei den galvanischen
Elementen so vorstellen, daß durch die Bestrahlung von der
Kupferelektrode die negativen Elektronen in größerer Anzahl
in das Vakuum gehen wie von der Aluminiumelektrode. Infolge-
dessen wird ein stärkerer positiver Strom von der Kupfer- zur
Aluminiumelektrode fließen wie umgekehrt, und daher der Aus-
schlag des Galvanometers.

Die Größe des lichtelektrischen Stromes unabhängig vom Einfallswinkel des wirkenden Lichtes.

Mittels des Schliffes *Sch* 1 in der benutzten Röhre (vgl. Fig. 3) es möglich die Elektrode während des Versuches zu drehen, auf diese Weise konnte ein neuer Beweis für den von nard ausgesprochenen Satz gegeben werden, daß nämlich Stärke des lichtelektrischen Stromes der Intensität des kenden ultravioletten Lichtes proportional ist. Gilt dieser , so muß offenbar bei allen Einfallswinkeln des Lichtes Stärke des ausgelösten lichtelektrischen Stromes die gleiche , wenn ich auf gleiche Lichtintensität beziehe, das heißt bei irgend einem Einfallswinkel γ beobachteten Wert des omes durch cosinus γ dividiere. Eigentlich müßte man nehmen, daß, da in der Fortpflanzungsrichtung des Lichtes der die magnetische noch die elektrische Schwingung erfolgt, senkrechter Inzidenz sich der kleinste und bei schiefer der ößte Wert ergeben müßte. Die definitive an einem Stahliegel ausgeführte Messung ergab aber dies nicht, sondern es de entsprechend dem Lenardschen Satze ein konstanter ert für den lichtelektrischen Strom gefunden, wie folgende belle zeigt.

Tabelle 2.

Elektrode: „Stahlspiegel“ (erste Methode).

γ	α'	α	$\frac{\alpha}{\cos\gamma}$	δ Proz.
0°	207,6	207,6	207,6	− 3,5
20	190,8	195,8	208,3	− 3
40	154,7	160,7	212,0	− 1,5
45	133,6	155,6	219,9	+ 2
50	124,1	130,8	203,8	− 5,5
55	116,7	132,8	231,1	+ 7
60	100,6	108,6	217,2	+ 1,3
65	88,3	96,3	227,5	+ 5,4
70	71,4	78,4	229,0	+ 6
75	48,3	53,3	206,8	− 4,1
80	33,5	35,5	204,1	− 5,6

Mittelwert = 215,2.

Hierbei ist γ der Einfallswinkel, a' der beobachtete Elekt
meterausschlag, a enthält die Korrektion, die wegen der
müdung der Elektrode nötig war. Es ergab sich nämlich,
zum Schluß der Messungsreihe der Wert bei einem Einfal
winkel von 0° noch einmal geprüft wurde, daß derselbe
10 Proz. gesunken war, was auf Ermüdungserscheinung zurü
zuführen ist. Es wurden deshalb nach der zeitlichen Reihe
folge ihrer Messung — dieselbe ist nicht identisch mit der
der Tabelle angegebenen — die a' um die ihnen zukomme
den Werte erhöht. a ist also dem lichtelektrischen Stro
proportional. Die Größe $a/\cos\gamma$ zeigt bis auf die unter δ Pr
angegebenen, innerhalb der Versuchsfehler liegenden proze
tualischen Abweichungen die gewünschte Konstanz, so daß d
oben angegebene Satz auch auf diese Weise experimentell b
wiesen ist.

Eindringungstiefe des ultravioletten Lichtes.

Außer einem neuen Beweise für den Lenardschen Sat
daß nämlich die Stärke des lichtelektrischen Stromes der Inte
sität des wirkenden Lichtes proportional ist, enthalten die ob
besprochenen Erscheinungen noch eine Bestätigung der Ta
sache, daß die Polarisationsebene des ultravioletten Licht
belanglos für die Stromstärke ist.

Lenard zeigt nämlich in seiner letzten Arbeit, daß es f
die Stärke des Stromes gleichgültig ist, ob der polarisiert
Lichtstrahl in der Ebene des Spiegels oder unter einem Wink
von 45° zu derselben schwingt. Für dieselbe Tatsache sprech
die oben erwähnten Versuche; denn sonst müßte bei schräge
Inzidenz der ausgelöste Strom bei weitem der größte sein. So
widersprechend diese Tatsache gegenüber der von Elster und
Geitel gefundenen ist, daß nämlich die Richtung der Polari-
sationsebene einen bedeutenden Einfluß auf die Stärke des
lichtelektrischen Stromes ausübt, so lassen sich doch diese
beiden Resultate vereinigen. Man muß nämlich bedenken,
daß Elster und Geitel bei ihren Versuchen kein ultraviolettes
Licht nahmen — sie brauchten es nicht, da sie ihre empfind-
liche Natriumkaliumzelle benutzten —, während bei Lenard
und in dieser Arbeit ultraviolettes Licht benutzt ist. Glückt
es nun zu zeigen, daß das ultraviolette Licht sehr tief in die

alle einzudringen vermag, was das sichtbare nicht tut, so
; sich der Widerspruch erklären, da natürlich die Richtung
Polarisationsebene belanglos ist, wenn die Strahlen sehr
eindringen. In diesem Falle werden sehr dicke Metall-
ichten nötig sein, um bei Bestrahlung den ganzen, dem
reffenden Metall zukommenden Wert zu erhalten. Um diese
rmutung experimentell prüfen zu können, wurde folgender-
ßen verfahren: Auf eingebrannten Platinspiegeln, die nach
r bekannten Kundtschen Methode hergestellt wurden, wurde
ckel galvanisch niedergeschlagen, wobei es vor allem darauf
kam, um überhaupt vergleichbare Resultate zu erhalten, die
treffenden Metalle gleich in tadellos spiegelndem Zustand
ederzuschlagen, ohne es nötig zu haben dieselben noch
lieren zu müssen. Um die Dicken zunächst wenigstens
lativ bestimmen zu können, wurde in den betreffenden Bädern
i bestimmtem Elektrodenabstand und während einer meß-
ren Zeit ein Strom von ebenfalls gemessener Stärke hin-
rchgeschickt. So konnten verschiedene Schichten von relativ
kannter Dicke hergestellt werden. An ihnen wurde dann
r Effekt gemessen, ebenso wie an dem eingebrannten Platin-
piegel. Es ergab sich nun von einer bestimmten Dicke an
n mit weiter zunehmender Dicke nicht mehr wachsender
Vert, der dieselbe Größe hatte, wie der an der Vollelektrode
funndene. Und man kann nun annehmen, daß diese Dicke
es Spiegels, von der an der Wert des lichtelektrischen Stromes
ich nicht mehr ändert, derjenigen Tiefe entspricht, bis zu
er ultraviolettes Licht von der wirksamen Wellenlänge merk-
lich einzudringen vermag. Nach dieser Messung wurde dann
n drei Spiegeln die wahre Dicke dadurch gemessen, daß ein
chmaler Streifen mit der Teilmaschine herausgeritzt, dann
ach der Sharpschen Methode[1]) ein Abdruck gemacht, und
n diesen Abdrücken durch Beobachtungen von Koinzidenzen
direkt optisch die Dicke bestimmt wurde. Es ergaben sich,
indem verschiedene Stellen des Spiegels gemessen wurden, bis
uf 3 Proz. übereinstimmende Resultate, was auf eine genügende
Gleichmäßigkeit der Dicke der Schichten schließen läßt. Diese
Messungen hat in liebenswürdigster Weise Hr. cand. phil.

---

1) Cl. H. Sharp, Ann. d. Phys. 3. p. 210. 1900.

Gräser, der im Institut mit ähnlichen Messungen beschäfti ist, ausgeführt. Da es natürlich nicht möglich war, den Nick spiegel durch den Stichel der Teilmaschine zu entfernen, o den darunter befindlichen Platinspiegel zu verletzen, mu jedesmal die Dicke des Nickel + Platinspiegels gemessen werde

Aus zwei Messungen, bei denen sich die Dicken der beide Nickelspiegel nach der Zeit der Vernickelung wie 1 : 4 ve hielten, wurde die Dicke des Platinspiegels ausgerechnet un an einem dritten Spiegel kontrolliert.

Es ergab Spiegel 1 die mittlere Dicke 355 $\mu\mu$. Spiege die mittlere Dicke 1007,0 $\mu\mu$.

Daraus folgt:

$$1007 = 4a + b,$$
$$355{,}4 = a + b;$$
$$a = 217{,}2,$$
$$b = 138.2,$$

wenn b die Dicke des eingebrannten Platin-, a die des Nick spiegels 1 selber ist.

Die optisch gemessene Dicke eines Spiegels, der sich zu Spiegel 1 nach der Zeit der Vernickelung wie 1 : 3 verhie war 818,8 $\mu\mu$, während die nach der Gleichung $3a + b$ au gerechnete Dicke 789,8 $\mu\mu$ ergab; also betrug der Fehler n 3 Proz. Die so erhaltene Genauigkeit war also genügend.

Beifolgende Tabelle gibt die Versuche an Nickelspiegel die sich sehr gut hierfür eignen, wieder.

Tabelle 3.

Nickel auf Platin.

Metall	Vernickelung		Dicke	Optische Dicke	α
	Stromstärke	Zeit			
	Amp.	Min.		$\mu\mu$	
Platin . . .	—	—	—	138,2	0,39
Nickel . . .	02	$2^1/_2$	1	217,2	2,50
	02	5	2	434,4	2,61
	03	5	3	651,6	2,68
	04	5	4	868,8	2,98
	02	$12^1/_2$	5	1086,0	2,99
Nickel . . . (Vollelektrode)	—	—	—	—	2,99

: Die gesuchte Dicke also, bis zu der das ultraviolette icht eindringt, ist hier bei Nickel die Dicke 4, bei der die icke der Metallschicht 868,8 $\mu\mu$ ist. Da der Brechungsponent von Nickel für die kürzesten Wellen = 1,83 ist und r annehmen wollen, daß die Wellenlänge des wirksamen chtes ungefähr $\lambda = 220\,\mu\mu$ ist, so sehen wir, daß dieses ht bis in die 8 fache Wellenlänge in Nickel eindringt. Und hat sich also die Vermutung bestätigt, daß das ultraviolette ht sehr tief in die betreffenden Körper einzudringen vermag.

Hiermit schließen diese Untersuchungen ab. Die erhaltenen sultate lassen sich wie folgt zusammenfassen.

Resultate.

I. Bestätigungen von bekannten Tatsachen für die Behlung im Vakuum.

. Die sogenannte Ermüdungserscheinung der Elektroden hat vor allem ihren Grund in der durch die Wirkung des Lichtes hervorgerufenen Veränderung der Oberflächenbeschaffenheit.

!. Mit zunehmender Güte der Politur der Oberfläche wächst der ausgelöste lichtelektrische Strom und erreicht bei auf Hochglanz polierten Elektroden sein Maximum.

II. Neue Tatsachen.

1. Die Reihenfolge der Metalle wurde an auf Hochglanz polierten Platten festgestellt (vgl. Tab. 1).
2. Bezogen auf gleiche auffallende Lichtintensität ist an spiegelnder Elektrode die Stärke des Stromes unabhängig von dem Einfallswinkel des wirkenden Lichtes.
3. Die Eindringungstiefe dieses Lichtes berechnet sich bei Nickel zu etwa 8 Wellenlängen.

Der Nachweis, daß nur das eingedrungene Licht wirksam t, sowie der Umstand, daß die beobachtete Reihenfolge der etalle in keinem deutlichen Zusammenhange mit anderen kannten Eigenschaften steht, verschieben die Fragestellung. ie schon Hallwachs [1]) gezeigt hat, ist für die Größe des fektes die Absorption des wirkenden Lichtes maßgebend. ese letztere hängt nun von der Wellenlänge ab; es tritt

1) W. Hallwachs, Wied. Ann. 37. p. 666. 1889.

daher die Frage auf, wie sich das Verhältnis der Wirkung zur absorbierten Lichtmenge als Funktion der Wellenlänge darstellen läßt, und ob diese Funktion etwa ein Maximum hat.

In dieser Richtung soll die Arbeit fortgesetzt werden.

Vorliegende Arbeit wurde im Jahre 1901 und 1902 im Physikalischen Institut der Universität Leipzig auf Anregung des Hrn. Prof. Dr. O. Wiener, dem ich sowohl hierfür, wie auch für die vielfache überaus liebenswürdige Unterstützung an dieser Stelle meinen verbindlichsten Dank sage, ausgeführt.

(Eingegangen 18. Juni 1903.)

5. *Über die Absorption des Lichtes in den mit Metalldampf gefärbten Flammen; von J. Stscheglayew.*

Zweck der Arbeit ist eine Untersuchung der Absorption, welche Strahlen von einer bestimmten Wellenlänge in einer mit Metalldampf gefärbten Gasflamme, wenn die letzte homogenes Licht von derselben Wellenlänge aussendet, erleiden.

In welchem Grade folgt diese Absorption dem Kirchhoffschen Gesetz?

Nach dem Kirchhoffschen Gesetz ist das Verhältnis der Emission eines Körpers zu dessen Absorption für eine bestimmte Wellenlänge die Funktion der Temperatur allein; es ist gleich der Emission des schwarzen Körpers bei derselben Temperatur und für dieselbe Wellenlänge

$$\frac{E}{A} = e.$$

Wenn die Absorption in den Flammen dem Kirchhoffschen Gesetz folgt, so soll dies Verhältnis mit der Temperatur sich ebenso ändern, wie die Strahlung eines schwarzen Körpers, für eine bestimmte Wellenlänge, mit der Temperatur sich ändert.

Die Abhängigkeit der Strahlung des schwarzen Körpers von der Temperatur ist von W. Wien[1]) in der Form

$$J = c_1 \lambda^{-5} e^{-\frac{c_2}{\lambda T}} \tag{1}$$

gegeben, wo J die Intensität der Strahlung, λ die Wellenlänge, T die absolute Temperatur und c_1, c_2 Konstanten sind.

Wenn man die Formel (1) logarithmiert, so hat man:

$$\log J = \beta - \gamma \frac{1}{T}, \tag{2}$$

d. h. $\log J$ ist eine lineare Funktion von $1/T$.

---

1) W. Wien, Wied. Ann. 58. p. 662. 1896.

Wenn man also $1/T$ als Abszissen und $\log J$ als Ordinat aufträgt, so bekommt man eine gerade Linie, aus dei Neigungskoeffizient die Konstante c_2 sich berechnen läßt.

Die experimentelle Prüfung dieser Formel wurde für (sichtbare Spektrum von Wanner[1]) unternommen. Er hat vollkommen bestätigt gefunden und die Konstante c_2 aus d Messungen mit verschiedenen Wellenlängen zu 14550 berechn In unserem Falle, wenn das Kirchhoffsche Gesetz ı die Flammen anwendbar ist, muß das Verhältnis der Emissi zur Absorption nach derselben Formel (2) sich ändern u die aus dem Neigungskoeffizient dieser Geraden berechn Konstante c_2 soll denselben Wert haben, wie er von Wann für den schwarzen Körper berechnet wurde.

Ich dachte zuerst eine Bogenlampe als primäre Licl quelle zu benutzen und die Absorption, welche das in e kontinuierliches Spektrum zerlegte Licht derselben in ein farbigen Flamme erleidet, messend zu verfolgen. Die, sog mit Gleichstrom gespeiste, Bogenlampe hat sich aber für länge Versuchsdauer nicht konstant genug erwiesen und außerde ließ sich die Absorption im kontinuierlichen Spektrum nur b äußerst kleiner Spaltbreite beobachten; sie trat dann aber i Form einer Inversionlinie auf; die Vergleichung der Inte sitäten einer schmalen Linie mit einem ebenso schmalen Spektral streifen einer Vergleichslampe war sehr erschwert. Ich mußt daher als primäre Lichtquelle auch eine farbige Flamme mi homogenem Licht nehmen und konnte auf diese Weise mi viel größeren Spaltbreiten arbeiten. Zunächst brauchte ich solche farbige Flammen, welche bei gleichmäßiger Färbun längere Zeit ihre Form und Intensität konstant behalten. Di Flamme des Bunsenbrenners, sei sie wie gewöhnlich, mit Salz perle, oder nach Beckmannscher Methode[2]) gefärbt, läßt keine photometrische Beobachtungen zu, da ihre Intensität sich fortwährend ändert. Ich habe eine Methode zur Herstellung der farbigen Flammen angegeben[3]), welche alles

1) H. Wanner, Ann. d. Phys. 2. p. 141. 1900.

2) E. Beckmann, Zeitschr. f. phys. Chem. **34.** p. 595; **35.** p. 443 u. 652. 1900.

3) J. Stscheglayew, Zeitschr. f. phys. Chem. **39.** p. 111. 1901.

meinen Forderungen genügende Flammen gibt. Sie besteht darin, daß eine Salzlösung durch einen gleichmäßigen Luftstrom unter dem Drucke von 60—80 mm Quecksilber zerstäubt wird und diese, mit Salzstaub gesättigte Luft, mit dem Leuchtgase gemischt, in einem engen Brenner verbrannt wird. Man erhält so eine Flamme, welche gleichmäßig gefärbt ist und deren Form und Intensität längere Zeit unveränderlich bleibt.

Es ergab sich aber im Laufe der Arbeit, daß nur die flüchtigsten Salze verwendet werden konnten; die weniger flüchtigen geben keine genügend große Intensität der Flamme, um die photometrischen Messungen mit Glanschem Spektrophotometer zu ermöglichen.

In folgendem wurden die mit beinahe gesättigten Natriumbromid- und Lithiumchloridlösungen gefärbten Flammen untersucht.

Die Versuchsanordnung war folgende. Vor dem Spalte eines Glanschen Spektrophotometers, 1 cm von demselben entfernt, war ein Schirm mit vertikalem, mm langem und 1 mm breitem Spalte S befestigt (Fig. 1). Die erste Flamme (I) befand sich im Abstand von 8 cm von dem Spalte S, die zweite (II), in welcher die Absorption beobachtet wurde, stand unmittelbar vor demselben und konnte in vertikaler Richtung verschoben werden, so daß die Messungen in verschiedenen Teilen der Flamme vorgenommen werden konnten.

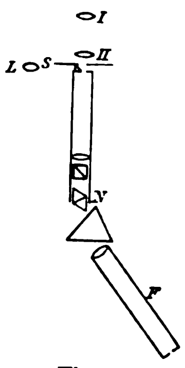


Fig. 1.

Es wurde die Lichtintensität, welche durch den Spalt S in das Spektrophotometer kam, gemessen und zwar 1. von der Flamme I allein (J), 2. von beiden Flammen, wobei die Strahlen von I die Flamme II durchsetzten. ($J + i - A$), wo A die Intensität ist, welche in der zweiten Flamme absorbiert wird und 3. von der Flamme II allein (i).

Ist φ der Winkel, um welchen das Nicolprisma des Apparates gedreht werden muß, um die gleiche Beleuchtung der beiden Hälften des Gesichtsfeldes zu bekommen, von der Stellung an gerechnet, wo das Licht der Flamme ausgelöscht ist, so ist die Intensität der Flamme dem $\mathrm{ctg}^2 \varphi$ proportional.

Es seien φ_1, φ_2, φ_3 die entsprechenden Winkel für die drei oben genannten Messungen, dann ist:

$$J = c \,.\, \mathrm{ctg}^2 \varphi_1, \quad J + i - A = c \,.\, \mathrm{ctg}^2 \varphi_2, \quad i = c \,\mathrm{ctg}^2 \varphi_3;$$

man bekommt hieraus:

$$A = c(\mathrm{ctg}^2 \varphi_1 + \mathrm{ctg}^2 \varphi_3 - \mathrm{ctg}^2 \varphi_2)$$

und die Absorption der Flamme II ist:

$$a = \frac{A}{J} = \frac{\mathrm{ctg}^2 \varphi_1 + \mathrm{ctg}^2 \varphi_3 - \mathrm{ctg}^2 \varphi_2}{\mathrm{ctg}^2 \varphi_1}.$$

Das gesuchte Verhältnis der Emission der zweiten Flamme zur Absorption derselben ist i/a.

In die Werte von J, i, A kommt ein Proportionalitätsfaktor c hinein, welcher von der Absorption im Apparate und von der Intensität der Vergleichsquelle abhängt; dagegen ist die Absorption a eine reine Zahl.

Das Verhältnis i/a wird folglich in einem bestimmten Maß ausgedrückt.

Als Vergleichsquelle diente eine (für 30 Volt Spannung) Glühlampe L, welche hinter einer Mattglasscheibe in 10 cm Entfernung von der Kollimatorachse seitlich stand, und das Licht durch ein kleines reflektierendes Prisma P in den Apparat schickte. Sie wurde mit Gleichstrom einer Akkumulatorenbatterie (12—14 Akkumulatoren) gespeist; ein regulierbarer Widerstand und ein Westonsches Ampèremeter erlaubten die Stromstärke von 0,8—1,0 Amp. bis 0,001 Amp. genau konstant zu halten; so war es möglich, die Beobachtungsresultate von verschiedenen Tagen miteinander zu vergleichen. Aus dem Spektrum dieser Lampe wurde mit der Okularblende ein möglichst enger Teil ausgeschnitten, welcher der stets zu untersuchenden Farbe der Flamme gleich war. Nach Schluß jeder photometrischen Beobachtungsreihe wurde in die absorbierende Flamme genau vor dem Spalte S ein Thermoelement hineingeschoben, so daß die Lötstelle möglichst auf der Achse der Flamme sich befand und die Temperatur in dem entsprechenden Querschnitte der Flamme gemessen.

Das Thermoelement wurde nach Le Chatelier aus 0,1 mm dünnen Pt- und 90 Prcz. Pt- + 10 Proz. Rh-Drähten

gemacht, deren Enden fest miteinander gebunden waren, so daß die Verbindungsstelle einen ganz kleinen Knoten bildete. Die freien Enden wurden an starken Kupferdrähten angelötet und die Lötstellen standen in einem Petroleumbade, dessen Temperatur auch beobachtet wurde.

Die Messung der elektromotorischen Kraft geschah nach einer Kompensationsmethode in folgender Weise.[1]) In den Kreis eines kleinen Akkumulators sind ein Rheostat R, ein Widerstand 0,15 Ohm, ein regulierbarer Widerstand W und ein Milliampèremeter M von Siemens & Halske eingeschaltet (Fig. 2). Im Nebenschluß zum Widerstand 0,15 Ohm liegt das Thermoelement T und das Spiegelgalvanometer G.

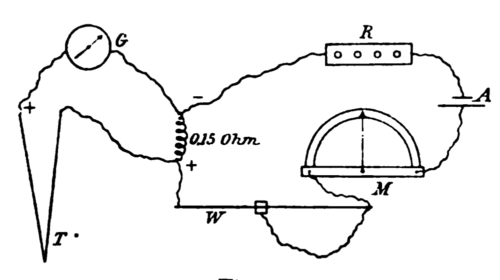


Fig. 2.

Reguliert man die Stromstärke i im Akkumulatorkreise so lange, bis das Galvanometer keinen Ausschlag zeigt, so ist die elektromotorische Kraft des Thermoelementes

$$E \text{ Volt} = i \text{ Amp.} \times 0{,}15 \text{ Ohm.}$$

Die Stromstärke i läßt sich bis 0,2 Milliamp. genau bestimmen, was der elektromotorischen Kraft von 0,0002 Amp. × 0,15 Ohm = 30 Mikrovolt entspricht; das entspricht aber der Temperaturänderung von ca. 2,5°.

Um die Angaben des Thermoelementes auszuwerten, wurde die elektromotorische Kraft bei den Schmelztemperaturen von Zn, Cu und Pt bestimmt und aus den erhaltenen Zahlen die drei Koeffizienten der quadratischen Formel

$$e = a + b\,t + c\,t^2 \quad {}^{2})$$

---

1) Vgl. St. Lindeck u. R. Rothe, Zeitschr. f. Instrumentenk. 20. p. 293. 1900.

2) L. Holborn u. A. Day, Ann. d. Phys. 2. p. 505. 1900.

berechnet, wo e die elektromotorische Kraft in Mikrovolt, t die Temperaturdifferenz der Lötstellen bedeutet.

Das in Asbestpappe eingebettete Thermoelement wurde in das im Tiegel geschmolzene Zink eingetaucht und der Ausschlag des Galvanometers mit vorgeschaltetem Widerstand von 100 Ohm jede $^1/_2$ Min. beobachtet; die Empfindlichkeit des Galvanometers betrug $1^s = 4,1 . 10^{-7}$ Amp. Beim Schmelzen und Erstarren blieb der Ausschlag längere Zeit konstant. Es ergab sich für Temperaturdifferenz der Lötstellen von 382° die elektromotorische Kraft 2712 Mikrovolt. Um die elektromotorische Kraft bei Schmelztemperatur des Kupfers zu bestimmen, wurde nach Holborn und Day[1]) ein etwa 2 mm kurzes Stück Kupferdraht, von der Dicke 0,15 mm, zwischen den Drähten des Thermoelementes eingelötet, ein Tonrohr über die Lötstelle herübergeschoben und diese mit dem Linnemannschen Sauerstoffbrenner so lange erhitzt, bis der Kupferdraht geschmolzen war; es wurde der Ausschlag des Galvanometers im Moment des Schmelzens beobachtet; so ergab sich für Temperaturdifferenz von 1048° die elektromotorische Kraft von 9280 Mikrovolt.

Endlich wurde die Lötstelle des nackten Thermoelementes mit einer Sauerstoffspitzflamme langsam und vorsichtig erhitzt, bis Platin geschmolzen war; für Temperaturdifferenz von 1760° ergab sich die elektromotorische Kraft von 17240 Mikrovolt.

Aus diesen drei Daten berechnen sich die oben genannten Koeffizienten zu:

$$a = -673, \quad b = 8,495, \quad c = 0,000956.$$

Aus der nach Formel

$$e = -673 + 8,495\,t + 0,000956\,t^2$$

konstruierten Kurve wurden dann Temperaturen für die beobachteten elektromotorischen Kräfte entnommen.

Es folgt als Beispiel eine vollständige Beobachtungsreihe für NaBr-Lösung.

1) L. Holborn u. A. Day, l. c.

Einstellungen des Nicols auf gleiche Beleuchtung auf beiden Seiten der Lage, wo das Flammenspektrum ausgelöscht ist.

	Hintere Flamme I		Beide Flammen zusammen		Vordere Flamme II	
	109,1°	39,8°	98,6°	49,5°	101,0°	48,2°
	110,5	40,0	100,6	51,5	100,8	49,6
	110,6	39,1	99,6	50,2	101,2	50,5
			100,1	49,8		49,5
Mittel	110,1°	39,6°	99,7°	50,2°	101,0°	49,4°
Differenz	70,5°		49,5°		51,6°	

$$\varphi_1 = 35{,}25°, \qquad \varphi_2 = 24{,}75°, \qquad \varphi_3 = 25{,}8°,$$

$$\operatorname{ctg}^2\varphi_1 = 2{,}002, \qquad \operatorname{ctg}^2\varphi_2 = 4{,}705, \qquad \operatorname{ctg}^2\varphi_3 = 4{,}279,$$

$$J = c\operatorname{ctg}^2\varphi_1, \qquad J + i - A = c\operatorname{ctg}^2\varphi_2, \qquad i = c\operatorname{ctg}^2\varphi_3.$$

$$a = \frac{A}{J} = \frac{\operatorname{ctg}^2\varphi_1 + \operatorname{ctg}^2\varphi_3 - \operatorname{ctg}^2\varphi_2}{\operatorname{ctg}^2\varphi_1} = \frac{2{,}002 + 4{,}279 - 4{,}705}{2{,}002} = 0{,}787.$$

$$\frac{i}{a} = c \cdot \frac{4{,}279}{0{,}787} = c \, . \, 5{,}436.$$

Stromstärke im Akkumulatorkreise i = 112 Milliamp.

112 Milliamp. × 0,15 Ohm = 16800 Mikrovolt.

Entsprechende Temperaturdifferenz der Lötstellen = 1723°.

Temperatur der kalten Lötstellen = 19°.

Absolute Temperatur der heißen Lötstelle: 1723 + 19 + 273 = 2015°.

Die Temperaturbestimmungen aus der Messung der elektromotorischen Kräfte können als genügend genau angesehen werden. Da aber in einem Querschnitt der Flamme eine ungleichmäßige Temperaturverteilung herrscht, so kann man die erhaltenen Resultate nicht als vollständig genau annehmen. Die hier angegebene Methode, die Absorption zu bestimmen, ist ihrer Natur nach mit großen Fehlerquellen behaftet, was sich auch in den Beobachtungen ausspricht. Sie wurde erst gewählt, nachdem viele Versuche, eine genauere Bestimmungsart zu gewinnen, sich aus dem einen oder anderen Grunde als nicht durchführbar erwiesen hatten.

Es wurde deshalb das ganze Temperaturintervall von 236°, in das die Beobachtungen für die Na-Flamme fielen, in sechs Temperaturbereiche von 20—35° geteilt und der Mittelwert der Temperatur und des Verhältnisses i/a für die in diese Bereiche fallenden Beobachtungen genommen. Die folgenden Tabellen enthalten die Beobachtungsresultate für Na-Flammen.

Na-Flammen.

Abs. Temp. 2027 – 2000°		Abs. Temp. 1993 – 1964°		Abs. Temp. 191	
Abs. Temp.	$\frac{i}{a}$	Abs. Temp.	$\frac{i}{a}$	Abs. Temp.	
2027	6,508	1993	4,161	1915	
2014	5,667	1993	4,645	1912	
2021	4,281	1985	5,174	1910	
2015	5,436	1985	4,180	1907	
2006	4,062	1980	4,437	1898	
2005	4,548	1978	4,263	1894	
2002	4,233	1978	4,107		
2002	4,189	1976	5,048		
2000	4,937	1973	3,550		
2000	3,774	1972	5,221		
		1965	3,859		
		1964	4,694		
Mittel 2009	4,837	1979	4,445	1903	
$\frac{1}{T}\cdot 10^6 = 498$	$\log\frac{i}{a} = 0,685$	$\frac{1}{T}\cdot 10^6 = 505$	$\log\frac{i}{a} = 0,648$	$\frac{1}{T}\cdot 10^6 = 525$	log

Abs. Temp. 1888 – 1853°		Abs. Temp. 1849 – 1827°		Abs. Temp. 180	
Abs. Temp.	$\frac{i}{a}$	Abs. Temp.	$\frac{i}{a}$	Abs. Temp.	
1888	2,664	1849	2,315	1807	
1870	2,455	1845	1,647	1800	
1859	1,893	1837	1,750	1794	
1859	2,273	1827	1,692	1793	
1853	2,057			1787	
				1781	
				1778	
Mittel 1866	2,268	1839	1,851	1791	
$\frac{1}{T}\cdot 10^6 = 536$	$\log\frac{i}{a} = 0,356$	$\frac{1}{T}\cdot 10^6 = 544$	$\log\frac{i}{a} = 0,267$	$\frac{1}{T}\cdot 10^6 = 559$	log

Wenn man log i/a als Ordinaten und $1/T$ als Abszi
aufträgt, so bekommt man eine gerade Linie (Fig. 3). Sie
aber zur Abszissenachse etwas mehr geneigt, als die dersel
Wellenlänge entsprechende Isochromate für den schwa

Körper, und die Konstante c_2 der Wienschen Formel berechnet sich daraus zu 11832. Das Verhältnis i/a wächst also für Na-Flammen mit der Temperatur langsamer, als die Strahlung des schwarzen Körpers.

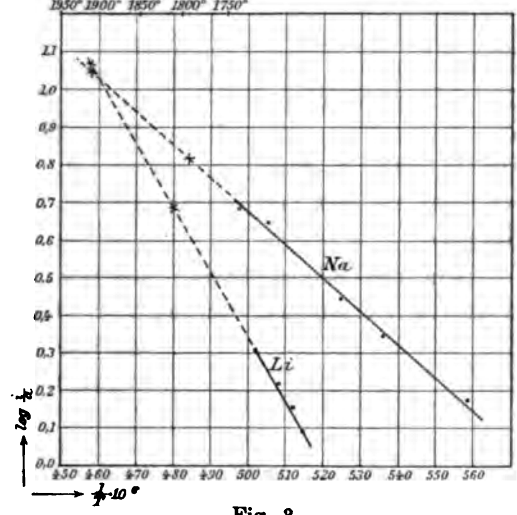


Fig. 3.

Die Beobachtungen in Li-Flammen mußten in noch kleinerem Temperaturintervall gemacht werden, da die Emission in kälteren Teilen der Flamme zu schwach war. Nichtsdestoweniger zeigt auch hier das Verhältnis i/a eine sehr große Zunahme mit der Temperatur. — Die Beobachtungsresultate sind in folgenden Tabellen zusammengestellt:

Li-Flammen.

Temperatur 1996 – 1987°		Abs. Temperatur 1972 – 1968°		Abs. Temperatur 1955 – 1941°		Abs. Temperatur 1897 – 1879°	
Abs. Temp.	$\frac{i}{a}$	Abs. Temp.	$\frac{i}{a}$	Abs. Temp.	$\frac{i}{a}$	Abs. Temp.	$\frac{i}{a}$
1996	1,966	1972	1,536	1955	1,475	1897	0,849
1992	2,309	1971	1,753	1955	1,420	1883	0,920
1988	1,985	1969	1,769	1955	1,448	1879	0,816
1987	1,779	1969	1,602	$\frac{1}{T}\cdot 10^6$	$\log\frac{i}{a}$		
		1969	1,505	$=511{,}5$	$=0{,}161$		
		1968	1,640				
				1941	1,284		
				1941	1,191		
1991	2,010	1970	1,634	1941	1,238	1886	0,860
$\frac{1}{T}\cdot 10^6$ $=502$	$\log\frac{i}{a}$ $=0{,}303$	$\frac{1}{T}\cdot 10^6$ $=508$	$\log\frac{i}{a}$ $=0{,}213$	$\frac{1}{T}\cdot 10^6$ $=515$	$\log\frac{i}{a}$ $=0{,}093$	$\frac{1}{T}\cdot 10^6$ $=530$	$\log\frac{i}{a}$ $=-0{,}065$

Von den bei der niedrigsten Temperatur erhaltenen Resultaten abgesehen, wo wegen der schwachen Emission die Messungen sehr ungenau sind, ist auch hier $\log i/a$ eine lineare Funktion von $1/T$ (Fig. 3); aber diese Gerade steigt mit wachsender Temperatur viel steiler, als die entsprechende Isochromate für den schwarzen Körper, so daß für die Wiensche Konstante c_2 aus dieser Neigung zu hoher Wert 23000 berechnet werden könnte. Für Li-Flammen wächst also das Verhältnis i/a viel schneller mit der Temperatur, als die Strahlung des schwarzen Körpers.

Um die Beobachtungen auf noch höhere Temperaturen erweitern zu können, wurden die Flammen des Sauerstoffgebläses benutzt. Auf den Linnemannschen Brenner wurde ein *T*-Rohr aufgesetzt (Fig. 4), in welches ein mit Salzstaub gesättigter Luftstrom aus dem Zerstäuber geblasen wurde. In solchen Flammen konnte man aber nicht die Temperatur direkt messen, da die meisten Teile derselben schon so heiß sind, daß das Platin des Thermoelementes schmilzt. Es wurden die photometrischen Messungen in den zwei Stellen dieser Flammen vorgenommen, wo dünner Platindraht und dünner Draht aus 30 Proz. Platin-Iridium-Legierung eben zu schmelzen anfing. Diese Drähte, ebenso wie solche für Thermoelemente, wurden von der Firma W. C. Heräus in Hanau geliefert und die Schmelztemperatur für reines Platin zu 1780°, für Pt-Ir-Legierung zu 1900° von derselben angegeben.

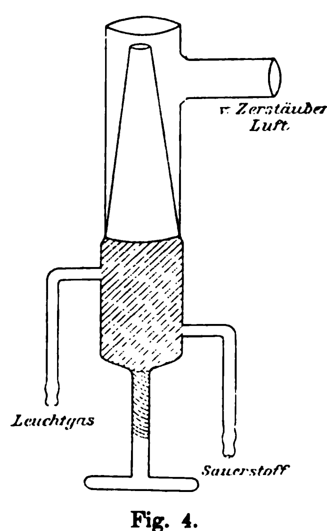


Fig. 4.

Es ergaben sich folgende Zahlen für i/a:

Natrium		Lithium	
Pt-Schmelz-temperatur	Pt-Ir-Schmelz-temperatur	Pt-Schmelz-temperatur	Pt-Ir-Schmelz-temperatur
7,887	11,384	4,681	10,465
5,785	9,699	4,981	12,584
7,312	12,077	4,568	11,268
5,296	10,950	4,663	11,351
6,231	13,071	4,701	
	11,126		
	10,112		
ttel 6,512	11,203	4,719	11,418
log = 0,813	log = 1,049	log = 0,674	log = 1,058

Wenn man die Logarithmen dieser Zahlen auf der Ver-
gerung der gefundenen Geraden aufträgt, so entsprechen
Punkte den Temperaturen in C.°

	Na	Li	Mittel
Pt	1797°	1813°	1808°
Pt-Ir	1910°	1910°	1910°

e Zahlen stimmen mit den Schmelztemperaturen von Pt-
d Pt-Ir-Legierung — 1780° bez. 1900° ziemlich nahe überein.

Die vorliegende Untersuchung zeigt, daß das Kirchhoffsche
setz auf die monochromatischen Flammen, welche die leuchten-
n Metalldämpfe enthalten, nicht anzuwenden ist.

Dieses Resultat ist zu erwarten, wenn man durch die
ingsheimschen[1]) Versuche als bewiesen annimmt, daß die
talldämpfe nur zu leuchten im stande sind, falls eine
mische Reaktion vorhanden ist und die Erhöhung der
mperatur allein sie nicht zum Leuchten bringt. Denn das
rchhoffsche Gesetz stellt die Bedingung, daß die Strahlung
ne Temperaturstrahlung ist.

Es zeigt sich, daß die Änderung der Funktion log i/a
; der Temperatur in beiden untersuchten Fällen von der
n Kirchhoffschen Gesetz vorgeschriebenen in verschiedenen
htungen abweicht. Während diese Funktion für Na-Flammen

1) E. Pringsheim, Wied. Ann. 45. p. 428. 1892.

mit der Temperatur langsamer zunimmt, als log. der Strahlung des schwarzen Körpers, ist die Zunahme derselben für Li-Flammen eine erheblich schnellere, als für die entsprechende Isochromate des schwarzen Körpers. In beiden Fällen bleibt aber $\log i/s$ eine lineare Funktion von $1/T$.

In welcher Weise diese Tatsachen in Einklang mit der Theorie gebracht werden können, sollen die weiteren Untersuchungen der Strahlung von Metalldämpfen in Flammen aufklären.

St. Petersburg, 15. Februar 1903.

(Eingegangen 23. Mai 1903.)

Über gewisse Regelmäßigkeiten der Molekularvolumina von anorganischen Salzen in wässeriger Lösung; von Carl Forch.

Um sich eine Vorstellung von der Veränderung, welche das Volumen eines in Wasser gelösten Stoffes durch den Vorgang der Lösung bez. den der weiteren Verdünnung erfährt, bilden zu können, pflegt man das Molekularvolumen des gelösten Stoffes unter der Voraussetzung zu berechnen, daß das Volumen des Lösungsmittels verändert bleibt. Man könnte natürlich auch mit demselben Recht das Umgekehrte annehmen und die ganze tatsächlich beobachtete Volumenkontraktion als an dem Lösungsmittel geschehen auffassen.[1]) Der Lösungsvorgang wird nun in Wirklichkeit so erfolgen, daß beide Körper — der gelöste Stoff und das Lösungsmittel — ihr Volumen ändern. Es soll im folgenden der Versuch gemacht werden, diese Volumenänderungen aus den in der Literatur vorliegenden spezifischen Gewichten für eine Reihe von Salz- etc. Lösungen *getrennt* zu berechnen und zwar ohne eine der beiden erwähnten beschränkenden Voraussetzungen.

In einem Liter Lösung vom spezifischen Gewicht s seien m_S Grammmoleküle eines Salzes gelöst; beträgt A_S das Molekulargewicht des Salzes, so ist der Gehalt m_W an Grammmolekülen des Lösungsmittels im Liter Lösung gegeben durch

$$m_W = \frac{s - m_S \cdot A_S}{A_W},$$

worin A_W das Molekulargewicht des Lösungsmittels bedeutet. Sind φ_S und φ_W die Molekularvolumina des Salzes und des Lösungsmittels, beide im Zustand des „Ineinandergelöstseins", so muß die Beziehung bestehen:

$$m_S \cdot \varphi_S + m_W \cdot \varphi_W = 1000.$$

Die einzige hierbei stillschweigend gemachte Voraussetzung ist, daß beide Körper in der Lösung so weiter bestehen, daß ihre Moleküle als selbständige Individuen vorhanden sind.

1) F. Kohlrausch u. W. Hallwachs, Nachr. d. k. Ges. d. Wissenschaften zu Göttingen p. 355 u. 356. 1893.

Die Molekularvolumina werden Funktionen der Konzentrationen sein; also:

$$\varphi_S = f_1(m_S, m_W), \quad \varphi_W = f_2(m_S, m_W).$$

Es wäre nun möglich für diese Ausdrücke Reihen einzusetzen und die Konstanten derselben aus den Beobachtungen zu berechnen. Doch wäre die Rechnung wegen der Umständlichkeit kaum durchführbar. Setzt man voraus, daß sich die φ_S und φ_W nirgends sprungweise und in kleinen Intervallen überhaupt linear ändern, so wird man leicht auf einfachem Wege zu Näherungswerten gelangen. Die Diskussion dieser Werte muß dann für jeden einzelnen Fall nachträglich zeigen, ob dies Verfahren erlaubt ist. Sind die Konzentrationen, für welche zwei benachbarte spezifische Gewichte beobachtet sind, so wenig voneinander verschieden, daß man die Änderung der letzteren proportional derjenigen der Konzentration setzen kann, so wird man auch innerhalb dieses Intervalles die φ_S und φ_W konstant (d. h. gleich dem arithmetischen Mittel aus dem Anfangs- und Endwert für das Intervall) setzen dürfen. Man erhält mithin, wenn m_{S_1} und m_{S_2} bez. m_{W_1} und m_{W_2} zwei benachbarte, paarweise zusammengehörige Gehalte sind, die Molekularvolumina durch Auflösung der Gleichungen:

$$m_{S_1} \cdot \varphi_S + m_{W_1} \varphi_W = 1000,$$

$$m_{S_2} \cdot \varphi_S + m_{W_2} \varphi_W = 1000.$$

Berechnet man auf diese Weise für einen Körper aus einer Reihe von spezifischen Gewichtsbestimmungen die φ_S und φ_W und trägt die Werte graphisch auf, so wird man ein nicht weit von der Wirklichkeit entferntes Bild der Volumenverhältnisse erhalten, das nicht durch beschränkende Voraussetzungen beeinflußt ist. Ergibt die Rechnung hierbei für eines der beiden Volumina unmögliche, d. h. vor allem negative Werte, so wird dies bedeuten, daß die oben erwähnte Voraussetzung des gesonderten Fortbestehens der Moleküle der beiden Körper nicht berechtigt war.

Als Beispiel dieser Berechnungsweise und gleichzeitig zur Charakterisierung der verschiedenen Typen gelöster Stoffe sind in Tab. I die ausführlichen Werte für Zucker, H_3PO_4, NaCl, H_2SO_4 und $MgSO_4$ zusammengestellt. Das Molekularvolumen der *festen* Substanzen ist mit Φ bezeichnet beigefügt.

m_S	Zucker			[illegible]			[illegible]			[illegible]			[illegible]		
	m_W	φ_S	φ_W	m_W	φ_S	φ_W	m_W	φ_S	φ_W	m_W	φ_S	φ_W	m_W	φ_S	φ_W
0,00125	55,464			—	—	—	—	—	—	—	—	—	—		
0,0025	55,450	209,1	18,027	55,478₂			—	—	—	—	—	—	55,479₀	negativ	
0,0050	55,420	209,8	18,024	55,467₇	40,38	18,024	55,474			55,476₃			55,479₄	negativ	
0,010	55,362	209,8₁	18,025	55,456₀	42,18	18,024	55,470	16,225	18,028	55,478₄	10,454	18,024	55,479₉	negativ	
0,020	55,245	209,6₈	18,025	55,432₅	42,86	18,024	55,461	16,222	18,025	55,466₄	12,216	18,024	55,481₅	negativ	
0,025	55,186	209,8	18,024	—	48,62	18,024	–			—	18,156	18,024	—	negativ	
0,030	—	209,9	18,024	55,408₃			—	16,402	18,024	55,459₁			—	negativ	
0,050	54,897			55,358₉	44,52	18,024	55,433			55,443₁	14,416	18,024	55,488₃	negativ	
0,100	54,814	210,0	18,024	55,232₉	45,42	18,023	55,387	16,799	18,024	55,401	15,189	18,022	55,486₅		
0,200	53,147	210,3	18,024	54,977	46,19	18,022	55,292	17,121	18,024	55,311	16,219	18,022	55,484₆	0,342	18,024
0,25	52,563	210,7	18,023	—	46,66	18,021	—	17,392	18,023	—	16,760	18,022	55,488	0,577	18,024
0,30	51,977	211,1	18,021	54,718			55,196			55,218			55,480	1,081	18,019
0,50	49,631	211,4	18,020	54,196	47,03	18,018	54,998	17,805	18,021	55,028	17,115	18,016	55,462	1,621	18,016
1,0	43,744	212,1	18,012	52,893	46,95	18,018	54,480	18,661	18,013	54,538	17,652	18,012	55,385	2,773	18,005
2,0	31,756	215,1	17,942	50,242	47,73	18,003	53,376	19,862	17,991	53,534	18,066	18,004	55,119	4,778	17,962
3,0	19,545	217,4	17,801	47,544	48,49	17,972	52,196	21,171	17,942	52,495	18,684	17,982	54,739	6,800	17,896
4,0				44,802	49,17	17,931	50,960	22,111	17,889	51,429	19,142	17,955	54,249	8,717	17,790
5,0				42,027	49,64	17,891	49,681	21,807	17,832	50,341	19,505	17,928	53,652	10,54	17,661
7,0				36,367	50,38	17,801				48,040	20,510	17,827			
10,0				27,656	51,22	17,639				44,339	20,976	17,644			
12,0				21,672	51,97	17,379				41,797	22,278	17,528			
15,0				12,488	52,42	17,123				37,861	22,802	17,379			
20										31,156	23,13	17,248			
25										24,091	23,78	16,881			
30										16,416	24,57	16,009			
35										6,508	26,12	18,182			
Φ		214,8			52,0			27,0			27,0			22,7	

Die φ_S und φ_W sind jeweils aus den beiden Gehalten berechnet, zwischen welchen sie stehen. Vergegenwärtigt man sich, daß bei dieser Art der Berechnung die Endwerte φ Zahlen proportional sind, welche häufig als die Differenz zweier fast gleich großer Zahlen in die Rechnung eingehen, so wird man verstehen, weshalb die φ_S und φ_W zuweilen nicht so regelmäßig verlaufen, als man vielleicht erwarten möchte.

Während für den Nichtelektrolyten Zucker die φ_S sich kaum ändern und nur wenig von Φ verschieden sind, und für die schlecht leitende Phosphorsäure erst bei ziemlich starker Verdünnung anfangen bedeutend abzunehmen, werden bei den gut leitenden Lösungen von NaCl, H_2SO_4 und $MgSO_4$ die φ schon bei ziemlich hohen Gehalten klein. Aber die Dissoziation hat trotzdem nicht den ausschlaggebenden Einfluß auf das Verhalten der Molekularvolumina, denn H_2SO_4 und NaCl stehen in ihrem Verhalten hier der Phosphorsäure viel näher als $MgSO_4$. Während bei jenen φ_S in Verdünnungen bis $m = 0{,}005$ immer noch mögliche Werte aufweist, wird für $MgSO_4$ bei etwa $m = 0{,}1$ φ_S gleich Null und dann negativ; dieses Salz scheidet also nach den früheren Überlegungen für unsere Betrachtungen jedenfalls für die starken Verdünnungen aus. Vergleicht man die φ_S und φ_W miteinander, so ergibt sich, daß sich beide wesentlich ähnlich verhalten. Jeder der beiden in der Lösung vorhandenen Körper ändert sein Molekularvolumen dann relativ am raschesten, wenn sein Anteil an der Lösung klein ist; d. h. das Molekularvolumen eines Stoffes wird mehr durch die Anwesenheit eines fremden als durch die eines gleichartigen Moleküls beeinflußt. — Aus den Werten m_W für $MgSO_4$ folgt, daß Lösungen mit negativem φ_S zwar durch den Gehalt an *Salz*molekülen, nicht aber durch den Gehalt an *Wasser*molekülen für je ein Liter Lösung definiert sind, da im Anfang mit wachsendem Salzgehalt auch der Wassergehalt im Liter steigen muß, um ein höheres spezifisches Gewicht zu bewirken. Vgl. auch in Tab. II Na_2CO_3.

Im weiteren wurde eine größere Anzahl spezifischer Gewichtsbestimmungen in analoger Weise durchgerechnet. Bei der Auswahl waren folgende Gesichtspunkte maßgebend: die Verdünnungen sollten bis mindestens etwa $m = 1$ herabgehen und die Werte des spezifischen Gewichtes in der *Original*arbeit

Tabelle II.

KFl.

m_W	φ_S	φ_W
54,919		
	13,624	17,993
54,186		
	15,973	17,905
52,243		
	19,460	17,630
49,468		
	20,538	17,480
46,024		

KCl.

m_S	m_W	φ_S	φ_W
0,691	54,370		
		29,763	18,015
1,427	53,154		
		31,146	17,978
2,208	51,801		
		31,417	17,956
3,039	50,344		
		32,510	17,901
3,213	50,028		

KBr.

m_W	φ_S	φ_W
54,625		
	36,837	18,014
53,670		
	38,297	17,988
51,449		
	39,315	17,960
48,785		
	40,828	17,849
46,891		

KJ.

m_S	m_W	φ_S	φ_W
0,312	54,660		
		45,933	18,034
1,407	51,871		
		48,524	17,962
2,301	49,456		
		49,655	17,908
3,366	46,503		
		49,880	17,894
4,654	42,916		
		51,389	17,731
5,401	40,751		

KNO_3.

m_W	φ_S	φ_W
54,353		
	40,650	18,014
53,120		
	42,260	17,991
51,771		
	42,443	17,985
50,322		
	42,737	17,965
49,713		

$\frac{1}{2}$ K_2CO_3.

m_S	m_W	φ_S	φ_W
0,756	54,887		
		7,222	18,121
1,579	54,559		
		13,653	17,945
3,448	53,103		
		20,750	17,482
5,641	50,500		
		22,323	17,302
8,198	47,202		
		24,844	16,887
11,157	42,849		

$\frac{1}{2}$ K_2SO_4.

m_W	φ_S	φ_W
54,830		
	22,116	17,826
54,031		

KOH.

m_S	m_W	φ_S	φ_W
0,777	55,219		
		8,980	17,982
1,612	54,802		
		11,316	17,920
2,508	54,236		
		13,037	17,835
3,467	53,531		
		14,928	17,713
4,491	52,668		
		16,255	17,602
5,583	51,660		
		17,621	17,456
6,744	50,488		
		18,749	17,305
7,978	49,151		
		19,363	17,206
9,292	47,673		
		20,373	17,004
10,695	45,992		

$\frac{1}{2}$ Na_2CO_3.

m_W	φ_S	φ_W
55,486		
	−1,80	18,022
55,490		
	−1,17	18,023
55,508₀		
	+0,029	18,017
55,502₆		
	1,800	18,000
55,453		
	4,386	17,952
55,203		
	6,787	17,871
54,826		

Tabelle III.

Molekularvolumina φ_S für ganzzahlige Molekul

m	KFl	KCl	KBr	KJ	KNO_3
1	12,5 *10,9*	29,6 *7,7*	37,4 *6,9*	46,8 *7,2*	41,4 *7,0*
2	15,0 *8,4*	31,2 *7,1*	38,8 *5,5*	48,2 *5,8*	42,5 *5,9*
3	16,9 *6,5*	32,4 *4,9*	40,2 *4,1*	49,6 *4,4*	43,5 *4,9*
4	18,0 *5,4*	—	41,4 *2,9*	50,7 *3,3*	—
5	19,1 *4,3*	—	—	51,4 *2,6*	—
6	—	—	—	—	—
7	—	—	—	—	—
8	—	—	—	—	—
Φ =	23,4	37,3	44,3	54,0	48,4

m	$NaBrO_3$	NaOH	$\frac{1}{2} Na_2CO_3$	$\frac{1}{2} Na_2SO_4$	LiCl
1	38,2 *7,0*	negativ	2,8 *18,7*	12,5 *14,3*	19,1 *1,8*
2	39,6 *5,6*	1,4 *17,4*	5,7 *15,8*	—	20,0 *0,9*
3	—	3,6 *15,2*	8,0 *13,5*	—	20,6 *0,3*
4	—	5,5 *13,3*	—	—	20,9 *0,0*
5	—	6,8 *12,0*	—	—	21,1 *−0,2*
6	—	8,3 *10,5*	—	—	—
7	—	9,8 *9,0*	—	—	—
8	—	11,0 *7,8*	—	—	—
Φ =	45,2	18,8	21,5	26,8	20,9

m	$\frac{1}{2} CaCl_2$	$\frac{1}{2} SrCl_2$	$\frac{1}{2} BaCl_2$	$\frac{1}{2} MgCl_2$	$\frac{1}{2} ZnCl_2$	$\frac{1}{2} CdCl_2$
1	11,0 *14,0*	11,4 *14,6*	14,6 *12,4*	9,2 *12,6*	12,5 *12,2*	12,9 *12,1*
2	12,9 *12,1*	13,0 *13,0*	16,0 *11,0*	11,0 *10,8*	15,6 *9,1*	15,7 *9,3*
3	13,4 *11,6*	14,6 *11,4*	17,0 *10,0*	12,1 *9,7*	17,4 *7,3*	16,7 *8,3*
4	15,2 *9,8*	—	—	13,2 *8,6*	18,3 *6,4*	17,3 *7,7*
5	16,0 *9,0*	—	—	14,2 *7,6*	19,1 *5,6*	17,8 *7,2*
Φ =	25,0	26,0	27,0	21,8	24,7	25,0

m	$\frac{1}{2} Sr(NO_3)_2$	$\frac{1}{2} Ba(NO_3)_2$	$\frac{1}{2} Mg(NO_3)_2$	$\frac{1}{2} Cd(NO_3)_2$	$\frac{1}{2} Pb(NO_3)_2$	$\frac{1}{2} MgSO_4$
1	24,6 *11,4*	28,0 *12,5*	21,0	23,4	24,7 *12,8*	3,5 *19,2*
2	27,0 *9,0*	—	21,9	24,6	30,1 *7,4*	5,8 *16,9*
3	29,3 *6,7*	—	—	25,8	—	7,8 *14,9*
4	31,3 *4,7*	—	—	26,9	—	9,6 *13,1*
5	—	—	—	28,0	—	11,2 *10,5*
Φ =	36,0	40,5	?	?	37,5	22,7

Tabelle III.

…*schrift* sind die Werte $\Phi - \varphi_S$ beigesetzt.

…	$\frac{1}{2}K_2SO_4$	NaCl	NaJ	$NaNO_3$	$NaClO_3$
…,2	22,2 *10,7*	19,0 *8,0*	37,0 *5,2*	30,7 *7,2*	38,2 *8,4*
…,6	—	20,4 *6,6*	40,1 *2,1*	32,3 *5,6*	39,5 *7,1*
…,9	—	21,7 *5,3*	42,7 *−0,5*	33,3 *4,6*	40,7 *5,9*
…,0	—	22,5 *4,5*	—	34,0 *3,9*	41,5 *5,1*
…,8	—	—	—	—	—
	—	—	—	—	—
	—	—	—	—	—
	—	—	—	—	—
	32,9	27,0	42,2	37,9	46,6

…	NH_4J	NH_4NO_3	$\frac{1}{2}NH_4SO_4$	$AgNO_3$
2,8	56 *3,3*	47,3 *−1,3*	30,5 *7,1*	30,9 *8,3*
3,8	56 *3,3*	48,7 *−2,7*	32,5 *5,1*	32,7 *7,0*
4,6	56 *3,3*	49,7 *−3,7*	34,2 *3,4*	34,0 *5,2*
4,9	—	50,4 *−4,4*	35,4 *2,2*	35,0 *4,2*
	—	50,9 *−4,9*	—	35,8 *3,4*
	—	—	—	—
	—	—	—	—
	—	—	—	—
	59,3	46,0	37,6	39,2

…	$\frac{1}{2}BaBr_2$	$\frac{1}{2}ZnBr_2$	$\frac{1}{2}CdBr_2$	$\frac{1}{2}SrJ_2$	$\frac{1}{2}CdJ_2$	$\frac{1}{2}Ca(NO_3)_2$
…,6	25,9 *9,4*	20,0 *11,0*	22,9 *5,5*	26,9 *11,8*	33,4 *−1,0*	21,5 *13,3*
…,8	27,2 *8,1*	22,0 *9,0*	24,0 *4,4*	29,0 *9,7*	34,8 *−2,4*	23,1 *11,7*
…,4	28,2 *7,1*	23,7 *7,3*	24,7 *3,7*	31,1 *8,6*	35,4 *−3,0*	24,5 *10,3*
…,8	29,0 *6,3*	25,0 *6,0*	25,1 *3,3*	32,2 *5,5*	36,0 *−3,6*	25,9 *8,9*
…,2	29,6 *5,7*	26,0 *5,0*	—	—	—	27,3 *7,5*
	35,8	31,0	28,4	38,7	32,4	34,8

…	$\frac{1}{2}CuSO_4$	$\frac{1}{2}MnSO_4$	$\frac{1}{2}FeSO_4$	$\frac{1}{2}NiSO_4$	$\frac{1}{6}Ce_2(SO_4)_3$
…,2	2,9 *19,3*	8,7 *16,6*	6,5 *18,9*	2,0 *17,5*	5,9 *18,3*
…,7	5,0 *17,2*	11,0 *14,3*	9,7 *15,7*	4,7 *14,8*	8,0 *16,2*
…,8	—	12,0 *13,3*	13,9 *11,5*	6,5 *13,0*	—
…,0	—	12,5 *12,8*	—	—	—
	—	—	—	—	—
	22,2	25,3	25,4	19,5	24,2

mit mindestens vier Dezimalen gegeben sein [1]; die letzte Beschränkung wurde bei einigen trotzdem wohlverbürgten Zahlen außer acht gelassen. Außerdem wurden im allgemeinen nur solche Salze gewählt, für die Angaben der spezifischen Gewichte im festen Zustand vorlagen, da eine Vergleichung mit dem Molekularvolumen der festen Substanz wünschenswert erschien. In Tab. II sind die Ergebnisse für alle Kalisalze und für kohlensaures Natrium zusammengestellt. Von der Wiedergabe der anderen Werte in ausführlicher Weise konnte abgesehen werden, da die Ersetzung des Kaliumatoms durch andere Metallatome keine *wesentliche* Änderung gegenüber dem Verhalten der Kalisalze ergab.

Aus den für die einzelnen Gehalte folgenden Molekularvolumina wurden nun durch graphische Darstellung die φ_s für ganzzahlige Molekulargehalte gewonnen. Dieselben sind für alle benutzten Salze in Tab. III von $m = 1$ an aufwärts angeführt. Tab. III enthält außerdem die Differenz $\Phi - \varphi_s$, welche die molekulare Volumenkontraktion des flüssigen Zustandes gegenüber dem festen darstellt.

Um das Verhalten der einzelnen Salze in vergleichbaren Zuständen beurteilen zu können, gibt Tab. IV eine Zusammenstellung der $\Phi - \varphi_S$ für $m = 1$ für alle bisher aufgeführten Salze und für Schwefelsäure. Betrachtet man die Halogenverbindungen, Bromate, Jodate und Nitrate von Na und K, so findet man, daß $\Phi - \varphi_S$ nur wenig verschiedene Werte ergibt, obwohl die Φ selbst zwischen 23 und 54 liegen. Auch das wie jene einwertige $AgNO_3$ schließt sich ihnen an. Scharf davon getrennt sind die Hydrate und Karbonate, während für die beiden Sulfate aus später angeführten Gründen hier keine einwandfreien Schlüsse gestattet sind. Bei den Halogenverbindungen und Nitraten der zweiwertigen Elemente von Ca bis Pb unter Ausschluß des Kadmiums fällt wiederum eine bemerkenswerte Konstanz in $\Phi - \varphi_S$ auf, obwohl auch hier

1) Von den an verschiedenen Stellen angeführten Zahlen, welche Gerlach in Fresenius' Zeitschr. für analyt. Chemie 8. p. 869 nach anderen Beobachtern interpoliert hat, konnten nur wenige gebraucht werden, da eine Vergleichung mit den Beobachtungen ergab, daß die Interpolation bezüglich der Konzentration oft zu weitgehend angestellt war. So mußten denn viele Halogenverbindungen, Chlorate, Bromate und Jodate weggelassen werden.

ı Φ sich auf das Intervall von 22 bis 40 verteilen. Die fate der zweiwertigen Elemente — abermals unter Ausıluß des Kadmiums — ergeben für sich auch wieder sehr ıe gleiche Werte von $\Phi - \varphi_S$. Wir haben mithin als lekulare Volumenkontraktion bezogen auf den Gehalt von em Gramm- (bez. Äquivalent-)Molekül im Liter der Lösung drei einwertige mit einwertigem Radikal verbundene Elemente ı Wert 7,6 ± 0,95, ebenso für eine Reihe zweiwertiger ımente in Verbindung mit einwertigen Radikalen den Wert 4 ± 0,96, und schließlich für zweiwertige Elemente (einließlich des Ce), die an die zweiwertige Schwefelsäure gebunden l, den Wert 18,6 ± 0,93 gefunden. — Hätte man bei den hrwertigen Verbindungen statt der Äquivalentgehalte die lekulargehalte genommen, so wäre die Differenz $\Phi - \varphi_S$ für = 1 etwa auf den doppelten Betrag, also auf etwa 25 bez. 36 rachsen. Es ergibt sich dies unschwer aus der Tab. III, ı welcher dann die Werte $2 . [\Phi - \varphi_{S(m=2)}]$ zu entnehmen ren; nur Cersulfat müßte ausfallen.

Tabelle IV.

$\Phi - \varphi_S$ für $m = 1$.

	Fl	Cl	Br	J	NO_3	ClO_3	BrO_3	OH	$\frac{1}{2}CO_3$	$\frac{1}{2}SO_4$
.	—	—	—	—	—	—	—	—	—	9,3
H4	—	−2,8	—	3,3	−1,3	—	—	—	—	7,1
i	—	1,8	—	?	—	—	—	—	—	—
la	—	8,0	—	5,2	7,2	8,4	7,0	>19	18,7	14,3
.	10,9	7,7	6,9	7,2	7,0	—	—	18,1	24,2	10,7
g	—	—	—	—	8,3	—	—	—	—	—
a	—	14,0	—	—	13,3	—	—	—	—	—
r	—	14,6	11,6	11,8	11,4	—	—	—	—	—
a	—	12,4	9,4	—	12,5	—	—	—	—	—
lg	—	12,6	—	—	?	—	—	—	—	19,2
'a	—	12,2	11,0	—	—	—	—	—	—	20,1
d	—	12,1	5,5	−1,0	?	—	—	—	—	14,2
u	—	—	—	—	—	—	—	—	—	19,3
Mn	—	13,5	—	—	—	—	—	—	—	16,6
Fe	—	—	—	—	—	—	—	—	—	18,9
Ni	—	—	—	—	—	—	—	—	—	17,5
Pb	—	—	—	—	12,8	—	—	—	—	—
Ce	—	—	—	—	—	—	—	—	—	18,3

Es ist noch kurz auf die Verbindungen einzugehen, welche sich hier nicht einfügen. Daß die NH_4-Salze ein anderes Verhalten als die Salze mit rein elementarem Kation beobachten, kann nicht überraschen, da die *zusammengesetzte* Gruppe NH_4 bezüglich ihres Volumens sich eben anders verhalten wird als ein einfaches Molekül. — Da außer LiCl kein anderes Li-Salz verglichen werden kann, so läßt sich an die eine Abweichung keine weitere Diskussion knüpfen.[1]) — Na_2SO_4 zeigt ein ganz auffallendes Verhalten. Aus den Beobachtungen, welche von zwei verschiedenen Seiten [2]) vorliegen, folgt in dem Intervall von $m = 0,5$ bis $m = 2,4$ ein Ansteigen von φ_s mit wachsendem Gehalt. Für K_2SO_4 liegen nur Messungen der spezifischen Gewichte für zwei Konzentrationen vor, so daß die Frage, ob sich die Sulfate einwertiger Elemente prinzipiell anders verhalten als die anderen Salze, nicht entschieden werden kann. — Kadmium zeigt auch im Leitvermögen Abweichungen von dem Verhalten anderer ihm chemisch nahe stehender Elemente; so ist bei ihm die Reihenfolge der Zunahme des Leitvermögens innerhalb der Halogengruppe die umgekehrte wie bei anderen Elementen.[3]) Es mag deshalb auch nicht auffallen, wenn hier Abweichungen zu finden sind.

Mit Bezug auf das den Berechnungen zugrunde liegende Material[4]) sei bemerkt, daß die spezifischen Gewichte vieler Salze — benutzt wurden die in den Tabellen von Landolt und Börnstein gegebenen Mittelwerte — noch mit solch

---

1) *Anmerkung bei der Korrektur:* Bei den von G. Happart (Mem. de la Soc. roy. des Sciences de Liége (3) 4. p. 37. 1903) angestellten Betrachtungen ergibt sich auch für LiJ eine Ausnahmestellung, welche dasselbe dem NH_4Cl nahe bringt.

2) F. Kohlrausch, Wied. Ann. 6. p. 19. 1879; E. Klein, Wied. Ann. 27. p. 158. 1886.

3) O. Grotrian, Wied. Ann. 18. p. 196. 1883.

4) Die der Rechnung zugrunde gelegten spezifischen Gewichtsbestimmungen entstammen zumeist Arbeiten von F. Kohlrausch u. P. Kremers. Erstere sind überwiegend in der Zusammenstellung in: Leitvermögen der Elektrolyte von F. Kohlrausch u. L. Holborn (Leipzig 1898), letztere in der Arbeit von G. Gerlach in Fresenius' Zeitschr. f. anal. Chemie 8. p. 248 bis 264. 1869 zu finden. Wo an beiden Stellen Angaben für ein und dasselbe Salz sich finden, sind die zuerst erwähnten benutzt. Für Tab. I gelten die Angaben von F. Kohlrausch u. W. Hallwachs, Wied. Ann. 53. p. 39. 1894.

[..]ßen Unsicherheiten behaftet sind, daß eine *exakte* Neube[..]mmung ebenso wünschenswert wäre, wie die Ausdehnung [..]er Messungen auf die übergroße Zahl überhaupt noch nicht [..]essener Salze. Hierbei müßten dann aber auch die Formen mit [..]chiedenem Kristallwassergehalt systematisch berücksichtigt [..]rden. Auch bei den spezifischen Gewichten der Lösungen [..] eine Erweiterung des vorliegenden Materiales erwünscht [..]wohl bezüglich der Genauigkeit der Messung bei vielen Salzen, [..] der Ausdehnung des Konzentrationsbereiches nach der [..]ite der verdünnten und oft auch nach der Seite der ge[..]ttigten Lösungen hin, vor allem aber bezüglich der Aus[..]hnung der Untersuchung auf Salze, welche zwar noch ziem[..]h gut löslich sind, von denen aber überhaupt Angaben [..]len. So fehlen für viele Salze, welche Kremers u. a. [..]ar in hohen Konzentrationen gemessen haben, die Anschluß[..]hlen nach der Seite der verdünnten Lösungen hin. Erst [..]nn so das Material bedeutend erweitert ist, wird sich be[..]teilen lassen, ob die vorstehend angedeuteten Regelmäßig[..]iten mehr sind als ein durch die beschränkte Zahl der be[..]cksichtigten Salze bedingter Zufall.

Darmstadt, Physik. Institut der Technischen Hochschule.

(Eingegangen 23. Juni 1903.)

7. *Zur Theorie der magneto-elastischen Wechselbeziehungen; von Adolf Heydweiller.*

Im gleichförmigen Magnetfelde von der Stärke $\mathfrak{H}$ befinde sich parallel den Kraftlinien ein ferromagnetischer Draht oder gestreckter Stab mit relativ kleinen Querdimensionen von der Länge l und dem Querschnitte q, gespannt durch eine Kraft $p.q$; einer Verlängerung dl entspreche eine Volumenänderung dv und eine Zunahme der magnetischen Induktion $\mathfrak{B}$ des Drahtes um $d\mathfrak{B}$, es ist dann die entsprechende Arbeit der äußeren Kräfte:

$$dA = p.q.dl + \frac{q.l}{4\pi}\mathfrak{H}\,d\mathfrak{B} + \frac{\mathfrak{H}\mathfrak{B}}{4\pi}dv,$$

wenn die Arbeit des Atmosphärendruckes auf die Mantelfläche bei der mit der Längsdehnung verbundenen Querkontraktion vernachlässigt wird; das ist bei den der Beobachtung zugänglichen Verhältnissen praktisch zulässig.

Wir betrachten die Temperatur T, die Zugkraft pro Querschnittseinheit p und die Feldstärke $\mathfrak{H}$ als unabhängige Variabele und setzen:

$$dA = A_1\,dT + A_2\,dp + A_3\,d\mathfrak{H},$$

es ist dann

$$A_1 = q\left(p\frac{\partial l}{\partial T} + \frac{l\mathfrak{H}}{4\mu}\frac{\partial\mathfrak{B}}{\partial T}\right) + \frac{\mathfrak{H}\mathfrak{B}}{4\pi}\frac{\partial v}{\partial T}$$

$$= v\left(p\frac{\partial\,\mathrm{lognat}\,l}{\partial T} + \frac{\mathfrak{H}}{4\pi}\frac{\partial\mathfrak{B}}{dT} + \frac{\mathfrak{H}\mathfrak{B}}{4\mu}\frac{\partial\,\mathrm{lognat}\,v}{\partial T}\right)$$

$$A_2 = v\left(p\frac{\partial\,\mathrm{lognat}\,l}{\partial p} + \frac{\mathfrak{H}}{4\pi}\frac{\partial\mathfrak{B}}{\partial p} + \frac{\mathfrak{H}\mathfrak{B}}{4\pi}\frac{\partial\,\mathrm{lognat}\,v}{\partial p}\right)$$

$$A_3 = v\left(p\frac{\partial\,\mathrm{lognat}\,l}{\partial\mathfrak{H}} + \frac{\mathfrak{H}}{4\pi}\frac{\partial\mathfrak{B}}{\partial\mathfrak{H}} + \frac{\mathfrak{H}\mathfrak{B}}{4\pi}\frac{\partial\,\mathrm{lognat}\,v}{\partial\mathfrak{H}}\right).$$

Es seien ferner U die Energie, S die Entropie des Drahtes, und die ihm bei der Änderung von T, p und $\mathfrak{H}$ um dT, dp und $d\mathfrak{H}$ zugeführte Wärme:

$$dQ = Q_1\,dT + Q_2\,dp + Q_3\,d\mathfrak{H},$$

dann ist

$$Q_1 + A_1 = \frac{\partial U}{\partial T}, \quad Q_2 + A_2 = \frac{\partial U}{\partial p}, \quad Q_3 + A_3 = \frac{\partial U}{\partial \mathfrak{H}},$$

$$\frac{Q_1}{T} = \frac{\partial S}{\partial T}, \qquad \frac{Q_2}{T} = \frac{\partial S}{\partial p}, \qquad \frac{Q_3}{T} = \frac{\partial S}{\partial \mathfrak{H}},$$

mithin

$$\frac{\partial (Q_2 + A_2)}{\partial \mathfrak{H}} = \frac{\partial (Q_3 + A_3)}{\partial p},$$

$$\frac{\partial Q_2}{\partial \mathfrak{H}} = \frac{\partial Q_3}{\partial p},$$

und es folgt

$$\frac{\partial A_2}{\partial \mathfrak{H}} = \frac{\partial A_3}{\partial p}.$$

Das ergibt weiter:

$$p\frac{\partial \operatorname{lognat} l}{\partial p}\frac{\partial v}{\partial \mathfrak{H}} + v\left(\frac{1}{4\pi}\frac{\partial \mathfrak{B}}{\partial p} + \frac{\mathfrak{B}}{4\pi}\frac{\partial \operatorname{lognat} v}{\partial p}\right)$$
$$= p\frac{\partial \operatorname{lognat} l}{\partial \mathfrak{H}}\frac{\partial v}{\partial p} + v\frac{\partial \operatorname{lognat} l}{\partial \mathfrak{H}},$$

die übrigen bei der Differentiation auftretenden Glieder heben sich fort. Division der letzten Gleichung durch v und andere Ordnung der Glieder ergibt:

$$\frac{\partial \operatorname{lognat} l}{\partial \mathfrak{H}}\left(1 + p\frac{\partial \operatorname{lognat} v}{\partial p}\right) - p\frac{\partial \operatorname{lognat} l}{\partial p}\frac{\partial \operatorname{lognat} v}{\partial \mathfrak{H}}$$
$$= \frac{1}{4\pi}\frac{\partial \mathfrak{B}}{\partial p} + \frac{\mathfrak{B}}{4\pi}\frac{\partial \operatorname{lognat} v}{\partial p}.$$

Hierin ist

$$\frac{\partial \operatorname{lognat} l}{\partial p} = \frac{1}{E},$$

der reziproke Elastizitätsmodul, ferner, wenn wir das Verhältnis von Querkontraktion zur Längsdilatation gleich $^1/_3$ annehmen

$$\frac{\partial \operatorname{lognat} v}{\partial p} = \frac{1}{3E};$$

sodann ist

$$\mathfrak{B} = \mu\mathfrak{H} = (1 + 4\pi\varkappa)\mathfrak{H},$$

wo μ die magnetische Permeabilität, $\varkappa$ die Magnetisierungszahl (Suszeptibilität), also

$$\frac{\partial \mathfrak{B}}{\partial p} = 4\pi\mathfrak{H}\frac{\partial \varkappa}{\partial p}$$

und, wenn wir 1 gegen $4\pi\varkappa$ vernachlässigen, was bei den hier in Betracht kommenden Metallen Eisen, Kobalt und Nickel abgesehen von sehr kleinen und sehr großen Werten von $\mathfrak{H}$ zulässig ist,

$$\frac{\mathfrak{B}}{4\pi} = \varkappa\,\mathfrak{H},$$

also erhalten wir

$$\frac{\partial \operatorname{lognat} l}{\partial \mathfrak{H}}\left(1 + \frac{p}{3E}\right) - \frac{p}{E}\frac{\partial \operatorname{lognat} v}{\partial \mathfrak{H}} = \mathfrak{H}\left(\frac{\partial \varkappa}{\partial p} + \frac{\varkappa}{3E}\right).$$

Der größtmögliche Wert von p ist durch die Tragfähigkeit der obigen Metalle gegeben, die etwa 60 kg-Gew./mm² oder 6.10^9 C.G.S.-Einh. beträgt; der Elastizitätsmodul für Eisen, Stahl und Nickel ist ungefähr von der Größe $E = 2.10^{12}$, also ist $p/3E < 10^{-3}$ gegen 1 zu vernachlässigen. Da ferner $\partial \operatorname{lognat} v/\partial\mathfrak{H}$ immer kleiner ist als $\partial \operatorname{lognat} l/\partial\mathfrak{H}$, so ist wegen des Faktors p/E auch das dritte Glied der linken Seite gegen das erste zu vernachlässigen, und wir erhalten die einfache Beziehung

$$\text{(1)} \qquad \frac{1}{l}\frac{\partial l}{\partial \mathfrak{H}} = \mathfrak{H}\varkappa\left(\frac{1}{\varkappa}\frac{\partial \varkappa}{\partial p} + \frac{1}{3E}\right).$$

Differentiation nach p ergibt unter Berücksichtigung der identischen Gleichung

$$\text{(2)} \qquad \frac{\partial}{\partial p}\left(\frac{1}{l}\frac{\partial l}{\partial \mathfrak{H}}\right) = -\frac{1}{E^2}\frac{\partial E}{\partial \mathfrak{H}},$$

$$\text{(3)} \qquad \frac{1}{E}\frac{\partial E}{\partial \mathfrak{H}} = -E\mathfrak{H}\left(\frac{\partial^2 \varkappa}{\partial p^2} + \frac{1}{3E}\frac{\partial \varkappa}{\partial p}\right).$$

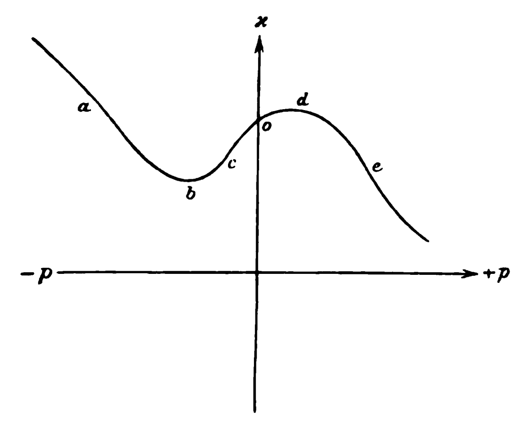
Damit sind die Beziehungen zwischen der magnetischen Änderung der Länge und des Elastizitätsmoduls und der Änderung der Magnetisierung durch Zug- und Druckkräfte vollständig gegeben.

Wegen des großen Wertes von $E = 2.10^{12}$ C.G.S.-Einh. ist in den Gleichungen (1) und (3) im allgemeinen das zweite Glied der rechten Seiten klein gegen das erste, mit Ausnahme der Zustände, wo $\partial\varkappa/\partial p$ bez. $\partial^2\varkappa/\partial p^2$ selbst verschwindend klein sind. Sehen wir von diesen vorläufig ab, so hat man näherungsweise die einfachen Beziehungen:

$$\text{(1a)} \qquad \frac{1}{l}\frac{\partial l}{\partial \mathfrak{H}} = \mathfrak{H}\frac{\partial \varkappa}{\partial p},$$

$$\text{(3a)} \qquad \frac{1}{E}\frac{\partial E}{\partial \mathfrak{H}} = -E\mathfrak{H}\frac{\partial^2 \varkappa}{\partial p^2}.$$

Änderung des Magnetismus durch Zug- *und* Druck-
lt sich, wie ich früher im Anschluß an Villari zeigte[1]),
neinen durch eine Kurve nachstehender Form dar-
ie neben einem Minimum bei *b*, einem Maximum bei *d*
m dazwischen liegenden Wendepunkt bei *c* wahr-
ı auch noch zwei Wendepunkte bei *a* und *e* besitzt,
man aus vorliegenden Beobachtungen schließen kann
ımenden Zugkräften ($+p$) vielleicht asymptotisch gegen
llele zur horizontalen Druckachse verläuft. Der linke
Kurve ist nur bei Einwirkung von Druckkräften ($-p$)
en, und die Lage des der Druck- und Zugkraft Null



enden Punktes *o* auf der Kurve hängt sowohl von
:e des Magnetfeldes, wie von der Vorgeschichte des
oder Stabes ab. Er fällt nur ausnahmsweise mit dem
:epunkte *c* der Kurve zusammen und rückt um so
:h rechts, je größer die Feldstärke ist, und je mehr
t gedehnt wurde, während Druckkräfte ihn nach links
en.

wechseln $\partial x / \partial p$ und $\partial^2 x / \partial p^2$ ihr Vorzeichen für
hiedenen Teile der Kurve und dementsprechend den
gen (1a) und (3a) zufolge auch $\partial l / \partial \mathfrak{H}$ und $\partial E / \partial \mathfrak{H}$,
kann je nach Umständen wachsende Feldstärke eine
rung oder Verkürzung des Drahtes, eine Vermehrung
minderung seiner Dehnungselastizität bewirken.

Heydweiller, Wied. Ann. 52. p. 462. 1894.

Bei Eisen liegt für mäßige Feldstärken der Punkt e bei geringer Spannung zwischen b und d, wo $\partial \varkappa / \partial p$ positiv ist; mithin ist hier nach (1a) auch $\partial l / \partial \mathfrak{H}$ positiv, es findet eine Verlängerung im Magnetfelde statt; wächst die Feldstärke, so rückt o nach d hin und darüber hinaus[1]), $\partial \varkappa / \partial p$ und damit auch $\partial l / \partial \mathfrak{H}$ werden kleiner und gehen durch Null in negative Werte über; das zweite Glied in Gleichung (1) bewirkt nur, daß $\partial \varkappa / \partial p$ und $\partial l / \partial \mathfrak{H}$ nicht gleichzeitig verschwinden, ohne die Art der Erscheinung wesentlich zu ändern. Beim Überschreiten des Wendepunktes e nimmt $\partial \varkappa / \partial p$ allmählich wieder zu bis Null, so daß wegen des zweiten Gliedes in (1) $\partial l / \partial \mathfrak{H}$ wieder positiv werden kann. Bei größerer Spannung rückt auch in mäßigen Feldern der Punkt o über d hinaus nach rechts hin, wo $\partial \varkappa / \partial p$ negativ ist, so daß stark gespannte Eisendrähte sich auch in schwachen Feldern verkürzen.

Das letztere ist bei Nickel und Kobalt schon bei kleinen Spannungen und in schwachen Feldern zutreffend; sie verhalten sich also entgegengesetzt wie Eisen unter den gleichen Verhältnissen. Der Elastizitätskoeffizient muß nach Gleichung (3a) links von dem Wendepunkte c, wo $\partial^2 \varkappa / \partial p^2$ positiv ist, bei der Magnetisierung abnehmen, in der Nähe von c (wegen des zweiten Gliedes in (3) nicht in c selbst) unabhängig sein vom Magnetfelde, rechts von c zunehmen bei der Magnetisierung bis in die Nähe von e und endlich nochmals rechts von e dasselbe Verhalten, wie im ersten Stadium zeigen. Die Zustände dieses ersten Stadiums sind im allgemeinen nur unter der Wirkung von Druckkräften zu realisieren, bei Zugkräften wird das zweite und das dritte Stadium meist in die Erscheinung treten; ersteres nur bei schwachen Zugkräften und in mäßigen Feldern.

Die vorliegenden Beobachtungen von S. Bidwell[2]), K. Tangl[3]) u. a., sowie namentlich von H. Nagaoka und K. Honda und deren Mitarbeitern[4]) bestätigen im allgemeinen

1) Vgl. J. A. Ewing, Magnetische Induktion, deutsch von Holborn u. Lindeck, Fig. 103, p. 193. Berlin 1892.

2) Vgl. J. A. Ewing, l. c. p. 226—230.

3) K. Tangl, Ann. d. Phys. **6.** p. 34. 1901.

4) H. Nagaoka, Wied. Ann. **53.** p. 487. 1894; H. Nagaoka u. K. Honda, Journ. Sc. Coll. Tokyo **16.** Art. 8. 1902; K. Honda u. S. Shimizu, Journ. Sc. Coll. Tokyo **16.** Art. 9 u. 12; Phys. Zeitschr. **3.** p. 378. 1902; Phil. Mag. (6) **4.** p. 459. 1902.

großen Zügen diese verschiedenen Schlußfolgerungen. Ins-
ndere findet man die verschiedenen angeführten Möglich-
n in den Beobachtungen verwirklicht.

Zu einer genaueren quantitativen Prüfung der Gleichungen
nd (3) reicht das bisher vorliegende Material noch nicht
insbesondere fehlt es noch an korrespondierenden Beob-
ungen der magnetischen Längen- und Elastizitätsänderung
der Änderung des Magnetismus durch Zug- und Druck-
te an demselben Material im genau gleichen Zustande.

Auch liegen bei den umfangreichsten bisherigen Bestim-
gen über die Änderung des Elastizitätsmoduls im Magnet-
, die im physikalischen Institute zu Tokyo ausgeführt
len, die Verhältnisse nicht ganz einfach. Der Elastizitäts-
ul wurde nämlich dabei nach der Biegungsmethode be-
nt, wobei ein Teil des Metalles komprimiert, ein anderer
hnt wird, und die verschiedenen Teile sich also nicht im
hen molekularmagnetischen Zustande befinden; für den
eßten Teil liegt der Punkt *o* an einer anderen Stelle, als
den gedehnten, und zwar weiter nach links, und es kommt
uf an, welcher Teil überwiegt; nur bei voller Symmetrie
: Verhältnisse, wie sie kaum je vorhanden ist, würde sich
Ergebnis vorhersagen lassen.

Mit den Gleichungen (1) bis (3) ist eine verhältnismäßig
che Darstellung des anscheinend so verwickelten Zu-
menhanges der besprochenen Erscheinungen gegeben, die
wohl als Richtschnur für weitere Versuche eignen wird.

Münster i. W., Phys. Inst. d. Univ., Juni 1903.

(Eingegangen 30. Juni 1903.)

8. *Ist die Magnetisierungszahl der Eisen- und Mangansalzlösungen abhängig von der Feldstärke? von Adolf Heydweiller.*

1. Einleitung.

Die Frage nach der Konstanz der Magnetisierungszahl oder Suszeptibilität der Salze magnetischer Metalle im festen oder gelösten Zustande kann noch nicht als entschieden gelten. Zwar sind die meisten Forscher, welche sich neuerdings damit beschäftigt haben, zu einer bejahenden Antwort gekommen, so z. B. H. du Bois[1]), J. S. Townsend[2]), G. Jäger und St. Meyer.[3]) Indessen ist einmal in diesen Arbeiten die Feldstärke immer nur innerhalb engerer Grenzen (höchstens im Verhältnis 1 : 20) geändert worden, während doch Änderungen im Verhältnis von 1 : 400 000 (0,1—40 000 C.G.S.-Einh.) zur Verfügung stehen und in den verschiedenen Arbeiten auch angewandt worden sind, und es ist noch die Frage, ob bei so starker Variation die Konstanz sich noch bewährt; sodann liegen bei kleinsten Feldstärken unter 1 C.G.S.-Einh. bisher nur zwei Untersuchungen mit widersprechenden Ergebnissen vor, nämlich die von Silow einerseits[4]), Gerosa und Finzi[5]) andererseits, die beide im Bereich von 0,1—1 C.G.S.Einh. Feldstärke beträchtliche Änderungen der Magnetisierungszahlen finden, aber in verschiedenem Sinne. Während Hr. Silow nach zwei verschiedenen Methoden bei Ferrichloridlösungen ein Maximum der Magnetisierungszahl bei Feldstärken zwischen 0,3 und 0,4 C.G.S.-Einh. und Änderungen der Magnetisierungszahl im Verhältnis 1 : 5 findet, können die Herren Gerosa

1) H. du Bois, Wied. Ann. **35.** p. 153. 1888; H. du Bois u. O. Liebknecht, Ann. d. Phys. **1.** p. 189. 1900.

2) J. S. Townsend, Phil. Trans. **178.** A. p. 533. 1896.

3) G. Jäger u. St. Meyer, Sitzungsber. d. k. Akad. d. Wissensch. zu Wien **106.** (IIa) p. 594, 623. 1897; **107.** (IIa) p. 5. 1898; St. Meyer, Wied. Ann. **69.** p. 236. 1899.

4) P. Silow, Beibl. **3.** p. 810. 1879; Wied. Ann. **11.** p. 324. 1880.

5) C. G. Gerosa u. G. Finzi, Atti dei Lincei (4) **6.** p. 494. 1890.

[un]d Finzi zwischen 0,15 und 1,1 C.G.S.-Einh. Feldstärke nur [Än]derungen feststellen, die einer Zunahme der Magnetisierungs-[zah]l im Verhältnis von höchstens 4 : 5 bei einer verdünnten, [bzw]. 10 : 11 bei einer konzentrierteren Ferrichloridlösung ent-[spra]chen. Bei dieser Sachlage scheint eine erneute Prüfung [der] Frage nach den eben erwähnten beiden Richtungen hin [gebo]ten.

Die vorliegende Arbeit zerfällt demgemäß in zwei Teile, [der]en erster eine Revision der Ergebnisse von Silow und [Ge]rosa und Finzi bezweckt, während der zweite die Kon-[sta]nz der Magnetisierungszahlen in dem ganzen der Messung [zu]gänglichen Feldstärkenbereiche prüft. Die Versuche des [ers]ten Teiles sind von Hrn. O. Wylach ausgeführt worden.[1])

2. Wiederholung der Versuche von Silow.

Von den beiden Methoden, die Hr. Silow benutzte, be-[ruh]t die erste auf der Änderung der magnetischen Kräfte, [wen]n an Stelle von Luft eine magnetische Lösung als Zwischen-[me]dium eintritt. Diese Methode ist von den Herren Gerosa [un]d Finzi wiederholt worden, die indessen keine befriedigen-[de]n Resultate mit ihr zu erzielen vermochten. Es wurde daher [au]ch die zweite Methode von Silow, bei der eine Induktions-[wa]ge zur Verwendung kam, einer Nachprüfung unterzogen. [Di]e Versuchsanordnung schloß sich zunächst an die von Silow [an], ergab aber so ebenfalls keine brauchbaren Ergebnisse. [Di]e Schuld lag an dem nach Silows Angaben gefertigten [rot]ierenden Unterbrecher oder Disjunktor, der infolge starker [Qu]ecksilberverspritzung nicht auf die zur Beobachtung erforder-[lic]he Zeit zu einem regelmäßigen Funktionieren zu bringen [wa]r. Die Sache besserte sich erst, als er durch den von Hrn. [Hi]mstedt[2]) angegebenen und bei seiner Ohmbestimmung be-[nu]tzten Disjunktor ersetzt wurde. Abweichend von Silow [wu]rden sodann zwei gleiche Rollenpaare, bestehend aus einem [lan]gen auf einem Glasrohr gewickelten primären Solenoid mit [ein]er Windungslage und einer kurzen weiteren induzierten Rolle [mi]t etwa 4500 Windungen eines feinen Kupferdrahtes und etwa

---

1) Ausführliches darüber wird später mitgeteilt werden.

2) F. Himstedt, Wied. Ann. 22. p. 276. 1884.

800 Ohm Widerstand benutzt. Diese wurden in hinreichendem Abstand voneinander mit vertikalen Achsen aufgestellt, und die Stromstärke in den Primärrollen nicht zwischen dem jedesmaligen Maximalwerte und Null variiert, sondern zwischen ersterem und einer Stromstärke, die zur Kompensation der erdmagnetischen Vertikalintensität in der Rolle diente. Die Sekundärrollen waren so geschaltet, daß die Induktionsströme entgegengerichtet waren und sich bis auf einen kleinen Bruchteil, der nach jedem Versuche neu bestimmt wurde, kompensierten. Es wurde die Änderung der resultierenden Induktionswirkung beim Einbringen der magnetischen Lösungen in das eine oder das andere der von den Primärspulen umwickelten Glasrohre bestimmt, wobei mit dem Umfüllen in geeigneter Folge gewechselt wurde. Die so erhaltene relative Änderung der Induktionswirkung multipliziert mit dem Verhältnis der Differenz der Induktionswirkungen beider Rollen zur Induktionswirkung einer derselben gibt bis auf ein Korrektionsglied die mit 4π multiplizierte Magnetisierungszahl der betreffenden Lösung. Dieses Korrektionsglied rührt daher, daß nicht der ganze Querschnitt der Primärspulen von der Lösung ausgefüllt werden kann, sondern davon ein der Dicke des Glases und der Isolierschicht des Drahtes entsprechender Bruchteil in Abzug kommt, und es ist gleich dem Verhältnis des von dem blanken Drahte umschlossenen Querschnittes zu dem von der Lösung erfüllten inneren Querschnitte des Glasrohres, gleich 1,17.

Zur Messung diente ein du Bois-Rubenssches Kugelpanzergalvanometer mit dem schweren Magnetgehänge und den Rollen von zusammen 4000 Ohm Widerstand. Es hat sich aufs beste bewährt. Vorsicht ist bei diesen Versuchen nur geboten wegen der bei stärkeren Induktionsströmen leicht eintretenden Änderung in dem Magnetismus der Galvanometermagnete, die sich durch Änderung der Nulllage bemerklich macht; Versuche, bei denen das vorkam, wurden verworfen, und es wurden aus diesem Grunde nur Schließungsinduktionsströme durch das Galvanometer geschickt. Es war dadurch den Versuchen eine obere Grenze für die zu verwendenden Feldstärken gesetzt. Es ist zu vermuten, daß diese Fehlerquelle neben dem unregelmäßigen Gang des Unterbrechers und Änderungen der Kompensation Hrn. Silows Versuche

einflußt hat, und seine merkwürdigen, durch die vorliegenden
rsuche ebensowenig, wie durch die der Herren Gerosa und
nzi bestätigten Ergebnisse dadurch zu erklären sind.

Die verwendeten Feldstärken ergeben sich aus der Win-
ngszahl der Primärrollen und der mit einem Weston-
lliampèremeter von Siemens & Halske gemessenen Strom-
ärke i in *Milliampère* gleich 62,5 . i C.G.S.-Einh.

Die folgende Zusammenstellung (Tab. 1) gibt die spezifischen
wichte s der verwendeten Lösungen bei den beigesetzten
mperaturen, den Gehalt an g-Mol. in cm^3 v, entweder aus
m spezifischen Gewicht oder durch Analyse (vgl. p. 617) be-
mmt, die Feldstärken in C.G.S.-Einheiten und die nach
igen Angaben ermittelten Werte der Magnetisierungszahlen $\varkappa$.

In einigen der Reihen scheint die Magnetisierungszahl
it wachsender Feldstärke etwas zu sinken; indessen wird das
ohl auf Beobachtungsfehler zurückzuführen sein; die Un-
cherheit der Versuche nimmt mit wachsender primärer Strom-
ärke zu, indem einerseits der Gang des Disjunktors unregel-
äßiger wird, und andererseits die Ruhelage des Galvanometers
hon kleine Abweichungen nach jedem Versuche zeigt; es war
s namentlich bei den ersten Versuchsreihen der Fall; später
lang es, etwas größere Regelmäßigkeit zu erzielen.

Auf alle Fälle zeigen die Versuche, daß die von Silow
obachteten großen Änderungen der Magnetisierungszahl bei
esen schwachen Feldstärken in Wirklichkeit nicht vorhanden
nd, und daß im Gegenteil die Magnetisierungszahl in dem
ldstärkeintervall von 0,1—1,2 C.G.S.-Einh. bis auf höchstens
) Proz. konstant bleibt. Kleinere Änderungen sind hingegen
icht ausgeschlossen, da sie durch die Versuchsfehler verdeckt
in können.

Die Mittelwerte von $\varkappa$, die sich aus den Versuchen er-
eben, dürften auf einige Prozente genau sein; eine Ausnahme
acht nur der Wert bei $FeSO_4$, da hier wegen des geringen
etrages dieser Größe sowohl die sehr weit getriebene Kom-
nsation, wie auch die Änderung der Ausschläge bei Ein-
ihrung der Lösung nur mit sehr mäßiger Genauigkeit be-
immt werden konnten, so daß der Mittelwert von $\varkappa$ wohl
n 10 Proz., vielleicht auch noch etwas mehr fehlerhaft
in kann.

Tabelle 1.

$FeCl_3$.

$s = 1{,}226$ bei 11°,
$\nu = 1{,}81 \cdot 10^{-3}$.

Feldstärke	$\varkappa \cdot 10^6$
0,175	24,7
0,344	24,9
0,481	24,8
0,631	24,7
0,913	24,0
1,15	24,4
	Mittel: 24,6

$FeCl_3$.

$s = 1{,}485$ bei 12°,
$\nu = 3{,}62 \cdot 10^{-3}$.

Feldstärke	$\varkappa \cdot 10^6$
0,081	50,1
0,188	50,6
0,294	50,3
0,363	48,2
0,500	47,0
0,613	47,5
0,890	49,4
1,09	45,3
1,23	45,6
	Mittel: 48,2

$MnCl_2$.

$s = 1{,}380$ bei 20,5°,
$\nu = 3{,}36 \cdot 10^{-3}$.

Feldstärke	$\varkappa \cdot 10^6$
0,202	40,8
0,376	39,7
0,550	40,0
0,763	40,3
0,95	40,0
1,14	40,8
	Mittel: 40,3

$Fe_2(SO_4)_3$.

$s = 1{,}609$ bei 10,8°,
$\nu = 3{,}96 \cdot 10^{-3}$.

Feldstärke	$\varkappa \cdot 10^6$
0,181	39,9
0,363	38,0
0,369	39,3
0,669	36,8
0,97	37,2
1,13	36,3
	Mittel: 37,9

$FeSO_4$.

Saure Lösung.
$\nu = 1{,}161 \cdot 10^{-3}$.

Feldstärke	$\varkappa \cdot 10^6$
0,187	9,69
0,363	10,01
0,500	10,19
0,788	9,27
1,10	9,77
	Mittel: 9,79

$MnSO_4$.

$s = 1{,}428$ bei 18,5°,
$\nu = 3{,}31 \cdot 10^{-3}$.

Feldstärke	$\varkappa \cdot 10^6$
0,187	36,7
0,369	37,0
0,561	35,6
0,681	35,4
0,943	35,5
	Mittel: 36,0

$Fe_2(SO_4)_3$.

Saure Lösung.
$\nu = 2{,}64 \cdot 10^{-3}$.

Feldstärke	$\varkappa \cdot 10^6$
0,187	30,6
0,374	29,9
0,625	30,3
	Mittel: 30,3

Die Änderung der Magnetisierungszahlen bei großer Änderung der Feldstärken.

Es dürfte kaum möglich sein, eine einzige Methode für e Bestimmung der Abhängigkeit der Magnetisierungszahlen n Salzlösungen in dem ganzen zugänglichen Feldstärke-reich von 0,1 bis 40000 C.G.S.-Einh. anzuwenden; die in rken Feldern brauchbaren Methoden sind für schwache ldstärken nicht empfindlich genug, und bei den für letztere nutzten Induktionsmethoden lassen sich keine sehr hohen ldstärken erreichen.

Nach den verschiedenartigen Methoden liegt aber bereits n großes Beobachtungsmaterial zahlreicher Forscher vor, das stattet in die Prüfung der Frage einzutreten. Am besten tersucht sind die Sulfate und Chloride des Eisens, sowie anganosulfat und -chlorid, und unter diesen wiederum liegen r $FeCl_3$ und $FeSO_4$ die meisten *absoluten* Bestimmungen der olekularmagnetismen in Lösung vor. Die folgende Tab. 2 thält eine Zusammenstellung dieser Bestimmungen, die zum oßen Teil auf Neuberechnungen beruht.

Die Bestimmungen der verschiedenen in erster Kolumne ehenden Beobachter sind nach aufsteigenden Feldstärken — in eiter Kolumne in C.G.S.-Einheiten angegeben — geordnet, e dritte und vierte Kolumne bringt die Molekularmagnetismen, ie sie sich aus den beobachteten Magnetisierungszahlen $\varkappa_1$ r Lösungen vom Prozentgehalt p und der Dichte s, dem olekulargewicht M des gelösten Körpers, der Magnetisierungs-ahl des Wassers $\varkappa_2$ nach der Formel ergeben:

$$\varkappa = \frac{100\,M}{p\,s}\,\varkappa_1 - \frac{100-p}{p}\,M\,\varkappa_2 .$$

arin ist $\varkappa_2 = -0{,}75 \cdot 10^{-6}$ als Mittelwert der bisherigen Be-immungen angenommen worden. Der Prozentgehalt p ist, fern nicht direkte Bestimmungen vorliegen, wie bei Townsend, rndtsen, Liebknecht und Wills, aus dem spezifischen wicht berechnet worden, und zwar nach den Tabellen von rlager[1]) für $FeCl_3$ und von H. Schiff[2]) für $FeSO_4$; das gilt

---

1) G. T. Gerlach, Fresenius' Zeitschr. f. analyt. Chem. **27.** p. 278. 1888.

2) H. Schiff, Ann. Chem. Pharm. **110.** p. 73. 1877. Dessen Werte mmen besser mit eigenen Bestimmungen als die von Gerlach, die Landolt u. Börnsteins Tabellen angeführt sind.

auch für die Bestimmungen von G. Jäger und St. Meyer an $FeCl_3$, da deren eigene Gehaltsangaben (ebenso auch für $FeCl_2$) ohne Zweifel irrtümlich sind; sie sind weder mit den Tabellen von Hager, noch mit Bestimmungen von Arndtsen, Eaton und solchen, die hier vorgenommen wurden, in Übereinstimmung zu bringen. Townsend gibt seine Versuchsergebnisse in der Form

$$10^7 \varkappa_1 = K . w - 7{,}7,$$

worin $\varkappa_1$ die Magnetisierungszahl der Lösung, w der Eisengehalt in g pro cm³, $-7{,}7$ als Magnetisierungszahl des Wassers angenommen und K eine Konstante ist, aus der sich der Molekularmagnetismus des gelösten Salzes durch Multiplikation mit dem Atomgewicht des Eisens 55,9 und mit 10^{-7} ergibt.

Die Beobachtungen sind, soweit erforderlich und Temperaturangaben vorliegen, auf 18° reduziert mit Hilfe der von G. Jäger und St. Meyer bestimmten Temperaturkoeffizienten.

Tabelle 2.

Beobachter	Feldstärke C.G.S.-Einh.	$10^8 \varkappa$		$\frac{\varkappa\text{-}FeSO_4}{\varkappa\text{-}FeCl_2}$
		$FeSO_4$	$FeCl_2$	
Wylach	0,1—1	9,1	13,7	0,664
Townsend [1]	1—9	11,2	14,7	0,762
Arndtsen [2]	3,5—70	10,8	13,9	0,777
v. Ettingshausen [3]	14—77	—	13,9	—
Lombardi [4]	70—600	11,1	14,3	0,776
Königsberger [5]	2000	12,1	14,9	0,812
Quincke [6]	6000—12500	13,5	15,0	0,900
Jäger u. Meyer [7]	10000—18000	12,4	13,6	0,912
Liebknecht u. Wills [8]	18000—40000	12,7	13,5	0,942

1) J. S. Townsend, Phil. Trans. **187**. A. p. 533. 1896.
2) A. Arndtsen, Pogg. Ann. **104**. p. 603. 1858.
3) A. v. Ettingshausen, Wied. Ann. **17**. p. 304. 1882.
4) L. Lombardi, Mem. di Torino (2) **47**. p. 1. 1897.
5) J. Königsberger, Wied. Ann. **66**. p. 698. 1898.
6) G. Quincke, Wied. Ann. **24**. p. 347. 1885.
7) G. Jäger u. St. Meyer, Sitzungsber. d. k. Akad. d. Wissensch. zu Wien **106**. II. p. 594, 623. 1897.
8) O. Liebknecht u. A. P. Wills, Ann. d. Phys. **1**. p. 178. 1900.

Bei der Diskussion dieser Ergebnisse ist zunächst zu rücksichtigen, daß die absoluten Werte mit einer beträchtlichen Unsicherheit behaftet sind. Bei den meisten Bestimmungen spielt die Schwierigkeit der Feldstärkemessung eine Rolle; Hrn. Townsends absolute Werte beruhen auf der Vergleichung r sehr verschiedenen Selbstinduktionen zweier Drahtrollen, ren Verhältnis ($2 . 10^8 : 70$) durch Rechnung bestimmt wird ein bekanntlich recht unsicheres Verfahren —, die Zahlen r Herren Liebknecht und Wills hängen von dem absoluten erte der Magnetisierungszahl des Wassers ab, der nach den rschiedenen neueren Bestimmungen noch zwischen $-0{,}65$ d $-0{,}83 . 10^{-6}$ schwankt, Hrn. Quinckes Werte auch für e anderen Salze sind durchweg um 6—15 Proz. größer als e der anderen Beobachter und zeigen auch in den Einzelstimmungen sehr starke Abweichungen, die bis zu 20 Proz. ehen. Hr. Lombardi gibt selbst seine absoluten Werte nur s näherungsweise richtig an. Berücksichtigt man dies, so ird man aus der obigen Zusammenstellung den Schluß ziehen ürfen, daß der Molekularmagnetismus des $FeCl_3$ in dem ganzen eldstärkenbereiche von 0,1 bis 40000 C.G.S.-Einh. eine wirkche Konstante ist. In der Tat, macht man die Probe, indem an die Mittelwerte für Feldstärken unter 1000 und über 000 C.G.S.-Einh. nimmt, so findet man aus den ersten fünf er obigen Bestimmungen den Wert 14,10 und aus den letzten ier 14,20, der von jenem nur um 0,7 Proz. abweicht.

Anders verhält es sich bei $FeSO_4$; hier geben die ersten ier Bestimmungen den Mittelwert 10,55, die letzten vier den m 20 Proz. größeren Wert 12,67, und selbst wenn man den iemlich unsicheren Wylachschen Wert (vgl. p. 611) fortläßt, leibt der Unterschied der Mittelwerte, 11,03 und 12,67, noch mmer 15 Proz., also bedeutend mehr, als beim $FeCl_3$, was ei der Gleichartigkeit der Beobachtungen wohl kaum auf eobachtungsfehlern beruhen kann. Ohne die Werte von Wylach und Ettingshausen liegt der Mittelwert für $FeCl_3$ schwachen Feldern, 14,30, etwas über dem in starken eldern.

Deutlicher tritt das Anwachsen des Molekularmagnetismus im $FeSO_4$ mit steigender Feldstärke in den relativen Werten, zogen auf den Molekularmagnetismus des $FeCl_3$ gleich 1

hervor, da bei diesen ein großer Teil der Bestimmungsfehler, die den absoluten Werten anhaften, herausfällt, wie die letzte Zahlenreihe der Tabelle zeigt, die ein fast ganz regelmäßiges und kontinuierliches Ansteigen aufweist.

Bei der Ausdehnung unserer Betrachtungen auf die anderen oben genannten Salze ist daher zweckmäßig, diese letzten Darstellungsweise der relativen Molekularmagnetismen, bezogen auf $FeCl_3$ gleich 1, zu wählen. Man hat dabei noch den Vorteil, das hier schon spärlichere Beobachtungsmaterial noch durch die relativen Bestimmungen von G. Wiedemann[1]) vermehren zu können, die in mittleren Feldstärken (nach den Angaben von Wiedemann darf man sie der Größenordnung nach zwischen 10^2 und 10^3 C.G.S.-Einh. schätzen) ausgeführt sind.

Da indessen die Beobachtungen in schwachen Feldern noch sehr dürftig sind — außer den obigen, nicht sehr sicheren Bestimmungen von Wylach kommen hier nur noch die von Townsend an $FeCl_2$ und $Fe_2(SO_4)_3$ in Betracht —, so sind sie noch durch weitere relative Messungen ergänzt worden.

Die hierbei verwendete Methode, die an anderer Stelle genauer beschrieben wird, beruht auf der Bestimmung der Änderung, welche die Selbstinduktion einer Drahtspule durch Einführung der magnetischen Salzlösungen erfährt. Die Messung geschieht nach Maxwells Methode in der Wheatstoneschen Brücke mit dem Telephon als Meßinstrument.

Bei gleichem Volumen und gleichem Querschnitt der eingeführten Substanzen verhalten sich ihre Magnetisierungszahlen wie die Verschiebungen des Schleifkontaktes auf dem Brückendraht. Bringt man bei Lösungen dann noch eine Korrektion für den Wassergehalt, deren Betrag sich aus Beobachtungen an Ferrichloridlösungen von bekanntem Gehalt und aus dem Molekulargewicht und Prozentgehalt der betreffenden Lösung berechnen läßt, und dividiert den korrigierten Wert der Verschiebung durch die Zahl der g-Mol. in cm^3-Lösung, so erhält man Zahlen, die den Molekularmagnetismen proportional sind.

Der Gehalt der Lösungen wurde teils durch die Herstellung, teils durch das spez. Gewicht ermittelt, und wo sich

1) G. Wiedemann, Pogg. Ann. **126**. p. 8. 1865.

Bei der Diskussion dieser Ergebnisse ist zunächst zu
erücksichtigen, daß die absoluten Werte mit einer beträcht-
ichen Unsicherheit behaftet sind. Bei den meisten Bestimmungen
pielt die Schwierigkeit der Feldstärkemessung eine Rolle;
Hrn. Townsends absolute Werte beruhen auf der Vergleichung
er sehr verschiedenen Selbstinduktionen zweier Drahtrollen,
eren Verhältnis (2 . 10^8 : 70) durch Rechnung bestimmt wird
– ein bekanntlich recht unsicheres Verfahren —, die Zahlen
der Herren Liebknecht und Wills hängen von dem absoluten
Werte der Magnetisierungszahl des Wassers ab, der nach den
erschiedenen neueren Bestimmungen noch zwischen $-0,65$
und $-0,83 . 10^{-6}$ schwankt, Hrn. Quinckes Werte auch für
die anderen Salze sind durchweg um 6—15 Proz. größer als
die der anderen Beobachter und zeigen auch in den Einzel-
bestimmungen sehr starke Abweichungen, die bis zu 20 Proz.
gehen. Hr. Lombardi gibt selbst seine absoluten Werte nur
als näherungsweise richtig an. Berücksichtigt man dies, so
wird man aus der obigen Zusammenstellung den Schluß ziehen
dürfen, daß der Molekularmagnetismus des $FeCl_3$ in dem ganzen
Feldstärkenbereiche von 0,1 bis 40000 C.G.S.-Einh. eine wirk-
liche Konstante ist. In der Tat, macht man die Probe, indem
man die Mittelwerte für Feldstärken unter 1000 und über
1000 C.G.S.-Einh. nimmt, so findet man aus den ersten fünf
der obigen Bestimmungen den Wert 14,10 und aus den letzten
vier 14,20, der von jenem nur um 0,7 Proz. abweicht.

Anders verhält es sich bei $FeSO_4$; hier geben die ersten
vier Bestimmungen den Mittelwert 10,55, die letzten vier den
um 20 Proz. größeren Wert 12,67, und selbst wenn man den
iemlich unsicheren Wylachschen Wert (vgl. p. 611) fortläßt,
leibt der Unterschied der Mittelwerte, 11,03 und 12,67, noch
immer 15 Proz., also bedeutend mehr, als beim $FeCl_3$, was
bei der Gleichartigkeit der Beobachtungen wohl kaum auf
Beobachtungsfehlern beruhen kann. Ohne die Werte von
Wylach und Ettingshausen liegt der Mittelwert für $FeCl_3$
in schwachen Feldern, 14,30, etwas über dem in starken
Feldern.

Deutlicher tritt das Anwachsen des Molekularmagnetismus
beim $FeSO_4$ mit steigender Feldstärke in den relativen Werten,
bezogen auf den Molekularmagnetismus des $FeCl_3$ gleich 1

Tabelle 3 (Fortsetzung).

s	p	$10^3 \cdot \nu$	δ_{18}	δ'	$\frac{\delta'}{\nu}$	
$MnCl_2$						
1,338, 15,6°	32,5	3,45	15,14	15,28	4,42	
1,338, 15,6°	32,5	3,45	14,68	14,82	4,29	
1,342, 17,0°	32,8	3,50	14,55	14,69	4,20	
				Mittel:	4,30	$\frac{MnCl_2}{FeCl_3}$ = 1,0
$^1/_2\,Fe_2(SO_4)_3$						
—	25,0	1,69 [1]	6,42	6,65	3,93	
—	25,0	1,69 [1]	6,72	6,95	4,11	
				Mittel:	4,02	$\frac{^1/_2\,Fe_2(SO_4)_3}{FeCl_3}$ =
1,331, 19,5°	29,5	1,97	6,16	6,37	3,23	
1,331, 19,5°	29,5	1,97	6,42	6,63	3,37	
				Mittel:	3,30	
$FeSO_4$						
—	—	1,109 [1]	3,58	3,78	3,41	
1,184, 15,5°	—	1,123 [1]	3,50	3,70	3,29	
1,161, 15,0°	16,7	1,129	3,67	3,87	3,42	
1,159, 21,7°	—	1,130	3,54	3,74	3,31	
1,184, 15,0°	—	1,131 [1]	3,63	3,83	3,39	
1,237, 15,6°	15,8	1,292	4,22	4,45	3,44	
				Mittel:	3,38	$\frac{FeSO_4}{FeCl_3}$ = 0,
$MnSO_4$						
1,269, 19,0°	23,9	2,01	7,59	7,80	3,89	
1,306, 16,5°	26,8	2,31	8,21	8,42	3,64	
—	—	2,31 [1]	8,09	8,30	3,59	
—	—	2,31 [1]	8,53	8,74	3,86	
1,351, 17,0°	29,9	2,67	10,67	10,86	4,06	
1,405, 16,0°	33,4	3,10	10,98	11,17	3,60	
1,458, 14,1°	36,9	3,57	13,02	13,23	3,70	
1,458, 14,1°	36,9	3,57	13,35	13,56	3,80	
				Mittel:	3,77	$\frac{MnSO_4}{FeCl_3}$ = 0,89

1) Saure Lösung (in 4—15 proz. Säure).

Bei $FeCl_2$, $FeSO_4$, $MnSO_4$ und $Fe_2(SO_4)_3$ wurden neben
a Lösungen in Wasser auch solche in Säure untersucht,
› in der Tabelle besonders angemerkt sind; der Gehalt wurde
rch Analyse oder Herstellung bestimmt. Bei den ersten
ei Salzen war kein merklicher Unterschied zwichen den
aren Lösungen und den *frisch hergestellten* Lösungen in
'asser festzustellen. Beim Ferrisulfat hingegen tritt die
hon von G. Wiedemann bemerkte und auf Bildung von
lloidalem Eisenoxyd zurückgeführte Verminderung des Mole-
ılarmagnetismus in der wässerigen Lösung auf. Die saure
ösung enthielt etwa 3 Äquivalente H_2SO_4 auf 1,7 Äquivalente
$Fe_2(SO_4)_3$; bei einem solchen Gehalt ist der Prozentsatz des
lloidalen Eisenoxyds zu vernachlässigen. — Bei Ferri-
loridlösungen ändert nach G. Wiedemann[1]) ein Säure-
satz den Molekularmagnetismus nicht merklich.

Die folgende Tab. 4 gibt nun die auf $FeCl_3$ bezogenen
erte des Molekularmagnetismus der erwähnten fünf Salze
' verschiedene Feldstärken.

Tabelle 4.

ıter	Feldstärke C.G.S.-Einh.	$\frac{\varkappa\text{-}FeCl_2}{\varkappa\text{-}FeCl_3}$	$\frac{\varkappa\text{-}MnCl_2}{\varkappa\text{-}FeCl_3}$	$\frac{\varkappa\text{-}{}^1/_2 Fe_2(SO_4)_3\,{}^3)}{\varkappa\text{-}FeCl_3}$	$\frac{\varkappa\text{-}FeSO_4}{\varkappa\text{-}FeCl_3}$	$\frac{\varkappa\text{-}MnSO_4}{\varkappa\text{-}FeCl_3}$
h	0,1—1	—	0,90	0,86	0,66	0,81
nd	1—9	0,77	—	0,99	0,76	—
iller	< 15	0,79	1,02	0,96	0,80	0,90
mann	100—1000ca.	0,84	0,98	0,96	0,85	0,97
si[2])	2000—5000	—	1,11	—	0,92	1,10
ke	6000—12500	0,85	1,07	—	0,90	1,18
r rer	10000—18000	0,85	1,09	—	0,91	1,10
echt ills	18000—40000	—	1,12	1,12	0,94	1,14

1) G. Wiedemann, Wied. Ann. 5. p. 59 u. 61. 1878.

2) In stark saurer Lösung.

3) G. Piaggesi, N. Cim. (5) 4. p. 247. 1902. Die Werte erscheinen
gen großer und unregelmäßiger Abweichungen voneinander namentlich
i $FeCl_2$ und $FeSO_4$ wenig zuverlässig und sind daher auch in die
ıb. 2 nicht aufgenommen, auch die Angaben über Prozentgehalt und
ezifisches Gewicht stimmen durchweg schlecht überein; die letzteren
nd den obigen Berechnungen zugrunde gelegt.

Tabelle 3 (Fortsetzung).

s	p	$10^3 . \nu$	δ_{18}	δ'	$\frac{\delta'}{\nu}$	
$MnCl_2$						
1,338, 15,6°	32,5	3,45	15,14	15,28	4,42	
1,338, 15,6°	32,5	3,45	14,68	14,82	4,29	
1,342, 17,0°	32,8	3,50	14,55	14,69	4,20	
				Mittel:	4,30	$\frac{MnCl_2}{FeCl_3}$ = 1,
$^1/_2 Fe_2(SO_4)_3$						
—	25,0	1,69 [1]	6,42	6,65	3,93	
—	25,0	1,69 [1]	6,72	6,95	4,11	
				Mittel:	4,02	$\frac{^1/_2 Fe_2(SO_4)_3}{FeCl_3}$
1,331, 19,5°	29,5	1,97	6,16	6,37	3,23	
1,331, 19,5°	29,5	1,97	6,42	6,63	3,37	
				Mittel:	3,30	
$FeSO_4$						
—	—	1,109 [1]	3,58	3,78	3,41	
1,134, 15,5°	—	1,123 [1]	3,50	3,70	3,29	
1,161, 15,0°	16,7	1,129	3,67	3,87	3,42	
1,159, 21,7°	—	1,130	3,54	3,74	3,31	
1,134, 15,0°	—	1,131 [1]	3,63	3,83	3,39	
1,237, 15,6°	15,8	1,292	4,22	4,45	3,44	
				Mittel:	3,38	$\frac{FeSO_4}{FeCl_3}$ =
$MnSO_4$						
1,269, 19,0°	23,9	2,01	7,59	7,80	3,89	
1,306, 16,5°	26,8	2,31	8,21	8,42	3,64	
—	—	2,31 [1]	8,09	8,30	3,59	
—	—	2,31 [1]	8,53	8,74	3,86	
1,351, 17,0°	29,9	2,67	10,67	10,86	4,06	
1,405, 16,0°	33,4	3,10	10,98	11,17	3,60	
1,458, 14,1°	36,9	3,57	13,02	13,23	3,70	
1,458, 14,1°	36,9	3,57	13,35	13,56	3,80	
				Mittel:	3,77	$\frac{MnSO_4}{FeCl_3}$ =

1) Saure Lösung (in 4—15 proz. Säure).

s besitzen, der auf ein großes Vielfaches des Magnetismus
einzelnen Molekularmagneten ansteigen kann. —
Beim Ferrichlorid sprechen andere Tatsachen für die
plexbildung; wenn nun gerade hier die Änderung der
etisierungszahl mit der Feldstärke sehr gering ist, so
de das im Sinne der hier vertretenen Anschauung dafür
chen, daß bei den anderen untersuchten Salzen, insbesondere
Sulfaten, die Komplexbildung erheblicher ist, als bei jenem.
rn Bildung von kolloidalem Eisenoxyd auftritt, wie bei
wässerigen Lösungen von Ferrisulfat, ist sie ja sicher vor-
den.

Als Schlußergebnis ist also festzustellen, daß in kleinen
dstärkenbereichen die Änderung der Magnetisierungszahl der
rsuchten Eisen- und Mangansalzlösungen unmerklich ist,
aber in dem großen Bereiche von 0,1 bis 40000 C.G.S.-Einh.
dstärke solche Änderungen auftreten können; bei Ferri-
rid sind sie jedenfalls gering, bei Ferro- und Mangano-
rid etwas größer, und erreichen bei den Sulfaten etwa
—40 Proz. Im Sinne der Theorie der Molekularmagnete
e danach auf eine Komplexbildung in diesen Salzlösungen
schließen.

Münster i. W., Physik. Inst. d. Univ., Juni 1903.

(Eingegangen 30. Juni 1903.)

---

9. *Der dunkle Kathodenraum;*
von G. C. Schmidt.

§ 1. *Einleitung.* In den letzten Jahren haben sich unsere Anschauungen über den Elektrizitätsdurchgang durch Gase dadurch, daß man diesen Vorgang in Analogie zur Elektrolyse gebracht hat, in bemerkenswerter Weise geklärt. Nach der wohl allgemein herrschenden Auffassung wird die Elektrizität in Gasen durch positive und negative Ionen bez. Elektronen in ähnlicher Weise transportiert, wie dies bei den flüssigen Leitern der Fall ist.

In der nachfolgenden Arbeit habe ich versucht, den Parallelismus noch etwas weiter zu verfolgen und dadurch namentlich die Verhältnisse im dunklen Kathodenraum aufzuklären.

Über die Natur desselben und den an der Kathode vorhandenen großen Kathodenfall sind mancherlei Hypothesen aufgestellt worden. Auf Grund der Tatsache, daß eine Entladung erlischt, wenn der dunkle Raum die Anode berührt, hat Hr. E. Wiedemann[1]) die Vermutung ausgesprochen, daß der dunkle Raum dem Durchgang der Elektrizität einen großen Widerstand entgegensetzt, einer Ansicht, welcher sich auch andere Forscher angeschlossen haben.[2]) Stellt man sich auf den Boden der Elektronentheorie, so ist nicht recht einzusehen, weswegen die Ionen, die sich doch in lufterfüllten Räumen leicht bewegen, nach Entfernung der Luftmoleküle gerade im dunklen Raum einem besonderen Hindernis begegnen. Der dunkle Raum zeigt, wie aus den ausgedehnten Versuchen von E. Wiedemann und H. Ebert[3]) hervorgeht, auch in anderer Hinsicht keine Besonderheiten, aus denen man auf einen Widerstand schließen könnte.

---

1) E. Wiedemann, Wied. Ann. **20.** p. 771. 1883.

2) W. Hittorf, Wied. Ann. **20.** p. 705. 1883; **21.** p. 90. 1883; J. J. Thomson, Roy. Instit. 1894. Sep.; Beibl. **20.** p. 303. 1894.

3) E. Wiedemann u. H. Ebert, Wied. Ann. **36.** p. 643. 1889.

einflußt hat, und seine merkwürdigen, durch die vorliegenden rsuche ebensowenig, wie durch die der Herren Gerosa und inzi bestätigten Ergebnisse dadurch zu erklären sind.

Die verwendeten Feldstärken ergeben sich aus der Windungszahl der Primärrollen und der mit einem Weston-illiampèremeter von Siemens & Halske gemessenen Stromärke *i* in *Milliampère* gleich 62,5 . *i* C.G.S.-Einh.

Die folgende Zusammenstellung (Tab. 1) gibt die spezifischen ewichte *s* der verwendeten Lösungen bei den beigesetzten emperaturen, den Gehalt an g-Mol. in cm³ *v*, entweder aus m spezifischen Gewicht oder durch Analyse (vgl. p. 617) beimmt, die Feldstärken in C.G.S.-Einheiten und die nach igen Angaben ermittelten Werte der Magnetisierungszahlen $\varkappa$.

In einigen der Reihen scheint die Magnetisierungszahl it wachsender Feldstärke etwas zu sinken; indessen wird das ohl auf Beobachtungsfehler zurückzuführen sein; die Uncherheit der Versuche nimmt mit wachsender primärer Stromärke zu, indem einerseits der Gang des Disjunktors unregelläßiger wird, und andererseits die Ruhelage des Galvanometers hon kleine Abweichungen nach jedem Versuche zeigt; es war s namentlich bei den ersten Versuchsreihen der Fall; später lang es, etwas größere Regelmäßigkeit zu erzielen.

Auf alle Fälle zeigen die Versuche, daß die von Silow obachteten großen Änderungen der Magnetisierungszahl bei esen schwachen Feldstärken in Wirklichkeit nicht vorhanden nd, und daß im Gegenteil die Magnetisierungszahl in dem 'eldstärkeintervall von 0,1—1,2 C.G.S.-Einh. bis auf höchstens 0 Proz. konstant bleibt. Kleinere Änderungen sind hingegen icht ausgeschlossen, da sie durch die Versuchsfehler verdeckt ein können.

Die Mittelwerte von $\varkappa$, die sich aus den Versuchen erben, dürften auf einige Prozente genau sein; eine Ausnahme macht nur der Wert bei $FeSO_4$, da hier wegen des geringen etrages dieser Größe sowohl die sehr weit getriebene Kompensation, wie auch die Änderung der Ausschläge bei Einführung der Lösung nur mit sehr mäßiger Genauigkeit bestimmt werden konnten, so daß der Mittelwert von $\varkappa$ wohl m 10 Proz., vielleicht auch noch etwas mehr fehlerhaft ein kann.

auch für die Bestimmungen von G. Jäger und St. Meyer an $FeCl_3$, da deren eigene Gehaltsangaben (ebenso auch für $FeCl_2$) ohne Zweifel irrtümlich sind; sie sind weder mit den Tabellen von Hager, noch mit Bestimmungen von Arndtsen, Eaton und solchen, die hier vorgenommen wurden, in Übereinstimmung zu bringen. Townsend gibt seine Versuchsergebnisse in der Form

$$10^7 \varkappa_1 = K . w - 7{,}7,$$

worin $\varkappa_1$ die Magnetisierungszahl der Lösung, w der Eisengehalt in g pro cm^3, $-7{,}7$ als Magnetisierungszahl des Wassers angenommen und K eine Konstante ist, aus der sich der Molekularmagnetismus des gelösten Salzes durch Multiplikation mit dem Atomgewicht des Eisens 55,9 und mit 10^{-7} ergibt.

Die Beobachtungen sind, soweit erforderlich und Temperaturangaben vorliegen, auf 18° reduziert mit Hilfe der von G. Jäger und St. Meyer bestimmten Temperaturkoeffizienten.

Tabelle 2.

Beobachter	Feldstärke C.G.S.-Einh.	$10^8 \varkappa$		$\varkappa$-$FeSO_4$ / $\varkappa$-$FeCl_3$
		$FeSO_4$	$FeCl_3$	
Wylach	0,1—1	9,1	13,7	0,664
Townsend [1])	1—9	11,2	14,7	0,762
Arndtsen [2])	3,5—70	10,8	13,9	0,777
v. Ettingshausen [3])	14—77	—	13,9	—
Lombardi [4])	70—600	11,1	14,3	0,776
Königsberger [5])	2000	12,1	14,9	0,812
Quincke [6])	6000—12500	13,5	15,0	0,900
Jäger u. Meyer [7])	10000—18000	12,4	13,6	0,912
Liebknecht u. Wills [8])	18000—40000	12,7	13,5	0,942

1) J. S. Townsend, Phil. Trans. **187**. A. p. 533. 1896.
2) A. Arndtsen, Pogg. Ann. **104**. p. 603. 1858.
3) A. v. Ettingshausen, Wied. Ann. **17**. p. 304. 1882.
4) L. Lombardi, Mem. di Torino (2) **47**. p. 1. 1897.
5) J. Königsberger, Wied. Ann. **66**. p. 698. 1898.
6) G. Quincke, Wied. Ann. **24**. p. 347. 1885.
7) G. Jäger u. St. Meyer, Sitzungsber. d. k. Akad. d. Wissensch. zu Wien **106**. II. p. 594, 623. 1897.
8) O. Liebknecht u. A. P. Wills, Ann. d. Phys. **1**. p. 178. 1900.

Bei der Diskussion dieser Ergebnisse ist zunächst zu rücksichtigen, daß die absoluten Werte mit einer beträchtlichen Unsicherheit behaftet sind. Bei den meisten Bestimmungen spielt die Schwierigkeit der Feldstärkemessung eine Rolle; Hrn. Townsends absolute Werte beruhen auf der Vergleichung der sehr verschiedenen Selbstinduktionen zweier Drahtrollen, deren Verhältnis $(2 \,.\, 10^6 : 70)$ durch Rechnung bestimmt wird — ein bekanntlich recht unsicheres Verfahren —, die Zahlen der Herren Liebknecht und Wills hängen von dem absoluten Werte der Magnetisierungszahl des Wassers ab, der nach den verschiedenen neueren Bestimmungen noch zwischen $-0{,}65$ und $-0{,}83 \,.\, 10^{-6}$ schwankt, Hrn. Quinckes Werte auch für die anderen Salze sind durchweg um 6—15 Proz. größer als die der anderen Beobachter und zeigen auch in den Einzelbestimmungen sehr starke Abweichungen, die bis zu 20 Proz. gehen. Hr. Lombardi gibt selbst seine absoluten Werte nur als näherungsweise richtig an. Berücksichtigt man dies, so wird man aus der obigen Zusammenstellung den Schluß ziehen dürfen, daß der Molekularmagnetismus des $FeCl_3$ in dem ganzen Feldstärkenbereiche von 0,1 bis 40000 C.G.S.-Einh. eine wirkliche Konstante ist. In der Tat, macht man die Probe, indem man die Mittelwerte für Feldstärken unter 1000 und über 1000 C.G.S.-Einh. nimmt, so findet man aus den ersten fünf der obigen Bestimmungen den Wert 14,10 und aus den letzten vier 14,20, der von jenem nur um 0,7 Proz. abweicht.

Anders verhält es sich bei $FeSO_4$; hier geben die ersten vier Bestimmungen den Mittelwert 10,55, die letzten vier den um 20 Proz. größeren Wert 12,67, und selbst wenn man den ziemlich unsicheren Wylachschen Wert (vgl. p. 611) fortläßt, bleibt der Unterschied der Mittelwerte, 11,03 und 12,67, noch immer 15 Proz., also bedeutend mehr, als beim $FeCl_3$, was bei der Gleichartigkeit der Beobachtungen wohl kaum auf Beobachtungsfehlern beruhen kann. Ohne die Werte von Wylach und Ettingshausen liegt der Mittelwert für $FeCl_3$ in schwachen Feldern, 14,30, etwas über dem in starken Feldern.

Deutlicher tritt das Anwachsen des Molekularmagnetismus beim $FeSO_4$ mit steigender Feldstärke in den relativen Werten, bezogen auf den Molekularmagnetismus des $FeCl_3$ gleich 1

auch für die Bestimmungen von G. Jäger und St. Meyer an $FeCl_3$, da deren eigene Gehaltsangaben (ebenso auch für $FeCl_2$) ohne Zweifel irrtümlich sind; sie sind weder mit den Tabellen von Hager, noch mit Bestimmungen von Arndtsen, Eaton und solchen, die hier vorgenommen wurden, in Übereinstimmung zu bringen. Townsend gibt seine Versuchsergebnisse in der Form

$$10^7 \varkappa_1 = K . w - 7,7,$$

worin $\varkappa_1$ die Magnetisierungszahl der Lösung, w der Eisengehalt in g pro cm^3, $-7,7$ als Magnetisierungszahl des Wassers angenommen und K eine Konstante ist, aus der sich der Molekularmagnetismus des gelösten Salzes durch Multiplikation mit dem Atomgewicht des Eisens 55,9 und mit 10^{-7} ergibt.

Die Beobachtungen sind, soweit erforderlich und Temperaturangaben vorliegen, auf 18° reduziert mit Hilfe der von G. Jäger und St. Meyer bestimmten Temperaturkoeffizienten.

Tabelle 2.

Beobachter	Feldstärke C.G.S.-Einh.	$10^8 \varkappa$		$\frac{\varkappa\text{-}FeSO_4}{\varkappa\text{-}FeCl_2}$
		$FeSO_4$	$FeCl_2$	
Wylach	0,1—1	9,1	13,7	0,664
Townsend [1]	1—9	11,2	14,7	0,762
Arndtsen [2]	3,5—70	10,8	13,9	0,777
v. Ettingshausen [3]	14—77	—	13,9	—
Lombardi [4]	70—600	11,1	14,3	0,776
Königsberger [5]	2000	12,1	14,9	0,812
Quincke [6]	6000—12500	13,5	15,0	0,900
Jäger u. Meyer [7]	10000—18000	12,4	13,6	0,912
Liebknecht u. Wills [8]	18000—40000	12,7	13,5	0,942

1) J. S. Townsend, Phil. Trans. 187. A. p. 533. 1896.
2) A. Arndtsen, Pogg. Ann. 104. p. 603. 1858.
3) A. v. Ettingshausen, Wied. Ann. 17. p. 304. 1882.
4) L. Lombardi, Mem. di Torino (2) 47. p. 1. 1897.
5) J. Königsberger, Wied. Ann. 66. p. 698. 1898.
6) G. Quincke, Wied. Ann. 24. p. 347. 1885.
7) G. Jäger u. St. Meyer, Sitzungsber. d. k. Akad. d. Wissensch. zu Wien 106. II. p. 594, 623. 1897.
8) O. Liebknecht u. A. P. Wills, Ann. d. Phys. 1. p. 178. 1900.

ng reicht aber bei hohen Stromdichten nicht aus und es
tt infolge der Konzentrationsänderungen an den Elektroden
e Gegenkraft auf, welche sich der Strombewegung wider-
zt. Diese Art der Polarisation zeigen unangreifbare Elek-
den, an denen Wasserstoff-, Chlor- oder Hydroxylionen ent-
len werden, gleichfalls; denn die Konzentration dieser Ionen
der Elektrode wird nicht minder verändert, wenn bei rascher
tladung Zuwanderung und Diffusion nicht mehr ausreichen,
den Verlust durch Entladung zu decken. Wie weit die
ränderung der Schichten dicht um die Elektroden geht,
ngt ausschließlich von der Stromdichte, der Wanderungs-
d Diffusionsgeschwindigkeit ab.

Etwas verwickelter werden die Verhältnisse, wenn die an
n Elektroden sich entladenden Ionen nicht ursprünglich in
reichender Weise vorhanden sind, sondern sich allmählich
ubilden. Da diese Vorgänge in vieler Hinsicht ähnlich sind
nen in Entladungsröhren, so mögen auch die hierbei auf-
tenden Erscheinungen kurz geschildert werden.

Haben wir z. B. eine wässerige Lösung von KOH, so
rden nach den Untersuchungen von Nernst[1]) bei 1,08 Volt
thodenpotential (dem ersten Knick) die H-Ionen, die in der
serigen Lösung stets vorhanden sind, entladen. Da die-
lben sich aber nicht
hnell genug nach-
lden, so bewirkt jede
tladung eine *Ver-
mung* der Elektroden-
gebung an Ionen.
ll die Stromstärke
tz dieser Verarmung
nehmen, so muß man
e weitere Steigerung
r elektromotorischen

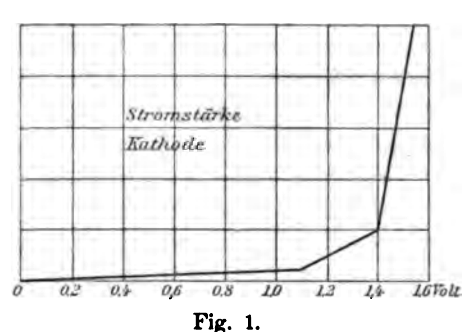


Fig. 1.

raft vornehmen; da die verfügbare Zahl der Wasserstoffionen
iglich durch die Geschwindigkeit der Neubildung bedingt
, so ist der Neigungswinkel der Kurve direkt ein Maß für
re Bildungsgeschwindigkeit. Erst bei 1,4 Volt, dem zweiten

1) W. Nernst, l. c.

hervor, da bei diesen ein großer Teil der Bestimmungsfehler, die den absoluten Werten anhaften, herausfällt, wie die letzte Zahlenreihe der Tabelle zeigt, die ein fast ganz regelmäßiges und kontinuierliches Ansteigen aufweist.

Bei der Ausdehnung unserer Betrachtungen auf die anderen oben genannten Salze ist daher zweckmäßig, diese letztere Darstellungsweise der relativen Molekularmagnetismen, bezogen auf $FeCl_3$ gleich 1, zu wählen. Man hat dabei noch den Vorteil, das hier schon spärlichere Beobachtungsmaterial noch durch die relativen Bestimmungen von G. Wiedemann[1]) vermehren zu können, die in mittleren Feldstärken (nach den Angaben von Wiedemann darf man sie der Größenordnung nach zwischen 10^2 und 10^3 C.G.S.-Einh. schätzen) ausgeführt sind.

Da indessen die Beobachtungen in schwachen Feldern noch sehr dürftig sind — außer den obigen, nicht sehr sicheren Bestimmungen von Wylach kommen hier nur noch die von Townsend an $FeCl_2$ und $Fe_2(SO_4)_3$ in Betracht —, so sind sie noch durch weitere relative Messungen ergänzt worden.

Die hierbei verwendete Methode, die an anderer Stelle genauer beschrieben wird, beruht auf der Bestimmung der Änderung, welche die Selbstinduktion einer Drahtspule durch Einführung der magnetischen Salzlösungen erfährt. Die Messung geschieht nach Maxwells Methode in der Wheatstoneschen Brücke mit dem Telephon als Meßinstrument.

Bei gleichem Volumen und gleichem Querschnitt der eingeführten Substanzen verhalten sich ihre Magnetisierungszahlen wie die Verschiebungen des Schleifkontaktes auf dem Brückendraht. Bringt man bei Lösungen dann noch eine Korrektion für den Wassergehalt, deren Betrag sich aus Beobachtungen an Ferrichloridlösungen von bekanntem Gehalt und aus dem Molekulargewicht und Prozentgehalt der betreffenden Lösung berechnen läßt, und dividiert den korrigierten Wert der Verschiebung durch die Zahl der g-Mol. in cm^3-Lösung, so erhält man Zahlen, die den Molekularmagnetismen proportional sind.

Der Gehalt der Lösungen wurde teils durch die Herstellung, teils durch das spez. Gewicht ermittelt, und wo sich

1) G. Wiedemann, Pogg. Ann. 126. p. 8. 1865.

eifel ergaben durch Analysen kontrolliert, die Hrn. Prof. Kassner zu verdanken sind; diese Analysen wurden ausführt bei Lösungen von $FeCl_2$, $FeCl_3$, $FeSO_4$ (sauer), $MnSO_4$.[1]) i $Fe_2(SO_4)_3$ und $MnCl_2$ ergaben die Herstellung und das ezifische Gewicht nach Landolt und Börnsteins Tabellen t übereinstimmende Werte für den Gehalt.

Die nachfolgende Zusammenstellung (Tab. 3) gibt die ezifischen Gewichte *s* der Lösungen bei den nebenstehenden mperaturen bezogen auf Wasser von 4°, den Prozentgehalt *p*, e Zahl der g-Mol. im cm³ *v*, die Verschiebungen des Schleifntaktes δ in cm, die den Magnetisierungszahlen proportional nd, korrigiert auf 18°, die für den Wassergehalt korrigierten erte δ', die den Magnetisierungszahlen der gelösten Salze oportional sind, und die den Molekularmagnetismen der tzteren proportionalen Werte δ'/v; endlich sind den Mittelerten der letzteren noch die auf den Molekularmagnetismus n $FeCl_3$ gleich 1 bezogenen Werte hinzugefügt.

Tabelle 3.

s	*p*	$10^3 . v$	δ_{18}	δ'	$\frac{\delta'}{v}$
$FeCl_3$					
28, 19,5°	24,6	1,85	7,60	7,82	4,23
03, 17,2°	31,0	2,49	10,03	10,23	4,12
03, 17,2°	31,0	2,49	10,64	10,64	4,28
12, 16,5°	31,7	2,54	10,58	10,58	4,17
				Mittel:	4,20
$FeCl_2$					
07, 18,0°	29,1	3,00	9,91	10,01	3,34
—	—	3,00[2])	9,83	9,93	3,31
17, 16,5°	29,9	3,10	10,24	10,35	3,34
11, 16,0°	36,2	4,03	13,20	13,38	3,32
				Mittel:	3,33 $\frac{FeCl_2}{FeCl_3} = 0,793$

1) Die Analysen ergaben auch die ausreichende Reinheit der von rquart in Beuel-Bonn bezogenen Salze; die analysierten Lösungen en die auch von Hrn. Wylach benutzten.

2) Saure Lösung (in 4—15 proz. Säure).

Rohres. N stellt ein kleines Näpfchen mit Phosphorsäureanhydrid dar, das zur völligen Austrocknung diente. Als Stromquelle wurde eine 20 plattige Influenzmaschine benutzt. Das Entladungspotential wurde durch Regulieren des Druckes möglichst konstant gehalten. Da jede einzelne Messung der Ladungszeit vielfach 10—15 Min. dauerte, so gelang dies nicht vollständig; Schwankungen von 500 Volt bei 4000—5000 Volt waren keine Seltenheit.

Bei den Messungen wurde die Kathode der Reihe nach in die verschiedenen Abstände von den Sonden gebracht. Bei jedem Abstande x der Sonden von der Kathode wurde die bewegliche Sonde von der Achse des Entladungsrohres nach dem Rande zu bewegt und für bestimmte Abstände r der Sonde S von der Mitte ($r = 0$) zunächst die Potentialdifferenz der Sonde und der zur Erde abgeleiteten Kathode gemessen. Darauf wurde die Sonde mit einer Kapazität, einer Leydener Flasche, verbunden und nun die Zeit der Ladung bestimmt. Da sich hierbei ergab, daß, bevor die Flasche das Endpotential erreichte, vielfach eine Entladung in Form eines Funkens nach der Kathode zu vor sich ging, so war zwischen Sonde und dem mit der Kapazität verbundenen Elektrometer ein großer Widerstand, ein feuchter Bindfaden, eingeschaltet. In manchen Teilen des dunklen Raumes hätte es, wie die Messungen ergaben, Stunden gedauert, bis das Elektrometer und die Leydener Flasche ihre Endpotentiale erreicht hätten. In diesen Fällen wurde das Steigen des Elektrometers während mehreren Intervallen von je 5 Min. beobachtet und aus den so gewonnenen Zahlen die Zeit extrapoliert, die nötig gewesen wäre, um die Kapazität und das Elektrometer vollständig zu laden.

Die Methode besitzt gegenüber der ihr sehr ähnlichen Methode der Querströme den Vorteil, daß an Stelle zweier Sonden nur eine benutzt wird und daher die Leitfähigkeit nicht in dem Raum zwischen den beiden Sonden, sondern nur in dem unmittelbar die eine Sonde umgrenzenden Raum gemessen wird. Alle Einwände gegen die Methode der Querströme gelten aber auch für die hier benutzte. Durch Hereinbringen der Sonde mit der Kapazität in die Röhre wird der Kraftlinienverlauf gestört und zwar an den verschiedenen Stellen der Entladung in verschiedener Weise, so daß Schlüsse aus den Messungen nur

ıhalt gezogen werden können. Für das Nachfolgende die Bedenken gegen die hier benutzte Methode nicht , da es sich nur um qualitative Ergebnisse handelt. en nachfolgenden Tabellen bedeutet r die Entfernung ɜ von der Mitte der Kathode ($r = 0$), x der Abstand ode von der Sonde, GP das Gesamtpotential, P das der Sonde, Z die Zeit, die erforderlich war, damit Elektrometer und die Leydener Flasche auf das Poluden. Das Gesamtpotential wurde am Anfang der reihe bestimmt, im Verlauf der letzteren änderte es ach um mehrere 100 Volt, da es nicht möglich war, dungspotential während 15—30 Min. konstant zu halten. ɔdenstrahl bestand aus einem dünnen Strahl, der von der Kathode ausging.

Tabelle I.

$p = 0,09$ mm, $i = 0,32 \cdot 10^{-3}$ Amp.

	x	GP	P	Z
ı	1 mm	1800	420	240 Min.
	1	1850	450	190
	1	1850	490	80
	1	1800	710	2
	10	1750	1260	12
	10	1850	1300	9
	10	1850	1300	7
	10	1800	1250	$1^1/_2$
	20	2100	2000	5
	20	1900	1850	4
	20	1980	1870	3
	20	1980	1900	2
	40	1900	1850	2
	40	2000	1900	$1^1/_2$
	40	1950	1900	$1^1/_2$
	40	1950	1870	$1^1/_2$
		Glimmlicht		
	60	2000	1950	$1^1/_2$
	60	2100	2000	$1^1/_2$
	60	2000	1950	$1^1/_2$
	60	2200	1990	$1^1/_2$

Tabelle II.

$p = 0{,}05$ mm. $i = 0{,}32 \cdot 10^{-3}$ Amp.

r	x	GP	P	Z
2,5 cm	1 mm	4500	810	∞
2,0	1	5000	900	∞
1,5	1	5000	920	300 Min.
0,5	1	6000	970	25
2,5	20	5000	1100	20
2,0	20	4500	1150	14
1,5	20	4800	1150	8
0,5	20	5500	1120	1½
2,5	40	5000	4100	5
2,0	40	5500	4200	4
1,5	40	5000	4000	3
0,5	40	5300	4000	1½
		Glimmlicht		
2,5	80	4500	4500	2
2,0	80	4500	4500	2
1,5	80	5000	5000	1½
0,5	80	5000	5000	1½

Aus den Tabellen ist deutlich zu ersehen, daß je näher man sich dem Glimm- oder Kathodenlicht befindet, desto schneller das Elektrometer seine Ladung annimmt.

Es wurde jetzt die Mitte der Kathode durch ein 2 mm breites Loch durchbohrt, durch welches ein Kanalstrahlenbündel in den Raum hinter der Kathode trat.

Tabelle III.

$p = 0{,}04$ mm. $i = 0{,}33 \cdot 10^{-3}$ Amp.

r	x	GP	P	Z
2,5 cm	3 mm	5500	2000	55 Min.
2,0	3	5000	1650	22
1,5	3	4500	1500	20
0,5	3	4800	1540	4
2,5	10	5500	2800	12
2,0	10	4500	2600	10
1,5	10	4800	2650	7
0,5	10	5000	2700	3

Tabelle III (Fortsetzung).

x	GP	P	Z
20 mm	4700	3000	5 Min.
20	4700	3000	4
20	4800	2950	3
20	4900	2900	2
40	4500	3300	3
40	4400	3500	2
40	4400	3500	$1^1/_2$
40	4500	3300	$1^1/_2$
	Glimmlicht		
80	3800	3600	$1^1/_2$
80	3800	3600	$1^1/_2$
80	3800	3600	$1^1/_2$
80	3800	3600	$1^1/_2$

len Tabellen ergibt sich:
ı dunklen Kathodenraum dauert es außerordentlich ein mit einer Kapazität verbundenes Elektrometer sich raus schließe ich, *daß der dunkle Raum nur wenig ält, er ist der Verarmungsbereich.* Hiermit ist die der oben gegebenen Theorie bestätigt.
mehr man sich dem Glimmlicht- und Kathodenstrahlen- iert, desto schneller lädt sich ein mit einer Kapazität s Elektrometer. Hieraus ergibt sich, daß *je mehr den Glimmlicht- und Kathodenstrahlen nähert, desto Ionisation ist.*

Kathodenstrahlen ionisieren also das Gas auf ihrer dunklen Raum. Daraus, daß die Ionen nur in be- n Maße in den dunklen Raum diffundieren, muß ßen, daß die positiven Ionen sofort nach der Kathode lie negativen nach der Anode geschleudert werden. eht in Einklang, daß nach A. Wehnelt[1]), je mehr are Strahlenbündel an der Kathode sich nach der ımmenzieht, der „Ringstrom", d. h. der Strom, der äußeren Teile der plattenförmigen Kathode fließt, wird, bis schließlich bei sehr tiefen Drucken, wo

Wehnelt, Ann. d. Phys. 7. p. 242. 1902.

Wenngleich einzelne Werte aus der regelmäßigen Reihe herausfallen, so erkennt man doch in allen diesen Zahlen denselben Gang, wie wir ihn schon beim Ferrosulfat fanden, eine leichte Zunahme mit wachsender Feldstärke, ausgesprochener bei den Sulfaten, geringer und unsicherer bei den Chloriden; in allen Fällen aber nicht so groß, daß sie nicht bei den einzelnen Untersuchungen, die sich auf kleinere Feldstärkebereiche erstrecken, sich hinter Beobachtungsfehlern verkriechen und so der Aufmerksamkeit entgehen konnte.

Geht man auf die Deutung dieses Befundes ein, an der Hand von W. Webers Theorie der Molekularmagnete, in der Ausbildung, die namentlich Ewing ihr gegeben hat, so muß man sich erinnern, daß bei den magnetischen Metallen die Abhängigkeit der Magnetisierungszahl von der Feldstärke ebenso wie die Hysteresiserscheinungen auf die Tatsache zurückgeführt wird, daß in Gruppen von Molekularmagneten verschiedene stabile Gleichgewichtslagen möglich sind, die durch äußere Kräfte ineinander übergeführt werden können, ohne daß dieser Übergang beim Aufhören der äußeren Kräfte rückgängig gemacht wird.[1]) Ist die äußere Kraft die Richtkraft eines Magnetfeldes, so ist der Übergang aus der einen Gleichgewichtslage in die neue jedesmal mit einer verhältnismäßig starken Zunahme des magnetischen Momentes verbunden, wodurch das Anwachsen der Magnetisierungszahl mit steigender Feldstärke bedingt ist.

Das letztere setzt hiernach die Existenz von Molekulargruppen voraus, in Lösungen also, in denen die getrennten Moleküle freie Beweglichkeit besitzen und bei ihren verhältnismäßig großen Abständen kaum noch eine merkliche magnetische Wirkung aufeinander ausüben können, die Bildung von Molekülkomplexen. Diese Komplexbildung braucht nur eine teilweise und nicht sehr starke zu sein, um das beobachtete Anwachsen der Magnetisierungszahlen, das 40 Proz. des Anfangswertes kaum übersteigt, zu erklären, denn die Molekülkomplexe können in schwachen Feldern infolge der gegenseitigen Astasierung der Molekularmagnete einen verschwindenden Molekularmagne-

1) Vgl. J. A. Ewing, Magnetische Induktion, deutsch von Holborn und Lindeck, p. 277 ff. Berlin 1892.

A. Schuster[1]) nimmt an, daß die Kathode sich polari-
srt in ähnlicher Weise, wie dies bei flüssigen Elektrolyten
r Fall ist, einer Ansicht, der sich unter anderem Mebius[2])
schließt. Hiergegen spricht, daß bisher ein Polarisations-
rom in einwandsfreier Weise nicht nachgewiesen worden ist.[3])

Nach O. Lehmann[4]) sollen sich die negativen Ionen an
r Anode leicht entladen können, während die positiven ihre
dung nur schwierig an die Kathode abgeben, so daß sich
n diese eine mehr oder minder ausgedehnte Hülle positiv
ktrischen Gases lagert. Hiergegen läßt sich einwenden,
ß ein negativ geladener Körper in den Kanal- und Kathoden-
rahlen seine Ladung sehr schnell verliert, und zwar, soweit
s den allerdings mehr qualitativen Beobachtungen hervor-
ht, annähernd ebenso schnell, als wenn derselbe positiv ge-
den ist.[5])

Von Hrn. W. Kaufmann[6]) ist die Theorie aufgestellt
rden, daß in der Nähe der Kathode die Konzentration beider
nenarten wegen des stark wachsenden Potentialgefälles außer-
dentlich klein wird. Hiergegen sind von Hrn. E. Gold-
tein[7]) Einwände erhoben worden, der den dunklen Kathoden-
um als eine Deflexionserscheinung auffaßt. Auf die Theorie
n Kaufmann komme ich später zurück.

---

1) A. Schuster, Proc. Roy. Soc. 47. p. 526. 1890.

2) C. A. Mebius, Wied. Ann. 59. p. 695. 1896.

3) A. Schuster hat (Lum. électrique 46. p. 371. 1892; Beibl. 27.
157. 1893) bei H, N, O, Wasserdampf und verschiedenen anderen zu-
mmengesetzten Gasen keine Polarisation beobachten können, wohl aber
i einigen Kohlenwasserstoffen. Aus der Tatsache, daß nur die letzteren
se diese Erscheinung zeigen, geht mit Sicherheit hervor, daß wir es
r mit Ausnahmefällen zu tun haben, die wohl in Zusammenhang
ehen mit der leichten Zersetzbarkeit der betreffenden Gase und dem
iederschlagen der Zersetzungsprodukte auf die Elektroden. Von anderen
rschern ist niemals eine Polarisation beobachtet worden. J. J. Thom-
n u. E. Rutherford, Phil. Mag. 42. p. 392. 1897.

4) O. Lehmann, Verhandl. d. Naturw. Vereins Karlsruhe 15. p. 35.
902. Sep.

5) W. Arnold, Wied. Ann. 61. p. 327. 1897; H. Dufour, Compt
nd. 122. p. 460. 1896, u. a. Die geringen beobachteten Unterschiede er-
ären sich durch die verschiedenen Geschwindigkeiten der + und — Ionen.

6) W. Kaufmann, Verh. d. Deutsch. Phys. Ges. 2. p. 141. 1900.

7) E. Goldstein, Verh. d. Deutsch. Phys. Ges. 2. p. 143. 1900.

Tabelle 1.

$FeCl_3$.
$s = 1,226$ bei 11°,
$\nu = 1,81 \cdot 10^{-3}$.

Feldstärke	$\varkappa \cdot 10^6$
0,175	24,7
0,344	24,9
0,481	24,8
0,631	24,7
0,913	24,0
1,15	24,4
Mittel:	24,6

$FeCl_3$.
$s = 1,435$ bei 12°,
$\nu = 3,62 \cdot 10^{-3}$.

Feldstärke	$\varkappa \cdot 10^6$
0,081	50,1
0,188	50,6
0,294	50,3
0,363	48,2
0,500	47,0
0,613	47,5
0,890	49,4
1,09	45,3
1,23	45,6
Mittel:	48,2

$MnCl_2$.
$s = 1,330$ bei 20,5°,
$\nu = 3,36 \cdot 10^{-3}$.

Feldstärke	$\varkappa \cdot 10^6$
0,202	40,8
0,376	39,7
0,550	40,0
0,763	40,3
0,95	40,0
1,14	40,8
Mittel:	40,3

$Fe_2(SO_4)_3$.
$s = 1,609$ bei 10,8°,
$\nu = 3,96 \cdot 10^{-3}$.

Feldstärke	$\varkappa \cdot 10^6$
0,181	39,9
0,363	38,0
0,369	39,3
0,669	36,8
0,97	37,2
1,13	36,3
Mittel:	37,9

$FeSO_4$.
Saure Lösung.
$\nu = 1,161 \cdot 10^{-3}$.

Feldstärke	$\varkappa \cdot 10^6$
0,187	9,69
0,363	10,01
0,500	10,19
0,788	9,27
1,10	9,77
Mittel:	9,79

$MnSO_4$.
$s = 1,428$ bei 18,5°,
$\nu = 3,31 \cdot 10^{-3}$.

Feldstärke	$\varkappa \cdot 10^6$
0,187	36,7
0,369	37,0
0,561	35,6
0,681	35,4
0,943	35,5
Mittel:	36,0

$Fe_2(SO_4)_3$.
Saure Lösung.
$\nu = 2,64 \cdot 10^{-3}$.

Feldstärke	$\varkappa \cdot 10^6$
0,187	30,6
0,374	29,9
0,625	30,3
Mittel:	30,3

Die Änderung der Magnetisierungszahlen bei großer Änderung der Feldstärken.

Es dürfte kaum möglich sein, eine einzige Methode für Bestimmung der Abhängigkeit der Magnetisierungszahlen n Salzlösungen in dem ganzen zugänglichen Feldstärkereich von 0,1 bis 40000 C.G.S.-Einh. anzuwenden; die in rken Feldern brauchbaren Methoden sind für schwache ldstärken nicht empfindlich genug, und bei den für letztere utzten Induktionsmethoden lassen sich keine sehr hohen ldstärken erreichen.

Nach den verschiedenartigen Methoden liegt aber bereits großes Beobachtungsmaterial zahlreicher Forscher vor, das stattet in die Prüfung der Frage einzutreten. Am besten tersucht sind die Sulfate und Chloride des Eisens, sowie nganosulfat und -chlorid, und unter diesen wiederum liegen r $FeCl_3$ und $FeSO_4$ die meisten *absoluten* Bestimmungen der olekularmagnetismen in Lösung vor. Die folgende Tab. 2 thält eine Zusammenstellung dieser Bestimmungen, die zum oßen Teil auf Neuberechnungen beruht.

Die Bestimmungen der verschiedenen in erster Kolumne henden Beobachter sind nach aufsteigenden Feldstärken — in eiter Kolumne in C.G.S.-Einheiten angegeben — geordnet, e dritte und vierte Kolumne bringt die Molekularmagnetismen, e sie sich aus den beobachteten Magnetisierungszahlen $\varkappa_1$ r Lösungen vom Prozentgehalt p und der Dichte s, dem lekulargewicht M des gelösten Körpers, der Magnetisierungshl des Wassers $\varkappa_2$ nach der Formel ergeben:

$$\varkappa = \frac{100\,M}{p\,s}\,\varkappa_1 - \frac{100 - p}{p}\,M\,\varkappa_2 .$$

rin ist $\varkappa_2 = -0,75 \cdot 10^{-6}$ als Mittelwert der bisherigen Bemungen angenommen worden. Der Prozentgehalt p ist, ern nicht direkte Bestimmungen vorliegen, wie bei Townsend, ndtsen, Liebknecht und Wills, aus dem spezifischen wicht berechnet worden, und zwar nach den Tabellen von ger[1]) für $FeCl_3$ und von H. Schiff[2]) für $FeSO_4$; das gilt

1) G. T. Gerlach, Fresenius' Zeitschr. f. analyt. Chem. 27. p. 278. 1888.

2) H. Schiff, Ann. Chem. Pharm. 110. p. 73. 1877. Dessen Werte men besser mit eigenen Bestimmungen als die von Gerlach, die Landolt u. Börnsteins Tabellen angeführt sind.

Knick, werden die K-Ionen entladen und jetzt nimmt, da die Zahl der vorhandenen Ionen sehr groß ist, bei Steigerung der elektromotorischen Kraft die Stromstärke rasch zu.

Diese Theorie läßt sich auf Gasentladungen übertragen. Steigert man nämlich in einem Gase, nachdem dasselbe ionisiert ist, die Stromdichte, so wird an den Elektroden bald eine *Verarmung* an Ionen eintreten, da die Ionen sich nicht unendlich rasch neubilden und zu den Elektroden diffundieren. Wie weit die Veränderung der Schichten an den Elektroden vor sich geht, hängt ausschließlich von der Stromdichte und der Diffusions- und Wanderungsgeschwindigkeit ab. Trotzdem über die Natur und Wanderungsgeschwindigkeit der Elektronen und Ionen in Entladungsröhren noch keine Messungen vorliegen, so sprechen doch viele Tatsachen dafür, daß das positive Ion langsamer wandert als das negative. Nimmt man diese sehr wahrscheinliche Hypothese an, so erklärt sich leicht, weswegen an der Kathode, wohin die positiven Ionen gelangen, eine viel stärkere Verarmung eintritt, als an der Anode.

Nach dieser Vorstellung ist also *der dunkle Raum der Verarmungsbereich.*

Im folgenden habe ich diese Hypothese geprüft. Zu dem Zweck wird zunächst festgestellt, daß tatsächlich im dunklen Raum im Vergleich zu den übrigen Teilen der Entladung sehr wenig Ionen vorhanden sind. Damit wird die Grundlage der Theorie bestätigt. Darauf habe ich eine Reihe von Folgerungen aus der Theorie gezogen, nämlich, daß der dunkle Raum kleiner werden, ja sogar verschwinden muß, wenn man nur genügend Ionen in denselben hineinbringt. Dies gelingt tatsächlich, wenn man das Gas im dunklen Raum durch Kathoden- oder Kanalstrahlen ionisiert oder als Kathode ein lichtelektrisch empfindliches Metall anwendet, welches ebenfalls unter dem Einfluß des in der Entladung vorhandenen positiven und Glimm-Lichtes Ionen in den dunklen Raum aussendet. Auch alle anderen Erscheinungen an der Kathode finden, soweit ich das übersehen kann, ihre ungezwungene Erklärung durch die Theorie.

§ 3. *Nachweis der Verarmung an Ionen an der Kathode.* Um den Nachweis zu führen, daß an der Kathode im Vergleich zu den übrigen Teilen der Entladung verhältnismäßig

nig Ionen sind, wurde eine bewegliche Sonde, die mit einer pazität verbunden war, in die verschiedenen Teile der Entlung gebracht und nun die zur Ladung erforderliche Zeit obachtet.

Als Entladungsrohr benutzte ich ein von Hrn. A. Wehnelt[1]) i seinen Potentialmessungen im dunklen Raum angewandtes; sselbe war 6 cm weit und 100 cm lang. Die senkrecht zur ihrachse befindliche scheibenförmige und den ganzen Quernitt des Entladungsrohres ausfüllende Kathode K und eine tlich sitzende Sonde S_1 waren in der aus der Fig. 2 erhtlichen Weise (e sind kurze Enden eines 10 mm dicken

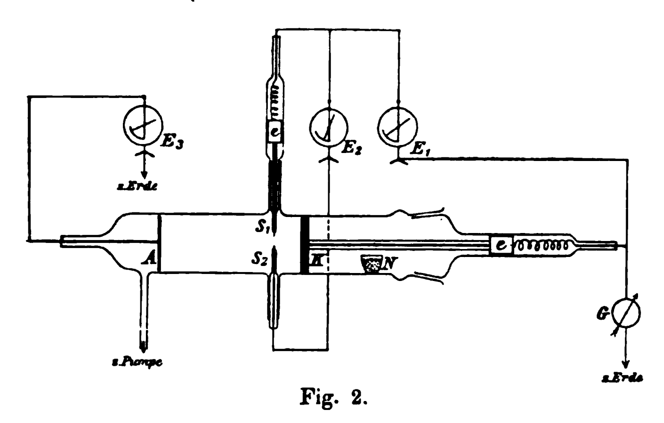


Fig. 2.

isendrahtes) mit Hilfe eines Magneten von außen verschiebbar.) konnte man an jeder Stelle des Raumes sowohl senkrecht s auch parallel zur Kathodenfläche die Potentialdifferenzen rischen Sonde und Kathode messen. Der ersten Sonde S_1 efand sich eine zweite S_2 diametral gegenüber, welche bis i die Mitte der Entladungsröhre reichte. Die Sonden waren side bis auf eine 1 mm lange Spitze durch ein dünnes Glashr isoliert. Die Sonden wurden so kurz gewählt, um möghst das Potential an der betreffenden Stelle zu erhalten. i den Potentialmessungen dienten Braunsche Elektrometer as Elektrometer E_1 maß die Potentialdifferenz zwischen der weglichen Sonde S_1 und der zur Erde abgeleiteten Kathode, id Elektrometer E_3 das gesamte Entladungspotential des

1) A. Wehnelt, Ann. d. Phys. 10. p. 553. 1903.

Rohres. N stellt ein kleines Näpfchen mit Phosphorsäureanhydrid dar, das zur völligen Austrocknung diente. Als Stromquelle wurde eine 20plattige Influenzmaschine benutzt. Das Entladungspotential wurde durch Regulieren des Druckes möglichst konstant gehalten. Da jede einzelne Messung der Ladungszeit vielfach 10—15 Min. dauerte, so gelang dies nicht vollständig; Schwankungen von 500 Volt bei 4000—5000 Volt waren keine Seltenheit.

Bei den Messungen wurde die Kathode der Reihe nach in die verschiedenen Abstände von den Sonden gebracht. Bei jedem Abstande x der Sonden von der Kathode wurde die bewegliche Sonde von der Achse des Entladungsrohres nach dem Rande zu bewegt und für bestimmte Abstände r der Sonde S von der Mitte ($r = 0$) zunächst die Potentialdifferenz der Sonde und der zur Erde abgeleiteten Kathode gemessen. Darauf wurde die Sonde mit einer Kapazität, einer Leydener Flasche, verbunden und nun die Zeit der Ladung bestimmt. Da sich hierbei ergab, daß, bevor die Flasche das Endpotential erreichte, vielfach eine Entladung in Form eines Funkens nach der Kathode zu vor sich ging, so war zwischen Sonde und dem mit der Kapazität verbundenen Elektrometer ein großer Widerstand, ein feuchter Bindfaden, eingeschaltet. In manchen Teilen des dunklen Raumes hätte es, wie die Messungen ergaben, Stunden gedauert, bis das Elektrometer und die Leydener Flasche ihre Endpotentiale erreicht hätten. In diesen Fällen wurde das Steigen des Elektrometers während mehreren Intervallen von je 5 Min. beobachtet und aus den so gewonnenen Zahlen die Zeit extrapoliert, die nötig gewesen wäre, um die Kapazität und das Elektrometer vollständig zu laden.

Die Methode besitzt gegenüber der ihr sehr ähnlichen Methode der Querströme den Vorteil, daß an Stelle zweier Sonden nur eine benutzt wird und daher die Leitfähigkeit nicht in dem Raum zwischen den beiden Sonden, sondern nur in dem unmittelbar die eine Sonde umgrenzenden Raum gemessen wird. Alle Einwände gegen die Methode der Querströme gelten aber auch für die hier benutzte. Durch Hereinbringen der Sonde mit der Kapazität in die Röhre wird der Kraftlinienverlauf gestört und zwar an den verschiedenen Stellen der Entladung in verschiedener Weise, so daß Schlüsse aus den Messungen nur

mit Vorbehalt gezogen werden können. Für das Nachfolgende kommen die Bedenken gegen die hier benutzte Methode nicht in Frage, da es sich nur um qualitative Ergebnisse handelt.

In den nachfolgenden Tabellen bedeutet r die Entfernung der Sonde von der Mitte der Kathode ($r = 0$), x der Abstand der Kathode von der Sonde, GP das Gesamtpotential, P das Potential der Sonde, Z die Zeit, die erforderlich war, damit sich das Elektrometer und die Leydener Flasche auf das Potential P luden. Das Gesamtpotential wurde am Anfang der Messungsreihe bestimmt, im Verlauf der letzteren änderte es sich vielfach um mehrere 100 Volt, da es nicht möglich war, das Entladungspotential während 15—30 Min. konstant zu halten. Der Kathodenstrahl bestand aus einem dünnen Strahl, der von der Mitte der Kathode ausging.

Tabelle I.

$p = 0{,}09$ mm, $i = 0{,}32 \cdot 10^{-3}$ Amp.

r	x	GP	P	Z
2,5 cm	1 mm	1800	420	240 Min.
2,0	1	1850	450	190
1,5	1	1850	490	80
0,5	1	1800	710	2
2,5	10	1750	1260	12
2,0	10	1850	1300	9
1,5	10	1850	1300	7
0,5	10	1800	1250	$1^1/_2$
2,5	20	2100	2000	5
2,0	20	1900	1850	4
1,5	20	1980	1870	3
0,5	20	1980	1900	2
2,5	40	1900	1850	2
2,0	40	2000	1900	$1^1/_2$
2,5	40	1950	1900	$1^1/_2$
0,5	40	1950	1870	$1^1/_2$
		Glimmlicht		
2,5	60	2000	1950	$1^1/_2$
2,0	60	2100	2000	$1^1/_2$
1,5	60	2000	1950	$1^1/_2$
0,5	60	2200	1890	$1^1/_2$

abgeleitetes Kupferblech, das in der Mitte ein Loch von ungefähr $1^1/_2$ mm Durchmesser enthält. *D* eine Elektrode aus Aluminium. Es werden jetzt die Kanal- bez. Kathodenstrahlen durch das Drahtnetz in *B* geworfen, derart, daß sie an der *hinteren* Seite der in Betracht kommenden Kathode *C* in einiger Entfernung vorbeigehen. Macht man nun *D* zur Kathode, so gehen von demselben bei passendem Druck Kathodenstrahlen aus, die das Loch in *C* durchsetzen. Werden jetzt in *B* Kathoden- oder Kanalstrahlen erregt, so ist nichts besonderes wahrzunehmen. Macht man dagegen *C* zur Kathode, während in *A* kein Strom fließt, so breitet sich um *C* ein dunkler Raum aus, der je nach dem Druck große Dimensionen annehmen kann. Durch das Loch in *C* gehen Kanalstrahlen, wie die Figur andeutet. Wirft man nun in *B* Kathodenstrahlen hinein, so schlägt bei passendem Druck die Entladung um und geht an dem dunklen Raum vorbei; fast die ganze Elektrizität entlädt sich in Form von positivem Licht durch das Loch und entweicht durch *b* zur Erde, oder die positiven Ionen der oberen Röhre vereinigen sich mit den negativen der Kathodenstrahlen. Gleichzeitig sinkt das Potential sehr stark. Wirft man dagegen Kanalstrahlen nach *B*, so sinkt der dunkle Raum bei *C* etwas zusammen und es sinkt eventuell das Potential um einige 100 Volt, da jetzt ein Teil und zwar nur ein kleiner Teil des Stromes durch *b* zur Erde abfließt. Bei meinen Versuchen habe ich das Potential in *C* nie so weit steigern können, daß bei Anwesenheit von Kanalstrahlen in *B* fast die ganze Entladung durch *b* zur Erde floß. Dieser Versuch beweist also, daß *Kathodenstrahlen das Entladungspotential stärker herabsetzen als Kanalstrahlen.* Die Erklärung ist schon vorhin gegeben. Um die Kathode *C* ist eine starke Verarmung an positiven und negativen Ionen eingetreten, doch sind positive immer noch in Überschuß vorhanden. Machen wir das Gas in *B* negativ, so ziehen die negativen Ionen die positiven Ionen in *C* an, so daß die Entladung den Weg durch *b* wählt. Laden wir das Gas in *B* dagegen positiv, so stoßen die positiven Ionen in *B* die positiven in *C* ab und es wird daher die Entladung erst bei viel höheren Potentialen in *C* durch *b* zur Erde entweichen.

Aus der folgenden Tabelle, welche ich meinen Beob-

chtungen entnehme, wird man leicht den starken Potential-
fall beim Vorhandensein von Kathodenstrahlen erkennen.
P bedeutet das Potential von *D* gegen Erde, *i* die Stromstärke
in *DC*, *I* die Stromstärke in *A* in Milliampère, *Π* das Poten-
ial in *A*. Ich teile die letzteren beiden Zahlen mit, damit
an einen ungefähren Anhalt über die Stärke der Kathoden-
nd Kanalstrahlen hat. Für das folgende kommen nur *i* und
auptsächlich *P* in Betracht.

Tabelle VI.

D Kathode. Luft.

Π	*I*	*P*	*i*	
—	—	1650 Volt	0,29 M.-A.	—
900 Volt	0,4	1650	0,30	Kathodenstrahlen
1180	1,0	1650	0,30	„
1300	1,5	1650	0,29	„
1700	3,2	1650	0,29	„
970	0,32	1650	0,29	Kanalstrahlen
1400	1,4	1650	0,29	„
1570	2,2	1650	0,30	„
1750	3,4	1650	0,31	„

Ist *D* also Kathode, so haben Kathoden- oder Kanal-
strahlen, die hinter der durchlöcherten Anode vorbei geschickt
werden, keinen Einfluß.

Tabelle VII.

C Kathode. Luft. $i = 0,29$ M.-A.

Π	*I*	*P*	
—	—	3200 Volt	Ohne Kathoden- und Kanalstrahlen
1600 Volt	0,3	2500	Kanalstrahlen
900	0,3	250	Kathodenstrahlen
1680	0,4	2500	Kanalstrahlen
950	0,4	260	Kathodenstrahlen
1800	1,0	2300	Kanalstrahlen
1180	1,0	280	Kathodenstrahlen
1950	1,5	2200	Kanalstrahlen
1300	1,5	270	Kathodenstrahlen
2200	3,2	2100	Kanalstrahlen
1700	3,2	260	Kathodenstrahlen

Tabelle VIII.

Ein anderes, sehr ähnliches Rohr. *C* Kathode.

II	*I*	*P*	
—	—	2800 Volt	Ohne Kathoden- und Kanalstrahlen
900 Volt	0,35	320	Kathodenstrahlen
1300	0,35	2450	Kanalstrahlen
1200	1,0	320	Kathodenstrahlen
2000	1,0	2400	Kanalstrahlen
1400	1,5	330	Kathodenstrahlen
2200	1,5	2400	Kanalstrahlen
1600	13,5	330	Kathodenstrahlen

Aus den Tabellen ergibt sich unzweifelhaft, daß *Kathodenstrahlen das Entladungspotential stärker herabsetzen als Kanalstrahlen.*

Gegen die Deutung dieser Versuche läßt sich der Einwand erheben, daß die Kathodenstrahlen stärker ionisieren als die Kanalstrahlen und daß hierauf die Wirkung zurückgeführt werden müsse. Daß dies nicht der Fall ist, geht aus folgenden Versuchen hervor.

§ 7. *Messung der Leitfähigkeit in mit Kathoden- bez. Kanalstrahlen durchsetzten Räumen.* Zur Messung der Leitfähigkeit wurde die Methode der Querströme genommen. In dem Rohr, in welchem die Leitfähigkeit untersucht werden sollte, standen einander gegenüber zwei bis auf die Spitzen in Glas gehüllte Sonden oder plattenförmige Elektroden, die bei Anlegung einer äußeren elektromotorischen Kraft im Galvanometer einen Strom gaben. Da die Methode sich nur anwenden läßt, wenn von vornherein in dem betreffenden Rohr keine Potentialdifferenz vorhanden ist, da sonst ein Teil des Hauptstromes bei Anlegung einer elektromotorischen Kraft durch die Querelektroden hindurchgeht[1]) und wegen der hierbei auftretenden verwickelten Verhältnisse eine Berechnung der Leitfähigkeit kaum möglich ist[2]), so habe ich zunächst untersucht, ob in dem Raum hinter dem Drahtnetz, der für die Entscheidung der eben erwähnten Frage allein in Betracht kommt, überall dasselbe Potential herrscht.

1) G. Wiedemann, Lehre von der Elektrizität 4. p. 504ff. Braunschweig 1885; C. A. Mebius, Wied. Ann. 59. p. 695. 1896.

2) C. A. Mebius, l. c.

Eine Röhre *A* von 80 cm Länge und 40 cm Breite und eine zweite Röhre *B* von 140 cm Länge und 40 cm Weite wurden aneinander derart gekittet, daß sich zwischen ihnen ein Drahtnetz befand. In dem Rohr *B* befanden sich sechs Sonden aus Platin, die bis auf die Spitze in Glas gehüllt waren. Sie führten zu dem Elektrometer. Die Elektrode *a* bestand aus Zink. Der Druck wurde mit einem McLeod abgelesen. In der folgenden Tabelle bedeutet Nr. die Nummer der Sonde, *P* das Potential der Sonde, *Π* das Potential bei *a*, welches eine ungefähre Vorstellung von der Wucht, mit der die Kanal- bez. Kathodenstrahlen in den Raum *B* geworfen wurden, gibt, und schließlich *p* der Druck und *i* die Stromstärke in *A*.

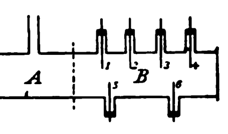


Fig. 8.

Tabelle IX.

Stickstoff. Kanalstrahlen. $i = 0{,}3$ M.-A.

$p = 0{,}035$ mm $\Pi = 1160$ Volt		$p = 0{,}27$ mm $\Pi = 550$ Volt		$p = 0{,}35$ mm $\Pi = 460$ Volt	
Nr.	*P*	Nr.	*P*	Nr.	*P*
1	+ 19,1 Volt	1	+ 17,8 Volt	1	+ 7,4 Volt
2	19,2	2	17,8	2	7,4
3	19,1	3	17,7	3	7,4
4	19,2	4	17,8	4	7,3
5	19,0	5	17,7	5	7,4
6	19,0	6	17,7	6	7,3

Stickstoff. Kathodenstrahlen. $i = 0{,}3$ M.-A.

$p = 0{,}035$ mm $\Pi = 1050$ Volt		$p = 0{,}27$ mm $\Pi = 530$ Volt		$p = 0{,}35$ mm $\Pi = 420$ Volt	
Nr.	*p*	Nr.	*p*	Nr.	*p*
1	− 3,5 Volt	1	− 20,0 Volt	1	− 20,0 Volt
2	3,4	2	19,9	2	20,0
3	3,5	3	19,9	3	22,2
4	3,5	4	20,0	4	22,3
5	3,5	5	19,9	5	21,8
6	3,5	6	19,9	6	21,7

Aus der Tabelle, die ich noch vermehren könnte, ergibt sich, daß innerhalb der Beobachtungsfehler *überall im Raum hinter dem Drahtnetz ungefähr dasselbe Potential vorhanden ist. Fallen Kanalstrahlen hinein, so ist der Raum positiv, fallen Kathodenstrahlen hinein, so ist er negativ geladen.* Nur bei größeren Drucken, die aber im späteren gar nicht in Betracht kommen, sind nicht genau dieselben Potentiale überall vorhanden. Selbstverständlich gilt der obige Satz nur so lange, als der Raum, in den die Kathoden- bez. Kanalstrahlen fallen, nicht allzugroß ist.

Daß im allgemeinen auch bei Veränderung der Stromstärke in *A* das Potential in Rohr *B* überall gleich ist, geht aus der folgenden Tabelle hervor.

Tabelle X.

Wasserstoff. p = 0,59 mm.

Kathodenstrahlen				Kanalstrahlen			
Nr.	i	P	Π	Nr.	i	P	Π
1	0,5 M.-A.	−5,6 Volt	360 Volt	1	0,41 M.-A.	9,1 Volt	450 V
4	0,5	5,4	360	4	0,41	9,2	450
1	0,69	5,4	380	1	0,62	9,4	480
4	0,69	5,5	380	4	0,62	9,5	480
1	1,0	5,3	400	1	1,1	9,8	540
4	1,0	5,6	400	4	1,1	9,6	540
1	2,3	5,9	500	1	2,3	9,7	640
4	2,3	5,9	500	4	2,3	9,7	640

p = 0,33 mm.

Kathodenstrahlen				Kanalstrahlen			
Nr.	i	p	Π	Nr.	i	P	Π
1	0,49 M.-A.	−0,7 Volt	500 Volt	1	0,4 M.-A.	10,5 Volt	690 Volt
4	0,49	0,7	500	4	0,4	10,3	690
1	0,8	0,7	550	1	0,59	10,6	770
4	0,8	0,7	550	4	0,59	10,6	770
1	1,0	0,75	640	1	1,0	10,7	880
4	1,0	0,75	640	4	1,0	10,8	880
1	2,5	2,8	1100	1	2,4	11,1	1050
4	2,5	2,5	1100	4	2,4	11,1	1050

Es wurde nun ein neues Rohr angefertigt, welches an ehreren Stellen einander genau gegenüberstehende Sonden thielt. Die letzteren wurden durch ein Galvanometer mit er Batterie verbunden. Da sich bei höheren elektromotochen Kräften leicht ein Flammenbogen ausbildete, so befand h vor dem Galvanometer ein größerer Jodcadmiumwiderund, der bewirkte, daß die Elektrizität höchstens in Form er Entladung, d. h. mit Glimmlicht dunklem Raum und sitiven Licht überging. In den nachfolgenden Tabellen beiten p der Druck, Π das Potential in A, I die Stromstärke A, P die elektromotorische Kraft zwischen den Sonden, die, ange kein Glimmlicht, positives Licht etc. zwischen den iden sich ausgebildet hatte, identisch war mit der äußeren elegten elektromotorischen Kraft und i die Stromstärke schen den Sonden. Die Galvanometerausschläge sind in willkürien Einheiten angegeben (1 Teilstrich gleich $3,8 \cdot 10^{-6}$ M.-A.).

Tabelle XI.

Wasserstoff.

Kathodenstrahlen. $p = 0,19$ mm, $I = 0,2$ M.-A., $\Pi = 790$ Volt.		Kathodenstrahlen. $p = 0,085$ mm, $I = 0,2$ M.A., $\Pi = 840$ Volt.	
p	i	p	i
10 Volt	87	10 Volt	250
20	68	20	440
30	82	30	610
40	83	40	720
50	93	50	840
60	104	60	980
70	118	70	1100
80	140	80	1260
90	163	90	1400
100	175	100	1480
110	179	110	1560
120	194	120	1650
130	221	130	1760
140	226	140	1880
150	245	150	1960
160	260	160	2060

Tabelle XI (Fortsetzung).

Kanalstrahlen. $p = 0{,}68$ mm, $I = 0{,}2$ M.-A., $\Pi = 400$ Volt.		Kanalstrahlen. $p = 0{,}18$ mm, $I = 0{,}2$ M.-A., $\Pi = 1480$ Volt.	
p	i	p	i
10 Volt	80	10 Volt	510
20	160	20	880
30	200	30	1150
40	220	40	1300
50	240	50	1400
60	270	60	1600
70	310	70	1900
80	360	80	2300
90	410	90	2500
100	450	100	2700
110	510	110	2900
120	560	120	3100
130	610	130	3300
140	660	140	3500
150	710	150	3700
160	760	160	3900

Tabelle XII.

Sauerstoff.

Kanalstrahlen. $p = 0{,}045$ mm, $I = 0{,}2$ M.-A., $\Pi = 1910$ Volt.		Kathodenstrahlen. $p = 0{,}01$ mm, $I = 0{,}2$ M.-A., $\Pi = 2100$ Volt.	
p	i	Π	i
10 Volt	220	10 Volt	120
20	410	20	250
40	620	40	450
60	820	60	620
80	1100	80	770
100	1300	100	900
120	1450	120	1000
140	1600	140	1140
160	1700	160	1300

Bei 160 Volt war stets im Querstrom Glimmlicht etc. zu ꞏen; bei großen Stromstärken im Hauptstrom sogar schon 120 Volt. Die beistehende Fig. 9 gibt die erste Beobꞏtungsreihe wieder, die anderen sind analog. Wächst die ꞏktrodenspannung ausgehend von ꞏinen Werten, so wächst mit ihr Stromstärke erst schnell, dann gsamer und nimmt darauf einen ꞏezu konstanten Wert an. Steigt Elektrodenspannung noch weiter, nimmt auch die Stromstärke zu. e Kurve hat also zwei Wendenkte. Die Beobachtungen stimꞏn mit denen früherer Beobachter ꞏerein und finden ihre Erklärung durch, daß, bevor die Sättigung ꞏgetreten ist, die sich bewegenden ꞏnen weiter ionisieren.[1]) Mit steiꞏnder Stromstärke im Hauptstrom ꞏmmt die Leitfähigkeit im Querꞏrom stark zu, ebenso bei weiterer Verdünnung. Aus den ꞏobachtungen ergibt sich, daß eine Leitfähigkeit sich nur ꞏessen läßt, wenn man keine höheren Spannungen als 40 Volt ꞏwendet. Das ist im folgenden auch geschehen.

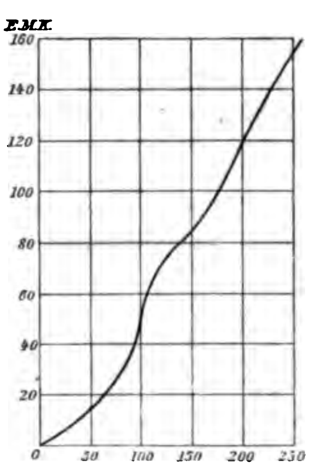


Fig. 9.

§ 8. *Weitere Messungen über die Wirkung der Kanal- und ꞏthodenstrahlen.* Es wurde ein der Fig. 7 ähnliches Rohr ꞏwandt, nur waren unmittelbar ꞏter dem durchbohrten Kupferꞏech *C* zwei Sonden *S* angebracht, ꞏe dazu dienen sollten, die Leitfähigꞏit zu messen. War *D* Kathode, ꞏwar, wie bei Tab. VI, kein Einꞏß der Kathoden- oder Kanalꞏahlen zu beobachten. Es wurde ꞏst, nachdem die Kathoden- bez. ꞏanalstrahlen in *B* hineingeschickt waren, die Leitfähigkeit ꞏi 40 Volt zwischen *SS* gemessen, darauf wurde die Influenz-

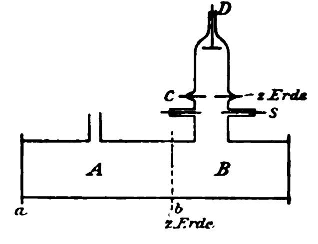


Fig. 10.

1) Vgl. J. Stark, Elektrizität in Gasen p. 184. Leipzig 1902.

maschine zwischen CD eingeschaltet, derart, daß C Kathode war. Solange kein großer dunkler Raum sich ausgebildet hatte, war kaum ein Einfluß der Kathoden- oder Kanalstrahlen zu beobachten. Mit den Messungen begann ich bei 0,015 mm, nachher, beim weiteren Auspumpen, ließ sich der Druck nicht mehr messen. In der nachfolgenden Tabelle bedeuten I die Stromstärke im Hauptkreis, P das Potential zwischen D und Erde, L die Leitfähigkeit zwischen SS.

Tabelle XIII.

Luft.

Kathodenstrahlen.			Kanalstrahlen.		
I	P	L	I	P	L
—	1150 Volt	—	—	1150 Volt	—
0,1 M-A.	220	30	0,1 M.-A.	950	40
0,3	220	120	0,15	750	60
0,6	220	270	0,3	650	140
1,0	220	460	0,5	600	300
			1	520	500

Wasserstoff.

Kathodenstrahlen.			Kanalstrahlen.		
—	1900 Volt	—	—	1900 Volt	—
0,1 M.-A.	720	50	0,1 M.-A.	1150	55
0,2	220	130	0,2	900	150
0,3	220	200	0,3	760	230
1,0	220	700	0,5	600	370
			1	400	780

Mit Stickstoff und Sauerstoff wurden ähnliche Resultate erhalten.

Aus der Tabelle ergibt sich, daß *Kathodenstrahlen, selbst wenn sie in viel geringerem Maße ionisieren als Kanalstrahlen, trotzdem wirksamer sind als letztere.* Die negativen Ionen der Kathodenstrahlen in B ziehen die positiven aus dem dunklen Raume in C heraus, so daß die Entladung eine ganz andere Bahn einschlägt, während die positiven Ionen der Kanalstrahlen diese anziehende Wirkung nicht ausüben können.

§ 9. *Einwirkung der Kathodenstrahlen auf den von ihnen durchdrungenen dunklen Raum.* Aus der Tatsache, daß Kathodenstrahlen ionisieren und dadurch die Verarmung an Ionen an

r Kathode beseitigen, folgt, daß der dunkle Raum und das
thodenpotential ohne Kathodenstrahlen größer sein würden,
sie tatsächlich sind. Hieraus ergibt sich, daß, wenn man
von einer Kathode ausgehenden Kathodenstrahlen auf die
thode zurückwirft, der dunkle Raum kleiner werden und
Kathodenfall sinken muß. Daß tatsächlich der dunkle
um durch Zurückwerfen der Kathodenstrahlen in denselben
ner wird, ist von den Herren E. Wiedemann u. H. Ebert[1])
bachtet worden. Ich habe diese Beobachtungen durch
entialmessungen ergänzt. Zur Verwendung kam das von
Wiedemann und H. Ebert benutzte Rohr. Ein 5,6 cm
es, 22 cm langes Glasrohr trägt an einem Ende einen

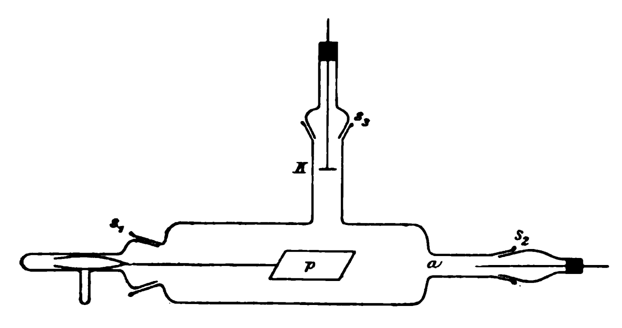


Fig. 11.

ten Schliff s_2 mit einer Aluminiumplatte a, welche zur
thode gemacht wird. Am anderen Ende befindet sich ein
iterer Schliff s_1, durch den ein Glasstab eingeführt wird,
oben eine flachgedrückte Glashülse trägt. In diese
n von oben her durch den weiten Schliff mittels einer
ge der Stiel einer Platte p gesetzt werden, welche also
die Rohrachse drehbar ist. In der Höhe der Platten-
tten ist seitlich ein über 2 cm weites Rohr angesetzt, in
lches eine als Kathode benutzte Aluminiumplatte durch den
liff s_3 eingeführt wird. Wird so weit ausgepumpt, daß
h das positive Licht nach oben zurückzieht und um die

1) E. Wiedemann u. H. Ebert, Sitzungsber. d. phys.-med. Soc.
ngen 1891.

Kathode ein dunkler Raum ausbildet, so kann man
Drehen von p leicht bewirken, daß die Kathodenstrahlen
oder minder in den dunklen Raum reflektiert werden.
letztere wird dann kleiner und gleichzeitig dringt das p
Licht vor. In der ersten Reihe der nachfolgenden T
stehen die Entladungspotentiale, während die Kathodenst
seitwärts an m vorbeigingen, und in der zweiten die
ladungspotentiale, wenn sie in den dunklen Raum ge
wurden.

Tabelle XIV.

Ohne Reflexion	Mit Reflexion
5300 Volt	3700 Volt
3700	3400
3300	3000
4000	3500
4500	3600
5500	3700

Als Kathode wurde jetzt ein Aluminiumdraht, de
auf die Spitze in Glas gehüllt war, benutzt.

Tabelle XV.

Ohne Reflexion	Mit Reflexion
2500 Volt	1950 Volt
2000	1700
1700	1600
1500	1400
1380	1300
1300	1240

Auch durch den Magneten kann man die Kathodenst
in ihren dunklen Raum zurückwerfen. Benutzt wurde hier
Rohr von 10 cm Länge und 5 cm Durchmesser. Anod
Kathode bestanden aus Aluminiumdraht. Der Strom i
unter der Kathode befindlichen Elektromagneten war so
daß das Kathodenstrahlenbündel völlig aufgewickelt
Bei Beginn des Versuches war das Rohr mit Kathodenst
erfüllt; als der Magnet angelegt wurde, drang das p
Licht vor.

Tabelle XVI.

Ohne Magnet	Mit Magnet
5000 Volt	2200 Volt
3500	1750
3000	1550
2500	1380
2100	1260
1800	1150
1600	1110
1500	1070

Mit einem halb so starken Magneten wurden folgende Resultate erhalten.

Tabelle XVII.

Ohne Magnet	Mit Magnet
4000 Volt	3500 Voit
3500	3300
3000	2800
2500	2350
2000	1900
1750	1650
1500	1450

Aus den Tabellen ergibt sich:

1. *Kathodenstrahlen und zwar sowohl direkte als auch reflektierte und durch den Magneten in den dunklen Raum geworfene ionisieren das Gas im dunklen Raum und bewirken dadurch, daß derselbe und zugleich das Kathodenpotential kleiner wird.*

2. *Die Wirkung ist um so größer, je größer der dunkle Raum ist, d. h. je weiter die Verarmung an Ionen um die Kathode fortgeschritten ist.*

Die Erklärung hierfür ist oben gegeben worden.

§ 10. *Schluß.* Aus der hier entwickelten Theorie über die Natur des dunklen Raumes lassen sich noch einige Folgerungen ziehen.

Da der dunkle Raum verhältnismäßig wenig Ionen enthält, so muß er sich in jeder Hinsicht wie ein Dielektrikum verhalten. Hieraus erklären sich die Beobachtungen von E. Wiedemann und mir[1]), daß derselbe nicht gegen elektrische Wellen schirmt, während die übrigen Teile einer Ent-

1) E. Wiedemann u. G. C. Schmidt, Wied. Ann. 62. p. 460. 1897.

ladung dies tun, sowie die Beobachtungen von A. Wehnelt[1], daß die Entladung durch den dunklen Raum oszillatorisch ist.

Da die negativen Ionen eine größere Geschwindigkeit besitzen als die positiven, so folgt hieraus, wie schon p. 626 angedeutet, daß nur an der Kathode, wohin die positiven Ionen gelangen, eine Verarmung eintreten kann, während an der Anode stets Ionen in reichlicherer Menge vorhanden sein müssen. Hieraus erklärt sich, weswegen nur an der Kathode der dunkle Raum auftritt.

Über die Größe des dunklen Raumes und die Beziehung desselben zur Stromdichte, Gasdruck etc. werden sich erst genaue Gesetze nach Ermittelung der Wanderungsgeschwindigkeit, Anzahl der Ionen, sowie der Ionisation durch Kathodenstrahlen etc. aufstellen lassen.

Es war meine Absicht, diese Arbeit durch Bestimmung der Wanderungsgeschwindigkeiten aus der Leitfähigkeit zu vervollständigen. Die Methode bestand im wesentlichen darin, das Gas im Entladungsrohr zu ionisieren und darauf in dem isoliert aufgehängten Rohr nach Unterbrechung des Hauptstromes die Leitfähigkeit in den verschiedenen Teilen der Entladung zu messen. Nach Überwindung vieler Schwierigkeiten ergab sich, daß die Ionen so schnell verschwanden, daß eine Messung auf diesem Wege nicht möglich war. Nur die an den Glaswänden haftenden und sich allmählich freimachenden Ionen erteilten der Luft eine geringe Leitfähigkeit.

Erlangen, Physikalisches Institut, 4. Juli.

1) A. Wehnelt, Wied. Ann. 65. p. 511. 1898.

(Eingegangen 10. Juli 1903.)

10. *Über die Anwendung von Gleichstrom-larisation bei Kohlrauschs Methode zur Messung elektrolytischer Leitungswiderstände;*

von E. Ray Wolcott.

---

§ 1. Zur Messung elektrolytischer Leitungswiderstände nt heutzutage fast ausschließlich die klassische Methode ı F. Kohlrausch mit Wechselstrom und Telephon. Der folg der Methode beruht auf der Herabminderung der larisation. In der Tat, setzt man, wie üblich, die durch den chselstrom $J = a . \sin n t$ hervorgerufene Polarisation gleich

$$\frac{a}{C n} \cdot \sin\left(n t - \left(\frac{\pi}{2} - \psi\right)\right),$$

liefert die Wheatstonesche Proportion beim Tonminimum ch M. Wien[1]) die Größe

$$W + \Delta W + \frac{1}{2 n^2 C^2 (W + \Delta W)},$$

o W den gesuchten Ohmschen Widerstand des die Zelle enthaltenden Zweiges bedeutet und

$$\Delta W = \frac{\sin \psi}{C . n}$$

st. Die beiden zu W hinzukommenden Glieder verschwinden raktisch bei hinreichend großer Polarisationskapazität C, auf leren Steigerung mithin alles ankommt. Großes C erhält man lurch Anwendung platinierter Platinplatten von mäßiger Größe, wobei es vorteilhaft ist, die Lummer-Kurlbaumsche Plati-

---

1) M. Wien, Wied. Ann. 58. p. 64. 1896.

nierungsflüssigkeit (Platinchlorid und etwas Bleiacetat) anzuwenden.[1])

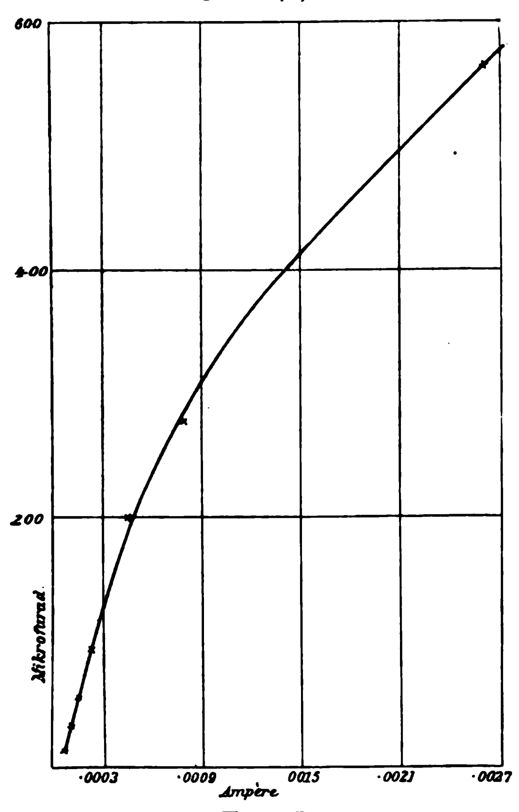
Nun haben Gordon[2]), Scott[3]) und Schönherr[4]) gezeigt, daß die Polarisationskapazität von Platinplatten auch dadurch erhöht werden kann, daß man sie durch Gleichstrom polarisiert, wobei nach Unterbrechung des Gleichstromes die Kapazität langsam auf ihren Anfangswert zurückgeht. Es ist der Zweck dieser Notiz zu zeigen, daß man durch Anwendung dieser Tatsache auf die Kohlrauschsche Methode Vorteile erlangen kann.

§ 2. Ein Zweig der mit Wechselstrom (Induktorium und Saitenunterbrecher) betriebenen Wheatstoneschen Brücke enthält eine elektrolytische Zelle aus zwei platinierten Platinelektroden von 2 qcm und 1 qmm Flächeninhalt in verdünnter Schwefelsäure. Seitwärts war eine dritte Elektrode angebracht, welche mit der kleinen von 1 qmm Flächeninhalt durch eine Batterie und einen sehr großen Widerstand verbunden werden konnte. Die Polarisation der großen Elektrode kam gegen die der kleinen nicht in Betracht und die Wirkung kathodischer Gleichstrompolarisation auf die kleine Elektrode konnte so untersucht werden. Derselbe Zweig enthielt außerdem eine regulierbare Selbstinduktion; indem man diese sowie die Widerstände der Zweige passend abglich, brachte man die Stromstärke im Brückenzweig, beobachtet an einem Vibrationsgalvanometer nach Rubens[5]), auf Null. Das Vibrationsgalvanometer war auf 55 Schwingungen in der Sekunde eingestellt. Die folgende Tabelle gibt in der ersten Kolumne die Stärke J des Gleichstromes, in der zweiten die kompensierende Selbstinduktion L, in der dritten $1/L n^2 = (C)$, in der vierten den nach der Wheatstoneschen Proportion berechneten scheinbaren Widerstand W' des die Zelle enthaltenden Zweiges; W' ist die Summe aus dem Ohmschen Widerstand W des Zweiges und der von der Polarisation herrührenden scheinbaren Widerstandsvermehrung ΔW. Die wahre Polarisationskapazität C ist gleich $(C) . \cos \psi$.

1) F. Kohlrausch, Wied. Ann. 60. p. 315. 1897.
2) C. M. Gordon, Wied. Ann. 61. p. 15 ff. 1897.
3) A. M. Scott, Wied. Ann. 67. p. 394 ff. 1899.
4) P. Schönherr, Ann. d. Phys. 6. p. 120. 1901.
5) H. Rubens, Wied. Ann. 56. p. 27. 1895.

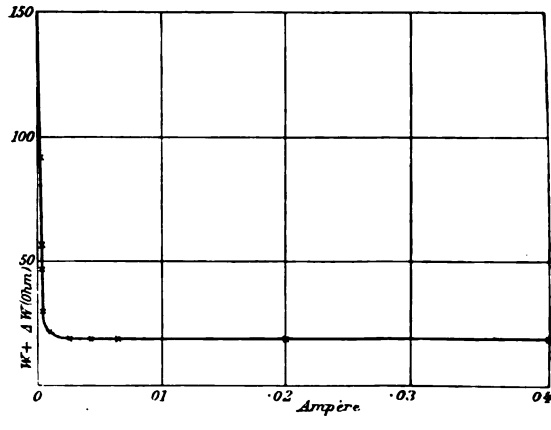
J Amp.	$L \cdot 10^{-8}$	(C) Mikrof.	W' Ohm
0,00005	5,8	14,4	148
0,00012	1,92	43,7	92
0,00016	1,40	60	77
0,00024	1,20	70	57
0,00032	0,94	89	44
0,00044	0,42	200	30
0,00077	0,30	280	22,2
0,00260	0,15	560	18,9
0,00430	0	∞	18,5
0,00630	0	∞	18,5
0,020	0	∞	18,5
0,040	0	∞	19,0

Die Kurven I und II geben (C) und W' als Funktion von J.



Kurve I.

Von der Stromstärke $J = 0,0043$ an wird die kompe sierende Selbstinduktion gleich Null, d. h. ohne daß eine sol eingeschaltet wurde, konnte der Brückenstrom durch Wi standsabgleichung zum Verschwinden gebracht werden. man sieht, nähert sich der scheinbare Widerstand W'



Kurve II.

wachsendem J dem Wert 18,5, welchen er bei weiterer gerung der Stromstärke zunächst beibehält; wird die S stärke über einen gewissen Wert erhöht, so fängt W' an sam zu steigen.

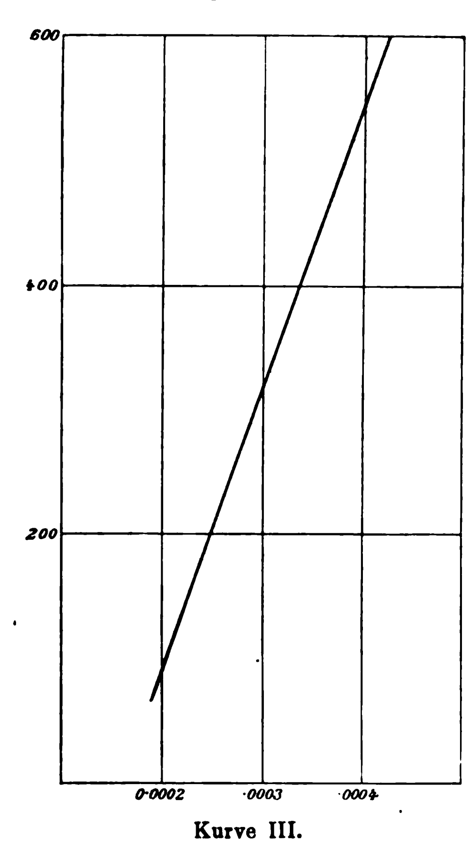
Bei dem folgenden Versuch blieb alles wie bei dem vo: nur wurden die Elektroden einander näher gebracht und stärkere Säure angewandt.

J Amp.	$L \cdot 10^{-8}$	(C) Mikrof.	W' Ohm
0,00019	8,6	97,7	8,2
0,00027	5,5	153	7,1
0,00044	1,4	600	4,5
0,00180	0	∞	2,20
0,00480	0	∞	2,21
0,02000	0	∞	2,70

Die Kurven III und IV enthalten die graphische stellung.

Von $J = 0{,}0018$ an wird L praktisch gleich Null, das nis ist das gleiche wie im vorigen Fall.

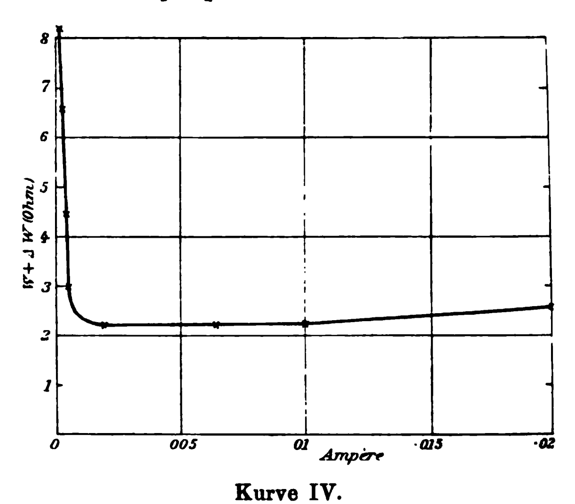
3. Es fragt sich nun, welche Bedeutung die Werte von ben, die man erhält, wenn die kompensierende Selbston durch Anwendung des Gleichstromes auf Null ge-



Kurve III.

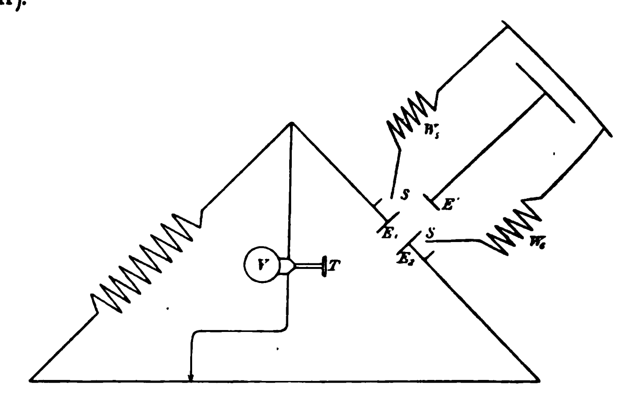
wird. Um dies zu prüfen, wurde in den Brückenzweig em Vibrationsgalvanometer ein Hörtelephon aufgenommen. ınd, daß ohne Anwendung des polarisierenden Gleichs beide Instrumente verschiedene Widerstände W' an-, welche bei der Erhöhung der Kapazität durch den strom sich einander näherten und schließlich, wenn die tät praktisch unendlich geworden war, zusammenfielen.

Bei den folgenden Versuchen enthielt die Zelle zwei gleicl kleine Elektroden, E_1, E_2, welche beide durch den Gleichstro



Kurve IV.

mittels der Hilfselektrode E' kathodisch polarisiert wurden (Figur).



1. Beispiel. NaCl-Lösung.

	Vibrations-galvanometer	Telephon	
W'	33,61	31,94	ohne Gleichstrom,
	30,16	30,16	mit Gleichstrom von 0,002 Amp

2. Beispiel. NaCl-Lösung. Platinierte Platinelektroden, jede von 2 qmm Oberfläche.

	Vibrationsgalvanometer	Telephon	
W'	72,54	64,94	ohne Gleichstrom,
	60,86	60,80	mit Gleichstrom, beide Elektroden kathodisch polarisiert.

Nun betrug die Schwingungszahl des benutzten Vibrations- lvanometers 55 in der Sekunde, während man nach Lenard[1]) d M. Wien[2]) beim Hörtelephon auf viel höhere Töne ein- llt. Da aber

$$\Delta W = \frac{\sin \psi}{C \cdot n}$$

, so zeigt die Gleichheit der durch die beiden Instrumente ieferten Werte von W' an, daß dieser Wert der wahre ımsche Widerstand des Zweiges ist.

§ 4. Es wurde im § 2 bemerkt, daß, wenn man die ärke des polarisierenden Gleichstromes zu weit steigert, W' eder langsam zunimmt; dabei stimmen fortdauernd die An- ben der beiden Instrumente überein. Es nimmt also wirk- h der Ohmsche Widerstand der Zelle zu. Kleine Wider- andsänderungen durch Polarisation sind bereits von E. Cohn[3]) obachtet worden. Für die praktische Anwendung ergibt sich ıs dem Gesagten, daß die Stärke des polarisierenden Gleich- romes nur bis zum Minimum von W' gesteigert werden darf, enn man den wahren elektrolytischen Widerstand ohne „Über- ıngswiderstand" erhalten will.

§ 5. Bei den bisherigen Versuchen blieb der polarisierende leichstrom während der Messung mit dem Wechselstrom ge- hlossen. Das ist im allgemeinen nicht nötig, da die kapazitäts- höhende Wirkung des Gleichstromes einige Zeit nach Unter- echung desselben andauert, nach meinen Erfahrungen länger i größeren als bei kleineren Elektroden. Bei den folgenden ersuchen konnten die polarisierenden Gleichströme, wie die igur zeigt, durch Stromschlüssel S unterbrochen werden.

1) P. Lenard, Wied. Ann. **39**. p. 628. 1890.
2) M. Wien, Wied. Ann. **42**. p. 616. 1892; **47**. p. 632. 1892.
3) E. Cohn, Wied. Ann. **13**. p. 665. 1881.

1. Beispiel. Verdünnte Schwefelsäure. Elektrodenoberfläche 1 qmm.

	Vibrations-galvanometer	Telephon	
W'	—	2,8	ohne Gleichstrom,
	2,2	2,2	mit Gleichstrom von 0,005 Amp.,
	2,3	2,3	„ „ „ 0,01 „
	2,7	2,7	„ „ „ 0,02 „
	—	2,2	gleich nach Unterbrechung des Gleichstromes,
	—	2,6	einige Minuten später.

Wie man sieht, wird das Minimum des Widerstandes auch gleich nach Unterbrechung des Gleichstromes erhalten, während einige Minuten später die Polarisationskapazität wieder kleiner geworden ist. Länger hält die Wirkung im folgenden Beispiel an.

2. Beispiel. Elektroden 1 qcm Oberfläche in verdünnter Schwefelsäure.

W'	
0,770	ohne Gleichstrom,
0,723	mit Gleichstrom von 0,005 Amp.,
0,723	nach Unterbrechung des Gleichstromes,
0,723	30 Minuten später.

§ 6. Anstatt der in den bisherigen Versuchen benutzten kathodischen Polarisation kann auch die anodische verwandt werden; doch erfordert sie im allgemeinen stärkere Ströme; das Minimum von W', auf das es ankommt, ergibt sich für anodische und kathodische Polarisation übereinstimmend.

§ 7. Die besten Ergebnisse bei der Messung elektrolytischer Widerstände wurden nach dem Schema der Figur erhalten. Es waren stets sehr große Widerstände W_5, W_6 in die Leitung des von der städtischen Zentrale (110 Volt) gelieferten Gleichstromes eingeschaltet. Um den Übergangswiderstand fortzuschaffen, ist es zuweilen gut, nach der kathodischen die anodische Polarisation anzuwenden. Da es genügt, den Gleichstrom nur sehr kurze Zeit zu schließen und da nach Unterbrechung des Gleichstromes eingestellt werden kann, so ist es möglich, Störungen durch die erwärmende Wirkung dieses Stromes zu vermeiden. Auch kann im Fall von Salzen so die Störung durch Zersetzung sehr klein gemacht werden.

Um die Anwendung der Methode direkt zu zeigen, habe ich mit platinierten Elektroden von 2 qmm Oberfläche das Verhältnis der Leitungsvermögen von 5- und 10 proz. NaCl-Lösung bei 19,5° untersucht.

	Widerstand	Verhältnis	Verhältnis der Leitvermögen
5 Proz.	21,580	—	—
10 „	38,853	1,8004	1,8021

Der Fehler beträgt etwas über 1 Promille.

§ 8. Alle bisherigen Versuche wurden mit platinierten inelektroden gemacht. Die Methode ist indessen auch auf ke Elektroden anwendbar, deren Benutzung für den Fall Säuren und Alkalien sowie von höheren Alkoholen erscht ist.[1]) Doch sind hier stärkere Ströme erforderlich, der polarisierende Strom darf nicht geöffnet werden. Es ist schwer, die Methode ohne störende Wärme- und zersetzende rung anzuwenden, wenn man die älteren Kohlrauschschen rstandsgefäße benutzt, bei welchen ein engeres Rohr zwei re, die Elektroden enthaltenden Gefäße verbindet; in diese ße bringt man je eine Hilfselektrode für den Gleichstrom.

§ 9. Die Vorteile, welche durch die Anwendung von Gleichnpolarisation behufs Erhöhung der Polarisationskapazität bei Kohlrauschschen Methode zur Messung elektrolytischer ngswiderstände erlangt werden können, sind also folgende:

1. Verkleinerung der erforderlichen Elektrodenoberfläche.
2. Messung sehr kleiner Widerstände bis zu Bruchteilen 1 Ohm.
3. Möglichkeit der Anwendung von blanken Platinelektroden iger Größe.
4. Möglichkeit der Ersetzung des Hörtelephons durch das ationsgalvanometer, was eine höhere Polarisationskapazität dert und unter Umständen, z. B. in geräuschvollem Raum mit Rücksicht auf die Individualität des Beobachters, nscht sein kann.

Sehr gute Dienste dürfte die Methode jedenfalls leisten, es sich, wie bei den Versuchen von M. Wien[2]), darum lelt, elektrolytische Widerstände zu messen, welche ohne hstrom mit starker Polarisation behaftet sind.

Berlin, Physik. Institut, 6. Juli 1903.

---

1) F. Kohlrausch u. L. Holborn, Das Leitvermögen der Elek-e p. 10—11. Leipzig, bei Teubner 1898.

2) M. Wien, Wied. Ann. 58. p. 40. 1896.

(Eingegangen 18. Juli 1903.)

11. *Kathodengefälle in Helium;*
von Robert Defregger.

Auf Anregung Prof. Warburgs unternahm ich im Anschlusse an die Untersuchungen von K. Mey[1]) die Bestimmung des Kathodengefälles einer Reihe von Metallen im Helium. Da bei diesem Gase chemische Wechselwirkungen mit dem Elektrodenmetall als ausgeschlossen gelten können, so sind unter diesen Umständen die Verhältnisse einfacher als bei anderen Gasen.

Die Anordnung zur Gewinnung und Reinigung des Heliums war die Meysche. Die Methode, das Gas von den letzten Spuren verunreinigender Gase durch die K-Na-Legierung zu befreien, bewährte sich dauernd. Sie hat aber, wenn große Zeitverschwendung vermieden werden soll, zur Voraussetzung, daß das Helium entweder frisch in ein Vakuum entwickelt worden ist oder im Falle einer Verunreinigung durch Undichtigkeit etc. schon durch andere Mittel bis auf Spuren von diesen Beimischungen befreit ist.

Das geschah durch wiederholtes (6—8 maliges) langsames Durchleiten durch ein rotglühendes Verbrennungsrohr, welches Magnesiumspäne und Kupferoxyd enthielt.

Bezüglich der Anordnung zur Messung des Kathodengefälles sowie der Schaltung der Stromwege kann ich auf Meys Arbeit verweisen.

Die Metalle wurden in Form hochpolierter Drähte in die Entladungsröhre eingebracht. Das Rohr lief aus in einen kapillaren Teil, durch welchen mit Hilfe einer dritten Elektrode die Entladung geleitet werden konnte und so eine Kontrolle des Gasspektrums ermöglichte. Diese Anordnung rührt von Strutt[2]) her. Ich lasse gleich die ermittelten Werte für das normale Kathodengefälle folgen, um noch einige Bemerkungen daran zu schließen.

1) K. Mey, Ann. d. Phys. 11. p. 127. 1903.
2) R. J. Strutt, Phil. Mag. März 1900.

Metall	Normales Kathodengefälle in Volt
Kupfer	177
Platin, platiniert	168
Silber	162
Stahl	161
Platin, blank	160
Zink	143
Quecksilber	142,5
Aluminium	141
Wismut	137
Magnesium	125

ıffallend ist im allgemeinen, wie niedrig die Gefälle
ber den in anderen Gasen gemessenen sind. Hierin
as Ergebnis für die Alkalimetalle auf alle Metalle über-
ausgedehnt werden. Dagegen hat sich die Reihenfolge,
durch die bisherigen Messungen wahrscheinlich gemacht
. die Zusammenstellung bei Mey l. c.) nicht ergeben,
ı eine andere, für welche ein Zusammenhang mit be-
n Eigenschaften der Metalle zurzeit nicht ersichtlich ist.
ns zeigt auch ein Blick auf die erwähnte Zusammen-
g, daß für die edleren Metalle (Platin bis Zink) die
einander ähnlich bleiben und ziemlich regellos verteilt
Erst beim Übergang zu den Erd- und Alkalimetallen
der ausgesprochene Abfall der Kathodengefälle.
er Wert für Platin, den ich fand, weicht beträchtlich
m von Strutt l. c. zu 226 Volt angegebenen ab, und
be ihn deshalb mit verschiedenen Röhren und unter
ten Bedingungen nachgemessen. Unter anderem hatte
ch versucht, die Reinigungsmethode, welche Strutt ver-
e, zu kopieren. Sie bestand darin, daß er die Aluminium-
ode zur Kathode machte und sehr kräftige Induktor-
ıngen bis zum Zusammenschmelzen dieser Elektrode
hschickte. Dadurch verschwand das Stickstoffspektrum
m positiven Licht. Denselben Erfolg hatte ich auch,
n fand sich, nachdem das Gas rein geworden war,

übereinstimmend 159—160 Volt. Bei deutlich unreinem Gase fand ich 200—210 Volt. Den Unterschied vermag ich nicht zu erklären.

Die einzige Verschiedenheit, welche ich indessen nicht für belangreich halten kann, besteht darin, daß mein Helium etwas mehr Argon enthielt als frisch bereitetes, da ich eine gröbere Verunreinigung mit Luft, welche durch Undichtwerden eines Hahnes entstanden war, durch Magnesium beseitigte, wobei der Argonrest zurückblieb. Ich glaube aber, wie angedeutet, nicht, daß eine Beimengung von Argon und noch weniger, daß ein Unterschied in dem Grade dieser Beimengung einen so großen Einfluß auf den Kathodenfall haben kann.

Nach der Messung aller übrigen Metalle habe ich die Platinelektrode nach einstündigem Glühen im elektrischen Ofen und Platinieren nochmals der Messung unterworfen und kam auf den angegebenen Wert, der nur unwesentlich höher ist als der für blankes Metall.

Die Unsicherheit, die den angegebenen Zahlen anhaftet, beträgt immer noch 1—2 Volt, weniger beim Quecksilber, welches sehr konstante Gefälle zeigte. Im allgemeinen dauerte es geraume Weile und kostete es viele Füllungen, bis das Zulassen frischen Gases oder Ablassen desselben sowie auch Änderungen der Stromstärke keinen merkbaren Einfluß auf das Gefälle hatten. Bei den festen Metallen, besonders Platin, welche viel okkludierte Gase abgeben, ging nur ganz allmählich das Gefälle herab und es wurden die Neufüllungen, zwischen welchen scharf evakuiert wurde, so lange wiederholt, bis gleiche Gefälle wiederkehrten. Ein gewisser Gang mit Stromstärke und Druck blieb bei manchen Metallen bestehen in dem Sinne, daß für wachsende Stromstärken (von $1—30 . 10^{-4}$) das Gefälle um 2—4 Volt zunahm und bei wachsendem Druck zurückging, so daß dieselben Gefälle bei hohem Druck (20—30 mm) bei höheren Stromstärken eintraten. Ich schreibe das sekundären Störungen der Strombahn zu, wie sie Strutt bei *Argon* in ganz ausgeprägter Weise beobachtet hat, so daß er nur bei plattenförmigen, das Lumen der Röhre ausfüllenden Elektroden messen konnte. Denn bei Quecksilber, welches in einer der Meyschen nachgebildeten Röhre untersucht wurde, blieben diese Störungen aus.

ar war ohne weiteres aus dem Sitz des negativen Glimm-
kens zu sehen, ob die Sonde sich in der Strombahn

nn auch durch andauerndes Behandeln der Röhre
werden konnte, daß beliebiges Einfüllen des frisch
ten Heliums und Ausleeren der Gasinhalt und damit das
ngefälle ungeändert blieb, so ist man vom Ideal des
Heliums" weit entfernt. Das Spektroskop zeigte aller-
n Glimmlicht nur die Helium- und Quecksilberlinien. In
bachtungskapillare indessen waren He, Ar, Hg zu sehen.
ennung von Argon und Helium ist außerordentlich
iert und im Interesse einer raschen und reinlichen
tion und Erneuerung der Füllungen wurde von einer
altenden Vorlage abgesehen, nachdem konstatiert ist[1],
r Hg-Dampf bei Zimmertemperatur den Wert des
ngefälles (bei H_2) nicht beeinflußt.

rlin, Physik. Institut der Universität, Juni 1903.

---

1) E. Warburg, Wied. Ann. 40. p. 1. 1890.

(Eingegangen 8. Juli 1903.)

12. *Erwiderung auf die Bemerkung der Physikalisch-Technischen Reichsanstalt;* *von Alfred Kalähne.*

Der in diesen Annalen Band 12, p. 447, 1903 abgedruckten Bemerkung der Physikalisch-Technischen Reichsanstalt zu meiner Arbeit über „Schallgeschwindigkeit und Verhältnis der spezifischen Wärmen der Luft bei hoher Temperatur“[1]) möchte ich einige Ergänzungen hinzufügen.

Die von der Reichsanstalt angeführten Sätze meiner Arbeit stammen aus der Einleitung derselben, in der ich die Beobachtungen des Hrn. Stevens einer kurzen Kritik unterworfen habe, um die Notwendigkeit einer Wiederholung derselben zu begründen. Diese Kritik betraf hauptsächlich die Temperaturmessung mit dem von der Reichsanstalt im Januar 1900 geaichten und dadurch an das Luftthermometer angeschlossenen Thermoelement P.T.R. 505. Meine eigenen Messungen mit diesem Element beschränken sich lediglich auf die Vergleichung mehrerer anderer Thermoelemete mit dem genannten Element, das nach jener Aichung als Normalelement des hiesigen physikalischen Institutes dienen sollte. Hierbei wurden die Siedepunkte von Schwefel und Diphenylamin (ca. 450° und 300°) als bekannte Fixpunkte zur Kontrolle der Konstanz der Elemente benutzt. Die Beobachtungen ergaben nun bei 450° Differenzen von etwa 12° zwischen der aus der elektromotorischen Kraft nach der Aichungstabelle der Reichsanstalt berechneten und der von Harker und Chappuis, Callendar und Griffiths in naher Übereinstimmung gefundenen Siedetemperatur des Schwefels. Das bedeutet, da die Thermokraft des Elementes in der kurzen Zeit zwischen der Aichung und diesen Mes-

1) A. Kalähne, Ann. d. Phys. 11. p. 225. 1903.

gen keine wesentliche Veränderung erlitten haben konnte, die nach der Aichungstabelle berechneten Temperaturen ablich von der Skala des Luftthermometers abwichen. iglich diese Tatsache sollte durch die Worte meiner Arbeit:

„Leider war aber, wie ich bald erkannte, die Aichung it großen Fehlern behaftet“

gedrückt werden. Das Wort „Aichung“ bezog sich auf ganzen Vorgang des Anschlusses an das Luftthermometer, ei ich zugebe, daß vielleicht ein anderer Ausdruck besser ißt hätte.

Auffallend war die beträchtliche Größe der Differenzen. Hinweis auf dem Prüfungsschein, daß die angegebenen moelektrischen Kräfte wahrscheinlich etwas zu erhöhen n, ist mir nicht entgangen; ich habe jedoch angenommen, es sich nur um geringere Beträge handelte, da in der eit von Holborn und Wien[1]) als mittlerer Fehler der rmoelemente gegen die Skala des Luftthermometers bei 0° $\pm$ 5° angegeben ist. Bei tieferen Temperaturen, wo Schwierigkeiten der luftthermometrischen Messung weit nger sind, konnte auch ein kleinerer mittlerer Fehler ertet werden.

Die Abweichung der Holborn-Wienschen von der neuen lborn-Dayschen Skala beträgt bei 500° etwa +8°. Dach reduziert sich die für den Schwefelsiedepunkt seinerzeit mir beobachtete Differenz von 12° auf 4°, einen Betrag, möglicherweise durch Inhomogenität der Drähte des vensschen Elementes zu erklären ist, infolgederen das nperaturgefälle in den Drähten großen Einfluß haben kann. Holborn-Daysche Skala hat nach den Angaben der Verer einen mittleren Fehler von $\pm$ 1° [2]) gegen das Luftrmometer.

Da nach diesen Feststellungen die Abweichungen des vensschen Elementes von der Skala des Luftthermometers ptsächlich auf der Differenz der der Aichung zu Grunde gten Holborn-Wienschen Skala gegen das Luftthermoer beruhen, welche Differenz von Anfang an bestanden hat,

---

1) L. Holborn u. W. Wien, Wied. Ann. **56**. p. 360. 1895.

2) L. Holborn u. A. Day, Ann. d. Phys. **2**. p. 539. 1900.

so ist die Erklärung, die ich p. 231 dafür zu geben versucht habe, hinfällig. Die Worte meiner Arbeit:

> „Die fehlerhafte Aichung in der Reichsanstalt"... bis . . . „und daher bei der Aichung nicht berücksichtigt worden"

sind deshalb als nicht zutreffend zu streichen. Die ihnen zu Grunde liegende Annahme ist aus der schon zitierten Veröffentlichung von Holborn und Day (Ann. d. Phys. **2**. 1900) hergeleitet, wo es auf p. 543 heißt:

> „Es ist wahrscheinlich, daß das Normalelement von früher, welches die von Holborn und Wien aufgestellte Skala repräsentiert und welches inzwischen vielfach bis 1600° zu Vergleichungen benutzt worden ist, ähnliche Veränderungen erlitten hat.[1]) Es zeigt jetzt bei 500 um 10° und bei 1000 um 18° zu hoch gegen die früheren Angaben."

Mit diesen Darlegungen glaube ich meine Stellung zu den von der Reichsanstalt beanstandeten Sätzen meiner Arbeit klargelegt zu haben, so daß weitere Mißverständnisse wohl nicht zu befürchten sind.

Heidelberg, Physik. Inst. d. Univ., im Juni 1903.

---

1) Nämlich durch Gase aus nicht gar gebrannten Öfen bei Anwesenheit von Silicium etc.

(Eingegangen 2. Juli 1903.)

13. *Berichtigung zu meiner Arbeit „Über die Sublimationswärme der Kohlensäure und die Verdampfungswärme der Luft“;* *von U. Behn.*

Vor einiger Zeit hatte Hr. Geheimrat Röntgen die Freund-
lichkeit, mich auf ein Versehen in der zitierten Arbeit aufmerk-
sam zu machen: die letzte Zahl in derselben (das spezifische
Volumen (s) der dampfförmigen Luft bei 760 mm Druck und
– 183°, berechnet unter der Voraussetzung, daß das Gay-
Lussacsche Gesetz ($\alpha_v = 0{,}00367$) bis zu dieser Temperatur
gültig wäre) müßte statt 1/0,00237 1/0,00424 heißen. Ich
benutze die Gelegenheit, um noch eine Korrektur, die durch
neuere Arbeiten möglich geworden ist, hinzuzufügen. Aus der
Verdampfungswärme der Luft bei Atmosphärendruck ergab
sich für

$$s = \frac{J . r}{T . \frac{dP}{dT}}$$

der Wert 1/0,00280. Die große Diskrepanz zwischen diesen
beiden Werten für s und auch der Sinn der Abweichungen
sind aber aus Beobachtungsfehlern bei der Bestimmung der
Verdampfungswärme nicht erklärbar.

In Wirklichkeit ist wohl der Wert für den Temperatur-
koeffizienten des Sättigungsdruckes zu klein gewählt, denn
Estreicher[1]), Baly[2]) und Travers, Senter und Jaquerod[3])
finden mit ziemlicher Übereinstimmung den Wert dP/dT etwa
gleich 80 mm/1°; K. T. Fischer und H. Alt[4]) für reinen
Stickstoff etwa 90 mm/1°. Die flüssige Luft, die ich ver-
wandte, war ziemlich sauerstoffreich, ihr Temperaturkoeffizient
des Sättigungsdruckes wird sich also von dem des reinen Sauer-

1) T. Estreicher, Phil. Mag. (5) 40. p. 454. 1895.

2) E. C. C. Baly, Phil. Mag. (5) 49. p. 527. 1900.

3) W. M. Travers, G. Senter u. A. Jaquerod, Chem. News p. 61. 1902.

4) K. T. Fischer u. H. Alt, Ann. d. Phys. 9. p. 1149. 1902.

Bemerkungen zu der Abhandlung von J. Wallot: Die Abhängigkeit der Brechungsexponenten der Salzlösungen von der Konzentration[1]; *von B. Walter.*

In der in der Überschrift angeführten Abhandlung hat r. J. Wallot in erster Linie auch die von mir entdeckte roportionalität, welche zwischen der Zunahme des Brechungsxponenten und dem Prozentgehalte vieler Salzlösungen stattndet[2], zum Gegenstande der Kritik gemacht und dazu erstens emerkt, daß dieselbe nur angenähert gültig sei, und zweitens, laß derselben eine theoretische Bedeutung nur „formell“ zukäme, weil sich aus der prozentualen Zunahme des Brechungsxponenten der *Lösung* für das feste Salz — dieses als 100 proz. Lösung aufgefaßt — eine von dem wirklich dafür beobachteten Wert sehr verschiedene Zahl ergebe.

Was nun zunächst den ersteren Punkt angeht, so stimme ich darin dem genannten Beobachter vollständig bei und habe uch diese Auffassung bereits bald nach jener ersten Arbeit n einer zweiten Abhandlung über denselben Gegenstand mehrach ausgesprochen.[3]) Hinsichtlich der zweiten Frage dagegen in ich etwas anderer Ansicht als Hr. Wallot, da ich glaube, aß die von mir gefundene Beziehung selbst dann noch eine ewisse Bedeutung beanspruchen darf, wenn sie auch nicht it vollkommener Strenge gilt und wenn sich demnach auch . was ja im Grunde genommen dasselbe bedeutet — aus m Brechungsexponenten der Lösungen derjenige des festen lzes nicht berechnen läßt, eine Tatsache, die mir übrigens rchaus nicht entgangen war.

Es ist ja allerdings nicht zu verkennen, daß meine Behung in einem gewissen Gegensatze zu den bekannten schungsregeln steht; denn wenn auch Hr. Wallot gezeigt

1) J. Wallot, Ann. d. Phys. 11. p. 593. 1903.

2) B. Walter, Wied. Ann. 38. p. 107. 1889.

3) B. Walter, Jahrbuch der Hamb. wissensch. Anst. 9. p. 245. 1891 ch als Jenenser Dissertation erschienen).

hat, daß man durch spezielle Annahmen von der Landoltschen Regel auf die erstere geführt wird, so sind doch diese Annahmen so widersinniger Natur — es müssen nämlich zu diesem Zwecke die Dichten des festen Salzes, des Wassers und der Lösung als gleich angenommen werden —, daß diese Art der Spezialisierung wohl kaum irgend welches theoretische Interesse hat.

Andererseits folgt aber gerade aus den Wallotschen Rechnungen, daß auch die Landoltsche Regel durch die am besten untersuchten Kochsalzlösungen nicht bestätigt wird, so daß also auch dieser Regel, mit Hrn. Wallot zu sprechen, nur eine „formelle" Bedeutung zukommen würde. Jedenfalls besteht also nach alledem durchaus keine Veranlassung, meine Beziehung mit der Landoltschen Regel in Einklang bringen zu müssen; vielmehr kann die erstere ein völlig selbständiges Interesse beanspruchen, um so mehr als sie mich l. c. noch zu einer zweiten Beziehung geführt hat, die den Mischungsregeln geradezu widerspricht, die mir aber trotzdem eine ganz eminente theoretische Bedeutung zu haben scheint. Es ist dies nämlich die Beziehung, daß gewichtsäquivalente Lösungen verwandter Salze, z. B. KCl, NaCl, NH_4Cl, KNO_3 etc., nahezu denselben Brechungsexponenten haben und daß ferner ein Molekül eines Salzes einer zweibasischen Säure, also z. B. von Na_2SO_4 etc. dem Wasser nahezu die doppelte Lichtverzögerung erteilt wie ein Molekül NaCl etc.

In der zweiten meiner oben angeführten Abhandlungen habe ich über die theoretische Bedeutung dieser Tatsachen einige Betrachtungen angestellt; hier möchte ich nur noch erwähnen, daß das oben gefundene Resultat auch vom Standpunkte der elektromagnetischen Theorie des Lichtes eine gewisse Beachtung verdienen dürfte, da es eine bemerkenswerte Analogie zu dem Faradayschen Gesetze der Elektrolyse darstellt, wonach ja zur elektrolytischen Zerlegung jener einbasischen Salze auch die gleiche und zu der jener zweibasischen die doppelte Elektrizitätsmenge notwendig ist.

Hamburg, Physik. Staatslaboratorium, im Juli 1903.

(Eingegangen 16. Juli 1903.)

Druck von Metzger & Wittig in Leipzig.





J. Robert Voss,

Mechaniker,

Berlin N.O. 18, Pallisadenstr.

Specialität:

Influenz-Elektrisir-Maschinen

aller Systeme

(auch die dazu gehörigen Nebenappa

und

Metall-Spiral-Hygromet

in allen Ausführungen.

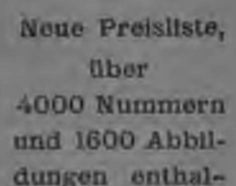
Physikalische Apparat

Original-Konstruktionen.

Röntgen-Apparate.

Modelle

jeder Art.



Neue Preisliste, über 4000 Nummern und 1600 Abbildungen enthaltend, erschienen.



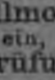
Ferdinand Ernecke,

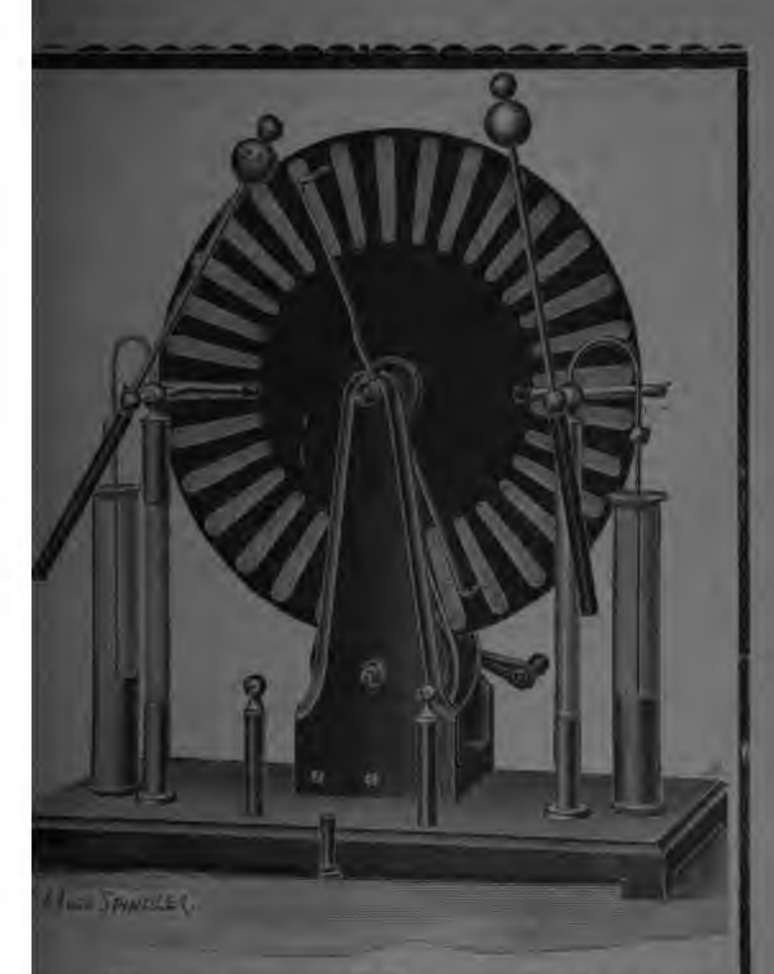
Hoflieferant Seiner Majestät des Kaisers.

Königgrätzerstr. 112, **Berlin S.W.,** Königgrätzerstr. 1

—— Begründet 1859. ——











Alleinige Inseratenannahme durch: Max Gelsdorf, Leipzig-[illegible]

Druck von Metzger & Wittig in Leipzig.

03. № 12.

ANNALEN

DER

PHYSIK.

BEGRÜNDET UND FORTGEFÜHRT DURCH

F. A. C. GREN, L. W. GILBERT, J. C. POGGENDORFF, G. UND E. WIEDEMANN.

VIERTE FOLGE.

BAND 12. HEFT 4.

DER GANZEN REIHE 317. BANDES 4. HEFT.

UNTER MITWIRKUNG

DER DEUTSCHEN PHYSIKALISCHEN GESELLSCHAFT

UND INSBESONDERE VON

M. PLANCK

HERAUSGEGEBEN VON

PAUL DRUDE.

MIT EINER TAFEL.



LEIPZIG, 1903.
VERLAG VON JOHANN AMBROSIUS BARTH.
ROSSPLATZ 17.

Inhalt.

Manuskripte sind an den Herausgeber, **Professor Dr. P. Drude**, zu senden. Seine Adresse ist **Giessen**, Nahrungsberg 8.

Es wird gebeten, die Manuskripte **druckfertig** einzuliefern und in den Korrekturen den beim Druck für sie verwendeten Raum nicht zu überschreiten.

Die **Zeichnungen** sind in möglichst sorgfältiger Ausführung den Abhandlungen auf besonderen Blättern beizulegen (nicht in das Manuskript selbst einzuzeichnen). Da die Figuren fortan möglichst in den Text eingefügt werden sollen, ist die Stelle des Manuskriptes recht genau anzugeben, wo sie hingehören.

Zitate sind am Rande oder unten auf den Seiten des Manuskriptes (nicht in dem Text selbst) und zwar möglichst in der in den „Fortschritten der Physik" üblichen Form mit Angabe des Namens und Vornamens, der Band-, Seiten- und Jahreszahl aufzuführen.

Die Verlagsbuchhandlung liefert 100 **Sonderabdrücke** jeder Arbeit kostenfrei. Falls ausnahmsweise mehr gewünscht werden, so muß dies bei Rücksendung des ersten Korrekturbogens an die Druckerei auf dessen erster Seite bemerkt werden. Alle anderen, die Sonderabdrücke betreffenden Mitteilungen bittet man an die Verlagsbuchhandlung zu richten.

№ 12.

ANNALEN DER PHYSIK.

VIERTE FOLGE. BAND 12.

1. *Zur Kenntnis des Lichtbogens;*

von J. Stark.

I. Ionentheorie des Lichtbogens.

§ 1. *Einleitung.* — Schon vor längerer Zeit ist von ver-[illegible]iedenen Seiten die Ansicht ausgesprochen worden, daß auch [illegible] Lichtbogen die Träger des elektrischen Stromes positive [illegible] negative Ionen seien. Indes begnügte man sich zumeist [illegible] der Aussprache dieser Ansicht, eine eingehende ionen-

theoretische Analyse der Eigenschaften des Lichtbogens nicht ausgeführt. C. D. Child[1]) versuchte den Unte zwischen Anoden- und Kathodenfall des Lichtbogens au Differenz der spezifischen Geschwindigkeiten der positive negativen Ionen zu erklären. Ich legte dar[2]), daß man den bogen als eine selbständige Strömung aufzufassen habe, darum eine Minimalspannung besitze und daß diese das Mir von Arbeit, bezogen auf die Ladungseinheit, darstelle, das v elektrischen Strömung geleistet werden müsse, um zwische Elektroden Ionisation herzustellen. Die Frage nach dem Vo der Ionisierung oder Elektrisierung im Lichtbogen ließ ich

Die Aufgabe der vorliegenden Abhandlung ist eine fache. Sie soll erstens bestimmte Vorstellungen entw über die Eigenschaften und Funktionen der Ionen im bogen, und im Anschluß daran sollen einige bekannte schaften des Lichtbogens beleuchtet werden. Zweitens Messungen mitgeteilt werden, die unter ionentheoretische sichtspunkten am Lichtbogen angestellt wurden. Die liegende Abhandlung kann nicht den Anspruch erheben aufgeworfenen Fragen zufriedenstellend beantwortet zu sie will lediglich ein erster Schritt sein auf dem We einer exakten experimentellen und theoretischen Analys Lichtbogens auf Grund der Ionenhypothese.

§ 2.[3]) *Die Bestandteile des Lichtbogens.* — An dem bogen in freier Luft fallen dem Auge zwei Teile durch verschiedene Farbe auf, ein bläulich leuchtender von der zur Kathode sich erstreckender Kern und eine diesen gebende gelbrot leuchtende Hülle oder Aureole. Die e liche Strombahn des Lichtbogens oder kurz der Licht selbst ist der hoch temperierte Kern, durch ihn laufe

1) C. D. Child, Phys. Rev. 10. p. 151. 1900.

2) J. Stark, Ann. d. Phys. 4. p. 407. 1901; 7. p. 438. 190 Elektrizität in Gasen, p. 152, 176, 205. Leipzig 1902.

3) Dieser und der folgende Paragraph sind nicht theoretische sie teilen vielmehr in großen Zügen die bis jetzt experimentell erm Eigenschaften des Lichtbogens mit. Sie sind ein kurzer Beric über fremde, teils über eigene Beobachtungen. Zum Verständ späteren theoretischen Ausführungen ist ihre Kenntnis notwendi den Umfang der vorliegenden Abhandlung nicht zu groß werden z ist auf eine ausführliche Begründung der mitgeteilten Resultate ve

tliche Stromlinien, er allein sei verstanden, wenn späterhin ı Lichtbogen die Rede ist. Die rötliche Hülle ist nur eine andäre Begleiterscheinung, sie ist so gut wie überhaupt ht vom Strom durchflossen; sie kann darum fehlen; dies ist spielsweise beim Quecksilberlichtbogen im Vakuum der Fall.

Wenn man den Kern des Lichtbogens oder kurz den Lichtgen genauer betrachtet, besonders wenn man seine Elekden voneinander beträchtlich entfernt oder ihn bei niedrigem sdruck herstellt, so kann man an ihm folgende Teile unterheiden. Fig. 1 gibt das ild eines Quecksilberlichtgens im Vakuum. Auf ner weißglühenden kleinen Stelle der Kathodenoberfläche tzt ein nach oben sich erweiternder intensiv leuchtender Lichtbüschel; auf diesen lgt eine kurze, weniger stark uchtende Partie, der dunkle Zwischenraum; von diesem erstreckt sich bis unmittelbar vor ie Anode die positive Lichtsäule; die Anode ist mit einer ünnen leuchtenden Schicht bedeckt.

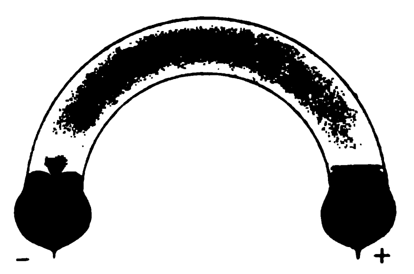


Fig. 1.

Auch die elektrische Untersuchung ergibt die vorstehenden vier Teile des Lichtbogens. Zwischen der Kathode und inem Punkte des kathodischen Lichtbüschels ist ein beträchtlicher Spannungsabfall vorhanden, der Kathodenfall im Betrage von 5—15 Volt. Ähnlich liegt an der Anode zwischen hr und dem Ende der leuchtenden Anodenschicht ein Spannungsabfall im Betrag von 10—20 Volt. Ist die positive Lichtsäule ungeschichtet, so ist das Spannungsgefälle in ihr räumlich konstant und etwas größer als im dunklen Zwischenraum. Der Anoden- und der Kathodenfall ändern sich nur wenig mit ler Stromstärke und dem Gasdruck, das Spannungsgefälle in ler positiven Lichtsäule nimmt zu mit steigendem Gasdruck nd abnehmender Stromstärke.

Ein Vergleich der Bestandteile des Glimmstromes (El. G. p. 123) und des Lichtbogens ergibt, daß beiden die leuchende Anodenschicht, die positive Lichtsäule und der dunkle wischenraum eigen sind; sie unterscheiden sich lediglich durch

ihre kathodischen Bestandteile. Das kathodische Lichtbüschel des Lichtbogens ist beim Glimmstrom durch das sogenannte negative Glimmlicht ersetzt, das aus erster Kathodenschicht, dunklem Kathodenraum und negativer Glimmschicht besteht. Der Kathodenfall des Glimmstromes (Spannungsdifferenz zwischen Kathode und negativer Glimmschicht, El. i. G. p. 169) kann nie unter seinen normalen Wert im Betrage von mehreren Hundert Volt (an Platin 340 Volt in Luft) sinken, er ist also immer beträchtlich größer als der Kathodenfall des Lichtbogens.

Außer in der Lichterscheinung und im Spannungsabfall unterscheidet sich der kathodische Teil des Lichtbogens auch in der Stromdichte und in der Temperatur von demjenigen des Glimmstromes. Solange der Kathodenfall normal ist, nimmt auch bei letzterem ebenso wie beim Lichtbogen die kathodische Basis der elektrischen Strömung zu mit wachsender Stromstärke. Die normale Stromdichte[1]) des Glimmstromes ist indessen angenähert proportional dem Gasdruck, umgekehrt proportional der absoluten Temperatur; diejenige des Lichtbogens ändert sich dagegen nur wenig mit dem Gasdruck und wächst mit steigender Temperatur. Dazu ist bei gleichem Gasdruck die Stromdichte des Lichtbogens 100—1000 mal größer als diejenige des Lichtbogens. Bei gleicher Stromstärke ist darum die kathodische Basis des Glimmstromes viele Mal größer als diejenige des Lichtbogens. Entsprechend der großen Stromdichte ist auch die Temperatur in der kathodischen Basis des Lichtbogens größer als beim Glimmstrom. Ja, wie unten näher ausgeführt wird, kann die Temperatur in der kathodischen Strombasis nie unter eine bestimmte sehr hohe Temperatur von etwa 3000° sinken, ohne daß der Lichtbogen erlischt. Umgekehrt kann die Temperatur in der kathodischen Basis des Glimmstromes nicht über diesem Wert liegen, wohl aber jeden beliebig kleinen besitzen.

Die Fig. 2 zeigt typisch den Untersehied zwischen Lichtbogen und Glimmstrom in Stromdichte und Temperatur in einer Geraden, welche durch das Zentrum der kathodischen Strombasis geht; Gasdruck und Stromstärke sind angenähert als gleich angenommen.

1) J. Stark, Ann. d. Phys. 12. p. 15. 1903.

Verdampfung der Elektroden. — Der Glimmstrom be-
h mit dem Dampf oder dem Gas, das er bei seiner Ent-
zwischen seinen Elektroden vorfindet; dieses ionisiert er
chströmt es dann.
en Fällen macht
seiner Kathode
tes Gas frei oder
; diese zu einer
Verdampfung, so
ksilberelektroden;
dies eine sekun-
örende Erschei-
d ist keinesfalls
xistenzbedingung
nstromes notwen-
küpft.

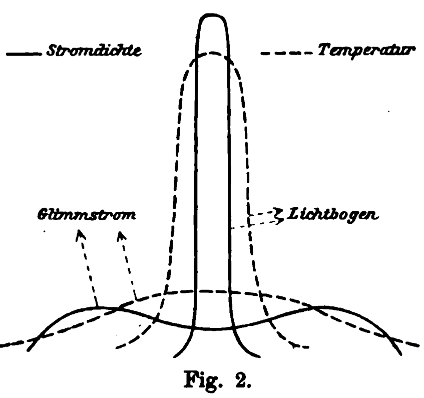


Fig. 2.

ers ist es beim Lichtbogen. In seiner kathodischen
is ist notwendigerweise immer eine sehr hohe Tem-
vorhanden; infolgedessen *hat an ihr ohne Ausnahme*
ampfung des Kathodenmetalles statt. Der Dampfstrahl,
ler weißglühenden kathodischen Strombasis des Licht-
ervorbricht und nach der Theorie immer vorhanden
, läßt sich in den meisten Fällen direkt beobachten,
nämlich räumlich zusammen mit dem kathodischen
hel. Bei einer Quecksilberkathode drückt dieser
ahl eine Vertiefung[1]) in die flüssige Oberfläche.

auch die Anode des Lichtbogens Dampf aussende, ist
wendig. Sie kann künstlich auf niedriger Temperatur
werden, oder infolge ihrer Größe von selbst auf
Temperatur bleiben. So kann man beim Quecksilber-
im Vakuum die Anode aus einer dicken Eisenspirale
lassen; deren Temperatur bleibt dann unter Rotglut;
de muß dagegen unter allen Umständen in der Strom-
der weißglühenden Stelle Dampf aussenden.

ohl die Dampfentwickelung aus der Anode nicht not-
r die Existenz des Lichtbogens ist, so findet sie doch
chkeit in den meisten Fällen statt. Der Anodenfall

Stark u. M. Reich, Physik. Zeitschr. 4. p. 321. 1902.

des Lichtbogens ist nämlich in der Regel nicht kleiner, sondern zumeist größer als der Kathodenfall; das gleiche gilt darum auch von der elektrischen Arbeit und der von ihr erzeugten Wärmemenge an den Elektroden.

Von den Elektroden des Lichtbogens, von der Kathode notwendig, von der Anode in der Regel, dringen also nach der Mitte der Strombahn Dampfstrahlen vor. Indem man diese Dampfstrahlen in ihrer Zeit beanspruchenden Ausbreitung beim Einsetzen des Lichtbogens auf einer bewegten photographischen Schicht aufzeichnet, kann man die Geschwindigkeit bestimmen, mit welcher der Dampf von den Elektroden weg nach dem Gasinnern fortschreitet[1]; diese Geschwindigkeit ist von der Größenordnung derjenigen des Schalles in dem erhitzten Dampf ($2 . 10^5 - 4 . 10^4$ cm . sec^{-1}). Mit einer beträchtlich großen Geschwindigkeit strömt auch während des stationären Zustandes im Gleichstromlichtbogen Dampf beständig von den Elektroden weg nach dem Innern der Strombahn. Hier findet indes keine Anhäufung des Dampfes statt; es strömt nämlich gleichzeitig immer aus ihren heißen Teilen Dampf nach ihrer kälteren Grenzhülle, um hier kondensiert oder durch Sauerstoff oxydiert zu werden.

In der Versorgung der Strombahn mit Dampf konkurrieren also Anode und Kathode miteinander. Sind sie geometrisch und chemisch kongruent, so bleibt in dieser Konkurrenz zumeist die Anode Siegerin. In den meisten Fällen ist nämlich der Anodenfall größer als der Kathodenfall. Gleiches gilt dann auch von der Erwärmung der Elektroden. In diesem Fall *erhält die ganze positive Lichtsäule den Dampf von der Anode her geliefert*; die Kathode verdampft wohl auch, indes kommt der im kathodischen Lichtbüschel hervorströmende Dampf schon in unmittelbarer Nähe der Kathode wieder zur Kondensation. *Ja an der Kathode mag selbst von der Anode herbeiströmender Dampf sich kondensieren*, so daß eine Destillation von der Anode nach der Kathode erfolgt. Dies ist beispielsweise beim Quecksilber[2]) und auch beim Kohlenlichtbogen der Fall.

---

1) A. Schuster u. F. Hemsalech, Phil. Trans. 193. p. 189. 1899.
2) J. Stark u. M. Reich, l. c.

Der Lichtbogen kann in einem Raum erzeugt werden, der lediglich erfüllt ist von Dampf aus den Elektroden; dies ist beispielsweise beim Quecksilberlichtbogen im Vakuum der Fall. Er kann auch in einem Raum erzeugt werden, in dem ein Dampf oder Gas vorhanden ist, das von dem Elektrodenmetall chemisch verschieden ist, so in Luft, Wasserstoff oder Stickstoff. In diesem zweiten Falle schlägt der Lichtbogen mittels der Dampfentwickelung aus seinen Elektroden von selbst von der Anode nach der Kathode eine Brücke aus Dampf und leitet dann seine Stromlinien durch diesen Dampfkanal. Indes ist die Gegenwart des metalloidalen Gases in diesem Falle nicht gleichgültig für die Verhältnisse im Lichtbogen; es bestimmt nämlich den Dampfdruck und damit das Spannungsgefälle in der Strombahn. *Auch findet bis zu einem gewissen Grade eine Mischung von metallischem Dampf und metalloidalem Gas in der Strombahn statt. Diese Mischung beeinflußt das Spannungsgefälle in der positiven Lichtsäule.* Dieses ist nämlich bei gleichem Druck und gleicher Stromdichte in verschiedenen reinen Gasen und Dämpfen verschieden groß. Sehr klein ist es in Alkalidämpfen, größer in den Dämpfen der Schwermetalle und der Kohle, in metalloidalen Gasen beträchtlich größer als in den metallischen Dämpfen. Mischt man einem Metalldampf etwas metalloidales Gas bei, so steigt das Spannungsgefälle in der positiven Lichtsäule, ähnlich wie es in Wasserstoff und Stickstoff steigt, wenn man etwas Sauerstoff beimengt (El. i. G. p. 166). Je kleiner der Gehalt an Dampf im Vergleich zu dem metalloidalen Gas in der Strombahn ist, desto größer ist das Spannungsgefälle in der Lichtsäule; desto größere von den Ionen frei durchlaufene Spannungsdifferenzen kommen in ihr vor, und da von deren Größe der spektrale Charakter der Lichtstrahlung abhängt (El. i. G. p. 449), so ändert sich mit jenem Verhältnis von Dampf zu Gas auch der spektrale Charakter der Strahlung der Lichtbogensäule.

Nun nimmt der Dampfgehalt der Strombahn des Lichtbogens absolut und relativ ab mit abnehmender Stromstärke, weil proportional mit dieser die elektrische Arbeit und Wärmeentwickelung an den Elektroden abnimmt. Demgemäß ist zu erwarten, daß *bei kleinen Stromstärken des Lichtbogens die Strah-*

lung der positiven Lichtsäule in der spektralen Intensitätsverteilung etwas von derjenigen bei großer Stromstärke abweicht.

§ 4. *Ionen und Ionisierung im Lichtbogen.* — Die Ionen sind wie in anderen elektrischen Leitern so auch im Lichtbogen die Träger des Stromes. Es sind in diesem also positive und negative Ionen vorhanden. Über die Art und Masse der Ionen im Lichtbogen liegen noch keine experimentellen Untersuchungen vor. Doch läßt sich über sie mit ziemlicher Sicherheit folgendes vermuten.

Wie an anderer Stelle (El. i. G. p. 272; Naturw. Rundsch. **17.** Nr. 42 u. 43. 1903) dargelegt wurde, haben wir bei der Strömung in Gasen und Dämpfen zwischen drei Arten von Ionen zu unterscheiden, zwischen den Elektron-, Atom- und Molionen. Die letzten entstehen aus negativen Elektron- und positiven Atomionen dadurch, daß sich an diese neutrale Gas- oder Dampfmoleküle anlagern. Dies ist indes nur möglich, wenn die relative Geschwindigkeit der Ionen in bezug auf die neutralen Moleküle klein ist. Nun aber ist diese Geschwindigkeit im Lichtbogen infolge der hohen Temperatur groß; darum *ist im Lichtbogen neben den Elektron- und Atomionen die Zahl der Molionen klein*; diese werden in der Hauptsache nur in der kälteren Oberfläche des Lichtbogenkernes vorkommen. Bereits in der nichtleuchtenden mit Salzdämpfen erfüllten Bunsenflamme sind die negativen Ionen überwiegend Elektronionen (Naturw. Rundsch. **17.** Nr. 43. 1903); um so mehr wird dies in dem noch heißeren Lichtbogen der Fall sein. Ferner spricht die vollkommene Übereinstimmung der Lichtbogensäule mit der positiven Säule des Glimmstromes für das Vorhandensein negativer Elektronionen, ferner die Empfindlichkeit für magnetische Ablenkung und die große Geschwindigkeit, mit welcher der Zustand des Lichtbogens dank der großen Beweglichkeit seiner negativen Elektronionen einer Schwankung der Stromstärke folgt. Sind die positiven Ionen im Lichtbogen Atomionen, die negativen Elektronionen, so ist die spezifische Geschwindigkeit der negativen größer als diejenige der positiven Ionen. Dies wird sich durch Untersuchung des Halleffektes in der Lichtbogensäule feststellen lassen.

Als selbständige Strömung muß der Lichtbogen die Ionen in seiner Strombahn durch die Energie seines elektrischen

[B]eides selbst sich liefern, sei es durch Ionisierung oder durch [E]lektrisierung oder durch beide Vorgänge zugleich. Wie in [de]r leuchtenden Anodenschicht (El. i. G. p. 70) und in der [po]sitiven Lichtsäule des Glimmstromes (El. i. G. p. 63), so [fin]*det auch in der Anodenschicht und in der positiven Säule des [Li]chtbogens Ionisierung durch den Stoß der negativen Elektron[ion]en statt.* Diese Ionisierung braucht darum hier nicht weiter [be]sprochen zu werden. Es sei lediglich darauf hingewiesen, [d]aß die Ionenenergie der Metalle (Physik. Zeitschr. 3. p. 403. [1]902) und darum auch die Ionisierungsspannung der negativen [E]lektronionen in der Lichtbogensäule klein ist; ferner ist der [E]influß der Temperatur auf das Spannungsgefälle zu beachten [A]nn. d. Phys. 8. p. 837. 1903).

Der Stoß der negativen Elektronionen erzeugt also un[m]ittelbar an der Anode und von da weg in der positiven Licht[s]äule bis zum dunklen Zwischenraum positive und negative [I]onen aus neutralen Atomen. Die negativen Ionen strömen [na]ch der Anode weiter, die positiven nach der Kathode. Der [k]athodische Stromteil wird mit positiven Ionen aus der Licht[s]äule her durch die ionisierende Wirkung der negativen Ionen [v]ersorgt. Dies ist so lange möglich, als der Lichtsäule von der [K]athode her negative Elektronionen nachgeliefert werden zum [E]rsatz derjenigen, welche nach der Anode abwandern. Soll [d]arum die Strömung existieren können, so müssen in ihrem [k]athodischen Stromteil beständig negative Ionen neu erzeugt [w]erden.

Diese Bedingung wird beim Glimmstrom dadurch erfüllt, [d]aß die positiven Ionen an der Kathode den Kathodenfall [z]wischen negativer Glimmschicht und Kathodenoberfläche frei [d]urchlaufen und in deren Nähe das Gas durch ihren Stoß [io]nisieren (El. i. G. p. 67). Man könnte nun denken, daß an [der] Kathode des Lichtbogens der gleiche Vorgang, Ionisierung [d]urch den Stoß positiver Ionen, stattfinde, lediglich mit dem [U]nterschied, daß beim Glimmstrom die Ionisierung in einem [m]etalloidalen Gas, beim Lichtbogen in dem metallischen Dampf [e]rfolge. Diese Vorstellung ist indes nicht richtig. Sie ist [a]uf die stillschweigende Annahme basiert, daß der normale [K]athodenfall des Glimmstromes in metallischem Dampf viel [k]leiner sei als in metalloidalem Gas und hätte zur Folge, daß

ein prinzipieller Unterschied zwischen Lichtbogen und Glimmstrom in einem Metalldampf nicht vorhanden wäre. Weder jene Annahme noch diese Folgerung ist indes richtig, wie der Fall des Quecksilberlichtbogens lehrt. In reinem Quecksilberdampf beträgt nämlich der normale Kathodenfall des Glimmstromes über 300 Volt, derjenige des Lichtbogens ungefähr 5 Volt; obwohl beide Stromarten in Anodenschicht und positiver Lichtsäule im Quecksilberdampf vollkommen übereinstimmen, so sind sie doch in ihrem kathodischen Teil dem äußeren Aussehen und dem elektrischen Verhalten nach prinzipiell voneinander verschieden.

Es ist also daran festzuhalten, daß im Lichtbogen die negativen Ionen unmittelbar an der Kathode nicht innerhalb des Dampfraumes durch den ionisierenden Stoß der positiven Ionen gewonnen werden. Dies ist im Glimmstrom der Fall. *Beim Lichtbogen werden die negativen Elektronionen aus der Kathode selbst und zwar nicht durch Ionisierung, sondern durch Elektrisierung gewonnen.* Dieser Satz wird in den folgenden Abschnitten ausführlich begründet werden.

Nachdem nun der Unterschied zwischen Glimmstrom und Lichtbogen scharf hervorgehoben ist, sei noch auf eine Übereinstimmung zwischen beiden hinsichtlich der Ionisierung hingewiesen. Indem die negativen Elektronionen im Glimmstrom von der Kathode weg bis zur negativen Glimmschicht den Kathodenfall frei durchlaufen, gewinnen sie eine mehr als genügend große kinetische Energie, um in der negativen Glimmschicht durch ihren Stoß das Gas zu ionisieren. Ihre Ionisierungsspannung im Luftinnern beträgt nämlich noch nicht 50 Volt, der normale Kathodenfall an Platin in Luft 340 Volt. Wenn darum ein positives Ion, nachdem es diesen Kathodenfall durchlaufen hat, in der ersten Kathodenschicht nur ein Ionenpaar durch seinen Stoß zu liefern vermag, kann das negative Ion in der negativen Glimmschicht sechs positive und sechs negative Ionen in Freiheit setzen. Ähnliches muß man beim Lichtbogen erwarten. Bei diesem durchlaufen die negativen Elektronionen von der Kathode weg ebenfalls den Kathodenfall frei und besitzen dann im Anfang des kathodischen Lichtbüschels eine beträchtliche kinetische Energie. Der Kathodenfall beträgt zwar in diesem Falle nur 5—15 Volt; dafür

aber in dem Metalldampf die Ionisierungsspannung der
tiven Ionen kleiner. Es ist darum anzunehmen, daß im
fang des kathodischen Lichtbüschels die negativen Elektron-
en, welche den Kathodenfall frei durchlaufen, den Metall-
mpf durch ihren Stoß ionisieren.

§ 5. *Über Temperaturerhöhung durch Ionen.* — Bei den
sen messen wir die mittlere kinetische Energie des einzelnen
ilchens durch die absolute Temperatur. Insofern wir die
en in einem Gase in jeder anderen Hinsicht als ein Gas
andeln, dürfen wir auch von einer Temperatur der Ionen
echen. Diese Bezeichnungsweise wird bedenklich, wenn die
en in einem elektrischen Felde sich bewegen. Dann er-
ten sie nämlich aus diesem, indem sie eine Spannungs-
ferenz frei durchlaufen, beständig kinetische Energie. Da-
rch wird ihre mittlere kinetische Energie einerseits größer
diejenige der neutralen Moleküle, andererseits wird ihre
wegung durch das elektrische Feld gerichtet; die Bewegung
r Ionen ist also im elektrischen Feld nicht mehr vollkommen
geordnet wie diejenige der neutralen Gasmoleküle. Trotz-
m ich mir dieses Unterschiedes bewußt war, habe ich in
inem Buche (El. i. G. p. 417) auch von einer Temperatur
r elektrisch bewegten Ionen geprochen; um auf den wich-
gen Unterschied zwischen der kinetischen Energie der Ionen
d der neutralen Moleküle eindringlich aufmerksam zu machen,
ollte ich lieber Gefahr laufen, mißverstanden zu werden.

Indem wir uns des Unterschiedes zwischen der Bewegung
r Ionen und der neutralen Moleküle bewußt bleiben, wollen
ir auch im folgenden von einer Temperatur der Ionen sprechen.

Die absolute Temperatur mißt die mittlere kinetische
ergie eines Gasteilchens. Beim Ion ist kinetische Energie
uivalent einer frei durchlaufenen Spannungsdifferenz. Darum
nn beim Ion die absolute Temperatur auch in frei durch-
ufener Spannungsdifferenz gemessen werden.

Die kinetische Energie in einem Gase fließt von selbst
n Stellen höherer Temperatur zu Stellen niedrigerer Tem-
ratur. Bringt man ein Gas in Kontakt mit einem niedriger
nperierten Körper, so sucht sich die Temperatur durch
römung der Wärme auszugleichen. Die Gesamtheit der
sitiven und negativen Ionen in der Bahn eines elektrischen

Stromes in einem Gas stellt ein Gas von bestimmter Temperatur dar; diese ist um so größer, je größer die frei durchlaufenen Spannungsdifferenzen sind. Das Ionengas befindet sich in Kontakt mit dem niedriger temperierten neutralen Gas; der Kontakt ist durch die Mischung der beiden Gase ein besonders vielseitiger. *Im elektrischen Felde strömt von dem höher temperierten Ionengas nach dem kälteren neutralen Gas beständig kinetische Energie.* Das positive bez. negative Ionengas berührt außerdem an der Kathode bez. Anode in einer ausgedehnten Grenzfläche einen festen oder flüssigen Fremdkörper. Ist es dank frei durchlaufener Spannungsdifferenz höher temperiert als die Elektrode, so strömt von ihm nach dieser ebenfalls kinetische Energie. Dies trifft in den meisten Fällen zu, da der Anoden- und Kathodenfall beträchtlich sind und von den negativen bez. positiven Ionen frei durchlaufen werden.

Die mittlere Temperatur des Ionengases ist im elektrischen Felde größer als diejenige des neutralen Gases und auch größer als die mittlere Temperatur der Mischung aus Ionengas und neutralem Gas. *Die maximale Temperatur in der Mischung wird gemessen durch die maximale frei durchlaufene Spannungsdifferenz.* Hält man diese konstant und vergrößert das Verhältnis von spezifischer Ionenzahl zu spezifischer Molekülzahl (Zahl in 1 cm^3), vergrößert man also die Stromdichte, so steigt nicht die maximale Temperatur der Ionen, wohl aber nimmt die mittlere Temperatur des neutralen Gases und diejenige der Mischung zu. *Diese mittlere Temperatur strebt mit wachsender Stromdichte dem Wert der maximalen Ionentemperatur zu,* wenn das Verhältnis von spezifischer Ionenzahl zu spezifischer Molekülzahl dem Werte Eins sich nähert. Ähnliches gilt für die Erwärmung einer Elektrode durch das positive oder negative Ionengas. Die maximale Temperatur wird in dem System Ionengas-Fremdkörper trotz Vermehrung von Stromdichte und Stromstärke so lange nicht größer, als die frei durchlaufene Spannungsdifferenz der Ionen nicht größer wird. Der Grenzwert der mittleren Temperatur, welchen das von dem Ionengas an den Kontaktstellen erwärmte Medium durch Erhöhung der Stromdichte erreichen kann, ist bestimmt durch die Spannungsdifferenz, welche die Ionen bis zu den Kontaktstellen hin frei durchlaufen haben.

§ 6. *Negative Strahlung glühender Metalle.* — Mehr und mehr gewinnt die Ansicht an Boden, daß in den metallischen Leitern negative Elektronionen vorhanden seien. Diese können aus der metallischen Oberfläche in den angrenzenden Gasraum unter den gewöhnlichen Umständen deswegen nicht austreten, weil sie in der Grenzfläche durch eine Kontaktkraft zurückgehalten werden. Werden sie durch irgend eine Wirkung entgegen dieser Kraft durch die Grenzfläche hindurchgeführt aus der Wirkungssphäre der Kontaktkraft heraus, so wird dabei eine Arbeitsmenge (Elektrisierungsarbeit) verzehrt und potentiell, welche mindestens gleich ist der Kontaktenergie (El. i. G. p. 99, 373).

Um die negativen Elektronionen aus Metallflächen mit Hilfe der elektrischen Kraft herauszutreiben, müßte man auf den Wirkungsbereich der Kontaktkraft eine Spannungsdifferenz legen, welche mindestens gleich ist der Kontaktenergie. Da diese nicht unbeträchtlich, jener sehr klein ist, so würde jene Bedingung nur erfüllt sein, wenn das Spannungsgefälle unmittelbar an der Metalloberfläche einen ungeheuer großen Wert besäße. Wahrscheinlich kann man mit Hilfe der elektrischen Kraft die negativen Elektronionen aus Metalloberflächen in den angrenzenden Gasraum nur bei sehr kleinem Elektrodenabstand heraustreiben. Da beim Lichtbogen das Spannungsgefälle unmittelbar an der Kathodenoberfläche nicht einen sehr großen Wert hat, so *kann es nicht die direkte Wirkung der elektrischen Kraft sein, welche die negativen Ionen aus der Kathode heraustreibt.*

Bestrahlung der Metalle mit Licht, besonders mit kurzwelligem, ist ein Mittel, negative Elektronionen aus einer Metallfläche in den angrenzenden Gasraum zu treiben. Im Lichtbogen erhält die Kathode von der Anode und der Dampfsäule Licht zugestrahlt, sie selbst sendet intensives Licht aus; es muß also an ihrer Oberfläche unter der Wirkung des Lichtes eine intensive Ausstrahlung negativer Elektronen stattfinden. *Indes reicht diese lichtelektrische Wirkung nicht aus, um die Stromdichte der negativen Elektronionen an der Lichtbogenkathode zu erklären.* In den Versuchen, in denen eine kalte Metallfläche durch Lichtbogenlicht bestrahlt wurde, war die Stromdichte (Amp. $\times$ cm^{-2}) der unter der lichtelektrischen

Wirkung austretenden negativen Elektronionen nicht größer als 10^{-8}. Nehmen wir an, die Lichtintensität in der Strombasis der Lichtbogenkathode sei 10^6 mal größer als in jenen Versuchen, so wäre die Stromdichte der negativen Elektronionen an der Lichtbogenkathode infolge der lichtelektrischen Wirkung 10^{-2}. Nun aber ist die wirkliche Stromdichte der negativen Elektronionen an der Lichtbogenkathode größer als 10^2.

Ein anderer Weg, negative Elektronionen aus Metallflächen in den angrenzenden Gasraum zu befördern, besteht darin, ihnen eine so große kinetische Energie zu erteilen, daß sie den Bereich der Kontaktkraft zu durchfliegen vermögen, ohne durch sie zur Umkehr gezwungen zu werden, ehe sie in den kräftefreien Gasraum übergetreten sind. Dieser Weg ist in der Tat praktisch gangbar. Drängt man die Wirkung eines erhitzten Metalles auf das umgebende Gas zurück, indem man das Gas möglichst verdünnt, so geht von dem Metall bei höherer Temperatur eine negative Ladung weg, wie von verschiedenen Seiten beobachtet wurde (El. i. G. p. 102). J. J. Thomson[1]) hat durch den Versuch festgestellt, daß es negative Elektronionen sind, welche von weißglühenden Metallen ausgehen. Richardson[2]) hat an Platin und Kohle die Stromdichte der negativen Strahlung in ihrer Abhängigkeit von der Temperatur untersucht. Seine Messungen erstreckten sich bis zu 1600°, sie lassen sich durch die Formel darstellen $j = A \,.\, T^{1/2} \,.\, e^{-b/T}$, wo j die Stromdichte in statischem Maße auf 1 cm², T die absolute Temperatur, A und b eine Konstante, e die Basis der natürlichen Logarithmen bezeichnet. Für Platin war $A = 10^{26}$, $b = 4{,}93 \,.\, 10^4$, für Kohle $A = 10^{34}$, $b = 7{,}8 \,.\, 10^4 - 11{,}9 \,.\, 10^4$. Die größte von ihm an Kohle beobachtete Stromdichte betrug 2 Amp. $\times$ cm^{-2}. Bei 1600° ist die lichtelektrische Wirkung noch gering, an der Lichtbogenkathode ist die von ihr bewirkte negative Stromdichte noch nicht 10^{-2}. *Daraus geht hervor, daß hohe Temperatur ein viel wirksameres Mittel ist, Metallflächen zur Ausstrahlung negativer Elektronionen zu veranlassen, als die Bestrahlung mit Licht.*

1) J. J. Thomson, Phil. Mag. 48. p. 547. 1899.
2) O. W. Richardson, Proc. Roy. Soc. 71. p. 415. 1903.

Richardson hat auf Grund seiner Messungen auch die Werte der Kontaktenergie berechnet, welche die negativen Elektronionen in bezug auf die von ihm untersuchten glühenden Metalle besitzen. Er gibt für Kohle 6,1, für Platin 4,1 Volt an. Diese Zahlen sind jedenfalls der Größenordnung nach richtig. Nur also, wenn die Temperatur eines negativen Elektrons in einer Kohlenoberfläche größer ist als 6,1 Volt, vermag es aus dieser in den angrenzenden Gasraum zu entweichen. Bei mäßiger Temperatur besitzen nur wenige Elektronionen zufällig diese hohe Temperatur, ihre Zahl wächst aber rasch mit steigender Temperatur.

§ 7. *Hohe Temperatur der Kathode als Existenzbedingung des Lichtbogens.* — Die Temperaturen, welche nach verschiedenen Methoden für den Lichtbogen, speziell für seine anodische und kathodische Basis gefunden wurden, liegen zwischen 2500 und 3500°. Nehmen wir als absolute Temperatur der kathodischen Strombasis 2500° und berechnen mit Hilfe der von **Richardson** gefundenen Formel durch Extrapolation die negative Strahlung der Lichtbogenkathode bei dieser Temperatur. Für Kohle ($A = 10^{34}$, $b = 10^5$) ergibt sich als Stromdichte der negativen Elektronionen 10^8 Amp. $\times$ cm^{-2}, für Platin ($A = 10^{26}$, $b = 5.10^4$) 10[illegible] Amp. $\times$ cm^{-2}. Mag durch die Extrapolation dieser Wert auch 10^3 mal zu groß gefunden sein, so *bleibt die Ausstrahlung negativer Elektronen an der Lichtbogenkathode infolge der hohen Temperatur doch immer sehr groß, wie sie auch in Wirklichkeit an der Lichtbogenkathode sich konstatieren läßt.*

Hohe Temperatur in der kathodischen Strombasis des Lichtbogens ist also eine hinreichende und, wie wir annehmen wollen, die notwendige Bedingung dafür, daß aus der Lichtbogenkathode in den angrenzenden Dampfraum negative Elektronionen in großer Zahl übertreten. Und da nach § 4 für das Bestehen des Lichtbogens notwendig ist, daß von der Kathode her negative Elektronionen beständig nachgeliefert werden, so kann hohe Temperatur in der Strombasis der Lichtbogenkathode als Existenzbedingung des Lichtbogens bezeichnet werden. In der Tat zeigt die Erfahrung, daß die kathodische Strombasis des Lichtbogens immer und unter allen Umständen bis auf Weißglut erhitzt ist.

Es scheint, daß es für eines und dasselbe Kathodenmetall

nicht mehrere, sondern immer nur eine Temperatur der Kat
gibt, bei welcher der Lichtbogen existiert. Damit inte
Strahlung in der Strombasis statthabe, muß nämlich die mi
Temperatur der negativen Elektronionen und damit der S
basis mindestens gleich sein der Spannungsdifferenz, w
die Kontaktenergie in der Grenze von Dampfraum und 1
mißt. Demnach muß die Temperatur in der kathodi
Strombasis des Lichtbogens gleich dieser Spannungsdifferen:
Insofern die Kontaktenergie von Metall zu Metall versch
groß ist, wird auch die Temperatur in der kathodischen Stron
des Lichtbogens für verschene Metalle verschieden hoch

Da der Lichtbogen eine selbständige Strömung is
muß die Arbeit zur Schaffung der Ionisation in seiner S
bahn, also in erster Linie zur Gewinnung der negativen
tronionen an seiner Kathode der Energie des eigenen elektri
Feldes entnommen werden; es muß die hohe Temperat
der kathodischen Strombasis von der elektrischen Strö
selbst hergestellt und aufrecht erhalten werden. Dies ges
durch Erwärmung der kathodischen Strombasis von seite
positiven sie berührenden Ionengases. Indem die pos
Ionen den Kathodenfall frei durchlaufen, gewinnen sie
äquivalent große kinetische Energie oder Temperatur,
teilen sie dann durch Berührung der kathodischen Stron
und damit den in dieser liegenden negativen Elektronione

*Insofern die Temperatur in der kathodischen Strombasis s
von der maximalen Temperatur als auch von der Stromdich
positiven Ionen abhängt, läßt sich an Stelle einer bestimmten
Temperatur als Existenzbedingung des Lichtbogens auch e
stimmter Wert des Kathodenfalles (Temperatur) und der l
dichte der positiven Ionen definieren.* Dies geschieht in
zwei folgenden Paragraphen. Hier sei noch auf einige
essante Analogien und Unterschiede hingewiesen.

Sowohl beim Glimmstrom wie beim Lichtbogen si
die positiven Ionen, welche an der Kathode die neg
Ionen erzeugen und die Existenz der selbständigen Strö
ermöglichen. Indes entstehen die negativen Ionen beim G
strom *in dem Gase durch den Stoß der positiven Ionen,*
Lichtbogen kommen sie *aus dem Kathodenmetall durch E
sierung* infolge der von den positiven Ionen erzeugten l

[T]emperatur. Die Ionisierungsarbeit (100—400 Volt) im ersten Fall ist größer als die Elektrisierungsarbeit (5—20 Volt) im [z]weiten Falle. Beim Glimmstrom treten die negativen Elek[t]ronen nicht als freie Ionen von dem Metall in das Gas über, [s]ondern die positiven Ionen treten unmittelbar an die Kathode [h]eran, beladen sich mit negativen Elektronen aus dem Metall [u]nd können sich dann mit ihnen zusammen als elektrisch [ne]utrale Systeme wieder entfernen. *Beim Lichtbogen treten [da]gegen die negativen Elektronionen durch die Grenzfläche von [Me]tall und Dampfraum in kontinuierlicher Strömung hindurch, [äh]nlich wie sie an der Grenzfläche zweier verschiedener Metalle [vo]n dem einen zu dem anderen hinüberströmen.*

§ 8. *Kathodenfall bez. Minimalspannung als erste Existenz[be]dingung des Lichtbogens.* — Die mittlere Temperatur in [de]r kathodischen Strombasis muß mindestens gleich sein [de]r Spannungsdifferenz, welche die Kontaktenergie in der [G]renze Kathode–Dampfraum mißt. Diese Temperatur ist im [M]aximum gleich derjenigen der positiven Ionen, welche die [ka]thodische Strombasis treffen. Damit also hier jene Tem[pe]ratur zustande kommen und der Lichtbogen existieren kann, [da]rf *die von den positiven Ionen an der Kathode frei durch[la]ufene Spannungsdifferenz, der Kathodenfall, nicht unter ein [be]stimmtes Minimum sinken.*

Der Spannungsabfall an der Kathode kann nicht her[ge]stellt werden, ohne daß gleichzeitig auch auf den übrigen [Te]il der Strombahn Spannung gelegt wird; und ist die Strom[ba]hn sehr kurz, so muß neben dem Spannungsabfall an der [K]athode mindestens derjenige an der Anode noch hergestellt [we]rden. Die Existenzbedingung für den Lichtbogen, daß der [K]athodenfall einen bestimmten Wert nicht unterschreiten darf, [ha]t darum eine analoge Forderung für die Elektrodenspannung [zu]r Folge. *Damit nämlich der Lichtbogen existieren kann, darf [d]ie Elektrodenspannung nicht unter einen bestimmten Minimal[we]rt* (Minimalspannung) *sinken.* Die Minimalspannung bei sehr [kl]einem Elektrodenabstand ist gleich der Summe aus Anoden[un]d Kathodenfall; unterhalb der Minimalspannung ist der [Li]chtbogen nicht möglich.

§ 9. *Stromdichte als zweite Existenzbedingung, Grenzstrom[stä]rke.* — Das Vorhandensein eines genügend großen Spannungs-

abfalles an der Kathode ist wohl eine notwendige, aber all nicht hinreichende Bedingung für die Existenz des Lichtboge Im Glimmstrom ist an der Kathode ein viel größerer Spannu abfall gegeben als im Lichtbogen und trotzdem ist di nicht vorhanden. Es hat in diesem Falle unter dem Stoß treffender positiver Ionen an einzelnen Stellen der Kath wohl auch Aussendung negativer Elektronionen statt, weitaus nicht in der großen Dichte, wie sie für den Li bogen charakteristisch ist. Es ist für diesen notwendig, die ganze kathodische Strombasis die hohe Temperatur auftreffenden positiven Ionen annimmt; dies ist nur mögl *wenn die Stromdichte der auftreffenden positiven Ionen sehr g ist* und oberhalb eines bestimmten Minimalwertes liegt, der wa scheinlich für jedes Kathodenmetall ebenso wie der Kathod fall eine charakteristische Konstante ist.

Die kathodische Strombasis teilt sich in zwei Bezirke. Zentrum ist weißglühend, besitzt überall dieselbe Tempera und sendet negative Elektronionen in sehr großer Dichte Dieses Zentrum ist umgeben von einem ringförmigen Geb in dem die Temperatur niedriger ist als die Existenztempera des Lichtbogens; es wird von dem zentralen Gebiet her du Leitung erwärmt; auch hat an ihm Aussendung von negati Elektronionen statt, aber nicht in derjenigen Dichte, wie für den Lichtbogen charakteristisch ist; die auf ihm sitze Strömung ist eine unselbständige, ähnlich wie zwischen sekun erhitzten Elektroden bei kleiner Elektrodenspannung. Steigerung der Stromstärke des Lichtbogens steigt durch Leit von dem zentralen Gebiet her die Temperatur an der inne Grenze des Ringgebietes bis zu derjenigen des Zentralgebiet dieses wächst also mit wachsender Stromstärke nach au so daß *die Stromdichte sich nur wenig mit der Stromstärke änd*

Mit abnehmender Stromstärke wird nach dem Vorh gehenden sowohl das Zentral- wie das Ringgebiet der kat dischen Strombasis kleiner. Ist diese einmal sehr klein worden, so wird die geringste sekundäre Störung genügen, auf dem ganzen Zentralgebiet die Temperatur zu erniedri und so den Lichtbogen auszulöschen. Aus diesem Gru *vermag der Lichtbogen bei sehr kleiner Stromstärke nicht zu tieren*, selbst wenn die elektromotorische Kraft des Stromkr

aß ist. *Die Grenzstromstärke*, unterhalb welcher der Licht-
gen nicht existieren kann, ist für diesen nicht eine so
rakteristische Konstante wie der Kathodenfall und die
romdichte, sie hängt von den gegebenen Umständen ab,
lche die Temperatur an der Kathode bedingen; sie hat mehr
nen praktischen als theoretischen Wert.

Die der Kathode zugeführte elektrische Leistung bleibt
m Teil in dem Zentralgebiet der kathodischen Strombasis
d wird hier zur Aussendung von negativen Elektronionen
d Metalldampf verbraucht, zum Teil strömt sie durch Leitung
das Ringgebiet und in das Innere der Kathode. *Bei gleicher
ktrischer Leistung ist das Zentralgebiet um so größer und
mit die Grenzstromstärke um so kleiner, je kleiner die Wärme-
nge ist, die in der Zeiteinheit von dem Zentralgebiet durch
itung fortströmt.*

§ 10. *Innere elektromotorische Kräfte im Lichtbogen.* —
tellt man im Vakuum einem weißglühenden Metall eine
ektrode gegenüber und verbindet sie zu einem geschlossenen
eis, so fließt in diesem ein Strom, dessen negative Kom-
nente im Vakuum von dem heißen zu dem kalten Metall
ießt. *Die Ausstrahlung negativer Elektronionen durch das
ühende Metall wirkt hierbei als eine innere elektromotorische
raft.*

*Analog haben wir auch an der Kathode des Lichtbogens infolge
r hohen Temperatur eine innere elektromotorische Kraft anzu-
hmen, welche negative Elektrizität in der Richtung Kathode—Anode,
so im gleichen Sinne wie das Spannungsgefälle treibt.* Besitzt
ch die Anode eine hohe Temperatur, wie es im gewöhnlichen
ohlenlichtbogen immer der Fall ist, so tritt an ihr ebenfalls
ne innere elektromotorische Kraft auf, indes sucht diese hier
e negative Elektrizität in der Richtung Anode—Kathode zu
eiben, wird also durch einen entgegengesetzt gleich großen
pannungsabfall kompensiert. Duddell[1]) stellte in der Tat
st, daß an der Kathode des Kohlenlichtbogens eine innere
ektromotorische Kraft im Betrage von ungefähr 6 Volt, an
r Anode im Betrage von 17 Volt wirkt; hier gegensinnig,
rt gleichsinnig mit dem Spannungsabfall.

---

1) W. Duddell, Proc. Roy. Soc. 68. p. 512. 1901.

Es ist viel darüber geschrieben worden, ob die Minimalspannung des Lichtbogens eine elektromotorische Gegenkraft darstelle im Sinne der elektromotorischen Gegenkraft in Elektrolyten. Diese Frage ist nach dem Vorstehenden folgendermaßen zu beantworten. *Es tritt im Lichtbogen bei hoher Temperatur der Anode wohl eine elektromotorische Gegenkraft auf, als Summe der inneren elektromotorischen Kräfte an der Anode und an der Kathode. Aber sie ist beträchtlich kleiner als die Minimalspannung.* Diese ist nicht durch eine Gegenkraft, sondern dadurch bedingt, daß an der Kathode ein Minimum von Arbeit geleistet werden muß, um die Ausstrahlung negativer Elektronionen in großer Dichte zu bewirken.

Die Frage nach dem Vorhandensein einer inneren Gegenkraft glaubte man experimentell dadurch in negativem Sinne beantworten zu können, daß man den Lichtbogen unmittelbar nach dem Erlöschen auf eine innere elektromotorische Kraft untersuchte. Derartige Messungen können deswegen nicht zur Entscheidung der Frage mitsprechen, da der Zustand des Lichtbogens nach den Untersuchungen Duddells ungemein rasch den Änderungen der Stromstärke folgt.

II. Kritische Stromstärke und Grenzstromstärke.

§ 11. *Definition der kritischen Stromstärke.* — Bestimmt man für verschiedene Elektrodenabstände (l_1, l_2, . . .) oder ver-

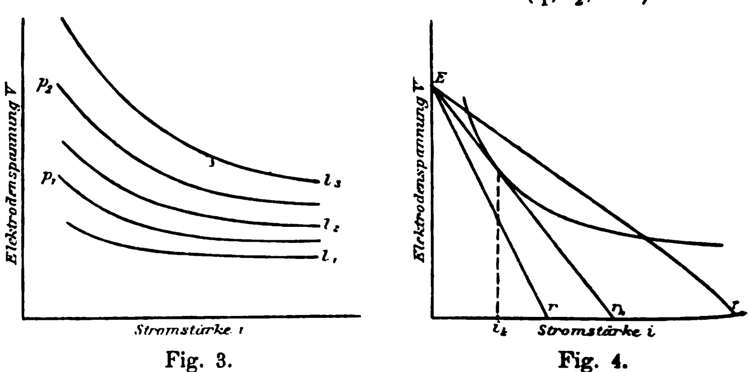


Fig. 3. Fig. 4.

schiedene Gasdrucke (p_1, p_2, . . .) die zusammengehörigen Werte von Stromstärke i und Elektrodenspannung V des Lichtbogens, so erhält man Kurven von der Art wie sie Fig. 3 zeigt. Diese

Kurven gelten unabhängig von elektromotorischer Kraft E und äußerem Ohmschen Widerstand r des Stromkreises. E sei konstant, $r = (E - V)/i$ wird dann dargestellt durch eine Gerade, welche durch E geht und mit der V-Achse den Winkel arc cotg r bildet (Fig. 4). Sind l, p und E konstant, so gilt für r folgendes. Solange die Widerstandsgerade E, r die V, i-Kurve schneidet, ist für den zugehörigen Widerstand der Lichtbogen möglich; er ist unmöglich für alle Werte von r, deren zugehörige Geraden E, r die V, i-Kurve nicht schneiden. Derjenige Widerstand r_k (kritischer Widerstand), welcher die beiden Variationsgebiete von r scheidet, ist derjenige, für welchen die zwei Schnittpunkte von E, r mit der V, i-Kurve zusammenfallen, für welchen also die Gerade E, r Tangente ist. r_k hat demgemäß folgende zwei Bedingungsgleichungen[1]) zu erfüllen:

1) $$i \,.\, r = E - V,$$

2) $$r = -\frac{\partial V}{\partial i}.$$

Die zu r_k gehörige Stromstärke i_k heiße die kritische Stromstärke, sie ist die kleinste Stromstärke, welche bei gegebenen l, p und E für den Lichtbogen möglich ist; sie berechnet sich aus der Gleichung:

$$-i_k\left(\frac{\partial V}{\partial i}\right)_{i=i_k} = E - V.$$

Zur Bestimmung von i_k hat man den Lichtbogen für einen Widerstand $r < r_k$ herzustellen, dann r langsam zu vergrößern, bis der Lichtbogen erlischt; die Stromstärke im Moment des Erlöschens ist die kritische.

§ 12. *Zulässige und unzulässige Störungen, theoretischer und praktischer Wert der kritischen Stromstärke.* — Bei den Kurven der Fig. 3 ist angenommen, daß l und p für alle Punkte einer und derselben Kurve konstant seien. In der Praxis ist es dagegen unmöglich, jegliche kleine Änderung von p und l auszuschließen. Insbesondere ist durch sekundäre Störungen, wie durch den Auftrieb des erhitzten Dampfes, der Elektrodenabstand

1) Die gleiche Bedingung ist auf anderem Wege auch von H. Ayrton, Zusammenfassung früherer Abhandlungen in The electric arc p. 241. London 1903, ferner von W. Kaufmann, Ann. d. Phys. 2. p. 158. 1900 und I. Granquist, Ges. Wissenschaft. zu Upsala, 1903 aufgestellt worden.

beständig kleinen Schwankungen zwischen einem bestimm[illegible] Minimum (kürzester Abstand l_m der Elektroden) und den näd liegenden höheren Werten unterworfen. Hierbei bewegt [illegible] der V, i-Punkt auf der Widerstandsgeraden von der V, i-K[illegible] für den Abstand l_m nach der V, i-Kurve für den Abst $l_m + \Delta l$ hinüber. Der Lichtbogen kann offenbar für [illegible] Störung existieren, für welche die Widerstandsgerade E, r $(V, i)_{l_m + \Delta l}$-Kurve schneidet. $l_m + \Delta l$ berechnet sich aus Gleichungen (1) und (2). Jede Störung indes, welche größere Amplitude von l hervorbringt, ist unzulässig, [illegible] der Lichtbogen nicht erlöschen soll.

Die maximal zulässige Amplitude Δl ist um so klei je größer das Verhältnis r/r_k ist. Ist darum r nur w kleiner als r_k, so erlischt der Lichtbogen schon bei einer ringen Störung. Es ist aus diesem Grunde nicht mög den theoretischen Wert von i_k direkt experimentell genau ermitteln, da sich die sekundären Störungen nie ganz [illegible] schließen lassen. *Der praktische Wert der kritischen Stromst[illegible] ist nur eine obere Grenze des theoretischen Wertes.*

§ 13. *Kritische Stromstärke als Funktion des Elektro[illegible] abstandes.* — Der Anblick der Fig. 4 und die Gleichungen und (2) lehren, daß bei konstanter elektromotorischer K[illegible] die kritische Stromstärke des Lichtbogens zunimmt mit wachs dem Elektrodenabstand. Die Tab. I gibt die Werte

Tabelle I.

Elektrodenabstand in mm	Kathode ohne Seele	Kathode mit Seele
0,6	0,64	0,59
1,2	0,71	0,53
1,8	0,78	0,54
2,4	0,86	0,55
3,0	0,95	0,57

kritischen Stromstärke in Ampère, welche für verschie[illegible] Elektrodenabstände in freier Luft bei 130 Volt elektromotoris Kraft erhalten wurden. Als Elektroden dienten 3 mm [illegible] Kupferdrähte; in der zweiten Reihe besaßen sie eine mit S zentral eingelötete Seele von 0,7 mm dickem Platind

5 gibt die Messungen graphisch wieder. Wie man sieht, die Gegenwart der Platinseele eine Erniedrigung der praken kritischen Stromstärke zur Folge. Dies rührt offenbar r, daß sie die Amplituden in der Schwankung der Bogen- verkleinert; diese Wirkung scheint bei kleinem Elektroden-

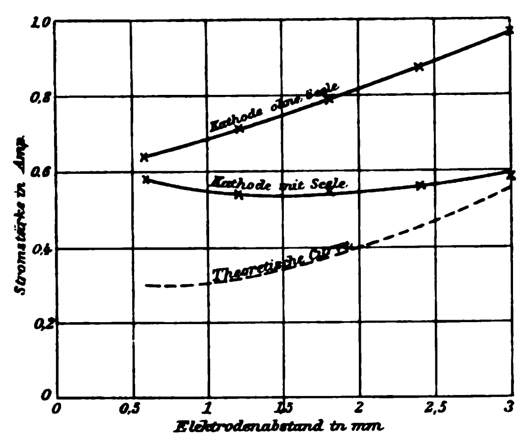


Fig. 5.

and kleiner zu sein als bei größerem, so daß die kritische mstärke mit wachsendem Elektrodenabstand erst etwas mmt und dann erst zunimmt, wie es die Theorie verlangt.

§ 14. *Kritische Stromstärke und Selbstinduktion.* — Im sten Paragraphen ist gezeigt, daß die kritische Stromte kleiner wird, wenn die elektromotorische Kraft wächst. variablem Strom gilt

$$i \cdot r = E - L \frac{d i}{d t} - V,$$

L der Selbstinduktionskoeffizient ist. Bei einer Störung, n einer Zunahme der Bogenlänge besteht, ist $d i / d t$ negativ, $d i / d t$ also positiv. Ist also in dem Stromkreis Selbstktion vorhanden, so wird die elektromotorische Kraft bei Stromschwankung vergrößert, *es sind dann in der Nähe theoretischen Wertes der kritischen Stromstärke, welcher ja len stationären Zustand gilt, vorübergehend größere Ampli- der Bogenlänge ohne Erlöschen des Lichtbogens möglich, wenn keine Selbstinduktion vorhanden ist.* In einem Strom- mit Selbstinduktion ist also der praktische Wert der

kritischen Stromstärke des Lichtbogens kleiner oder mit ande
Worten, er läßt sich näher an den theoretischen Wert her
führen als in einem Stromkreis mit Selbstinduktion. Di
zeigen die nachstehenden Messungen, welche an 8 mm di
Kupferelektroden mit Platinseele in freier Luft mit 130 '
elektromotorischer Kraft aufgenommen wurden. Sie sin

Tabelle II.

Kritische Stromstärke in Ampère.

Elektrodenabstand in mm	Ohne Selbstinduktion	Mit Selbstinduktion
0,6	0,70	0,32
1,2	0,60	0,33
1,8	0,46	0,40
2,4	0,53	0,48
3,0	0,62	0,58

Fig. 6 graphisch dargestellt. Als Selbstinduktion dienten
hintereinandergeschaltete Drosselspulen. Wie man sieht
niedrigt die Selbstinduktion den praktischen Wert der kriti
Stromstärke. *Ein Lichtbogen, in dessen Stromkreis sich S*

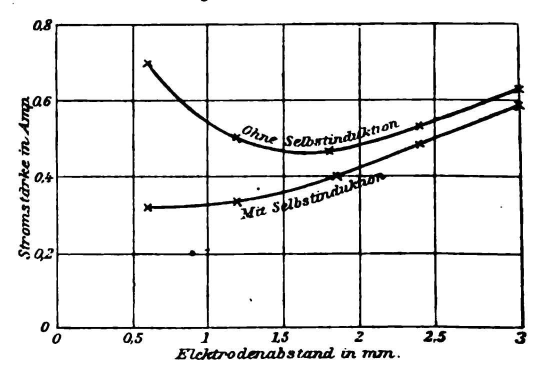


Fig. 6.

induktion befindet, brennt ruhiger und erlischt erst bei einer kl
Stromstärke als ohne Selbstinduktion. Ist bei einem Licht
mit Selbstinduktion die Stromstärke so gewählt, daß sie zwi
den kritischen Werten ohne und mit Selbstinduktion lie
erlischt er, sowie man die Selbstinduktionsspule durch par
Kurzschluß ausschaltet.

§ 15. *Kritische Stromstärke als Funktion der elektromotorischen Kraft.* — Der Differentialquotient $\partial V / \partial i$ ist beim ...ktbogen von Null verschieden, ...ist für kleine Werte der Strom...rke größer als für große. Ge...ß der Gleichung für die kri...che Stromstärke

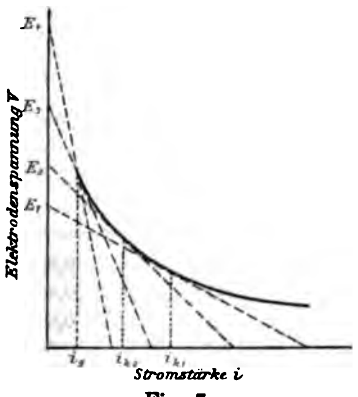


Fig. 7.

$$i_k \left(\frac{\partial V}{\partial i}\right)_{i = i_k} = -(E - V)$$

...nn darum i_k abnehmen. Wie ...g. 7 zeigt, wird die kritische ...romstärke um so kleiner, je ...ßer die elektromotorische ...aft wird. Dies bestätigen die ...hlen der Tab. III, die an ...am dicken Kupferelektroden mit Platinseele bei 1,8 mm ...ktrodenabstand erhalten wurden.

Tabelle III.

Elektromotorische Kraft in Volt	Kritische Stromstärke in Amp.
180	0,54
430	0,20
8000	0,19

Mit steigender elektromotorischer Kraft strebt, wie aus Fig. 7 Tab. III ersichtlich ist, *die kritische Stromstärke einem Grenz...r zu, den sie selbst bei unendlich großer elektromotorischer ...ft nicht überschreiten kann, ohne daß der Lichtbogen erlischt* (§ 9). Für die Grenzstromstärke i_g gilt darum

$$i_g = \lim_{E=\infty} i_k .$$

... die Tab. III zeigt, kann schon bei 430 Volt elektro...orischer Kraft die kritische Stromstärke mit Annäherung ...als der Grenzstromstärke gesetzt werden. Dies ist in den ... nächsten Paragraphen geschehen.

§ 16. *Grenzstromstärke als Funktion des Elektrodenabstandes.* — Die Messungen der Tab. IV wurden an 8 mm dicken Kupferelektroden mit Platinseele angestellt. In Fig. 8 sind sie graphisch dargestellt.

Tabelle IV.

Elektroden-abstand in mm	Grenz-stromstärke in Amp.	Elektroden-abstand in mm	Grenz-stromstärke in Amp.
0,3	0,90	1,5	0,51
0,6	0,76	1,8	0,49
0,9	0,66	2,1	0,44
1,2	0,55	2,4	0,41

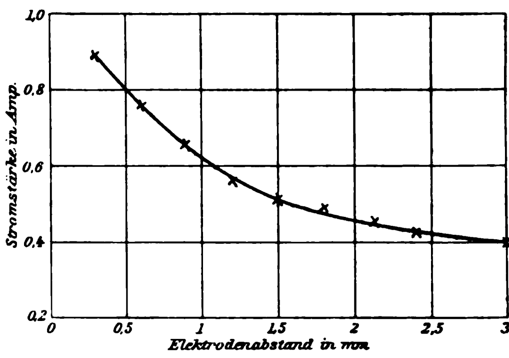


Fig. 8.

Die Abnahme der Grenzstromstärke mit wachsendem Elektrodenabstand dürfte sich aus der in § 19 besprochenen Erscheinung erklären, daß die Erwärmung der Elektroden von ihrem Abstand abhängig ist. An Kupferelektroden ohne Platinseele, zwischen denen der Lichtbogen unruhiger brennt, nimmt übrigens die Grenzstromstärke mit wachsendem Abstand etwas zu.

§ 17. *Grenzstromstärke und Elektrodenmetall.* — Wie bereits oben bemerkt wurde, besitzt die Grenzstromstärke mehr einen praktischen als theoretischen Wert. Sie stellt nicht eine für das Kathodenmetall charakteristische Konstante dar. Gleichwohl hat es Interesse, die Grenzstromstärken für verschiedene Metalle miteinander zu vergleichen. Die in der nachstehenden

belle angeführten Metalle wurden in der Form von 5 mm ken Stiften als Elektroden benutzt; nur Platin war 3 mm k; die elektromotorische Kraft war 430 Volt; die Selbstuktion war klein (l Elektrodenabstand).

Tabelle V.

Elektrodenmetall	Grenzstromstärke in Amp.	
	l = 1,8 mm	l = 3 mm
Kohle	0,018	0,015
Kupfer	0,45	0,42
Aluminium	0,57	0,45
Eisen	0,73	0,65
Platin	1,5	—

An der Tabelle fällt der kleine Wert der Grenzstromrke für Kohle auf; es dürfte sich in ihm das geringe rmische Leitvermögen der Kohle ausdrücken.

III. Zündung des Lichtbogens.

§ 18. *Allgemeines über die Zündung des Lichtbogens.* — n Lichtbogen zünden, heißt seine Existenzbedingung herllen, nämlich seine Kathode auf eine so hohe Temperatur ingen, daß sie negative Elektronionen in großer Dichte ausahlt. Aus diesem Grunde sind die Umstände, von welchen Zündung abhängt, bedeutsam für das Verständnis der istenzbedingung des Lichtbogens.

Es gibt verschiedene Wege, die Kathode des Lichtbogens f seine Existenztemperatur zu erwärmen. Demnach gibt es rschiedene Arten der Zündung des Lichtbogens. Die erste *die Zündung durch Glimmstrom.* Der Glimmstrom erwärmt seine Kathode; deren Temperatur kann durch Steigerung r Stromstärke so weit erhöht werden, daß der Glimmstrom h in den Lichtbogen verwandelt.

Die zweite Art der Zündung ist *die Zündung durch Reststom.* Sie besteht in folgendem. Auf irgend eine Weise an die Strombahn und vor allem die Kathode hoch temiert sein, beispielsweise dadurch, daß unmittelbar vor dem rachteten Moment der Lichtbogen brannte; die Strombahn

besitzt also Leitfähigkeit, und wird die Elektrodenspannung genügend erhöht, so kann durch die unselbständige Strömung (El. i. G. p. 118, 180) die bereits hohe Temperatur der Kathode so weit gesteigert werden, daß der Lichtbogen einzutreten vermag. Insofern die zündende unselbständige Strömung die restierende Strömung ist, welche nach Erlöschen der die Elektroden hoch temperierenden Strömung (Lichtbogen) übrig bleibt, sei sie Reststrom genannt. *Die Zündung durch Reststrom ist also nur möglich, wenn die Temperatur der Kathode bereits hoch, nur wenig kleiner als die Existenztemperatur des Lichtbogens ist.*

Die dritte und gewöhnliche Art der Zündung des Lichtbogens ist *die Kontaktzündung.* Sie besteht darin, daß die beiden Elektroden erst zur Berührung gebracht und dann wieder voneinander entfernt werden. Ist bei der Trennung die Kontaktstelle der Elektroden sehr klein, so wird sie galvanisch hoch erhitzt und zuletzt sogar durchgeschmolzen; zwischen den beiden Elektroden entsteht eine hoch temperierte leitende Dampfschicht; indem durch diese eine elektrische Strömung fließt und die Temperatur der Kathode noch weiter steigert, vermag schließlich aus dieser der Lichtbogen hervorzubrechen. Diese zündende elektrische Strömung durch die Dampfschicht ist eine unselbständige Strömung, wenn die Selbstinduktion des Stromkreises klein ist. Wenn diese jedoch groß ist, wenn also bei Unterbrechung des Elektrodenkontaktes durch Selbstinduktion seine beträchtliche elektromotorische Kraft auftritt, so ist der Strom, welcher die durch die galvanische Erhitzung eingeleitete Zündung vollendet, ein Glimmstrom. Die Kontaktzündung des Lichtbogens ist darum im Grunde eine Zündung durch Rest- oder durch Glimmstrom, bei welcher die Elektroden durch die galvanische Erhitzung beim Kontakt vorgewärmt werden.

Wenn unsere Theorie von der Existenzbedingung des Lichtbogens richtig ist, so muß der Vorgang der Zündung sich an der Kathode abspielen, *es müssen alle Umstände, von denen die Temperatur der Kathode abhängig ist, die Zündung beeinflussen. Die Verhältnisse an der Anode und in der übrigen Strombahn können nur von sekundärer Bedeutung sein.*

§ 19. *Erwärmung der Elektroden durch den Glimmstrom.* — Der Glimmstrom erwärmt sowohl seine Anode wie seine Ka-

indes letztere immer stärker als erstere, da sein Ka-
fall immer beträchtlich größer ist als sein Anodenfall.
lt sowohl bei abnormalem[1]) wie normalem Kathodenfall.
herem Druck, so in freier Luft, ist der Kathodenfall in
gel normal. Da die Verwandlung von Glimmstrom in
gen gewöhnlich bei höherem Druck erfolgt, so sei dieser
usführlicher behandelt.

anderer Stelle[2]) habe ich gezeigt, daß die Temperaturen
mmstromes bei normalem Kathodenfall mit steigender
ärke zunehmen. Ferner ergab sich, daß bei konstanter
ärke die Temperaturen der Elektroden zunehmen, wenn
stand von Null an wächst, und bei größeren Werten
steren einem konstanten Wert zustreben. Dies zeigen
ılen der nachstehenden Tabelle, die in der l. c. be-
enen Weise für Platindrahtelektroden erhalten wurden
tärke i in Milliampère.)

Tabelle VI.

Elektroden-abstand in mm	Temperatur, gerechnet vom Eispunkt	
	Anode $i = 15$	Kathode $i = 17$
0,3	99°	241°
0,6	109	267
0,9	120	273
1,2	130	288
1,5	138	294
1,8	151	302
2,1	156	315
2,4	167	320
2,7	167	320

Fig. 9 sind diese Messungen graphisch dargestellt.
hängigkeit der Elektrodentemperatur von dem Abstand
sich daraus, daß die Elektroden aus dem Innern der
ahn durch Leitung und Strahlung Wärme zugeführt
ı. Bei sehr kurzer positiver Lichtsäule, also kleiner
her Leistung in der Strombahn muß darum diese

1. Stark, Ann. d. Phys. 12. p. 1. 1903.
2. Stark, Physik. Zeitschr. 4. p. 535. 1903.

sekundäre Erwärmung kleiner sein als bei größerer Länge Lichtsäule.

§ 20. *Verwandlung von Glimmstrom in Lichtbogen bei malem Kathodenfall.* — Bei normalem Kathodenfall nimm Elektrodenspannung des Glimmstromes mit wachsender St stärke erst schnell, dann langsamer ab, um einem konst Wert zuzustreben (Physik. Zeitschr. 4. p. 535. 1903). gleiche gilt für den Lichtbogen (El. i. G. p. 205). Be genähert gleicher Stromstärke ist die Elektrodenspannun

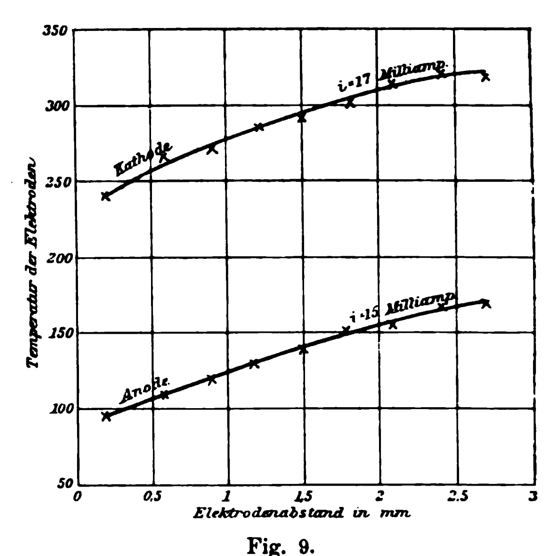


Fig. 9.

Lichtbogens beträchtlich kleiner als diejenige des G stromes, aus zwei Gründen. Erstens beträgt der Kath fall für den Glimmstrom einige Hunderte Volt, für den l bogen 5—20 Volt; zweitens ist der Spannungsabfall i positiven Lichtsäule beim Lichtbogen infolge der Gege von Metalldämpfen kleiner als beim Glimmstrom in met dalem Gas.

Stellt man zwischen zwei Elektroden in freier Luf Glimmstrom her und erhöht dann langsam durch Verl rung des äußeren Ohmschen Widerstandes die Stroms so sinkt zunächst, wie Fig. 10 zeigt, die Elektrodenspa gleichzeitig steigt die Temperatur im Zentrum der kathod

...basis. Diese wird weißglühend und beginnt, selbst wenn die Kathode aus Platin besteht, zu schmelzen. Temperatur der Kathode, Ausdehnung der glühenden Fläche und Strombasis wachsen bei zunehmender Stromstärke noch weiter, plötzlich aber verschwindet die breite Fläche des negativen Glimmlichtes, die Glut der Oberfläche und die Strombasis schrumpfen auf einen Punkt zusammen; dieser zeigt intensive Weißglut und sendet einen Strahl von Metalldampf aus, das kathodische Lichtbüschel des Lichtbogens: der Glimmstrom hat sich in den Lichtbogen verwandelt. Hierbei hat die Elektrodenspannung

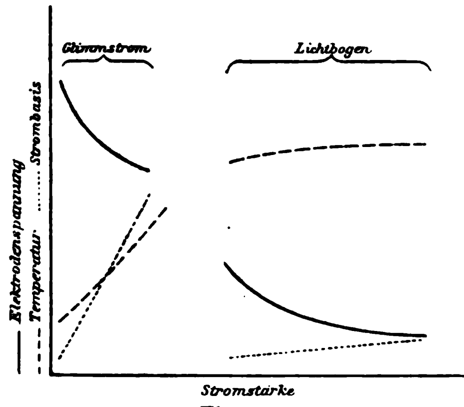


Fig. 10.

einen Sturz von einem hohen Wert zu einem kleineren erfahren. Steigert man dann die Stromstärke noch weiter, so erhält man die bekannte V, i-Kurve des Lichtbogens.

Es kann also die Stromstärke des Glimmstromes nicht über einen Wert i_{gg} gesteigert werden, ohne daß Verwandlung in den Lichtbogen erfolgt. Andererseits kann diejenige des Lichtbogens nicht unter einen Wert i_{gl} erniedrigt werden, ohne daß bei genügend großer elektromotorischer Kraft Rückverwandlung in den Glimmstrom eintritt. Für einen Wert der Stromstärke, welcher zwischen der Grenzstromstärke i_{gg} des Glimmstromes und der Grenzstromstärke i_{gl} des Lichtbogens liegt, besitzt die elektrische Strömung bald die Form des Lichtbogens, bald diejenige des Glimmstromes.

Die Tab. VII enthält die Werte der Grenzstromstärke des Glimmstromes und des Lichtbogens, die in freier Luft für

8 mm dicke Kupferelektroden mit Platinseele bei 430 Volt elektromotorischer Kraft erhalten wurden.

Tabelle VII.

Elektroden-abstand in mm	Grenzstromstärke in Ampères	
	Glimmstrom	Lichtbogen
0,3	0,017	0,90
0,6	0,014	0,76
0,9	0,013	0,66
1,2	0,012	0,55
1,5	0,010	0,51
1,8	0,009	0,49
2,1	0,008	0,44
2,4	—	0,41

In Fig. 11 sind die vorstehenden Messungen graphisch dargestellt. Wie man sieht, nimmt sowohl für den Glimmstrom wie für den Lichtbogen die Grenzstromstärke ab mit wachsendem Elektrodenabstand. Dies dürfte daher rühren,

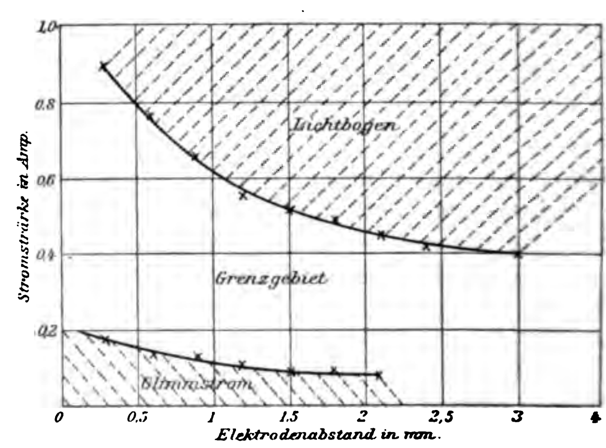


Fig. 11.

daß durch Erwärmung aus der positiven Lichtsäule die Temperatur der Kathode mit wachsendem Abstand steigt (§ 19). Das Grenzgebiet der Stromstärke zwischen dem Gebiet des Lichtbogens und demjenigen des Glimmstromes ist um so kleiner, je größer die Selbstinduktion des Stromkreises und je

iner die Kapazität an den Elektroden ist. Die Grenzkurve
es Glimmstromgebietes rückt um so näher an diejenige des
ichtbogengebietes, je größer die elektromotorische Kraft ist.

§ 21. *Einfluß von Druck und Temperatur auf die Verwand-*
ng. — Die Dichte j_n des Glimmstromes an der Kathode
i normalem Kathodenfall ist proportional der Gasdichte (Ann.
Phys. 12. p. 1. 1903). Ist $\varkappa$ eine Konstante, p der Druck
s Gases, T seine absolute Temperatur, so gilt $j_n = \varkappa (p/T)$;
t steigender Temperatur und sinkendem Gasdruck nimmt
o die normale kathodische Dichte des Glimmstromes ab.
n hängt die Erwärmung des Flächenelementes dw der
thodischen Strombasis in erster Linie ab von der ihm durch
elektrische Stromleistung zugeführten Wärmemenge. Be-
chnet j_n die normale Stromdichte, K_n den normalen Ka-
denfall, so ist jene elektrische Leistung

$$j_n \cdot K_n \cdot d w = \varkappa \frac{p}{T} \cdot K_n \cdot d w.$$

ßerdem hängt die Temperatur des Zentrums der kathodischen
ombasis noch ab von der Fortleitung der Wärme.

Nach dem Vorstehenden hat man folgendes zu erwarten.
r Glimmstrom verwandelt sich bei einer um so kleineren Strom-
rke in den Lichtbogen, je größer der Druck des Gases und
kleiner seine absolute Temperatur ist. Die Art des Gases hat
f die Verwandlung insofern Einfluß, als die Konstante $\varkappa$ und
r normale Kathodenfall K_n für verschiedene Gase verschieden
oß sind. Auch das thermische Leitvermögen der Kathode be-
mmt die Verwandlungsstromstärke mit; diese ist um so größer,
größer jenes ist.

Daß bei vermindertem Gasdruck die Zündung des Licht-
gens schwieriger ist, weiß man. Über den Einfluß der Tem-
ratur stellte ich folgende Versuche an. Die Temperatur
s Gases in der Nähe einer Elektrode kann man bei kon-
antem Gasdruck dadurch erhöhen, daß man die Elektrode
einigem Abstand von der Strombasis durch einen unter-
stellten Bunsenbrenner erhitzt. Nun kann man den Ein-
ß der Temperatur auf die Grenzstromstärke des Glimm-
omes zwar nicht direkt untersuchen, indem man die Strom-
rke langsam bis zur Verwandlung in den Lichtbogen er-
ht (§ 22), aber indirekt, indem man die Stromstärke gleich

der Grenzstromstärke des Lichtbogens oder etwas kleiner macht, so daß sie sich in dem Grenzgebiet befindet, in welchem ein beständiger unregelmäßiger Wechsel zwischen Glimmstrom und Lichtbogen statt hat. Wenn dann eine sekundäre Temperaturerhöhung an der Kathode erfolgt, so muß nach unserer Theorie die Rückverwandlung von Glimmstrom in den Lichtbogen erschwert, die Glimmstromphase zum Überwiegen gebracht, die mittlere Stromstärke erniedrigt werden.

Der Versuch ergibt folgendes. Wird eine Elektrode, vor allem die Kathode, sekundär durch eine nichtleuchtende Bunsenflamme erhitzt, so erfährt die Säule des Lichtbogens infolge des Aufsteigens der heißen Luft größere Schwankungen; dadurch wird der praktische Wert der Grenzstromstärke des Lichtbogens größer (vgl. § 12). So betrug bei 430 Volt elektromotorischer Kraft und 1,8 mm Elektrodenabstand die Grenzstromstärke des Lichtbogens zwischen 3 mm dicken Kupferelektroden ohne sekundäre Erhitzung der Kathode 0,24 Amp., mit Erhitzung 0,9 Amp. War der Lichtbogen hergestellt, und zwar in einer Stromstärke, die beträchtlich größer war als die Grenzstromstärke (0,25 Amp.) und wurde die Anode sekundär auf Rotglut erhitzt, so wuchs die Stromstärke etwas, der Lichtbogen brannte ruhig. Wurde dagegen die Kathode erhitzt, so wurde der Lichtbogen instabil, die Stromstärke beträchtlich kleiner, indem ein unregelmäßiger Wechsel zwischen Glimmstrom und Lichtbogen bemerkbar wurde. Dies zeigt die nachstehende Tabelle, welche die beobachteten Stromstärken in Ampères gibt.

Tabelle VIII.

Elektrodenabstand in mm	Anode		Kathode	
	kalt	heiß	kalt	heiß
1,8	0,29	0,31	0,29	Schwanken 0,1—0,2
1,8	0,49	0,51	0,49	Schwanken bis zu 0,15
2,4	0,56	0,59	0,56	Kurzes Schwanken bis 0,12, dann Erlöschen

§ 22. *Schnelle und langsame Verwandlung von Glimmstrom in Lichtbogen.* — Arbeitet man mit einer größeren elektro-

torischen Kraft (3000 Volt), stellt den Glimmstrom erst bei
iner Stromstärke her und erhöht dann diese langsam, so
t die Kathode und die an ihr liegende Gasschicht Zeit, auf
ie größere Ausdehnung eine höhere Temperatur durch Selbst-
hitzung anzunehmen. Infolgedessen wird die Gasdichte und
mit die Stromdichte kleiner, die kathodische Strombasis
ößer. Es läßt sich nach § 21 die Stromstärke beträchtlich
höhen, ohne daß im Zentrum der kathodischen Strom-
sis die Lichtbogentemperatur erreicht wird; dafür aber
mmt eine ausgedehnte Fläche der Kathode eine hohe Tem-
ratur an. Eine 3 mm dicke Kupferkathode wurde auf 1 cm
inge bei 0,5 Amp. hellrotglühend und begann vorne an der
itze zu schmelzen, ohne daß der Glimmstrom in den Licht-
gen sich verwandelt hätte. Damit war bereits die Grenz-
romstärke des Lichtbogens überschritten; diese betrug näm-
ch bei 3000 Volt 0,18 Amp.

Infolge der ausgedehnten Erwärmung der Kathode bei
ngsamer Erhöhung der Glimmstromstärke ist es nicht mög-
ch, die Grenzstromstärke des Glimmstromes genau zu be-
immen. Die in § 20 gegebenen Werte der Grenzstromstärke
urden dadurch mit Annäherung erhalten, daß erst der Licht-
gen durch Kontaktzündung hergestellt und darauf die Strom-
ärke so weit erniedrigt wurde, daß er sich in den Glimm-
rom verwandelte. Dessen Stärke wurde dann angenähert als
renzstromstärke bei kalter Kathode genommen. Daß in dem
igen Versuch bei Hellrotglut infolge der Selbsterwärmung
i 0,5 Amp. die Grenzstromstärke des Glimmstromes noch
cht erreicht war, steht im Einklang mit der in § 21 be-
hriebenen Beobachtung, daß bei 1,8 mm Elektrodenabstand
d sekundärer Erhitzung der Kathode auf Rotglut die Grenz-
romstärke des Lichtbogens 0,9 Amp. bei 430 Volt elektro-
otorischer Kraft betrug, während sie ohne sekundäre Er-
tzung 0,24 Amp. war.

Wurde indes der Vorschaltwiderstand bei Herstellung des
limmstromes so klein gewählt, daß dieser in sehr kurzer Zeit
ne große Stärke annehmen konnte, so verwandelte er sich
fort in einen Lichtbogen von 0,3 Amp., da nunmehr das Gas
der Kathodenoberfläche keine Zeit hatte, eine hohe Tem-
ratur anzunehmen und durch Erniedrigung seiner Dichte

die Dichte des Glimmstromes zu verkleinern. Die Grenzstromstärke des Glimmstromes war also in diesem Falle erheblich kleiner als 0,3 Amp.

§ 23. *Verwandlung von Glimmstrom in Lichtbogen bei abnormalem Kathodenfall oder niedrigem Gasdruck.* — Kann sich das negative Glimmlicht bei wachsender Stromstärke nicht mehr weiter über die Kathode ausdehnen, ist also die kathodische Basis gezwungen, konstant zu bleiben, so wird der Kathodenfall abnormal, er steigt mit wachsender Stromstärke und sinkendem Gasdruck. Die Temperatur der Kathode nimmt auch in diesem Falle, der gewöhnlich in verdünnten Gasen

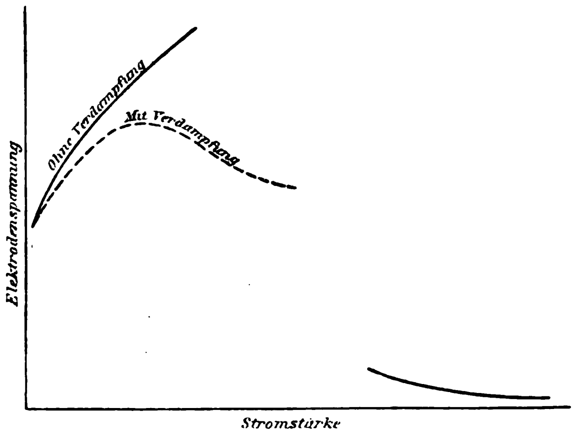


Fig. 12.

vorliegt, mit wachsender Stromstärke zu und kann schließlich so groß werden, daß an einem Punkte die Lichtbogentemperatur erreicht wird und die Verwandlung von Glimmstrom in Lichtbogen erfolgt. Fig. 12 zeigt die V, i-Kurve des Glimmstromes und Lichtbogens für diesen Fall. Hierbei ist für die ausgezogene Kurve des Glimmstromes angenommen, daß der Gasdruck oder noch besser die Gasdichte konstant sei, daß also aus der Kathode durch die Selbsterhitzung nicht okkludiertes Gas oder Dampf entwickelt werde. Dies ist aber in der Praxis fast immer der Fall, vor allem hat an einer Quecksilberkathode bei wachsender Stärke des Glimmstromes eine zunehmende Verdampfung statt. Mit wachsender Gasdichte an

r Kathode nimmt aber der abnormale Kathodenfall und
rum auch die Elektrodenspannung des Glimmstromes ab.
sraus ergibt sich die gestrichelte *V*, *i*-Kurve der Fig. 12.

Ein Vergleich der Fig. 12 mit Fig. 10 läßt ohne weiteres
:ennen, daß der Spannungssturz bei Verwandlung von Glimm-
om in Lichtbogen größer ist für abnormalen Kathodenfall
edrigen Gasdruck) als für normalen Kathodenfall (hoher
sdruck).

§ 24. *Primäre und sekundäre Zündung.* — Primäre Zündung
s Lichtbogens durch Glimmstrom hat man, wenn man zur
ndung und Unterhaltung des Lichtbogens eine und dieselbe
ktromotorische Kraft verwendet. In den vorstehenden Aus-
rungen ist die Zündung als primär angenommen.

Da die Elektrodenspannung des Lichtbogens beträchtlich
iner ist als diejenige des Glimmstromes, so wird wohl zur
ndung, aber nicht mehr zur Unterhaltung des Lichtbogens
ie große Elektrodenspannung erfordert. Man kann darum
r Zündung und zur Unterhaltung verschiedene elektro-
torische Kräfte verwenden. Zu diesem Zweck legt man die
ktromotorische Kraft, welche den Lichtbogen unterhalten
ll, an die Anode und die Kathode des zu zündenden Licht-
gens. Eine zweite (sekundäre) elektromotorische Kraft, die
r Einleitung eines Glimmstromes ausreicht, legt man mit
rem negativen Pol an die Lichtbogenkathode; ihren positiven
l legt man nicht an die Lichtbogenanode, sondern gibt ihm
der Nähe der Lichtbogenkathode eine sekundäre Anode.
n läßt für kurze Zeit die große sekundäre elektromotorische
aft (Öffnungsstrom einer Induktionsrolle, Ladung einer Leydener
sche) wirken, diese stellt einen Glimmstrom her, erhöht
sen Stromstärke so weit, daß an einer Stelle die Kathoden-
erfläche weißglühend wird und negative Ionen aussendet;
wie dieser Punkt erreicht ist, erfolgt die Verwandlung des
immstromes in den Lichtbogen und zwar vermag diesen
m auch die kleine elektromotorische Kraft zwischen ihren
len herzustellen und aufrecht zu erhalten, auch wenn die
dende große elektromotorische Kraft unmittelbar nach der
ndung erlischt.

Die vorstehende Art der Zündung des Lichtbogens heißt
undär, sie wird beispielsweise von Hewitt bei der Zündung

der von ihm konstruierten Quecksilberdampflampen[1]) verwendet. Als Anode dient ihm ein Stanniolblatt, das unmittelbar über der Lichtbogenkathode außen um die Glasröhre gelegt ist. Zwischen Kathode und der von Stanniol bedeckten Glaswand wird mit Hilfe der Öffnungsspannung einer Induktionsrolle ein kurz dauernder Glimmstrom hergestellt und in einen Lichtbogen verwandelt.

§ 25. *Zündung durch Reststrom im Wechselstromlichtbogen.* — In § 18 ist bereits dargelegt, was unter Zündung durch Reststrom verstanden sein soll. Sie setzt voraus, daß die Kathode bereits auf eine hohe Temperatur erwärmt ist, daß diese nur wenig kleiner ist als die Existenztemperatur des Lichtbogens. Die unselbständige Strömung (der Reststrom) durch den heißen Dampf zwischen den erhitzten Elektroden ist um so stärker, je höher die Elektrodentemperatur ist; desto größer ist auch die Erwärmung der Kathode. *Je weniger also die Kathodentemperatur von der Existenztemperatur des Lichtbogens entfernt ist, desto leichter erfolgt die Zündung durch den Reststrom; sie kann nicht um einen bestimmten Betrag unter die Existenztemperatur des Lichtbogens sinken, ohne daß die Zündung durch Reststrom unmöglich wird.*

Unterbricht man die den Lichtbogen speisende Strömung, so verschwindet die hohe Temperatur in der kathodischen Strombasis nicht momentan, sondern allmählich, und zwar um so langsamer, je kleiner das thermische Leitvermögen der Kathode ist. Schließt man kurze Zeit nach der Unterbrechung die Strömung wieder, so vermag der Reststrom den Lichtbogen wieder zu entzünden, wenn die Temperatur der Kathode noch nicht zu tief gesunken ist. Die Zeit, die im Maximum zwischen Unterbrechung und Schließung vergehen darf, ohne daß die Reststromzündung unmöglich wird, ist um so kleiner, je größer das thermische Leitvermögen der Kathode ist. Für eine Kohlekathode ist diese Zeit von meßbarem Betrage, für eine Kathode aus thermisch gut leitendem Metall ist sie dagegen so klein, daß sie bis jetzt noch nicht gemessen werden konnte.[2])

1) M. v. Recklinghausen, Elektrotechn. Zeitschr. 1902. Heft 23.
2) G Granquist, Ges. d. Wissensch. zu Upsala 1902.

[Im] Wechselstromlichtbogen ist während der ersten Halb-
le die Elektrode *A* Anode, die Elektrode *B* Kathode.
[s]owohl wie *B* nehmen eine hohe Temperatur an. Sinkt in
[e]rsten Halbperiode die elektromotorische Kraft und die
[Strom]stärke, so erlischt der Lichtbogen, sowie die Elektroden-
[spann]ung die Minimalspannung oder die Stromstärke ihren
[...]chen Wert unterschreitet (§§ 8 u. 9). In der folgenden
[Halbp]eriode wird *A* Kathode, *B* Anode. Es stellt sich zunächst
[zwisch]en ihnen der Reststrom her und ist die Temperatur von *A*
[beim E]rlöschen des Lichtbogens nicht zu tief durch Abkühlung
[gesun]ken, so kann sie durch den Reststrom so weit gesteigert
[werde]n, daß aus *A* als neuer Kathode der Lichtbogen hervor-
[bricht]. *Je größer die Frequenz des Wechselstromes und je kleiner
[das t]hermische Leitvermögen der jeweiligen Kathode ist, desto
[leichte]r erfolgt bei der Umkehr der Spannungsrichtung die Neu-
[zündu]ng durch den Reststrom.*

[B]estehen die beiden Elektroden aus Kohle, so ist zwischen
[ihnen] ein Wechselstrom kleiner Frequenz und kleiner elektro-
[motor]ischer Kraft möglich, da die Abkühlung der jeweiligen
[Katho]de langsam erfolgt, und darum der Lichtbogen durch
[den R]eststrom neu gezündet werden kann.

[I]st die eine Elektrode Kohle, die andere thermisch gut
[leiten]des Metall, so kann im Wechselstrom kleiner Frequenz
[nur d]ann der Lichtbogen durch den Reststrom neu gezündet
[werde]n, wenn die langsamer sich abkühlende Kohle Kathode
[wird. A]n dem schnell sich abkühlenden Metall vermag der
[Restst]rom den Lichtbogen nicht neu zu zünden. In diesem
[Falle e]xistiert also der Lichtbogen nur für diejenige Halb-
[period]e, für welche die Kohle Kathode ist. Man hat nicht
[einen W]echselstromlichtbogen, sondern einen pulsierenden Gleich-
[stromli]chtbogen.

[B]estehen beide Elektroden aus Metall, so ist zwischen
[ihnen] nach dem Vorhergehenden ein Wechselstromlichtbogen
[kleiner] Frequenz mit Zündung durch Reststrom, also bei
[kleiner] elektromotorischer Kraft nicht möglich. Bei großer
[elektro]motorischer Kraft ist ein Wechselstromlichtbogen kleiner
[Freque]nz zwischen Metallelektroden möglich. In diesem Falle
[e]rfolgt die Neuzündung nach jeder Halbperiode nicht
[durch] den Reststrom, sondern primär durch den Glimmstrom.

Die Bedeutung des Wärmeleitvermögens für die Existenz und Zündung des Wechselstromlichtbogens sei hier nicht weiter besprochen, da dies in der bereits zitierten vortrefflichen Arbeit Granquists geschehen ist. Es sei lediglich bemerkt, daß man die Untersuchungen Granquists dann voll verstehen wird, wenn man die Existenzbedingung des Lichtbogens in der hohen Temperatur und der dadurch bedingten negativen Strahlung der Kathode sieht.

§ 26. *Konstitution des elektrischen Funkens.* — Elektrischer Funken wird die Selbstentladung in einem Gase genannt, welche vorübergehend die Elektroden durch die leuchtende positive Lichtsäule verbindet. Es gibt zwei Arten elektrischer Funken. Der Funke erster Art ist ein Glimmstrom; in dem Spektrum seines Lichtes finden sich nur die Linien des Gases zwischen den Elektroden, nicht die Linien des Elektrodenmetalles. Der Glimmstromfunken ist stromschwach; vermag er aber bis zu einer großen Stromstärke vorzudringen, so verwandelt er sich in einen kurz dauernden Lichtbogen. Dieser Funke zweiter Art, Lichtbogenfunken, setzt sich also zeitlich aus einem Glimmstrom und einem Lichtbogen zusammen; während der Glimmstromphase zeigt sein Spektrum die Linien des Gases, während der Lichtbogenphase die Linien des Elektrodenmetalles und zwar am intensivsten in der Nähe der Elektroden.

Beim Studium der Eigenschaften des elektrischen Funkens hat man wohl darauf zu achten, ob man es mit einem Glimmstrom- oder einem Lichtbogenfunken zu tun hat. Die maximale Momentanstromstärke des Lichtbogenfunkens ist immer größer als diejenige des Glimmstromfunkens zwischen den gleichen Elektroden im gleichen Gas. Die Verwandlung des Glimmstromes in den Lichtbogenfunken hängt von den Verhältnissen ab, welche die Stromstärke und die Temperatur an der Kathode bestimmen. Der Lichtbogenfunken ist in der Regel oszillatorisch, stellt also einen Wechselstromlichtbogen großer Frequenz zwischen Metallelektroden dar. Der Glimmstromfunken ist in der Regel nicht oszillatorisch. Dieser erwärmt seine Kathode stärker als seine Anode, jener erwärmt beide Elektroden gleich stark. Die Minimalspannung des Glimmstromfunkens ist beträchtlich größer als diejenige des Lichtbogenfunkens; jener

ßt darum einen größeren Rückstand als dieser. Der
;and des Lichtbogenfunkens ist dank seiner großen
ärke und der Gegenwart von Metalldämpfen in der
ahn beträchtlich kleiner als derjenige des Glimmstrom-
. Die V, i-Kurve des Lichtbogenfunkens ist anders als
ve, welche man bei langsamer Verwandlung von Glimm-
ı Lichtbogen unter gleichen Voraussetzungen erhält (§ 22).

27. *Aufgaben für die experimentelle Untersuchung des
yens.* — Die vorliegende Abhandlung legt der experi-
en Erforschung des Lichtbogens folgende Aufgaben nahe.
;eichen und Größe des Halleffektes in der positiven
erschiedener Metalllichtbögen, speziell des Quecksilber-
;ens (§ 4). 2. Das Spannungsgefälle in der positiven
gensäule als Funktion der Stromstärke in verschiedenen
und für verschiedene Elektrodenmetalle (§ 3). 3. Die
sche Stromdichte des Lichtbogens als Funktion des
enmetalles, des Gasdruckes und der Gasart (§§ 2 u. 9).
Grenzstromstärke (große elektromotorische Kraft, kleiner
denabstand, große Selbstinduktion) als Funktion des
:kes und der Gasart (§§ 9 u. 15). 5. Anodenfall bez.
lspannung des Lichtbogens als Funktion der Anoden-
ıtur (§ 10).

ıttingen, Juni 1903.

(Eingegangen 15. Juli 1903.)

2. *Über die Absorption von Kathodenstrahlen verschiedener Geschwindigkeit;* *von P. Lenard.*

90.[1]) Die ersten Messungen über die Absorption von Kathodenstrahlen in materiellen Medien bezogen sich auf Strahlen von etwa $^1/_3$ Lichtgeschwindigkeit. Es zeigte sich dabei, daß die Größe der Absorption in sehr hohem Maße abhängig sei von der Strahlgeschwindigkeit; eine Abnahme der Geschwindigkeit um 2 Proz. ihres Wertes[2]) erhöhte die Größe der Absorption um etwa 10 Proz.[3])

Dieses rasche Anwachsen der Absorption mit abnehmender Strahlgeschwindigkeit habe ich kürzlich auch in ganz anderem Geschwindigkeitsbereiche, bei Strahlen von $^1/_{10}$ bis $^1/_{30}$ Lichtgeschwindigkeit, finden und messen können (82).

Die gegenwärtige Mitteilung ergänzt das Bisherige bis zu den allergeringsten verfolgbaren Strahlgeschwindigkeiten hin, und zwar, wie man sehen wird, mit einem Resultate, das für noch weiter herabgesetzte Geschwindigkeit kaum neues mehr erwarten läßt. Nimmt man hinzu Beobachtungen an den äußerst schnellen, fast mit voller Lichtgeschwindigkeit sich bewegenden Kathodenstrahlen, welche von Radiumverbindungen ausgehen, so hat man danach jetzt eine vollständige Übersicht über den Gang der Absorption mit der Strahlgeschwindigkeit. Diese Übersicht, zusammen mit früheren Resultaten über die Eigenschaften der Kathodenstrahlen, legt einige besondere Vorstellungen über die Konstitution der Materie nahe, welche am Schlusse dieser Mitteilung entwickelt werden sollen.

---

1) Fortsetzung der Numerierung der letzten Mitteilung, Ann. d. Phys. 12. p. 449. 1903, zur leichteren Bezugnahme auf dieselbe.

2) Entsprechend einer Änderung der Funkenlänge von 2,8 auf 3,0 cm, nach den Geschwindigkeitsmessungen Wied. Ann. 64. p. 287. 1898, aus Zeile 1 u. 2 der Tabelle daselbst interpoliert.

3) P. Lenard, Wied. Ann. 56. p. 261. Tab. III. 1895. Daselbst ist auch gezeigt, p. 268, daß die Absorption in Luft und Aluminium angenähert in derselben Weise mit der Geschwindigkeit sich ändert.

91. *Methode für langsame Strahlen.* — Nachdem die kürz- mitgeteilten Beobachtungen am Phosphoreszenzschirm außer ifel gesetzt hatten, daß Strahlen von fast beliebig geringer chwindigkeit auch auf größere Entfernungen hin im Vakuum ältlich und verfolgbar sind, und daß sie die zu erwartenden genschaften besitzen (51—59), habe ich die dort benutzte zeugungsweise unverändert beibehalten; doch wurde zur tensitätsmessung der Phosphoreszenzschirm jetzt wieder durch s empfindlichere Elektrometer ersetzt.

Der Apparat erhielt dadurch die in Fig. 1 gegebene Gealt. U ist die ausstrahlende Elektrode, welche von einer

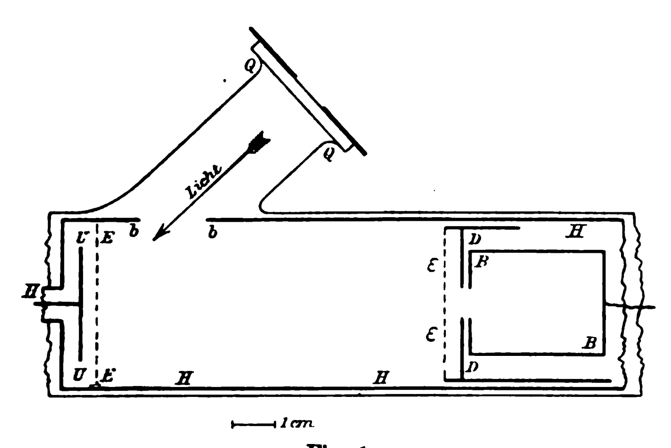


Fig. 1.

akbogenlampe her ultraviolettes Licht empfängt, E das ihr genüberstehende Netz, letzteres metallisch verbunden mit der ülle HH, welche das Ganze umschließt. Diese und alle rigen sonst zur Erzeugung dienenden Teile, einschließlich s Drahtgitters ε, haben die früher angegebene Beschaffenit und Abmessung (51), nur ist der durch die Blende bb gegrenzte Lichtfleck auf U jetzt stets von 1 cm Durchmesser. entsteht dadurch ein breites Strahlenbündel, dessen Durchesser von U gegen B hin stets noch zunimmt, und zwar um mehr, je geringer die Geschwindigkeit ist, auf die es geacht wird [vgl. 52, Gleichung (1)]. Letztere Geschwindigit wird durch das Potential von U reguliert, dessen negaer Wert stets kurz mit U bezeichnet sei. Die Hülle H und

mit ihr auch die Teile E und ε bleiben stets mit der Erde verbunden.

Von E ab sind daher die Strahlen unbeeinflußt von elektrischen Kräfte sich selbst, bez. dem vorhandenen Gase überlassen, bis sie den auffangenden Teil B treffen. Dieser ist eine isolierte, mit dem Quadrantelektrometer zu verbindende zylindrische Büchse, welche dem Strahl ihre kreisförmige Öffnung von 1 cm Durchmesser zuwendet. Dicht vor dieser Öffnung, nur durch ein Glimmerblatt von der Büchse getrennt, befindet sich das Diaphragma D von gleicher Öffnungsweite, welches 4 mm von dem Drahtgitter ε absteht und wie dieses stets metallisch mit HH verbunden bleibt. ε, D und B können zusammen in H verschoben werden, so daß verschiedene Strahllängen $UD = d$ resultieren. Alle Teile U, E, H, D, B sind berußt, um etwaige Kontaktpotentialdifferenzen im Ausbreitungsraume zu vermeiden, nur das Platingitter ε war blank gelassen.

92. Bei der Ausführung der Versuche mußte in erster Linie Rücksicht genommen werden auf die Inkonstanz des erregenden Zinkbogenlichtes. Es geschah dies dadurch, daß jedesmal nicht nur die an B kommende, sondern auch die von U entweichende Elektrizitätsmenge gemessen und der Quotient beider Mengen in die Rechnung gesetzt wurde (95).

Die Messung der von U entweichenden Menge geschah durch Aufspeicherung derselben in Leydener Flaschen und nachfolgende Entladung durch ein Galvanometer, ganz in der früher auseinandergesetzten Weise (85). Der erfolgende Galvanometerausschlag, welcher jene Menge mißt, werde mit G bezeichnet.

Die an B kommende Menge, bezogen auf die Zeiteinheit, variierte in den Versuchen je nach Gasdichte, Strahllänge und Geschwindigkeit im Verhältnis von 1:5000. Da nun wegen der durch die Strahlen im Gase bez. im Dampfresiduum erregten Leitfähigkeit hohe Potentiale von B zu vermeiden waren, wurde jedesmal dem mit B verbundenen Elektrometer eine Kapazität von solcher Größe zugeschaltet und die Belichtungsdauer so gewählt, daß der Elektrometergang Q die Grenze nicht überstieg[1]), innerhalb deren sein Verhältnis zum Galvano-

1) Er war meist viel kleiner als 100 Skt. oder etwa 1 Volt.

eransschlage G, beide zur selben Belichtung gehörig, sich merklich konstant erwies, unabhängig sowohl von der Dauer Belichtung, als auch von den Intensitätsschwankungen der htquelle (vgl. Tab. XXIX). Daß die Leitfähigkeit des Gases Fehlerquelle so leicht zu eliminieren war, ist wohl der inheit der benutzten Gasdrucke und der Anwesenheit des ters ε zuzuschreiben.

93. Jede einzelne Bestimmung eines Absorptionsvermögens orderte die Ermittelung zusammengehöriger Werte von Q l G im gasfreien und im gaserfüllten Raume. Folgendes die beispielsweise herausgegriffene Zusammenstellung der ten einer solchen Bestimmung.

Tabelle XXIX.

$U = 99{,}5$ Volt (50 Akkumulatorenzellen). $d = 16{,}10$ cm.
Belichtungsdauer jedesmal 10 Sek.

	Galvanometerausschlag G	Elektrometergang Q	Q/G		Relative Kapazität des Elektrometersystems	Q/G, reduziert auf gleiche Kapazität
	Skt.	Skt.		Mittel		
eier m	18,5	25,4	1,371	1,418	1 (Elektrometer mit 1 Leyd. Fl.)	1,418 = J
	15,8	23,2	1,465			
ft; p = mm	17,3	51,7	2,97	3,025	0,1097 (Elektrometer allein)	0,332 = i
	15,6	46,7	3,025			
	29,6	91,3	3,08			

94. Bei der Kleinheit der zu benutzenden Gasdrucke war ren Messung besondere Sorgfalt zu widmen. Sie geschah der Luftpumpe Toepler-Hagenscher Art selber, und zwar, des Druckausgleiches zwischen Pumpe und Versuchsrohr her zu sein, wiederholt, vor, zwischen und nach den Absorptionsmessungen. Es waren am Pumpengefäß in verschiedenen Höhen Marken angebracht; beim Heben des Quecksilberniveaus bis an eine solche Marke wird der ursprünglich handene, zu messende Druck mit einem gewissen Faktor vielfacht und dadurch als Höhendifferenz der Quecksilber-

oberflächen in den beiden vertikalen Rohren der Pumpe, bez. in einem dieser Rohre und dem obersten Teile des Pumpengefäßes selber messbar. Diese Messungen wurden mit Hilfe eines Kathetometers vorgenommen. In derselben Weise geschah die Ermittelung der zu den einzelnen Marken gehörigen Faktoren, indem zuerst die unterste Marke an unmittelbar meßbare Drucke angeschlossen wurde, darauf die nächstfolgende Marke an diese erste, unterste, und so fort bis zur vierten Marke, die für die kleinsten Drucke zu benutzen war. Mehrfache Kontrollversuche ließen das benutzte Verfahren der Druckmessung als zuverlässig erscheinen.

95. Aus den Daten $Q/G = J$ bez. i (Tab. XXIX) war das Absorptionsvermögen des Gases in folgender Weise zu berechnen. Es werde durch die Belichtung die Elektrizitätsmenge P von der Platte U ausgestrahlt. Im elektrischen Felde zwischen U und E kommt hinzu durch sekundäre Ausstrahlung im Gase (71 u. f.) die Menge $\sigma . P$, wofür eine gleich große positive Elektrizitätsmenge durch Träger an U geht; Leitung in anderer Weise als durch sekundäre Strahlung findet, wie früher nachgewiesen (85), zwischen U und E nicht merklich statt. Der Galvanometerausschlag wird daher sein $G = C . P(1 + \sigma)$, wo C eine von der Empfindlichkeit des Galvanometers abhängige Konstante ist. Ebenso ist die durch E entweichende Strahlendichte bis auf einen irrelevanten Faktor gleich $P(1 + \sigma)$. Daraus wird auf dem Wege bis D durch seitliche Ausbreitung und durch Absorption $P(1 + \sigma) . A . e^{-\alpha d} = Q$, wenn α das Absorptionsvermögen des vorhandenen Mediums und $d = UD$ ist (Fig. 1).

Im gasfreien Raum ist also $Q/G = J = A . e^{-\alpha' d}/C$ und im gaserfüllten Raum $i = A . e^{-(\alpha + \alpha')d}/C$, wenn α' und α die Absorptionsvermögen des Dampfresiduums bez. des reinen Gases sind. Daraus folgt das letztere:

$$(1) \qquad \alpha = \frac{1}{d} \log \frac{J}{i} .$$

96. Die Tabellen XXX—XXXIII enthalten die so berechneten Resultate für vier Gase. Dabei sind nicht die Werte der Absorptionsvermögen selber, sondern die Quotienten $\alpha_0 = \alpha/p$ aus diesen und dem Gasdruck angegeben und als spezifisches

Tabelle XXX.

Atmosphärische Luft.

Strahl-geschwindigkeit U	Druck p	Bemerkungen	Spez Absorptionsvermögen $a_0 = a/p$		
			$d = 7,70$ cm	$d = 16,10$ cm	Mittelwerte (korr.)
Volt	mm Hg				
4	0,00300	$B = -2$ V.	28,2*	—	31,4
	0,00300	-1	28,8*	—	
	0,00459	0	37,1*	—	
8	0,00300	$B = -6$ V.	25,2*	—	28,85
	0,00300	-4	27,7*	—	
	0,00459	0	33,7*	29,8*	
	0,0221	0	25,25*	—	
60	0,00459	—	24,7*	28,6*	26,7
100	0,00459	—	19,95*	19,70*	19,41
	0,0173	—	18,3*	19,68*	
500	0,0133	*Al*, *R*	9,45* ($g = 0,41$)	—	9,04
1000	0,0140	*Al*, *R*	4,47*	2,16*	3,0
	0,01445	*Al*	—	2,22*	
	0,0173	—	3,08* ($g = 0,46$)	4,56* ($g = 0,22$)	
2000	0,01445	*Al*	—	1,64*	1,59
	0,01445	*Al*, *R*	—	1,81* ($g = 0,14$)	
4000	0,01445	*Al*	—	1,28* ($g = 0,08$)	1,20

sorptionsvermögen der Gase für die betreffende Strahl-chwindigkeit bezeichnet.[1])

Die Kolumnen 4 und 5 entsprechen überall den zwei ver-iedenen benutzten Strahllängen. Die Strahlgeschwindigkeiten den ersten Spalten sind sämtlich als das Doppelte der an

1) Die Voraussetzung der Proportionalität zwischen Absorptions-mögen und Druck stützt sich auf meine früheren Beobachtungen an nellen Strahlen in Luft und Wasserstoffgas, Wied. Ann. 56. p. 258. 1895.

Tabelle XXXI.

Wasserstoff.[1])

Strahl-geschwindigkeit U	Druck p	Bemerkungen	Spez. Absorptionsvermögen $\alpha_0 = \alpha/$		
			$d = 7{,}70$ cm	$d = 16{,}1$ cm	Mittelwert (korr.)
Volt	mm Hg				
4	0,00254	$B = -2$ V.	46,5*	—	46,5
	0,00254	0	42,0	—	—
	0,00838	$B = -2$ V.	34,7	—	—
	0,00838	-1	33,7	—	—
	0,00888	0	32,7	—	—
8	0,00254	$B = -6$ V.	44,2*	46,8*	42,6
	0,00254	-4	38,7*	40,6*	
	0,00254	-2	38,9	88,1	—
	0,00254	0	30,8	40,8	—
	0,00838	$B = -6$ V.	35,3	—	—
	0,00838	-4	31,5	—	—
	0,00838	-2	29,7	—	—
	0,00838	0	28,3	—	—
30	0,00604	—	15,50* ($g = 0{,}71$)	18,66* ($g = 0{,}33$)	14,16
60	0,00604	—	10,72* ($g = 0{,}66$)	8,12* ($g = 0{,}31$)	8,9
100	0,00838	—	7,48*	5,38*	5,83
	0,0385	—	6,08* ($g = 0{,}52$)	5,88* ($g = 0{,}24$)	
1000	0,00604	—	1,307* ($g = 0{,}122$)	—	1,19

U geschalteten Akkumulatorenzahlen angegeben, was dem mittleren Resultat der wiederholt mit geeichten Voltmetern vorgenommenen Spannungsmessungen entspricht. Zu bemerken ist dabei, daß zu dieser Spannung *U* als positive Korrektion die mittlere Anfangsgeschwindigkeit der Ausstrahlung und als negative Korrektion der halbe Spannungsverlust während der

1) Käuflich.

Tabelle XXXII.

Kohlensäure.[1]

[ahl-] [windig-] [keit] U	Druck p	Be- merkungen	Spez. Absorptionsvermögen $a_0 = a/p$		
			$d = 7{,}70$ cm	$d = 16{,}1$ cm	Mittelwerte (korr.)
[V]olt	mm Hg				
4	0,00394	$B = -2$ V.	38,8*	—	38,8
	0,00394	−1	36,9	—	—
	0,00700	0	29,3	26,7	—
	0,0290	0	16,9	—	—
8	0,00394	$B = -6$ V.	31,6*	—	29,8
	0,00394	−4	27,9*	—	
	0,00710	0	31,8	25,8	—
	0,0290	0	21,1	—	—
[.]50	0,00710	—	36,2*	30,8*	33,5
	0,0290	—	22,7	16,9	—
[.]00	0,00710	—	29,7*	25,2*	27,5
	0,0290	—	19,75	18,58	—
[.]00	0,00710	—	12,36*	11,05*	11,36
	0,0290	—	9,82 ($g = 0{,}47$)	7,72 ($g = 0{,}22$)	—
[.]00	0,0016	*Al*	—	6,2	—
	0,00710	—	9,85*	6,91	9,53
	0,0290	—	4,86 ($g = 0{,}32$)	4,58	—

[...]htungsdauer (vgl. 85) hinzuzufügen wäre, welche beide [...]e Zehntel Volt betragen, sich daher so weit aufheben, [...]sie bei den größeren Werten U an sich nicht in Betracht [...]men, bei den kleineren aber nach der Art des resultieren-[...] Zusammenhanges zwischen a_0 und U außer acht gelassen [...]en konnten.

[9]7. *Fehlerquellen.* — Die in diesen Tabellen verzeichneten, [g]leicher Strahlgeschwindigkeit, aber verschiedenen Werten

1) Käuflich.

Tabelle XXXIII.

Argon.[1]

Strahlgeschwindigkeit U	Druck p	Bemerkungen	Spez. Absorptionsvermögen a_0 = [illegible]		
			d = 7,70 cm	d = 16,1 cm	Mittelw[illegible] (korr.[illegible]
Volt	mm Hg				
4	0,00278	B = − 2 V.	28,9*	—	26,[illegible]
	0,00278	− 1	25,5*	23,8*	
8	0,00278	B = − 6 V.	21,0*	30,5*	25,[illegible]
	0,00278	− 4	25,8*	—	
30	0,00278	—	37,4*	32,5*	35
60	0,00278	—	37,5*	24,7*	31
100	0,00278	—	34,2*	18,04*	26
	0,0174	*Al*	17,42	—	—
	0,0174	*Al*, *R*	19,75	—	—
	0,0294	—	16,52	15,48	—
500	0,00278	—	9,21*	4,59*	6,[illegible]
	0,0174	*Al*, *R*	10,73	—	—
	0,0249	—	6,67 (g = 0,37)	5,77 (g = 0,17)	—
1000	0,0249	—	3,49*	2,90*	3,[illegible]
	0,0421	*Al*	— (g = 0,34)	2,99 (g = 0,16)	—
4000	0,01698	*Al*	—	2,06*	1,[illegible]
	0,0174	*Al*	1,96* (g = 0,13)	— (g = 0,06)	

von p bez. d gefundenen Werte der a_0 weichen zum T namentlich bei Kohlensäure und Argon, sehr viel mehr einander ab, als den äußersten möglichen Meßfehlern spräche. Es liegt dies offenbar daran, daß die Entwick der Gleichung (1) nicht entfernt alle zwischen U und B habenden Vorgänge berücksichtigt; es werden daher diese soweit sie bekannt sind, nunmehr als Fehlerquellen (a

1) Dargestellt, spektroskopisch geprüft und nahezu rein gefund Hrn. Dr. Becker (vgl. Zeitschr. f. Elektrochem. Nr. 30. p. 600. 1

diskutieren sein unter Angabe der zu ihrer Elimination utzten Mittel, bez. der Gesichtspunkte zur Beurteilung ihres flusses auf die Einzelwerte der a_0.

98. (a). Sekundäre Strahlung aus dem Gase (71) mußte ammen mit dem nicht absorbierten Reste der primären ahlung den auffangenden Teil treffen, also jenen Rest zu ß, die Absorption zu klein erscheinen lassen. Dieser Fehler lt fort bei Strahlgeschwindigkeiten unter 11 Volt, wo keine undäre Strahlung entsteht; er ist zu erwarten, und zwar in ch steigendem Maße bei höheren Geschwindigkeiten (86). ı über seine Größe urteilen, bez. bei der höchsten hier betzten Geschwindigkeit ihn ausschließen zu können, wurde die letztere, 4000 Volt, das Diaphragma D mit einfachem, wöhnlichem Aluminiumblatt verschlossen, welches bei dieser schwindigkeit schon sehr merklich durchlässig ist, langnere Strahlen, wie die sekundären, jedoch vorwiegend ab:biert (60). Wie die Tabellen, oder besser die Kurven der g. 2 zeigen, fallen die so erhaltenen Absorptionsvermögen)00 Volt bei Luft und Argon) in der Tat höher aus, als ch Lage der Nachbarwerte (1000 und 2000 Volt) zu erwarten re; jedoch ist die Abweichung nicht groß, und sie darf ch nur zum Teil als Erniedrigung jener Nachbarwerte durch kundäre Strahlung gedeutet werden, denn das Aluminiumatt muß eine andere Fehlerquelle (f) vermehren, welche die bsorptionsvermögen zu groß werden läßt. Danach scheint kundäre Strahlung als Fehlerquelle in den Versuchen eine ringe Rolle gespielt zu haben. Man kann dies der geringen eschwindigkeit, also starken Absorption dieser Strahlung zuhreiben, zusammen mit dem Umstande, daß elektrische Kräfte, elche sie hätten beschleunigen können, vom Laufe der Strahlen ngehalten waren.

99. In einigen Fällen wurde das Aluminiumblatt auch für trahlen von 100, 500, 1000 und 2000 Volt Geschwindigkeit nutzt, welche in der Hauptsache nur durch seine Löcher ingen (60).[1]) Das Blatt konnte dann nur die Wirkung einer

1) Diesen früheren Beobachtungen am Phosphoreszenzschirm entricht es, daß das Blatt bei den gegenwärtigen elektrometrischen ssungen an Strahlen aller Geschwindigkeiten von 8 bis einschließlich)0 Volt sehr nahe gleich durchlässig sich zeigte, nämlich im mittleren

sehr vollkommenen elektrischen Abtrennung des auffangenden Systems vom Ausbreitungsraum der Strahlen haben. Man bemerkt keinen Einfluß dieser vervollkommneten Abtrennung auf die Resultate.[1]) Ebensowenig war es von Einfluß, wenn der starke Ausfall an Intensität bei Benutzung des Blattes durch Anbringung der früher (56) gebrauchten konzentrierenden Stromrolle am Versuchsrohre kompensiert wurde.[2]) Diese Beobachtungen sprechen für die Richtigkeit der den Versuchen zugrunde gelegten Auffassung.

100. (b). Infolge der Absorption der primären und auch der sekundären Strahlen muß ein Konzentrationsgefälle negativer Träger längs des Strahlenweges entstehen, dessen Folge eine stete Diffusion solcher Träger zum auffangenden Teile hin sein wird. Hierdurch müssen die Absorptionsvermögen zu klein gefunden werden. Der Fehler muß am größten werden, wenn die Absorption selbst am stärksten ist, also bei dichtem Gase und bei langsamen Strahlen. Es wurden deshalb vorwiegend sehr geringe Gasdrucke benutzt; die Versuche bei höheren Drucken lassen in der Tat annehmen, daß der Fehler bei den spezifisch stärker absorbierenden Gasen, Argon und Kohlensäure, alsdann bedeutend werden kann. Denn die Tabellen, in welchen alle Absorptionsvermögen für gleiche Strahlgeschwindigkeit nach den Gasdrucken geordnet sind, zeigen bei den genannten Gasen abnehmende Werte der spezifischen Absorptionsvermögen a_0 bei zunehmendem Gasdrucke. Wie zu erwarten, tritt diese Abnahme mehr zurück bei den schnelleren, weniger absorbierbaren Strahlen; nur im stärkst absorbierenden Gase, der Kohlensäure, ist sie selbst bei 1000 Volt Geschwindigkeit noch merklich. Das schnell diffundierende Wasserstoffgas läßt bei 100 Volt einen, wenn auch undeutlichen Einfluß des Druckes erkennen; Luft zeigt nichts davon. Es scheint, daß die in entgegengesetztem Sinne wirkende Fehlerquelle (c) hier den Einfluß der Trägerdiffusion kompensiert hat.

Betrage von 1/264 der auffallenden Menge, was der mikroskopisch beobachteten Fläche seiner Löcher schätzungsweise entspricht. Bei 4000 Volt Geschwindigkeit ging etwa 10mal so viel durch, nämlich 1/26.

1) Alle Fälle der Benutzung des Aluminiumblattes sind in den Tab. XXX—XXXIII durch den Vermerk *Al* gekennzeichnet.

2) *R* in den Tabellen; die Stromstärke war 30 Amp.

In eben den genannten Fällen, wo die Werte der a_0 vom
ucke abhängen, findet man gleichzeitig auch eine Abhängig-
t derselben von der Strahllänge d derart, daß längere
ahlen kleinere Absorption ergeben. Das Zusammentreffen
der Abhängigkeiten läßt schließen, daß sie beide Wirkung
Trägerdiffusion seien. Es ist auch zu erwarten, daß diese
hlerquelle bei längeren Strahlen mehr Einfluß gewinnen,
o die Absorptionsvermögen kleiner ausfallen lassen wird,
bei kürzeren; denn der Betrag δi, um welchen die Diffusion
aufzufangende Elektrizitätsmenge i vergrößert, muß bei
großen, hier vorkommenden freien molekularen Weglängen
hr der durchschnittlichen Strahlintensität längs eines ge-
sen letzten Wegstückes proportional sein, als der End-
nsität i; da aber nach Gleichung (1) $\delta a = - \delta i / d . i$, wo $d . i$
zunehmendem d stark abnimmt, muß der Fehler δa des
sorptionsvermögens mit zunehmender Strahllänge zunehmen.[1])
wären danach die bei kleiner Strahllänge erhaltenen Werte a_0
den erwähnten Fällen zu bevorzugen, wenn nicht die andere
hlerquelle (c) gerade diese Werte in denselben Fällen als zu
ß erwarten lassen würde. Ich habe deshalb bei Bildung
schließlichen Mittelwerte auch die größeren Strahllängen
kleinen Gasdrucken mit berücksichtigt[2]), um die beiden
gegengesetzt wirkenden Fehlerquellen (b) und (c) möglichst
nder kompensieren zu lassen. Immerhin ergibt sich daraus
verminderte Sicherheit der Resultate für Kohlensäure bei
Volt und für Argon bei 30, 60 und 100 Volt Geschwindigkeit.

101. Besonders stark müßte der Einfluß der Träger-
usion bei den stärkst absorbierbaren Strahlen von 4 und
olt Geschwindigkeit sein. Hier jedoch war der Versuch
r Elimination derselben möglich durch den Umstand, daß
e Strahlen nur negative, keine positiven Träger bilden (42).
wurde die Büchse B, zusammen mit dem Gehäuse des mit

---

1) Daß derselbe dennoch innerhalb gewisser Grenzen bleibt, zeigte
dadurch, daß die im größeren Abstande aufzufangende Elektrizitäts-
ge jedesmal unmerklich klein wurde, wenn kleine Strahlgeschwindig-
mit nicht sehr kleinem Gasdruck zusammentraf.

2) Ein anderer Grund hierfür ist die Möglichkeit der Mitwirkung
unbekannter Vorgänge im Kraftfelde UE, welche in größeren Ent-
ungen von diesem weniger Einfluß haben würden, als in kleineren.

ihr verbundenen Elektrometers negativ geladen, so daß ein elektrisches Feld zwischen *B* und dem Gitter *ε* entstand, welches herankommende negative Träger zurücktreiben mußte. Um nicht auch Strahlen zurückzuhalten, mußte das Potential von *B* stets etwas niedriger bleiben als das von *U*. Die gleiche Potentialdifferenz wie im Gase wurde dann auch beim zugehörigen Versuche im gasfreien Raume angewandt; ihre Höhe ist in den Tab. XXX—XXXIII jedesmal vermerkt. Man findet dortselbst den beim Statthaben von Trägerdiffusion zu erwartenden Einfluß dieser Potentialdifferenz sowohl als des Druckes deutlich nur bei Kohlensäure und Wasserstoffgas. Dabei erreichen jedoch die mit zunehmender Potentialdifferenz anwachsenden Werte der a_0 keine feste Grenze, ehe Umkehr von Strahlen selber eintritt (vgl. 102), so daß hier Zweifel bleiben, ob die beabsichtigte Fehlerelimination vollständig erreicht[1]), bez. ob nicht durch Umkehr von Strahlen verminderter Geschwindigkeit ein entgegengesetzter Fehler entstanden ist. Doch erscheint die hieraus bei Kohlensäure und Wasserstoff resultierende Unsicherheit in bezug auf die Absorption von Strahlen kleinster Geschwindigkeit nicht so groß, daß dadurch die Reihenfolge der vier Gase in bezug auf diese Absorption in Frage gestellt wäre. Zu bemerken ist auch, daß ein Einfluß der Strahllänge auf die Werte der Absorptionsvermögen bei den Geschwindigkeiten 4 und 8 Volt nirgends hervortritt.

102. Was die Umkehr der Strahlen selbst anlangt, so trat diese bei geringeren Potentialen von *B* ein, als bei unverminderter Geschwindigkeit zu erwarten gewesen wäre, wie die folgende Zusammenstellung für einen der Versuche zeigt.

Tabelle XXXIV.

Wasserstoff; Druck $p = 0{,}00254$ mm. $d = 7{,}70$ cm.

	$B = 0$	-1	-2	-3	-4	-6	-8	-10 Volt
$U = 4$ Volt	$i = 8{,}9$	7,8	6,5	4,9	2,0	0	0	0
$U = 8$ Volt	$i = 24{,}1$	—	21,4	—	18,3	13,5	5,5	0

1) Traten nicht Polarisationszustände ein (vgl. Anmerkung zu 34 und 89), so würden schon Bruchteile eines Volt haben genügen müssen, um alle Träger zurückzuhalten.

Die an B aufgefangene Menge i[1]) nimmt mit zunehmen-
n negativen Potential von B erst langsam ab bis zu den
rch Doppelstriche gekennzeichneten Stellen der Tabelle und
lkt von da ab dann stark beschleunigt zu Null herab.
ß dies nicht erst bei $B = -4$ bez. -8 Volt eintritt,
ndern schon bei etwa $-2,5$ bez. -5 Volt, deutet auf einen
schwindigkeitsverlust der Strahlen auf dem Wege d, dessen
ximaler Betrag etwa 1,5 Volt bei den 4 Volt-Strahlen, 3 Volt
i den 8 Volt-Strahlen wäre. Dieser Verlust ist relativ viel
ößer, als der bei Strahlen von 200, 2000 und 30000 Volt
schwindigkeit etwa vorhandene, wo meine Versuche keinen
ichen von gleicher prozentischer Größe zu erkennen gaben
).[2]) Da nach Tab. XXXIV bei $B = -4$ bez. -8 Volt noch
rahlen ankamen, kann nur ein Teil der Gesamtstrahlung
m Verluste betroffen worden sein.

103. (c). Die diffuse Ausbreitung der Strahlen im Gase
nn Anlaß zu Fehlern nur dann geben, wenn das Strahlen-
ndel schmal ist im Vergleich zur auffangenden Öffnung von
[3]); die Absorption würde dann zu groß erscheinen müssen.
Zur Beurteilung der Ausbreitungsweise des Strahlen-
ndels im gasfreien Raume können folgende Mittelwerte der
fgefangenen Mengen J in willkürlicher Einheit dienen.

Tabelle XXXV.

	$U = 4$	8	30	60	100	500	1000 Volt
= 7,7 cm	$J = 0,137$	0,290	0,66	0,855	1,000	1,447	1,55
= 16,1 cm	$J = 0,0088$	0,021	0,079	0,143	0,220	0,662	0,715

Hiernach, sowie nach direkter Beobachtung auf einem
 Stelle von D zu bringenden Phosphoreszenzschirme (vgl.
ch 52), besteht das Strahlenbündel bei den Geschwindig-
iten von 500 und mehr Volt aus einem intensiveren, zen-
alen Teile mit verwaschenem, weniger intensivem Rande, und

1) Die Werte von i sind in bezug auf Strahlung des Netzes E
d Wirkung reflektierten Lichtes korrigiert, nach 105.

2) Über die Deutung des Geschwindigkeitsverlustes vgl. 117.

3) Vgl. über die Einflußlosigkeit der Trübung Wied. Ann. 56.
255. 1895.

es erfüllt auch bei $d = 16$ cm nicht völlig den Querschnitt des Rohres. Die Ausfüllung in diesem Abstande wird vollständig und nahezu gleichmäßig bei 100 Volt und darunter; bei 8 und 4 Volt wird das Bündel so divergent, daß es auch schon im kleineren benutzten Abstande, $d = 7,7$ cm, das Rohr ganz erfüllt.[1])

Berücksichtigt man dazu, daß Strahlen von 1000 und mehr Volt Geschwindigkeit bei den kleineren benutzten Gasdrucken nur sehr wenig diffus verlaufen (78), so ergibt sich, daß eine Beeinflussung der Absorptionsvermögen durch Trübung nur bei den Geschwindigkeiten von 30—500 Volt und zwar besonders beim kleineren Abstande d und bei den größeren Gasdichten zu erwarten ist. Zeichen solcher Beeinflussung, nämlich Inkonstanz der Werte a_0, zeigen sich nur bei Argon und Kohlensäure, wo daher auch aus diesem Grunde (vgl. b) nur die geringsten Gasdrucke zu berücksichtigen sein werden. Frei von dem Fehler dürften alle Geschwindigkeiten unter 30 und über 500 Volt sein, letztere bei geringem Gasdrucke.

104. (d). Reflexion der Strahlen an den Wänden von H, eintretend in den Fällen vollständiger Ausfüllung des Rohrquerschnittes (vgl. c), dürfte nach dem Ausfall früherer diesbezüglicher Kontrollversuche[2]) schwerlich von Einfluß gewesen sein.

105. (e). Inhomogenität der Strahlen in bezug auf Geschwindigkeit wegen Strahlung des belichteten Netzes E war nur zu fürchten bei den geringsten Geschwindigkeiten, 4 und 8 Volt (vgl. 58). Es wurde in diesen Fällen die Wirkung der Strahlung dieses Netzes durch besondere Versuche ermittelt und als Korrektion berücksichtigt. Die Ermittelung geschah durch Messung des Elektrometerganges an B bei $U = 2$ Volt verzögernd, wobei so gut wie alle von U ausgehende Strahlung, entsprechend ihrer Anfangsgeschwindigkeit (22), rückgängig werden, und also die des Netzes allein übrig bleiben mußte. Der so erhaltene Elektrometergang wurde subtrahiert von dem

1) Die Zahlen J der Tab. XXXV für $d = 16,1$ cm und $U = 4$, 8, 30, 60 Volt sind kleiner als nach bloßer, geradliniger Ausbreitung zu erwarten wäre; es deutet dies auf ein merkliches Absorptionsvermögen des Dampfresiduums.

2) P. Lenard, Wied. Ann. 51. p. 253ff. 1894.

s Hauptversuches, bei welchem alle Umstände bis auf die annung an U genau die gleichen waren, und die Differenz r Bildung der Quotienten J bez. i in Rechnung gesetzt.

Hierdurch ist zugleich auch die strahlenerzeugende Wirkung flektierten Lichtes eliminiert, das die Innenwände von H und B ift. Es war dies nicht unwesentlich bei geringen Geschwindigkeiten, wo die aufgefangenen Mengen nur klein waren. War bei zugleich B negativ geladen (101), so überwog die zuletzt wähnte Wirkung; die Korrektion trat als Summand auf. Sie erstieg übrigens nie die Größe einiger weniger Skalenteile d betrug in den meisten Fällen nur Zehntel von solchen.

106. (f). Ein anderer Grund für Inhomogenität der Strahlschwindigkeit liegt in der Mitführung und Beschleunigung kundärer Strahlung zwischen U und E. Die Absorptionsrmögen würden dadurch zu groß werden. Der Fehler kann r über 11 Volt Geschwindigkeit bestehen; er würde von Beng werden können bei den größeren Dichten der spezifisch hwereren Gase, Argon und Kohlensäure (vgl. Tab. XXVIII). a aber eben diese Dichten dieser Gase bereits aus anderen ründen (b, c) auszuschließen waren[1]), kann er als beseitigt lten.

107. (g). Absorption der noch nicht auf volle Geschwindigit gebrachten Strahlen im Raume UE muß die Resultate a_0 groß werden lassen. Der absolute Betrag g des Fehlers an berechnet werden durch Betrachtung der einzelnen Elemte des gleichförmig beschleunigt durchlaufenen Weges $\delta = \delta = 0{,}4$ cm; man findet

$$g = \frac{\delta}{d - \delta}\left(\frac{1}{U}\int_0^U a_u\, du - a_U\right).$$

s Integral wurde graphisch ermittelt aus Kurven, welche ächst die unkorrigierten Werte der spezifischen Absorptionsmögen a als Funktion der Strahlgeschwindigkeit u darllten. Der Fehler g ist relativ klein bei langsamen Strahlen,

1) Haben außer den hier als Fehlerquellen berücksichtigten, benten Wirkungen noch andere unbekannter Art im Gase stattgehabt, dürften auch diese im dünneren Gase weniger einflußreich und also ch jene Ausschließung unschädlich gemacht sein.

sein Einfluß wächst mit der Geschwindigkeit; wo er neben der sonst vorhandenen Unsicherheit in Betracht kommt, findet man seinen Betrag in den Tab. XXX—XXXIII verzeichnet.

108. *Größe der Absorptionsvermögen.* — Dem Vorhergehenden entsprechend (97—107) sind die mit * bezeichneten Werte der Tab. XXX—XXXIII ausgewählt und in den letzten Kolumnen derselben zu Mittelwerten vereinigt worden, zugleich unter Berücksichtigung der Fehlerkorrektion (g). Diese Mittelwerte finden sich in Fig. 2 graphisch als Funktion der Strahlgeschwindigkeit dargestellt, wobei, um Raum zu sparen, als Abszissen die Geschwindigkeiten in linearem Maße, also die

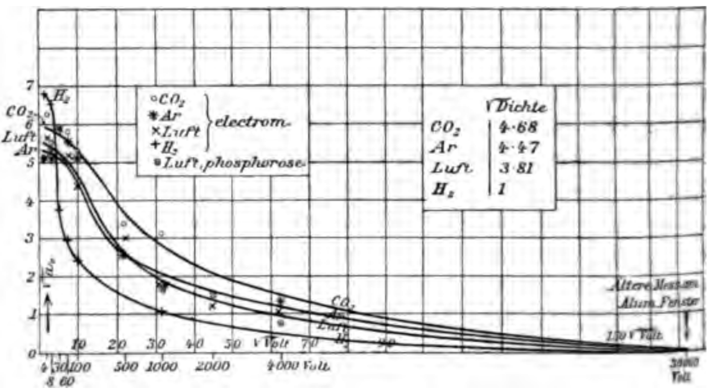


Fig. 2.

Quadratwurzeln aus den Voltzahlen, als Ordinaten die Quadratwurzeln aus den spezifischen Absorptionsvermögen aufgetragen sind. Mit aufgenommen sind die früher für hohe Strahlgeschwindigkeiten gemessenen, im gegenwärtigen Maßstab sehr kleinen Werte der spezifischen Absorptionsvermögen von Luft, Wasserstoff und Kohlensäure[1]) und ein entsprechender Wert für Argon, dieser auf Grund der Proportionalität von Absorptionsvermögen und Dichte aus der letzteren berechnet.[2])

Die Kurven der Figur sind den einzelnen Punkten mit Berücksichtigung von deren aus (a) bis (g) hervorgehenden wahrscheinlichen Gewichten angeschlossen.

---

1) Vgl. Tab. XXXVI weiter unten; am Aluminiumfenster gemessen.

2) Der Quotient Absorptionsvermögen/Dichte = 3200 gesetzt; vgl. P. Lenard, Wied. Ann. 56. p. 274. 1895.

109. Ebenfalls in die Fig. 2 aufgenommen, jedoch bei rstellung der Kurven nicht berücksichtigt, sind die früher sphoroskopisch bestimmten drei Absorptionsvermögen von ft für langsame Strahlen (Tab. XXVII). Man sieht, daß selben der für Luft geltenden Kurve sich so gut anschließen, irgend zu erwarten war.

Die phosphoroskopische und die elektrometrische Methode, welchen die erstere zwar minder genau ist als die letztere, er viel freier von täuschenden Fehlerquellen, treffen also mmen.[1] Dies und die Konsistenz der für Luft unter veriedenen Umständen gemessenen Werte der Absorptionsmögen (Tab. XXX) läßt es berechtigt erscheinen, in den rven der Fig. 2 ein erstes, wenn auch nur angenähertes, doch im wesentlichen richtiges Bild des gesamten Verlaufes r Absorptionsvermögen der untersuchten vier Gase von den ringsten bis zu den größten Strahlgeschwindigkeiten zu sehen. s dem in großem Maßstab gezeichneten Originale der Fig. 2 sind Zahlenangaben der folgenden Tab. XXXVI genommen, soweit sich auf die Geschwindigkeiten von 6—4000 Volt beziehen.

Hervorgehoben muß werden, daß alle hier und früher von r gemessenen Absorptionsvermögen der in Gleichung (1) (95) grunde gelegten Definition entprechen, wonach sie das Reziproke derjenigen Strahllänge in dem betreffenden Medium sind, lche die mit ganz oder nahe unverminderter Geschwindigit (vgl. 102) sich bewegende Quantenmenge auf den Bruchil $1/e$ reduziert.[2]

1) Die elektrometrische Methode mißt den Abfall der Quantenmge q, die phosphoroskopische in der Hauptsache den Abfall von $q . v^2$ gl. 66), wo v die lineare Geschwindigkeit ist; die Übereinstimmung ider Methoden bedeutet daher, daß ein Abfall der Geschwindigkeit v cht wesentlich ins Spiel kam.

2) Eine hiervon abweichende Definition, welche den Absorptionsmögen gelegentlich beigelegt worden ist (W. Kaufmann, Wied. Ann. l. p. 95. 1899), muß nach dem oben Vorhergehenden, sowie auch nach her schon Bekanntem (Wied. Ann. 52. p. 23. 1894) als nicht zutreffend zeichnet werden; sie dürfte daher auch schwerlich zu zutreffenden lgerungen geführt haben. Dasselbe gilt von der an gleicher Stelle nutzten Auffassung des Diffusionsvorganges der Kathodenstrahlen, elche nicht vereinbar ist mit der beobachteten, von mir in Zeichnungen iedergegebenen Ausbreitungsweise der Strahlen in Gasen (Wied. Ann. l. p. 225. 1894).

Tabelle XXXVI.

Strahlgeschwindigkeit		Spez. Absorptionsvermögen cm^{-1} bei 1 mm Hg			
in Volt	in Brucht. der Lichtgeschw.	Wasserstoff	Atm. Luft	Argon	Kohlensäure
6	ca. $^1/_{270}$	44	30	28	34
30	„ $^1/_{120}$	14,6	27	26	32
100	„ $^1/_{70}$	6,01	21	20	28
1000	„ $^1/_{20}$	1,2	3,9	4,2	7
4000	„ $^1/_{10}$	0,19	0,85	1,3	2
ca. 30000	„ $^1/_3$	0,000 62[1])	0,005 0[1])	—	0,0067[2])
[3])	„ 1	0,000 000 6	0,000 009	0,000 01	0,00001

110. *Absorption schnellster Strahlen.* — Die einzigen quantitativen Angaben über die Absorption der schnellsten verfügbaren, von Radiumverbindungen ausgehenden Kathodenstrahlen[4]), welche mir bekannt wurden, finden sich in einer vorläufigen Mitteilung von Hrn. R. J. Strutt.[5]) Soweit dieselbe sehen läßt, wurde die mindest absorbierbare Strahlung eines Radiumpräparates benutzt, ihre Intensität durch die in Luft erregte Leitfähigkeit gemessen und so die Absorption von 13 festen Körpern und einem Gase untersucht. Dabei fand sich das Verhältnis zwischen Absorptionsvermögen und Dichte konstant in etwa derselben Annäherung, wie bei den durch Entladung erzeugten Strahlen von etwa $^1/_3$ Lichtgeschwindigkeit. Der Mittelwert der 14 Verhältnisse ist 5,30. In Ermangelung der erwünschten Bestätigung dieser Angaben, und bei der Wichtigkeit der Kenntnis der Absorption schnellster Strahlen habe ich unterdessen selber eine Messung an Aluminium ausgeführt in der Absicht, die Größenordnung jenes Verhältnisses zu kontrollieren. Das benutzte Verfahren war völlig verschieden von dem des Hrn. Strutt. Das Radiumpräparat[6]) befand sich

1) P. Lenard, Wied. Ann. **56.** p. 258. Tab. I bez. II. 1895.
2) Nach Tab. IV l. c. p. 263.
3) Über die Zahlen dieser Zeile vgl. 110.
4) H. Becquerel, Compt. rend. **130.** p. 206 u. p. 809. 1900; P. u. S. Curie, Compt. rend. **130.** p. 647. 1900; E. Dorn, Naturf.-Ges. zu Halle **22.** p. 47. 1900; W. Kaufmann, Gött. Nachr. Heft 2. 1901; Heft 3. 1903.
5) R. J. Strutt, Nature **61.** p. 539. 1900.
6) Bezogen von der Soc. de Prod. Chim. in Paris.

ageschmolzen in einem engen, zylindrischen, ziemlich dick-
andigen Glasrohr, welches noch dicht mit doppeltem Stanniol
awickelt wurde. Dies Röhrchen lag auf einer Mulde aus
,04 cm dickem Aluminiumblech, deren Tiefe so bemessen war,
aß ihr oberer Rand und die Achse des Röhrchens in dieselbe
orizontale Ebene zu liegen kamen. Die nach unten gehende
älfte der Ausstrahlung des Röhrchens mußte daher das Alu-
inium der Mulde durchsetzen, die nach oben gehende Hälfte
ntwich frei zum metallischen, mit der Erde verbundenen
antel, in dessen Inneren die Mulde an seitlichem Stiele frei
chwebte. Ein Glasrohr umschloß das Ganze, so daß die Luft
it Hilfe der Quecksilberluftpumpe entfernt werden konnte.
er Stiel der Mulde setzte sich wohl isoliert nach außen fort
nd war mit einem Quadrantelektrometer verbunden. Der aus
em Apparat dringende Rest der Strahlung wurde durch Blei-
lech, welches das Glasrohr umhüllte, unschädlich gemacht.
s war dann am Elektrometer ein konstanter Gang von
,1 Skt./Min. nach der positiven Seite hin zu beobachten, ent-
prechend der gesamten vom umwickelten Röhrchen ausge-
trahlten und von der Mulde nicht absorbierten Elektrizitäts-
menge. Wurde nun in einem zweiten Versuche das Röhrchen
uf der Mulde mit zusammengebogenem Aluminiumblech von
benfalls 0,04 cm Dicke bedeckt, so daß jetzt die gesamte
usstrahlung durch Aluminium gehen mußte, so betrug der
lektrometergang nur 6,7 Skt./Min. Zu bemerken ist, daß
ach Wegnahme des Röhrchens und sofortigem Wieder-
vakuieren des Apparates keinerlei Nachwirkung am Elektro-
meter sich zeigte, welche etwa in den Aluminiumblechen er-
egter, sekundärer Aktivität entsprochen hätte. Aus den beiden
Elektrometergängen und der angegebenen Blechdicke wird das
Absorptionsvermögen des Aluminiums berechnet zu

$$a = \log[(2 \,.\, 9{,}1 - 6{,}7)/6{,}7]/0{,}04 = 13{,}5.$$

Das Verhältnis zwischen Absorptionsvermögen und Dichte,
3,5/2,7 = 5,0, ist in guter Übereinstimmung mit Hrn. Strutts
Angaben. Ich habe daher, auf Grund der seinen übrigen An-
aben entsprechenden, angenäherten Gültigkeit der Massen-
roportionalität, mit Hilfe dieses Verhältnisses die in der letzten
eile der Tab. XXXVI enthaltenen Absorptionsvermögen be-

rechnet, wodurch das Bild des Verlaufes der Absorption bei verschiedenen Strahlgeschwindigkeiten auch nach der anderen Seite hin bis an seine Grenze ergänzt ist.

111. *Gang der Absorption mit der Geschwindigkeit.* — Die in Tab. XXXVI und den Kurven der Fig. 2 enthaltenen Versuchsresultate können zunächst folgendermaßen zusammengefaßt werden:

I. Allen vier untersuchten Körpern gemeinsam ist es, daß die Absorption beim Fortschreiten von den größten zu immer kleineren Strahlgeschwindigkeiten wächst und zwar zunächst in immer steigendem Maße. Sinkt die Geschwindigkeit von der des Lichtes auf ein Hundertstel derselben herab, so erhöht dies die Absorptionsvermögen auf mehr als das Millionenfache. Diese Zunahme geht aber doch nicht über alle Grenzen hinaus, wenn die Geschwindigkeit der Null sich nähert, sondern es tritt alsdann zuvor ein Wendepunkt ein, worauf die Absorptionsvermögen gewissen Grenzwerten zustreben.

112. II. Das individuelle Verhalten verschiedener Materie, welches bei großen Geschwindigkeiten meist nur andeutungsweise, stärker ausgeprägt nur beim Wasserstoff zu erkennen war als Abweichung des Absorptionsvermögens von der Massenproportionalität[1], tritt mehr und mehr hervor bei geringen Geschwindigkeiten (vgl. die in Fig. 2 verzeichneten Quadratwurzeln der Dichten mit den Ordinatenhöhen). Wasserstoff zeigt hier seine Abweichung in solcher Vergrößerung, daß zuletzt sein Absorptionsvermögen das der anderen Gase sogar übersteigt, obgleich er das dünnste Gas ist. Argon und Luft absorbieren bei 4000 Volt Geschwindigkeit noch nach Reihenfolge ihrer Dichten, wechseln aber ihre Plätze bei geringeren Geschwindigkeiten.

So ist die Masse des Mediums, welche bei großen Geschwindigkeiten in erster Annäherung allein bestimmend ist für das Absorptionsvermögen, bei kleinen Geschwindigkeiten durchaus nicht mehr maßgebend für dasselbe; vielmehr scheint es bei Geschwindigkeiten von etwa 10 Volt die vorhandene Molekülzahl zu sein, denn die verschiedenen Gase von gleichem

1) Vgl. P. Lenard, Wied. Ann. 56. p. 263 u. 274. Tab. IV u. VIII. 1895.

ücke verhalten sich bei dieser Geschwindigkeit nahe einander sich. Dasselbe wurde für langsame Strahlen auch in bezug f deren diffusen Verlauf in denselben Gasen gefunden (78), daß man sagen kann, die Proportionalität zwischen Trübung d Absorption[1]) bestehe in viel weiter gehendem Maße als e Proportionalität beider mit der Masse.

Eine exakt einheitliche Abhängigkeit der Absorptionsrmögen von der Strahlgeschwindigkeit ist nach dem Vorherhenden im Bereiche zwischen etwa $^1/_3$ Lichtgeschwindigkeit d Null nirgends zu erwarten.[2])

113. *Theoretisches.* — Das folgende ist ein Versuch, die er die Ausbreitung der Kathodenstrahlen in der Materie wonnenen Erfahrungen miteinander und mit der übrigen rfahrung durch Vorstellungen zu verbinden.

Das Massengesetz, nach welchem bei größeren Geschwindigsiten Absorptionsvermögen und Dichte einander proportional nd ohne Rücksicht auf Aggregatzustand und chemische Beshaffenheit[3]), und nach welchem zwei Medien von gleicher lasse auch in Hinsicht der Trübung[4]), sowie auch der sekunlären Strahlung (71) einander gleich sind, also überhaupt in inerlei bekannter Weise den Kathodenstrahlen gegenüber ich voneinander unterscheiden, hat, schon ehe weiteres über ie Natur der Kathodenstrahlen gefunden war, als daß sie Voränge im Äther seien, die alte Hypothese über die Konstitution er Materie wieder und aufs äußerste nahe gelegt, daß die verchiedenen Atome aller Materie aufgebaut seien aus einerlei estandteilen in verschiedener Zahl.[5]) Um diese Bestandteile,

---

1) Vgl. P. Lenard, l. c. p. 265ff.

2) Man vgl. auch die Beobachtung (l. c. p. 270), daß zwei gleich urchlässige Schichten verschiedener Stoffe ungleich durchlässig werden annten, sobald die Geschwindigkeit der benutzten Strahlen geändert wurde.

3) P. Lenard, l. c. p. 266.

4) l. c. p. 266.

5) Dies ist von Hrn. J. J. Thomson bereits benutzt worden (Phil. Mag. (5) 44. p. 293ff. 1897); er teilt daselbst im Anschluß an seine eigenen ekannten Untersuchungen über Kathodenstrahlen, welche mit meinen leichzeitigen sich teilweise deckten (vgl. Wied. Ann. 64. p. 279. 1898), orstellungen über die Konstitution der Materie mit, welche im Vereich mit den hier zu entwickelnden gewisse Verschiedenheiten, aber uch so viel gemeinsames aufweisen, als der gemeinsame Ausgangspunkt rwarten lassen muß.

welchen im folgenden gewisse, aus der Erfahrung abst
Eigenschaften zuzuschreiben sein werden, eindeutig bei
zu können, nenne ich sie Dynamiden.[1]) Jedes Atom ist
aus einer seinem Gewicht proportionalen Zahl von Dyı
zusammengesetzt, und auch jeder materielle Körper
aus einer seinem Gewicht proportionalen Zahl von Dyn
so daß zwei gleich schwere Körper sich ausschließlich
die verschiedene Gruppierung der in gleicher Zahl in
vorhandenen Dynamiden unterscheiden, gleichgültig ob
treffenden Körper chemisch einfach oder beliebig zus
gesetzt sind. Dabei ist angenommen, daß alle Dynamiden
gleich schwer und außerdem auch gleich träge seien, u
sie in Hinsicht ihrer Schwere sowohl als ihrer Trägheit ei
in keiner vorkommenden Gruppierung stören. Macht n
Annahme der Gleichheit und der gegenseitigen Nichtstör
Dynamiden auch in Hinsicht ihrer Wirkungen den Kat
strahlen gegenüber, so ist das Massengesetz, von welch
ausgingen, selbstverständlich. Es würde dann aber
gelten müssen. Daß dies nicht der Fall ist, wird
wendig machen, auf die nur angenäherte Richtigkeit min
einer der gemachten Annahmen zurückzukommen (116,

114. Die Ausbreitungsweise der Kathodenstrahlen
Materie wirft ein eigentümliches Licht auf die Raumer
der letzteren. Jedes materielle Atom beansprucht erfah
mäßig einen gewissen Raum, in welchen ein anderes
nicht eindringen kann. Dieser Raum wird daher mit
als Volumen des betreffenden Atoms bezeichnet; seine al
Größe, übereinstimmenderweise gefolgert durch eine Reil
schiedener Überlegungen, entspricht einem Durchmesser zw
10^{-6} und 10^{-7} mm. Daß jedoch die Atome innerhalb
ihrer Volumina noch einen Aufbau aus feineren Bestan
— welche wir bereits Dynamiden genannt haben — auf
müssen, und zwar mit vielen freien Zwischenräumen
durch die Ausbreitungsweise der Kathodenstrahlen nal
legt von der Zeit an, als man in denselben fortbe
Quanten sehen lernte. Ein genügend schnell bewegtes S
quantum kann frei Tausende von Atomen durchqueren,

1) Über die Wahl des Namens vgl. 114.

daß seine Geschwindigkeit nach Größe und Richtung wesentlich sich änderte (41, 76).[1]) Dennoch wird bei diesem Hindurchfahren durch die Materie jedesmal ein bestimmter Bruchteil der Quanten — nach Maßgabe des Absorptionsvermögens — im Atome festgelegt. Es ist daher jeder Dynamide ein gewisser absorbierender Querschnitt zuzuschreiben, derart, daß die auf diesen solchen Querschnitt fallenden Quanten zurückgehalten, die neben ihm vorbeigehenden mit nahezu unveränderter Geschwindigkeit durchgelassen werden.[2])

In diesem Sinne geben die oben gemessenen spezifischen Absorptionsvermögen a_0 die Summen der absorbierenden Querschnitte der in 1 cm³ der betreffenden Gase bei 1 mm Druck vorhandenen Dynamiden in Quadratzentimetern an. Es folgt dies nach Überlegungen, welche aus der kinetischen Gastheorie geläufig sind: Der Bruchteil der Zahl sehr kleiner, bewegter Teilchen, welcher durch eine x cm dicke Schicht anderer, unregelmäßig angeordneter Teilchen hindurchdringt ohne angestoßen zu haben, ist $e^{-a x}$[3]), wenn a die auf die Volumeneinheit bezogene Querschnittsumme der Teilchen jener Schicht darstellt.

Die absorbierende Querschnittsumme der Dynamiden, also auch der absorbierende Querschnitt jeder einzelnen Dynamide ist danach, entsprechend Tab. XXXVI, von der Geschwindigkeit der Quanten abhängig dergestalt, daß größerer Geschwindigkeit ein kleinerer Querschnitt entspricht. Um dies in einer den Eigenschaften der Quanten entsprechenden Weise zu erklären, sind die Dynamiden als elektrische Kraftfelder[4]) zu

1) In letzterem Umstande sehe ich den Anhalt dafür, daß die durch einen beliebigen Körper, z. B. ein Aluminiumblatt unabsorbiert dringenden Quanten identisch dieselben seien, welche an der Vorderfläche eingedrungen waren, nicht, wie angenommen worden ist (G. Stokes, Annual Address of the Victoria Institute 1896; A. Schuller, Naturw. Ber. aus Ungarn 17. p. 218. 1899), aus dem Aluminiumblatt selbst, oder aus der Luft an dessen Hinterfläche stammende, neue Quanten.

2) Die hierbei stattfindenden Bahnkrümmungen entsprechen der Trübung der Medien.

3) R. Clausius, Pogg. Ann. 105. p. 240. 1858.

4) Daß elektrische Kraftfelder wesentlich zu jedem Atom gehören, konnte nicht mehr zweifelhaft erscheinen, seit die Spektren der Elemente nach Hertz als Folge elektrischer Eigenschwingungen der Atome aufzufassen waren.

betrachten, und der absorbierende Querschnitt wäre der schnitt desjenigen Teiles des Dynamidenfeldes, in welche elektrischen Kräfte genügend groß sind, Quanten der bet den Geschwindigkeit festzuhalten.

Will man den elektrischen Feldern der Dynamide sondere, mit undurchdringlichem Eigenvolumen ver Zentren zuschreiben, so wäre der Querschnitt der let welcher im Gegensatz zum absorbierenden Querschnitt Querschnitt der Dynamiden genannt werde, jedenfalls kleiner anzunehmen, als der kleinste gefundene absorbi Querschnitt. Dieser letztere, geltend für Strahlen von Lichtgeschwindigkeit, ist nun, wie die betreffenden Absor vermögen zeigen, von außerordentlicher Kleinheit, so d wahre Querschnitt und ebenso das diesem entsprechende Volumen, bez. der wahre Radius[1]) der Dynamiden no so mehr außerordentlich klein sein muß. Für Wasserst muß die wahre Querschnittsumme q der in 1 cm^3 bei Druck enthaltenen Dynamiden nach Tab. XXXVI kleine als 0,0000006 cm^2; die Querschnittsumme Q der Wasse moleküle dieses Volumens beträgt dagegen nach der der inneren Reibung des Gases 13 cm^2.[2]) Da $Q =$ $q = 2 r^2 \pi N z$, wenn R den Molekularradius, r den Dynamidenradius, N die Zahl der Wasserstoffmoleküle i trachteten Volumen, z die Zahl der Dynamiden in Wasserstoffatom bedeutet, ist $q / Q = 2 r^2 z / R^2$ kleine $6.10^{-7}/13$, also $r/R < 1{,}5.10^{-4}/\sqrt{z}$. Da nun $z \geqq$ muß $r < 1{,}5.10^{-4} R$ sein, oder, weil R etwa gleich 0,2.10 ist[3]), der wahre Dynamidenradius:

$$r < 0{,}3.10^{-10} \text{ mm.}$$

In einem Atom eines beliebigen Elementes vom gewicht A wird das wahre Dynamidenvolumen gleich $\frac{4}{3} r^3$ sein, während das Volumen des Atomes selber nahe oder größer als $\frac{4}{3} R^3 \pi$ ist, indem sämtliche Elemente

1) Es werde für die Beziehungen zwischen Radius, Quer Volumen stets Kugelgestalt des letzteren supponiert.

2) O. E. Meyer, Gastheorie, p. 301, für 17° C. und 1 mm umgerechnet.

3) Vgl. O. E. Meyer, l. c. p. 327.

...re, meist größere Atomvolumina aufweisen als der Wasser-... Das Verhältnis der beiden Volumina ist daher kleiner ...$r^3 A z / R^3$ oder, mit dem eben gefundenen Grenzwerte von ..., kleiner als $3{,}4 . 10^{-12} A / \sqrt{z}$, oder, da $A < 240$, $z \geqq 1$, ...ner als 10^{-9}.

Da alle materiellen Körper noch Spielräume zwischen ihren ...men haben, gilt es um so mehr, daß in einem Volumen V ...s beliebigen solchen Körpers nicht mehr wahres Dynamiden-...men vorhanden ist, als $10^{-9} V$. Beispielsweise ist danach ...Raum, in welchem ein Kubikmeter festes Platin sich findet, ..., in dem Sinne wie etwa der von Licht durchzogene ...melsraum leer ist, bis auf höchstenfalls ein Kubikmilli-...er als gesamtes, wahres Dynamidenvolumen.[1])

115. Daß die Absorption der Kathodenstrahlen[2]) im wesent-...en durch das Vorhandensein von wahrem, undurchdring-...en Dynamidenvolumen bedingt sei, wird man bei der ge-...lenen außerordentlichen Kleinheit des letzteren nicht an-...men können. Vielmehr muß diese Absorption als reine ...kung der Kraftfelder der Dynamiden aufgefaßt werden.

Die experimentell gefundenen, und noch weiter zu ver-...enden Gesetze der Absorption der Kathodenstrahlen werden ...er eines der Mittel sein, diese Kraftfelder kennen zu lernen. ...ß dieselben in ihren stärksten Teilen von gewaltiger In-...sität sein müssen, zeigt die Größe der Absorption der ...00 Volt-Strahlen (vgl. Tab. XXXVI).[3])

116. Der Wegfall der Massenproportionalität beim Über-...g zu den geringsten Geschwindigkeiten und das damit zu-...mentreffende, verringerte Anwachsen der Absorption (111, ...) kann dahin verstanden werden, daß die mit abnehmen-

1) Dadurch, daß die betrachteten Bestandteile der Atome so gut ...gar nicht durch wahre Raumerfüllung wirksam sind, sondern viel-...r fast ausschließlich durch ihre elektromagnetischen Kraftfelder — ...mmen mit der ihnen zuzuschreibenden inneren Bewegung (120) —, ...tfertigt sich vielleicht der Name, welchen ich für dieselben gewählt ..., in der Annahme, daß der früher in der Geschichte der Wissen-...ft mit demselben Namen verbundene andere Sinn jetzt fremd ge-...len und daher nicht störend sei.

2) und ebenso der diffuse Verlauf derselben.

3) Ein homogenes Feld von 10^{13} Volt/cm würde Strahlen von dieser ...hwindigkeit längs 10^{-8} cm um etwa 45° ablenken.

der Strahlgeschwindigkeit anwachsenden Dynamidensphären alsdann zu gegenseitigen Deckungen kommen.

In den gemeinsamen Räumen mehrerer, sich deckender Sphären muß teilweise Vernichtung der sich geometrisch addierenden Kräfte eintreten, so daß durch solche Deckung absorbierender Querschnitt verloren geht, was dem Eintreten des Wendepunktes der Absorptionskurven entspricht. Zugleich muß die Abweichung von der Massenproportionalität eintreten, denn die Deckung wird bei verschiedenen Atomsorten in verschiedenem Grade stattfinden, je nach der Größe des Raumes, welcher für je eine Dynamide im Atom zur Verfügung steht. Als Maß dieses Raumes kommt das Verhältnis zwischen Molekularvolumen und Molekulargewicht in Betracht; bei großem Wert dieses Verhältnisses wird man spätes Eintreten, bez. geringes Maß der Deckungen erwarten müssen, also kleineren Abszissenwert des Wendepunktes der Absorptionskurve und verhältnismäßig große Absorption langsamer Strahlen. Es beträgt das genannte Verhältnis[1]) bei Wasserstoff 6,0, Luft 1,0, Argon 0,7, Kohlensäure 1,2; es ist also besonders groß bei Wasserstoff. In der Tat zeigt dessen Absorptionsverlauf die danach zu erwartenden Eigenschaften in ausgeprägtester Weise, und Argon mit dem kleinsten Raumverhältnis verhält sich entgegengesetzt, indem es langsamste Strahlen weniger absorbiert als die anderen Gase.

117. Nähert sich die Geschwindigkeit der Grenze Null, so muß die zunehmende Deckung der absorbierenden Dynamidensphären schließlich den vollen Molekularquerschnitt als absorbierenden Querschnitt jedes Moleküles ergeben. Dem entspricht es, daß die Absorptionsvermögen über gewisse Grenzwerte hinaus nicht wuchsen (111), und daß, wie die folgende Zusammenstellung zeigt, die Grenzwerte selbst in der Nähe der molekularen Querschnittsumme der betreffenden Gase liegen.[2])

1) Nach Lothar Meyer aus Grahams Beobachtungen der inneren Reibung, vgl. O. E. Meyer, Gastheorie p. 314. 1899; bei Argon habe ich die von Hrn. H. Schultze gemessene Reibungskonstante (Ann. d. Phys. 5. p. 140. 1901) zur Berechnung benutzt.

2) Aus dieser Übereinstimmung scheint unmittelbar zu folgen, daß die Bewegung freier elektrischer Quanten zwischen Atomen, wie etwa im Inneren

Tabelle XXXVII.

Gas	Molekulargewicht	Molekulare Querschnittsumme I. Stoß bewirkend mit Molekülen gleicher Art[1])	Molekulare Querschnittsumme II. Absorbierend für 6 Volt Kathodenstrahlen[2])
		$cm^2/cm^3 = cm^{-1}$	
H_2	2	12,8	44
Luft	29	22,8	30
Ar	40	21,3	28
CO_2	44	33,5	34

Es fällt übrigens in dieser Zusammenstellung auf, daß der kinetischen Gastheorie entsprechenden molekularen erschnittsummen (I) um so kleiner erscheinen gegenüber aus der Absorption der Kathodenstrahlen sich ergebenden I, je geringer das Molekulargewicht, also je größer die lekulare Geschwindigkeit ist. Es kann dies an den ersteren rten (I) liegen; denn man weiß, daß diese Werte bei einem d demselben Gase um so kleiner ausfallen, je höher die mperatur, also die molekulare Geschwindigkeit ist[3]), so daß auch bei verschiedenen Gasen und gleicher Temperatur größerer Molekulargeschwindigkeit, also kleinerem Molekularwicht, relativ zu klein ausfallen müssen. In jedem Falle durch die Absorptionsbeobachtungen angezeigt, daß das

Metalle, nach gastheoretischen Gesichtspunkten nicht wird zutreffend andelt werden können, insofern bei jedem Zusammenstoß eines lang bewegten Quantes mit einem Atom oder Molekül Absorption des ntes stattfinden muß. Der Absorption kann allerdings Neuausstrahlung folgen, ohne daß jedoch die Geschwindigkeit derselben ohne weiteres auszusagen wäre. So strahlen beispielsweise die Moleküle eines ultralett belichteten Metalles Quanten aus mit inneren Geschwindigkeiten), die viel größer sind, als nach gastheoretischen Gesichtspunkten zu arten wäre.

1) Nach O. E. Meyer, Gastheorie p. 301. 1899; Argon nach der Hrn. H. Schultze (l. c.) gemessenen Reibungskonstante. Alle Werte 1 mm Druck.

2) Aus Tab. XXXVI.

3) Vgl. O. E. Meyer, l. c. p. 216ff.

Wasserstoffmolekül ziemlich weit außerhalb des für seinesgleichen undurchdringlichen Raumes noch gewaltige elektrische Kräfte ausübt.[1])

Bei dem Vorhandensein solcher Kräfte ist es auch nicht verwunderlich, daß Quanten, welche die Umgebung des absorbierenden Querschnittes passieren, durch Arbeitsabgabe an das Innere des Moleküles einen Geschwindigkeitsverlust erleiden, wie er durch die Beobachtung angezeigt war (102).[2])

Der Lauf der Absorptionskurve des Wasserstoffs bei kleinsten Geschwindigkeiten (Fig. 2) zeigt auch, daß die elektrischen Kräfte in der Umgebung seines Moleküles mit wachsendem Abstand von demselben viel langsamer zu Null herabsinken als bei den Molekülen der anderen drei Gase.

118. Nach dem Vorhergehenden wäre Deckung der absorbierenden Dynamidensphären bei größeren Geschwindigkeiten — wie etwa in der Gegend von $^1/_3$ Lichtgeschwindigkeit — nicht anzunehmen, denn die Querschnitte dieser Sphären nehmen rapid ab mit zunehmender Geschwindigkeit.

Es wäre dann das Verhältnis zwischen Absorptionsvermögen und Dichte bei größeren Geschwindigkeiten ein relatives Maß für den absorbierenden Querschnitt je einer einzelnen Dynamide. Nun zeigt die Erfahrung zwar dieses Verhältnis bei großen Geschwindigkeiten für alle Körper gleich und in gleicher Weise abhängig von der Geschwindigkeit, jedoch nur angenähert, nicht exakt gleich und gleich abhängig (111). Dies läßt annehmen, daß die Dynamiden verschiedener Atomgattungen geringe spezifische Verschiedenheiten besitzen.

119. Die Dynamiden als nächste Bestandteile der elektrisch neutralen Atome sind ebenfalls elektrisch neutral. Als Zentren der Kraftfelder der Dynamiden werden jedoch elek-

---

1) Die mittlere Kraft im Zwischenraum der Querschnitte I und II würde von der Ordnung 10^9 Volt/cm sein müssen, um 6 Volt-Strahlen von der Sphäre der größeren in die des kleineren der beiden Querschnitte zu lenken.

2) Auch die von verschiedenen Seiten angekündigten Beobachtungen über Geschwindigkeitsverluste der schnellen Kathodenstrahlen beim Passieren materieller Medien wären in der hier vorgetragenen Auffassung verständlich.

iche Quanten in ihnen anzunehmen sein, so daß die ein-chste Vorstellung einer Dynamide die eines elektrischen oppelpunktes von gewissem Moment wäre.[1] [2] Durch die rschiedenheit der Momente können spezifische Verschieden-iten unter den Dynamiden bestehen.

Es wäre bei großen Dynamidenmomenten zu erwarten: . ein ausgedehnteres Kraftfeld, also ein größerer absorbieren-r Querschnitt der einzelnen Dynamide, d. i. ein größeres erhältnis zwischen Absorptionsvermögen und Dichte des be-ffenden Körpers; 2. größere Raumeinnahme, also größeres erhältnis zwischen Molekularvolumen und Molekulargewicht; . ein größeres Verhältnis der um Eins verminderten Dielektri-itätskonstante des betreffenden Körpers zu seiner Dichte. n der Tat ist beim Wasserstoff, dem einzigen Körper, welcher ach den bisherigen Untersuchungen das unter 1. genannte, onst nahe konstante Verhältnis auffallend vergrößert zeigt, leichzeitig auch das unter 2. und das unter 3. genannte Ver-ältnis besonders groß.

120. Um die hier von besonderen Erfahrungen aus ent-ickelten Vorstellungen nicht im Widerspruch zu lassen mit er übrigen Erfahrung, ist den Dynamiden Bewegung zuzu-chreiben. Schon die Greifbarkeit oder gegenseitige Undurch-ringlichkeit der Materie verlangt dies bei der Geringfügigkeit hrer wahren Raumerfüllung (114), ebenso das dauernde Be-tehen der Kraftfelder der Dynamiden selbst.[3] Ein rotierendes

---

1) Danach ist es bemerkenswert, daß der oben (114) abgeleitete ere Grenzwert für den wahren Dynamidenradius auch einen oberen renzwert darstellt für das wahre, undurchdringliche Volumen eines egativen und eines positiven elektrischen Elementarquantums zusammen-enommen, also auch einen oberen Grenzwert für das wahre Volumen ines positiven Elementarquantums. Die Kleinheit dieses Grenzwertes eben der nach manchen Anzeichen groß erscheinenden Masse des positiven lementarquantums mag hervorgehoben werden.

2) Hier trifft das im Vorstehenden entwickelte Bild von der Kon-titution der Materie zusammen mit dem von Hrn. W. Wien zur Er-klärung der Möglichkeit einer elektromagnetischen Begründung der echanik angenommenen (Ann. d. Phys. 5. p. 501. 1901).

3) Heftige Bewegungen im Inneren der Atome sind in besonderer Weise angezeigt bei den radioaktiven Körpern; bei allen Körpern über-aupt aber auch durch die lichtelektrische Wirkung (28).

Quantenpaar als einfachste Dynamide, oder Bestandteil einer solchen[1]), würde beim Abstande 10^{-11} cm der beiden Zentren, was nach (114) ein möglicher Fall ist, 10^{20} Umläufe in der Sekunde machen müssen. Der Vorrat allein nur an kinetischer Energie solcher innerer Dynamidenbewegung, welcher hieraus für 1 g Substanz resultierte, wäre mehr als 10^{8} g-Cal. äquivalent.

Kiel, den 27. Juli 1903.

---

1) Hier nähert sich unser Bild Lord Kelvins Wirbelatomen (Phil. Mag. (4) **34.** p. 15. 1867).

(Eingegangen 30. Juli 1903.)

3. *Über die induzierte Thoraktivität;* *von F. von Lerch.*

Das Thorium besitzt, ähnlich wie Radium, zwei Sorten n Energiestrahlung. Die geradlinige Strahlung, welche ihrerits wieder in die α-, β- und γ-Strahlen geteilt werden kann, nd eine radioaktive Ausströmung, die sogenannte „Emanation“. iese von **Rutherford**[1]) entdeckte Emanation, welche sich ie ein aus dem Präparat herausdiffundierendes Gas verhält, ch wie eine „riechende Substanz“ verbreitet, ist, wie der engenannte Forscher gezeigt hat, die Ursache der induzierten ktivität. Bringt man nämlich die radioaktive Ausströmung in n elektrisches Feld, so kondensiert sie sich zum größten Teil uf der negativen Elektrode, die dann temporär aktiv wird. Nach . J. **Thomson** und **Rutherford** können wir uns den Vorang so denken, daß die Moleküle der radioaktiven Emanation on Zeit zu Zeit ein negatives Elektron fortschleudern, das ie ein Kathodenstrahl die Luft ionisiert, dadurch eine posive Eigenladung erhalten und zur Kathode wandern. Bei ieser Konzentration erleidet die Emanation eine Veränderung, enn während die Aktivität der Ausströmung in ca. 1 Min. ach **Rutherford** auf die Hälfte sinkt, beträgt dieser Wert ür die induzierte Aktivität ca. 11 Stunden. Über ihre Natur estehen zurzeit zwei Hypothesen. **Curie**[2]) sieht in der Emanaon nur eine besondere Art der Ausstrahlung von Energie, inen Zustand der Materie, bei der vielleicht ein Gas der räger von Energiezentren ist. **Rutherford** nimmt ein neues adioaktives Edelgas in der Argongruppe an. Die Radioktivität ist die Begleiterscheinung einer Reihe von untertomigen Reaktionen. Aus dem Thor entsteht das ThX, aus em ThX die Emanation und diese erleidet wieder eine untertomige chemische Veränderung unter Bildung der induzierten ktivität. Gegen die Hypothese von einem neuen radioaktiven

1) E. **Rutherford**, Phil. Mag. Februar 1900.
2) P. **Curie**, Physik. Zeitschr. 4. p. 305. 1903.

Edelgas wendet Curie ein, daß es bisher nicht gelungen ist, neue Spektrallinien der Emanation nachzuweisen. Dagegen glaubt Rutherford[1]) durch chemische Methoden gezeigt zu haben, daß sich die Emanation wegen ihrer Indifferenz gegen chemische Einflüsse trefflich in die Argongruppe einreihen ließe. Kürzlich ist es Rutherford auch gelungen, die Emanationen des Thors und Radiums zu verflüssigen.

Wir werden im folgenden die Hypothese von der gasförmigen Natur der Ausströmung annehmen und ich darf wohl gleich sagen, daß sie sich als vortreffliche Arbeitshypothese bewährt hat. Über die Herkunft und Energiequelle der Emanation wird in vorliegender Arbeit nicht die Rede sein, die Rutherfordsche Hypothese, wonach durch zwei unteratomige Reaktionen aus dem Element Thor ein neues Element, ein Edelgas entsteht, hat also auf folgendes keinen direkten Bezug.

Versuchsanordnung.

Für die quantitative Bestimmung der Aktivität verwandte ich die elektrische Methode. Als Meßinstrument diente ein kleines empfindliches Dolezalekelektrometer, das nach Angaben von Hrn. Prof. Nernst für ähnliche Zwecke vereinfacht war. Die kleine Nadel, die frei über plattenförmigen Quadranten schwebte, bestand bloß aus einer Lage Silberpapier und trug einen kleinen leichten Dämpferflügel aus Glimmer. Der Durchmesser des Spiegels betrug 6 mm. Das ganze leichte System gestattete es, viel dünnere Fäden zu verwenden. Die Quadranten des Elektrometers wurden mit Hilfe einer in der Mitte zur Erde abgeleiteten Batterie auf gleiches ± Potential geladen. Die Empfindlichkeit betrug, wenn die Nadel auf 1 Volt geladen wurde, 150 Teilstriche, die Kapazität 10 cm. Auf das obere kreisförmige Ende der Nadel konnte eine runde Kapsel von 47 mm Durchmesser und 22 mm Höhe aufgesetzt werden. Diese bestand aus einem metallenen Boden, den zylinderförmigen Hartgummimantel, einem zur Erde abgeleiteten Schutzring, auf dem noch ein dünner Hartgummiring aufgesetzt war. In diese Kapsel wurde die Substanz hineingebracht und eine auf 110 Volt geladene Metallplatte darüber gelegt. Für

1) E. Rutherford u. F. Soddy, Zeitschr. f. phys. Chem. 42. p. 81 u. 174. 1902; Phil. Mag. April, Mai 1903.

r Ladung der oberen Platte verwandte ich die Instituts-
tterie und polsterte die Schwankungen an einem Nernststift
t einem Eisenwiderstand ab. Am Stift lag dann konstante
annung. Fig. 1 gibt nähere Details. Die Nadel war immer
rch zur Erde geleitete Schutzringe gegen Leiter höheren
tentiales geschützt, so daß schlechte Isolation die Wirkung
rkleinerte. Die Geschwindigkeit, mit der die Nadel sich

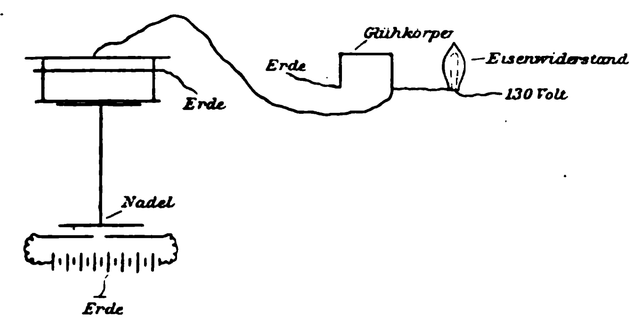


Fig. 1.

flud, wurde mit einer Rennuhr bestimmt, die Zeit dann nach
r Formel

$$\frac{1}{t'} = \frac{\tau - t}{\tau t}$$

rrigiert. τ bedeutet die Zeit, in welcher das Elektrometer
ie bestimmte Anzahl von Teilstrichen infolge der natürlichen
itfähigkeit durchläuft, t die beobachtete Zeit nach Einbringung
r radioaktiven Substanz. Eine Isolationskorrektur anzubringen
ar nicht nötig. Außen war das ganze Instrument durch einen
geleiteten Drahtkäfig gegen elektrostatische Einflüsse geschützt.

Einige Zimmer vom Beobachtungsraum getrennt standen
e Bechergläser mit den zu induzierenden Blechen. Das
tive Thorpräparat, ich verwendete ca. 40 g Thoroxyd, oder
s Hydroxyd, das nach Rutherford starke Emanation zeigt,
ar mit Filtrierpapier bedeckt und auf + 200 Volt geladen,
e frei darüber hängenden Bleche waren mit dem – 220-Pol
r städtischen Leitung verbunden.

Abfallkurven der induzierten Aktivität.

Setzt man verschiedene Metalle der induzierenden Wirkung
s Thorpräparates aus, so zeigen sie in Übereinstimmung

mit den Rutherfordschen Angaben dieselben Abfalll
der Aktivität. Es ist dies insofern wichtig, als dadurc
Beweis erbracht ist, daß die Abnahme der Aktivitä
abhängig von der Natur der Substanz ist, auf der sie
densiert wurde. Wenn also, wie weiter unten gezeigt
Metalle, z. B. Kupfer, unter gewissen Umständen verschi
Abfallkurven ergeben, so bedeutet dies, daß wir es in
treffenden Fall mit einer anderen Art von Aktivität zu
haben. In den Tabellen bedeutet A die Aktivität, gem
durch die Geschwindigkeit, mit der sich die Nadel auflu

Aktiviertes Pt.

Stunden	log A
0	2,00
1	1,99
5	1,86
23	1,40
30	1,20
54	0,62

1.[1]) Aktiviertes Pd.

Stunden	log A
0	2,00
1	2,00
5	1,88
23	1,43
30	1,23
54	0,60

2.[1]) Aktiviertes Cu.

Stunden	log A
0	2,62
5	2,44
$25^1/_4$	1,82
$30^1/_4$	1,66
49	1,08
$52^1/_2$	0,98
71	0,56
143	0,50 – 1

Aktiviertes Sn.

Stunden	log A
0	2,65
$4^1/_2$	2,50
23	1,99
29	1,78
46	1,30
52	1,11
71	0,35

Aktiviertes Pb.

Stunden	log A
0	2,68
5	2,62
24	2,08
$29^1/_2$	1,89

1) Dieser Index bezieht sich auf die gezeichneten Kurven.

Kurven, Zeit als Abszissen, Aktivität als Ordinaten ge-
t, werden gut durch eine e-Funktion dargestellt[1]):

$$J = J_0 e^{-\lambda t}.$$

ägt man nach Curie[2]) die Logarithmen der Aktivitäten
erhält man gerade Linien, die für die verschiedenen
parallel sind (Fig. 2). Nur die Anfänge der Abfall-
4.

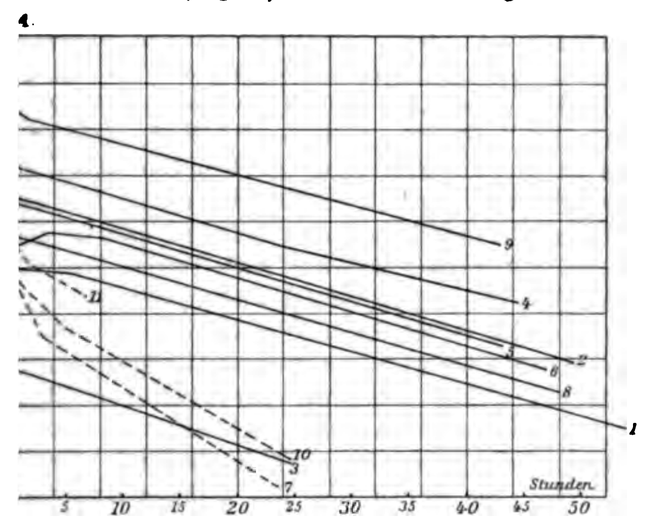


Fig. 2.

zeigen Unregelmäßigkeiten. Setzt man nämlich einen
nur kurze Zeit der induzierenden Wirkung aus, so
ach Rutherford[3]) die Aktivität einige Stunden nach
rausnehmen noch an, bevor sie den normalen Abfall
Beifolgend eine Tabelle eines Pt-Bleches, das $^1/_8$ Stunde
Gefäß mit Thor gelassen war.

Zeit	Aktivität	Zeit	Aktivität
0	35	1 Stunde	117
Min.	41	$2^3/_4$ Stunden	134
Stunde	55	$4^1/_2$ "	157
"	74	5 "	142
"	100	23 "	45

1) E. Rutherford, l. c. 2) P. Curie, l. c.
3) E. Rutherford, Physik. Zeitschr. 3. p. 254. 1902.

Exponiert man einige Stunden, so bemerkt man da
steigen nur schwer, in einigen Fällen gar nicht. In
oben angeführten Fällen waren die Bleche durch mind
15 Stunden dem Thor ausgesetzt. Was den Abfall der Akt
betrifft, so zeigt sich also keine spezifische Wirkung
Metalles. Ebenso war es ohne wesentlichen Einfluß, ol
Bleche nach Herausnehmen aus dem Induktionsgefäß in
auf mehreren + oder — 1000 Volt geladen waren. A
wenn man die Schnelligkeit betrachtet, mit der sich vers
dene Metalle aufladen. Hier fand ich eine spezifische Wirl
für Palladium. Ein Pt- und ein Pd-Blech gleicher Ge
wurden zu gleicher Zeit unter gleichen Umständen expo
und die Aktivität von Zeit zu Zeit gemessen. Das Palla
lud sich schneller auf wie das Platin und zeigte nach ca. 17 Stu
die doppelte Aktivität, während nach langem Aussetzen
Thorinduktion die Aktivitäten sich wieder näherten. Es sch
also, als ob das Pd die Emanation absorbieren würde. D
ist die Aktivität im Anfang auf dem Pd stärker als bein
Zum Schluß wirken beide nur als strahlende Oberfläc
daher das gegenseitige Annähern nach langer Exposition.
müssen also der Emanation die Fähigkeit zuschreiben, sich
Pd zu lösen. Sie verhält sich also in dieser Hinsicht äh
wie der Wasserstoff, der ja bekanntlich stark von Pd absorl
wird.[1]) Es ist dies eine von den vielen Analogien mit
Wasserstoff, wie weiter unten gezeigt wird. Dünne Bl
luden sich ebenfalls etwas schneller auf wie dicke.

Das Verhalten von Niederschlägen.

Löst man die auf die eben beschriebene Weise induzie
aktiven Bleche auf und fällt sie wieder durch ein Reagens
waren die Niederschläge mehr oder minder aktiv. Die O
fläche von induziertem Cu in HNO_3 gelöst und mit KOH
fällt, lieferte einen stark aktiven Niederschlag. Der Rest
Kupfer war inaktiv. Bei diesem, sowie den meisten angefüh
Versuchen empfiehlt es sich, nicht stark zu kochen, da
dann ein Teil der Aktivität fortzulösen scheint. Das gefä

1) Vielleicht wird man bei den Elster und Geitelschen Vers
über induzierte Luftaktivität stärkere Wirkung erhalten durch Verwend
von Palladium.

pfer zeigte den normalen Abfall der Aktivität. Wird das pfer als Sulfid mit Schwefelwasserstoff gefällt, so ist es nders aktiv. Elektrolytisch abgeschiedenes Cu zeigt ebenle Aktivität.

8.

	Stunden	log A
$Cu(OH)_2$	0	1,16
	$17^3/_4$	0,50
	$24^1/_2$	0,30
	$41^3/_4$	0,68 − 1

Sämtliche Niederschläge waren schwächer aktiv als das her gelöste Blech. Es leuchtet dies unmittelbar ein, da r im ersten Fall beim induzierten Blech die Aktivität über e Fläche in dünner idealer Verteilung haben. Bei sämtlen Niederschlägen ist die Aktivität im ganzen Präparat teilt, die Absorption in sich selbst viel stärker. Da dieser trag wechselnd ist, so hat eine quantitative Angabe des ertes der Aktivität des Bleches und des Niederschlages keine itere Bedeutung.

Aktives Magnesium in HCl gelöst und als Phosphat gelt gibt starke Aktivität und zeigt normalen Abfall, ebenso s noch aktive Filtrat.

Magnesiumphosphat.

Stunden	log A
0	1,14
16	0,65
22	0,42

Filtrat.

Stunden	log A
0	1,75
18	1,20
23	0,99

Wurde die aktive Mg-Lösung in zwei gleiche Teile geteilt d das Mg im einen Teil sofort, im anderen Teil erst nach Stunden gefällt, so zeigten beide Niederschläge gleiche Aktivität, ı Zeichen, daß der Abfall am Mg im Ionenzustand der iche ist, wie in freier Luft. Das mit HCl oder H_2S gefällte tive Silber gibt aktiven Niederschlag. Aktives Pb mit H_2SO_4 er H_2S gefällt gibt starke Aktivität, ähnlich die Niederläge von Ni mit KOH und Fe mit NH_3. Mit H_2S fällt her aktives Sn und Cd stark aktiv aus saurer Lösung.

Aktive Sn-Lösung vorsichtig mit NH_3 bis zum Neutralitätspunkt versetzt gibt einen intensiv aktiven Niederschlag.

Löst man einen Teil der Aktivität vom induzierten Zn, so ist, wie beistehende Tabelle und Fig. 2 zeigt, die Abfallkurve des als Karbonat gefällten Zinks parallel den anderen, ebenso die Kurve für das Abklingen der Restaktivität des Zn.

Aktives PbS.

Stunden	log *A*
0	1,55
$2^1/_2$	1,48
$4^1/_2$	1,42
24	0,83

4. Restaktivität des Zn.

Stunden	log *A*
0	2,90
$17^1/_4$	2,39
24	2,18
44	1,70
68	1,02

5. Aktives Zinkkarbonat.

Stunden	log *A*
0	2,59
$16^1/_2$	2,12
23	1,91
43	1,36

Aus diesen Versuchen folgt, daß die induzierte Aktivität auch an den Metallen in Ionenzustand haften bleibt, denn sämtliche aktiven Metalle aufgelöst und niedergeschlagen geben aktive Niederschläge. In einigen Fällen, z. B. bei einem PbS-Niederschlag, zeigte die Aktivität ein schnelleres Abklingen, als die eben angeführten Beispiele zeigen. Wir werden darauf noch zu sprechen kommen.

Chemische Einflüsse auf die induzierte Aktivität.

Nach den Rutherfordschen Arbeiten ist es bekannt, daß sich die induzierte Aktivität von den Blechen, auf denen sie kondensiert wurde, durch Säuren teilweise entfernen läßt. Salzsäure, Schwefelsäure und Flußsäure sind hierzu am besten geeignet. Bei meinen Versuchen verwandte ich Platinbleche ($2 \times 2^1/_2$ cm), welche mehrere Stunden der induzierenden Wirkung des Thoroxydes und Hydroxydes ausgesetzt waren. In

r Tabelle sind die Werte der Aktivität in Prozenten
lichen mitgeteilt, nachdem sie entsprechend be-
len. Trotz mancher Bemühungen war es mir nicht
nau übereinstimmende Zahlen zu erhalten. Der
ablösbaren Aktivität wechselte von Fall zu Fall.
ich immer ein allgemeiner Gang feststellen, die
Zahlen sind daher mehr als qualitative Resultate
n.

	Abnahme der Aktivität in Prozenten
ser abgespült	0
ser abgespült	0
endem Wasser	30
erdünnter HCl abgespült	68
hender verdünnter HCl	97,2
HCl abgespült	57
zentrierter HCl	63
HCl abgespült	59
H_2SO_4 abgespült	45
erdünnter H_2SO_4 abgespült	65
hender verdünnter H_2SO_4	99
er H_2SO_4 abgespült	54
onzentrierter H_2SO_4	66
dünnter NHO_3	58
zentrierter NHO_3	58
kochender verdünnter NHO_3	60
hender verdünnter NHO_3	80
bgespült	70
zentrierter Essigsäure	41
dünnter Essigsäure	50
warmer schwefliger Säure	25
Essigsäureanhydrit	23
Pikrinsäure	20
NH_3	23
I_2	50
NaOH abgespült	10
erdünntem kochendem NaOH	21
N	22
Chlorwasser abgespült	14
abgespült	14

	Abnahme der Aktivität in Prozenten
In lauwarmem Kaliumpermanganat abgespült	2
In KCl-Lösung	18
In Baryumkarbonat	1
In Baryumnitrat	0
In Kaliumjodid abgespült	0
In Ammoniumphosphat	0
Mit Alkohol gewaschen	0
Mit Äther gewaschen	0
In Methylalkohol	0
Aceton	0
Toluol	2
Benzol	2
Petroleum	10
Rohrzucker	0

Rutherford gibt an, daß durch Glühen die Aktivi teilweise entfernt werden kann, hierbei wird sie jedoch ni zerstört, sondern bloß verdampft. Sie kondensiert sich, Fanny Cook Gates[1]) kürzlich gezeigt hat, an den gebenden Gefäßwänden. Folgende Tabelle gibt die Abnah mit der Temperatur, die mittels Strahlung bestimmt wur Der dünne aktivierte Draht wurde mittels Strom geglü photometriert und aus der Helligkeit nach den Lummer Pringsheimschen Angaben die Temperatur abgelesen.[2])

Aktivierter Pt-Draht.

	2 Min. geglüht	800°	100 Proz.
dann	1/2 „ „	1020°	84 „
„	1/2 „ „	1260°	48 „
„	1/2 „ „	1460°	1 „
	5 Sek. geglüht	1250°	53 Proz.
	5 „ „	1420°	20 „
	5 „ „	1570°	8 „
	5 „ „	1690°	0,5 „

Einige Sekunden auf 1700° inaktiv.

1) Fanny Cook Gates, Phys. Rev. 85. 1903.

2) V. Rothmund, Nachrichten d. K. Gesellsch. d. Wissensch. Göttingen, Math.-phys. Kl. Heft 3. 1901.

Ein dünner ($d = 0,08$ mm) Pt-Draht in die Bunsenflamme halten, verlor in wenigen Sekunden seine Aktivität bis auf 5 Proz. Da man bekanntlich dünne Drähte in der Flamme f höhere Temperatur bringen kann wie dicke, so folgt unttelbar aus obigen Zahlen, daß die Abnahme für dünne ähte größer sein wird, wie für dicke Drähte. Es dürfte ztere Tatsache nicht auf Wirkung der Flammengase zurückführen sein.[1])

Die induzierte Aktivität scheint also einen mit der Tematur steigenden Dampfdruck zu besitzen, verhält sich aber ist ziemlich indifferent gegen chemische Einflüsse. Reduktions- l Oxydationsmittel hatten, wie die angeführten Zahlen zeigen, ne besondere Wirkung. Alkohol und Äther lösten so gut nichts von der Aktivität und wurden daher öfters zum ocknen verwandt. Natürlich muß bei den Versuchen darauf achtet werden, daß keine organischen Substanzen, Fett etc. der Oberfläche sind, Benzol würde sonst scheinbar Aktivität tlösen.

Wie oben gezeigt, bleibt die Aktivität aufgelöster aktivierter talle auch an den Ionen haften, ich stellte daher den Verh an, ob sich zugefügte inaktive Metalllösungen aktivieren len, indem man sie Lösungen zusetzte, die induzierte Aktivität hielten. Daß es möglich ist, auch in Lösungen Niederschläge aktivieren, ist bekannt. Besonders dem Ba wird, wie aus n Arbeiten von F. Giesel, Crookes, Debierne u. a. gt, die Eigenschaft zugeschrieben, „Aktivität mitzureißen". A. Hofmann und Wölfl[2]) teilen mit, daß es ihnen gegen sei, Erbium, Didym, Cer, Lanthan, Baryum, Calcium, rontium mit Uran zu induzieren.

Diese Versuche unterscheiden sich sämtlich von den genden meinen in dem Punkte, daß bei ihnen die zu aktirende Substanz mit wirklich primär radioaktiver Substanz Berührung gebracht und dann erst wieder getrennt wurde. meinem Fall wurden die induzierten aktiven Pt-Bleche mit ißer HCl behandelt, die so erhaltene aktive HCl enthält

---

1) E. Rutherford, Phil. Mag. Februar 1900.

2) K. A. Hofmann u. V. Wölfl, Chem. Ber. 35. II. p. 1453. 1902.

somit keine Spur Thor oder einer sonst dauernd aktiven Substanz, sondern bloß den vom induzierten Blech fortgelösten Teil der kondensierten Emanation, nach **Curie** bloß den Zustand, den man induzierte Aktivität nennt.

Ich darf hier wohl erwähnen, daß der Abfall der Aktivität, ähnlich wie es **Rutherford** für H_2SO_4 gezeigt hat, auch in der HCl-Lösung das gleiche Exponentialgesetz befolgt, wie das ursprünglich induzierte Blech. Gleiche Proben derselben Lösung zu verschiedenen Zeiten verdampft, ergaben zur selben Zeit untereinander genau gleiche Aktivität. Wurde nun zu dieser temporär aktiven Lösung $BaCl_2$ zugefügt und nach $^1/_2$ Stunde mit H_2SO_4 gefällt, so zeigte der mit H_2O gewaschene Niederschlag starke Aktivität, die das normale Abklingen befolgte. Im Anfang erfolgte, ähnlich wie bei kurz exponierten Blechen, ein Anstieg der Aktivität.

6. **Induziertes** $BaSO_4$.

Stunden	log *A*
0	2,14
$3^1/_4$	2,28
8	2,26
$22^1/_2$	1,86
47	1,10

Ebenso wurde Baryum aktiv, wenn man es einer salpetersauren aktiven Lösung zusetzte, in der die Oberfläche von aktivem Cu oder Ag aufgelöst war. Schon nach 3 Min. zeigte das mit H_2SO_4 gefällte Ba Aktivität. In einer salzsauren Lösung von aktivem Mg oder Al ließ sich Ba auch aktivieren. Ca zugesetzt und nach einiger Zeit gefällt zeigte deutliche Aktivität, die aber schneller abzuklingen schien. Kupfer wurde in salzsaurer aktiver Aluminiumlösung induziert. Es empfiehlt sich, mit H_2S zu fällen. Leitete man H_2S in aktive HCl ein und fügte Bleiacetat zu, so war das sofort ausfallende Blei stark aktiv.

Bleiacetat salpetersaurer Lösung, in der aktives Cu oberflächlich gelöst war, zugesetzt, nach einer Stunde mit H_2SO_4 gefällt, zeigte folgenden normalen Abfall.

Induziertes Pb.

Stunden	log *A*
0	2,61
20³/₄	2,10
42³/₄	1,40

Man könnte meinen, daß die Niederschläge die Aktivität mlich wie ein Gas okkludiert hätten. Eine in stark aktive Cl getauchte Kohle, die doch diese Eigenschaft sehr aussprochen besitzt, blieb aber gänzlich inaktiv.

Al ließ sich in aktiver HCl aktivieren, Ag, wenn ich viel schwächer, in salpetersaurer aktiver Cu-Lösung. benso glaube ich einen wenn auch schnell abklingenden iederschlag mit Platinchlorid von K in intensiv aktiver HCl kommen zu haben.

Sämtliche Niederschläge waren deutlich aktiv, d. h. erhten die natürliche Leitfähigkeit im Gefäß auf mindestens s 3fache, so daß Irrtum ausgeschlossen war. Einige von nen ließen sich so stark aktivieren, daß sich die Aktivität antitativ durch Tage verfolgen ließ. Auf gründliches Waschen urde besonderer Wert gelegt, damit nicht Spuren der Lösung e Wirkung beeinträchtigten.

Photographische Versuche wurden nicht angestellt, um ntliche Wirkung zu erhalten, hätte man über zu lange Zeitame exponieren müssen. Die angewandte empfindliche elekische Methode ermöglichte es in Minuten bez. Sekunden, die ktivität genau zu ermitteln.

Verhalten bei Elektrolyse.

Einige durch ca. 15 Stunden in dem Versuchsgefäß mit hor exponierten Bleche wurden durch mehrere Minuten mit ißer verdünnter HCl behandelt und die so erhaltene aktive Cl zwischen inaktiven Pt-Elektroden (2 × 2,5 cm) elektrosiert. Die Kathode war intensiv aktiv geworden, die Anode ieb inaktiv. Amalgamiertes Zn als Kathode zeigte gleichlls intensive Aktivität und den normalen Abfall der induerten Thoraktivität. Die aktive Pt-Kathode fiel etwas neller ab.

Elektrolyse von aktiver HCl 1/2 Stunde mit 0,12 *A*.

7. Pt-Kathode.

Stunden	log *A*
0	2,07
3	1,44
23	0,13

8. Amalg. Zn-Kathode.

Stunden	log *A*
0	2,30
1 3/4	2,24
18 1/4	1,76
48 1/4	0,89

Die mit Kalilauge versetzte alkalische aktive Lösung gab auch starken aktiven Niederschlag an der Kathode. Tauchte man in die aktive HCl-Lösung ein Zn-Blech, so schlug sich aktive Substanz an ihm nieder, ähnlich wie beim Marckwaldschen[1]) Versuch.

Hier sind nun zwei Hypothesen zulässig. Man könnte annehmen, daß die aktive Substanz von den Blechen durch die Salzsäure mechanisch abgelöst wurde und dann in Lösung ähnlich wie in Luft zu einer negativen Elektrode, auch hier zur Kathode wandere — oder wir lassen eine direkt elektrolytische Lösung der induzierten Aktivität zu, daß sie sich wie ein Metall löst und dann an der Kathode abgeschieden wird. Nach dieser zweiten Auffassung wäre es auch denkbar gewesen, daß sich die Aktivität an der Anode gezeigt hätte. Man könnte sich ganz gut radioaktives Chlor vorstellen, das in der Luft in einem elektrischen Felde durch die gleichen Ursachen wie die Emanation zur negativen Elektrode wandert, elektrolytisch gelöst aber an der Anode abgeschieden wird.

Haben wir es bei der induzierten Aktivität mit adsorbierten Gasen zu tun, so wären dies neben dem Wasserstoff neue Gase, die zur Kathode wandern.

Es spricht nun eine Reihe von Tatsachen für die zweite Hypothese von der Annahme einer elektrolytischen Lösung der Aktivität. Da Zn und amalgamiertes Zn gleiches Potential in HCl besitzen, so müßte sich nach der ersten Hypothese an einem amalgamierten Zn-Blech ebensoviel Aktivität niederschlagen, wie an einem gewöhnlichen Zn-Blech unter gleichen Umständen, eher noch mehr, da sich im letzteren Fall immer ein Teil der aktivierten Oberfläche weglöst. Der

1) W. Marckwald, Chem. Ber. 35. p. 2285. 1902.

ersuch entschied für die zweite Hypothese. In zwei genau leichen Teilen von derselben aktiven HCl-Lösung wurden zwei n-Bleche gleicher Gestalt, das eine amalgamiert, das andere icht, 2 Min. lang ausgesetzt. Das amalgamierte Blech zeigte ur den siebenten Teil der Aktivität des nicht amalgamierten. Bei elektrolytischer Ausfällung kommt es eben mit auf die Stromstärke an und die ist im zweiten Fall größer. Auch as schnelle Aktivieren spricht für einen anderen Mechanismus es Niederschlagens der Aktivität. Es waren Bruchteile einer Minute nötig, um aus der Lösung Aktivität auszufällen, während iel längere Exposition nötig war, um in Luft bei direktem Aussetzen der Emanation eine ähnliche Wirkung zu erzielen.

Wie schon oben angegeben, war die Pt-Anode inaktiv geblieben. Starke aktive H_2SO_4-Lösung zwischen Pt-Elektroden elektrolysiert gab auch starke Aktivität an der Kathode, die Anode wies eine schwache Spur auf. Anders, wenn man das Anion band. Das Chlor als Chlorsilber an einer Silberanode gebunden gab gleichfalls starke Aktivität und der Abfall ist, wie beifolgende Tabelle zeigt, der gleiche wie bei der ursprünglichen induzierten Thoraktivität.

Elektrolyse mit 0,2 *A* 20 Min.

9. Ag-Anode.

Stunden	log *A*
0	3,45
2	3,30
18½	2,86
43	2,20

Um bei aktiver H_2SO_4 einen ähnlichen Versuch zu machen, neutralisierte ich sie mit KOH und band den Sauerstoff mit einer Kupronelektrode aus fein verteiltem Cu oder Pb-Anode, die dann stark aktiv wurden. Es scheint also, als ob das Anion aktiv wäre, denn nur in den Fällen konnte ich Aktivität an der Anode erhalten, bei denen das Anion gebunden wurde. Das Chlor in aktiver Salzsäure mit Pb oder Ag gefüllt, gab aktive Niederschläge, wie die Niederschläge mit Pb und Ba in aktiver H_2SO_4.

Hier liegt nun die Hypothese nahe, daß das negative Anion in Lösung ähnlich wirkte, wie ein in Luft negativ ge-

ladener Draht, auf dem sich die Aktivität kondensiert. Daß die Ionen starkes elektrisches Feld hervorrufen, ist aus den Erscheinungen der Elektrostriktion[1]) bekannt. War die Annahme richtig, so mußte sich aus dem in HCl gelösten kathodischen Niederschlag nach neuerlicher Elektrolyse an der Ag-Anode wieder Aktivität zeigen. Der Versuch gab positives Resultat. Der aktive Niederschlag wurde von der Pt-Kathode in HCl abgelöst und der Vorgang öfters wiederholt, bis eine genügend aktive Lösung hergestellt war. Die Ag-Anode nach $^1/_2$ stündiger Elektrolyse mit 0,2 *A* zeigte sehr deutliche Aktivität, erhöhte die Luftleitfähigkeit auf das 4 fache.

Wurde umgekehrt die mit aktivem Chlorsilber überzogene Ag-Anode in Salzsäure in Berührung mit einem Zinkblech reduziert, so löste sich Aktivität vom Silber und schlug sich zum Teil am Zn nieder.

Es war also möglich, einen aufgelösten kathodischen Niederschlag durch neuerliche Elektrolyse an der Anode nachzuweisen.

Das aktive Chlorsilber in Ammoniak gelöst, gab nach Eindampfen aktiven Rückstand, auch konnte Aktivität in ammoniakalischer Lösung durch Zn ausgefüllt werden.

Wie schon oben erwähnt, wurde sowohl in alkalischer wie saurer aktiver Lösung getauchtes Zn aktiv und zeigte dann den gewöhnlichen Abfall der induzierten Thoraktivität ebenso wie das dann aus der Lösung als Karbonat gefällte aktive Zink.

Zn $1^1/_2$ Stunde lang in aktiver HCl.

Stunden	log *A*
0	2,44
$3^1/_2$	2,32
23	1,71
28	1,56

Zn 1 Min. in aktiver HCl.

Stunden	log *A*
0	2,01
1	2,09
$4^1/_4$	1,93
23	1,48

Das in Lösung gegangene Zn als Karbonat gefällt.

Stunden	log *A*
0	1,87
$20^1/_4$	1,26

1) W. Nernst, Theoretische Chemie p. 369.

Aus diesem Versuch erhellt auch, warum es nicht mög- war, die Aktivität von aktiviertem Zn vollständig abzu- n, ein Teil wird eben immer wieder durch das Zn aus- ällt. Wird blankes Platin, Palladium, Silber in die Lösung taucht, so blieben die genannten Metalle inaktiv. Kupfer, kel, Eisen, Aluminium, Zinn, Kadmium, Blei, Magnesium den aktiv. Hier zeigt sich jedoch ein beträchtlicher Unter- ed. Die auf Zn niedergeschlagene Aktivität befolgte das male Abklingen, das durch obiges Exponentialgesetz ge- en ist, anders jedoch die anderen Metalle. Ihre Aktivität in den meisten der beobachteten Fälle schneller ab, als erwartet hatte. Bei Cu, das diese Unregelmäßigkeiten am ksten zeigt, fiel der Wert manchmal in ca. $^3/_4$ Stunde auf Hälfte, doch konnte hier bei Wiederholung der Versuche e genaue quantitative Übereinstimmung erhalten werden. erhaltenen Kurven zeigten Unregelmäßigkeiten, immer trat r ein viel schnelleres Abklingen der Aktivität ein.[1]) Nach tunden konnte meistens keine Wirkung beim Cu mehr hgewiesen werden, manchmal blieb sie überhaupt sehr klein. empfiehlt sich, sehr konzentriert aktive Lösungen zu nehmen, die durch Cu niedergeschlagene Aktivität nur Bruchteile durch Zn ausgefällten beträgt.

Wir haben im Anfang gesehen, daß es für das Abklingen Aktivität ganz gleichgültig war, auf welches Metall wir Emanation kondensierten, daß also das aktivierte Metall einen Träger bildet und sich nicht an dem Vorgange des schwindens der Aktivität beteiligt. Hier nun der auf- nde Unterschied. Wir werden zu der Annahme gedrängt, die Emanation nicht einheitlich ist, sondern in zwei oder i Teile zerlegt werden kann. Ein Teil ist edler wie Cu, n durch Cu ausgefällt werden und sein Abklingen befolgt weitaus schnelleres Exponentialgesetz. Da diese Aktivität einen kleinen Teil der Gesamtwirkung ausmacht, wird sie dem ursprünglich mit Thor aktiviertem Blech nur als un- kbare Störung auftreten.

1) Es sind Versuche im Gange, ob es vielleicht durch ähnliche oden gelingt, gemeinsame Teile mit der induzierten Radiumaktivität, nach Rutherford unregelmäßiges schnelles Abklingen zeigt, nach- isen.

Blei zeigte, $^1/_2$ Stunde in aktiver Lösung gelassen, m
mal auch den schnellen Abfall, ebenso Ni in einigen F
Der edelste, schnell abfallende wird am leichtesten ausg
macht dann in diesem Fall den größten Prozentsatz aus,
das raschere Abklingen der Aktivität in den genannten F
Den verschiedenen Teilen wird man auch andere Löslich
zuschreiben können, woraus noch eine weitere Kompli
folgt. Weil wir jedoch für Pb auch den langsamen
der Aktivität erhielten, dürfte der Hauptbestandteil der
zierten Aktivität zwischen Pb und Cu in der Nähe des W
stoffs liegen.

So erklärt sich also der schnellere Abfall der in
Lösung aktivierten Bleche. Andererseits stieg manchm
Aktivität noch eine kurze Zeit nach dem Aktivieren an
durch den gleichen Mechanismus, wie bei direktem
Aussetzen der Thoremanation. Daß man sich mit diese
nahmen auf einer sicheren Grundlage bewegt, mögen
folgende Versuche bekräftigen.

Da ein Teil der gelösten induzierten Aktivität edl
Wasserstoff zu sein schien, so mußte es möglich sein,
mit Spannungen, die kleiner als die Zersetzungsspannu
Salzsäure (1,41 Volt) waren, aktive kathodische Nieders
zu erhalten. Die Versuche sind in folgenden Tabellen w
gegeben. Ein in die gleiche Menge derselben aktiven L
gebrachtes platiniertes Platin schien eine Spur Aktivit
geben, die aber bald erloschen war. Die durch Elekt
mit Spannungen unter 1,4 Volt erhaltenen kathodischen N
schläge waren sehr deutlich, erhöhten die Luftleitfähigke
das 6 fache und ließen sich Stunden lang verfolgen.

Mit 1 Volt 20 Min. lang aktive HCl elektrolysiert.

10.

Zeit	log A
0	2,12
10 Min.	2,04
40 „	1,92
1 Stunde 45 „	1,80
2 Stunden 40 „	1,70
6 „ 40 „	1,50
25 „	0,30

[illegible]ngelegte Spannung 0,75 Volt durch 80 Min.

[illegible]Platinierte Pt-Kathode.

Zeit	log A
0	2,97
7 Min.	3,04
32 „	2,95
57 „	2,90
[illegible]Stunde 27 „	2,85
[illegible]Stunden 27 „	2,60
„ 27 „	2,53

Angelegte Spannung 0,45 Volt durch 25 Min.

11. Platinierte Pt-Kathode.

Zeit	log A
0	2,24
15 Min.	2,32
35 „	2,27
55 „	2,14
1 Stunde 30 „	2,07
2 Stunden 55 „	1,98
6 „ 30 „	1,75

Die abgeschiedene Substanz ist einige Zehntel Volt edler [illegible]s Wasserstoff, daher genügte die geringere Spannung zur [illegible]ektrolyse. Die Aktivität dieses Teiles der induzierten [illegible]ktivität sinkt in ca. $4^{3}/_{4}$ Stunden auf die Hälfte, gegenüber [illegible]m normalen Abfall von 11 Stunden.

Eingetauchtes Ag, Pd und blankes Pt blieben inaktiv, [illegible]urden intensiv aktiv, wenn sie in Lösung mit amalgamierten [illegible]n in Berührung waren, so daß sich Wasserstoff an ihnen [illegible]twickelte. Die Wirkung erreichte oft die obere Grenze, die ich [illegible]ch beobachten konnte und entlud sehr deutlich das Elektroskop.

Nun ist es auch nach obigem klar, warum wir in einigen [illegible]llen bei den induzierten Niederschlägen voneinander ver[illegible]schiedene Abfallkurven fanden. Den verschiedenen Teilen der [illegible]duzierten Aktivität kommt verschiedene Leichtigkeit des [illegible]usfällens und wahrscheinlich auch verschiedene Löslichkeit [illegible]. Daher ist es nicht erstaunlich, wenn wir Abweichungen [illegible]nden. Die in ihrer Aktivität schnell abfallenden Nieder[illegible]schläge waren stets schwächer aktiv als diejenigen mit nor[illegible]malem Verhalten, ein Zeichen, daß nur ein Teil der Gesamt[illegible]aktivität ausgefällt war.

Die aufgelöste induzierte Aktivität zeigt aber noch eine [illegible]erkwürdige Eigenschaft, die bei der elektrolytischen Ab[illegible]scheidung der Gase auftritt: das Phänomen der sogenannten [illegible]Überspannung. Wasserstoff scheidet sich am leichtesten am [illegible]platinierten Platin ab; um Wasserstoff an anderen Metallen [illegible]zu entwickeln, ist eine um mehrere Zehntel Volt höhere Span[illegible]nung, die sogenannte Überspannung nötig.

Ähnliche Verhältnisse scheinen hier vorzuliegen. Silber in aktive verdünnte HCl getaucht, war inaktiv geblieben, wurde es aber mit platiniertem Platin in Berührung gebracht, so wurde das Pt aktiv und zeigte schnelleren Abfall.

Das Silber polarisiert das Platin bis zum Silberpotential[1], am platinierten Platin kann sich wegen der geringen Überspannung die Aktivität niederschlagen, am Silber aber nicht.

Ebenso scheint auch Cu eine Überspannung zu besitzen. Platiniertes Platin mit Cu in Berührung, gab immer am Pt Aktivität, die schnell abfiel. Allein hineingetauchtes Cu wurde viel schwächer aktiv, manchmal blieb die Wirkung ganz aus.

Alle Unregelmäßigkeiten erklären sich dann leicht, wenn man den verschiedenen Aktivitäten verschiedene Stellen in der Spannungsreihe und verschiedene Löslichkeit zuschreibt.

Reduktionsmittel haben bekanntlich die Eigenschaft, platiniertes Platin kathodisch gegen das Wasserstoffpotential zu polarisieren. Pt in einem Gemisch von aktiver HCl und schwefliger Säure wirkt ebenso wie ein in die Lösung getauchtes unedleres Metall.

Der Versuch ergab starke Aktivität am platinierten Platin.

Kupfer entwickelt in mit überschüssigem KCN versetzter Salzsäure, wegen der durch Komplexbildung äußerst geringen Ionenkonzentration, Wasserstoff am platinierten Platin. Wurde dieser Versuch mit aktiver Salzsäure und bei überschüssigem Cyankali angestellt, so blieb trotz stürmischer Wasserstoffentwickelung das platinierte Platin inaktiv. Vielleicht findet hier auch eine Komplexbildung der aktiven Ionen statt, so daß sich nichts am Platin abscheidet.

Erwähnen möchte ich noch zum Schluß einen Versuch, der sich mit der elektrischen Überführung der Aktivität beschäftigt, obwohl er kein weiteres Resultat ergab.

In dem Coehnschen Überführungsgefäß[2]) wurde nach 1stündiger Elektrolyse mit 1 A die Anodenflüssigkeit aktiver:

Anodenflüssigkeit : Mitte : Kathodenflüssigkeit = 10 : 6 : 5.

---

1) In normaler Salzsäure ist das Silberpotential wegen der geringen Löslichkeit des Chlorsilbers (ca. 10^{-5} Mol pro Liter) um 0,58 Volt gegen das Wasserstoffpotential zu verschoben.

2) A. Coehn, Chem. Ber. 35. p. 2073. 1902.

der Annahme, daß man mit so hohem Potential arbeitet, sich die Ionen im Verhältnis ihrer Ionenkonzentration scheiden, und jedes Ion eine gleiche Menge Aktivität liefert, ferner, daß das aktive Chlorion die gleiche Beweglichkeit wie das inaktive, läßt sich folgende Formel für die ivitätsabnahme aufstellen.

Abnahme an der Kathode:

$$\alpha\left(1-\frac{\mu'}{\mu(1-\alpha)+\alpha\mu'+v}\right).$$

Abnahme an der Anode:

$$\alpha'\left(1-\frac{v}{\mu(1-\alpha)+\alpha\mu'+v}\right).$$

μ Beweglichkeit des Wasserstoffions,
μ' „ der Aktivität,
v „ des Chlors.

$$\alpha=\frac{\text{konz. der Aktivität}}{\text{konz. der Säure}},\quad \alpha'=\frac{\text{konz. der aktiven Chlorionen}}{\text{konz. der Säure}}.$$

Da man α und α', auch α/α' nicht bestimmen kann, so t sich nichts weiteres über die Beweglichkeit der gelösten ivität aussagen. Höchstens nur soviel, daß sie auch in em Fall ein ausgeprägtes elektrochemisches Verhalten zeigt.

Es wäre schwer, alle die mitgeteilten Versuche mit der othese zu erklären, daß die induzierte Aktivität nur ein and ist. Zustand ist immer an Materie geknüpft und hier e es manchmal schwer, eine Materie zu finden, die entechendes Verhalten zeigt, z. B. bei der Elektrolyse der Salzre mit 0,45 Volt. Es ist kein bekanntes Ion in der Lösung handen, das sich bei so niedrigem Potential an der Kade abscheidet. Die materielle Existenz der Emanation und luzierten Aktivität ist sehr wahrscheinlich gemacht. Man an an Edelgase denken, die ähnliches Verhalten wie der asserstoff zeigen.

Zusammenfassung der Resultate.

1. Die durch direkte Thoremanation induzierten Metalle gen alle durch das gleiche Exponentialgesetz bedingten fall.
2. Palladium scheint die Emanation zu absorbieren.

3. Die Aktivität bleibt nach Auflösung der Metalle auch an den Ionen haften, das wieder ausgefüllte Metall gab aktiven Niederschlag.

4. Die induzierte Aktivität kann von den induzierten Blechen gelöst und durch Elektrolyse an der Kathode erhalten werden, an der Anode nur dann, wenn das Anion gebunden wird.

5. Aus diesen keine Spur Thor enthaltenden Lösungen konnten aktive Metallniederschläge ausgefällt werden.

6. In aktive Lösung getauchtes Cu, Sn, Pb, Ni, Fe, Cd, Zn, Mg, Al wurden aktiv, Pt, Pd, Ag blieben inaktiv.

7. Aus dem verschiedenen Abfall der durch Metalle ausgefällten Aktivitäten wurden Schlüsse auf die Zusammensetzung der induzierten Aktivität gezogen und Teilen von ihr Plätze in der Spannungsreihe angewiesen. Der Hauptbestandteil, der den natürlichen Abfall der induzierten Aktivität bildet, liegt zwischen Cu und Pb in der Nähe des Wasserstoffs. Edlere, schneller abfallende mehrere $^1/_{10}$ Volt höher.

8. Die induzierte Aktivität scheint eine Art Überspannung am Ag und Cu zu zeigen.

9. Die materielle Natur der induzierten Aktivität ist hierdurch wahrscheinlich gemacht.

Zum Schlusse sei es mir noch gestattet, Hrn. Prof. Nernst für die Anregung zum Arbeiten auf diesem Gebiet, sowie für sein Interesse an dem Fortgange der Arbeit meinen aufrichtigsten und ergebensten Dank auszusprechen.

Göttingen, Phys.-chem. Institut, Juli 1903.

(Eingegangen 26. Juli 1903.)

4. Über die Lichtabsorption wässeriger Lösungen von Kupfer- und Nickelsalzen; von E. Müller.

(Auszug aus der Berliner Inaugural-Dissertation.)

I. Einleitung.

§ 1. Trifft Licht von der Intensität J auf ein absor-rendes Medium von der Schichtdicke d, so ist die Inten-ät J' des austretenden Lichtes gegeben durch die Gleichung

$$J' = J \, . \, 10^{-\varepsilon d}, \tag{1}$$

rin ε, der sogenannte Extinktionskoeffizient, eine für das sorbierende Medium charakteristische Konstante ist, die von r Wellenlänge abhängt.

Für die Lösung einer absorbierenden Substanz in einem rblosen Lösungsmittel ändert sich der Extinktionskoeffizient it der Konzentration. Hat die Verdünnung einer solchen sung keinen anderen Einfluß, als daß die Zahl der in 1 ccm sung enthaltenen absorbierenden Moleküle verkleinert wird, ist es wahrscheinlich, daß ε der Konzentration c propor-nal ist, daß also der Extinktionskoeffizient für die Konzen-ation c

$$\varepsilon_c = A \, . \, c \tag{2}$$

t. Diese Gleichung ist von Beer[1]) zuerst aufgestellt worden nd wird als das Beersche Absorptionsgesetz bezeichnet. ach demselben ist A, der sogenannte molekulare Extinktions-oeffizient der gelösten Substanz, eine von der Konzentration nabhängige Konstante.

Das Beersche Absorptionsgesetz gilt nur in wenigen llen streng, im allgemeinen ändert sich A mit der Konzen-ration, so daß

$$\varepsilon_c = A_c \, . \, c \tag{3}$$

---

1) A. Beer, Pogg. Ann. 86. p. 78. 1852.

die elektrisch geladenen Ionen zerfallen; der Dissoziatio
d. i. das Verhältnis der Anzahl der dissoziierten zur G
zahl der gelösten Moleküle, nimmt mit der Verdünnung
wird für unendliche Verdünnung gleich 1. Dieser Grenz
wird im allgemeinen schon bei endlichen Verdünnungen e

Aus dieser Theorie zieht Knoblauch[2]) folgende S
über die Abhängigkeit der Lichtabsorption von der K
tration bei elektrolytischen Lösungen.

1. Das Absorptionsspektrum der konzentrierten, we
soziierten Lösung eines Körpers muß verschieden se
demjenigen der sehr verdünnten, nahezu vollkomm
soziierten, weil die Absorption in der ersteren haupts
durch die nichtdissoziierten, in der zweiten durch d
soziierten Moleküle hervorgerufen wird.

2. Das Absorptionsspektrum verschiedener Salze de
gefärbten Metalles (bez. derselben gefärbten Säure) m
hinreichender Verdünnung, bei welcher der Grenzzusta
Dissoziation erreicht ist, das gleiche werden, voraus
daß in den dissoziierten Lösungen der betreffenden Sa
Absorption durch das gleiche Ion ausgeübt wird.

Knoblauch unterzog die von ihm aus der Dissozi
theorie gezogenen Folgerungen einer eingehenden Prüfun
dieselben jedoch nicht in allen Fällen bestätigt.

Ostwald[1]) zeigte, daß die Knoblauchschen Beobachngen nicht frei von Versuchsfehlern sind und prüfte selbst zweite Knoblauchsche Folgerung an einer großen Reihe n Salzen, indem er die Absorptionsspektra der verdünnten sungen unter geeigneten Bedingungen photographierte; dabei gte sich die Knoblauchsche Theorie aufs vollkommenste stätigt. Seitdem hat sich mit den Beziehungen zwischen ihtabsorption und Dissoziation eine große Reihe von Physern und Chemikern beschäftigt.

Die zahlreichen, bisher über die Lichtabsorption in sungen angestellten Versuche sind jedoch fast ausschließlich litativ; insbesondere ist die Knoblauch-Ostwaldsche eorie über die Lichtabsorption verdünnter Lösungen solcher ze, die ein gemeinsames farbiges Ion besitzen, deren anderes aber farblos ist, noch nie quantitativ geprüft worden. eck der vorliegenden Arbeit ist es, den Einfluß der Kontration auf den molekularen Extinktionskoeffizienten wäsiger Kupfersalzlösungen für ein möglichst großes Wellengengebiet und für möglichst viele Konzentrationen messend verfolgen. Für die wässerigen Lösungen der Nickelsalze dieser Einfluß qualitativ untersucht worden.

II. Apparate und Methoden.

§ 2. Zu meinen Versuchen diente ein von Franz Schmidt Hänsch nach den Angaben von Martens hergestelltes lorimeter. Fig. 1 stellt einen vertien Schnitt durch die Hauptteile des parates dar.

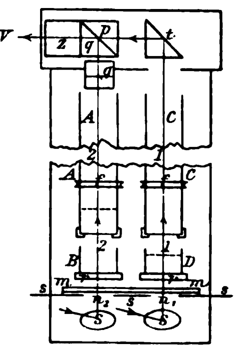


Fig. 1.

Das Licht einer Nernstlampe wird den beiden Spiegeln S reflektiert trifft durch zwei Öffnungen n_1 und n_2 dem Metallschirm $s\,s$ auf das Milchs $m\,m$. Von den beiden beleuchteten llen des Milchglases gehen zwei ahlenbündel 1 und 2 aus, welche h dem Durchgang durch die Flüssigsröhren D und C bez. B und A zur

1) W. Ostwald, Zeitschr. f. phys. Chem. 9. p. 579. 1892.

photometrischen Vergleichsvorrichtung gelangen. Der wesentliche Teil der letzteren ist ein aus zwei rechtwinkligen Prismen p und q bestehender Lummer-Brodhun-Würfel. Die Hypotenusenflächen der Prismen sind aneinander gekittet; ein Teil der Hypotenusenfläche von q ist versilbert. Der versilberte Teil, ein zu den Prismenkanten senkrechter Streifen in der Mitte der Fläche, reflektiert das Bündel 2 in die Richtung pv; der unversilberte Teil läßt die von der versilberten Hypotenusenfläche des Prismas t in die Richtung tv reflektierten Strahlen 1 hindurchtreten.

Der weitere Verlauf der Strahlen wird am besten aus Fig. 2 klar, welche die Vergleichsvorrichtung von oben gesehen darstellt; die aus dem Lummer-Brodhun-Würfel pq austretenden Strahlen werden durch das rechtwinklige Prisma z in die Beobachtungslupe l reflektiert.

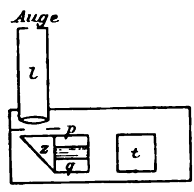


Fig. 2.

Bevor das Bündel 2 in den Lummer-Brodhun-Würfel eintritt, passiert es eine aus zwei Stücken zusammengekittete Glasplatte g und durchläuft dabei dieselbe Glasdicke, wie das Bündel 1 im Prisma t. Dadurch ist erreicht, daß die Bündel 1 und 2 beim Durchgang durch die Vergleichsvorrichtung gleiche Bruchteile durch Reflexion und Absorption verlieren. Infolgedessen verschwinden bei richtiger Stellung der Nernstlampe und der Spiegel S die Trennungslinien des Gesichtsfeldes vollständig. Dieses besteht aus drei Teilen; die Trennungslinien liegen vertikal (vgl. Fig. 3); der mittlere Teil wird vom Bündel 2, die beiden äußeren Teile werden vom Bündel 1 beleuchtet.

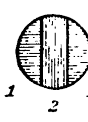


Fig. 3.

Alles fremde Licht wurde durch ein schwarzes Tuch, das den ganzen Apparat umgab und auf den Metallschirm s niederfiel, sorgfältig ferngehalten.

Als Absorptionsgefäße dienten zwei kurze und zwei lange Glasröhren. Jede Röhre ist unten mit einem Schraubenverschluß versehen, welcher eine Spiegelglasplatte gegen das Rohrende drückt. Die Länge der kurzen Röhren betrug 4,35 cm, die der langen 40,00 cm. Die Orientierung der Röhren im Apparat zeigt Fig. 1. Die kleinen Gefäße B und D wurden

ingfassungen r eingesetzt, die großen A und C wurden h aufgekittete Ringe ff getragen, welche seitlich in passende ungen eingeschoben wurden.

Die Röhren wurden mit Quecksilber kalibriert und erwiesen ch als gut zylindrisch. Ferner war in die Röhren A und D genau gleicher Höhe über dem Boden eine Marke eingeätzt Fig. 1 gestrichelt gezeichnet). Der Zweck dieser Marken ird aus dem Folgenden klar.

Bei den Versuchen waren die Röhren stets bis zum oberen ande gefüllt und hier durch eine aufgeschobene Glasplatte rschlossen. Die ursprüngliche Absicht, mit freien Flüssig-eitsoberflächen zu arbeiten und etwaige Abweichungen vom eerschen Gesetz durch Veränderung der Schichtdicke zu essen, mußte aufgegeben werden, da infolge der Brechung es Lichtes an den Flüssigkeitsmenisken die Beleuchtung der esichtsfelder ungleichmäßig wurde.

Für sehr stark absorbierende Substanzen standen anstatt er Röhren B und D andere Absorptionsgefäße zur Verfügung, elche derartig eingerichtet waren, daß mittels eines Schrauben-erschlusses zwei Glasplatten gegen einen planparallel ge-chliffenen Glasring gepreßt wurden. Die durchstrahlte Schicht-icke betrug hier nur 0,568 cm.

Mit diesem Apparate wurde das Beersche Gesetz in der Weise geprüft, daß zunächst ohne absorbierende Medien auf eichheit der Gesichtsfelder eingestellt wurde. Darauf wurden uf beiden Seiten gleiche Mengen lichtabsorbierender Substanz, doch in verschiedenen Konzentrationen, und gleiche Mengen es Lösungsmittels in den Gang der Lichtstrahlen gebracht. ies wurde dadurch erreicht, daß *die Röhren A und D mit er zu untersuchenden Lösung bis zur Marke gefüllt wurden; arauf wurde in beiden Röhren bis obenhin das Lösungsmittel ufgegossen und die Gefäße mit Glasplatten verschlossen.* Hier-ei wurde selbstverständlich für gute Vermischung der Lösungen orge getragen. Dann werden offenbar auf beiden Seiten die leichen Mengen absorbierender Substanz durchstrahlt, das rodukt aus molekularer Konzentration und Schichtdicke ist uf beiden Seiten das gleiche; *unter der molekularen Konzen-ation ist die in 1 Liter der Lösung enthaltene Anzahl Gramm-oleküle des gelösten Salzes zu verstehen.*

Ferner wurden die beiden anderen Gefäße *B* und *C* mit dem Lösungsmittel gefüllt und oben mit Glasplatten verschlossen. Diese Anordnung bewirkt, daß auf beiden Seiten auch gleiche Mengen des Lösungsmittels durchstrahlt werden.

Bei dieser Versuchsanordnung nun müßten, die Richtigkeit des Beerschen Gesetzes vorausgesetzt, die Gesichtsfelder des Apparates gleiche Intensität und Farbe zeigen. Dies war jedoch bei den meisten untersuchten Lösungen nicht der Fall. Um die Abweichungen vom Beerschen Gesetz in den einzelnen Spektralregionen beurteilen zu können, bediente ich mich zunächst sogenannter Strahlenfilter. Solche Farbenfilter werden von den Schottschen Glaswerken in Jena hergestellt. Von diesen benutzte ich die Gläser[1]) 436^{III} (grün), 447^{III} (blau), 452^{III} (violett), welche dem physikalischen Institut von der Firma Schott und Gen. überwiesen wurden. Außerdem stand mir ein gewöhnliches rotes Kupferglas zur Verfügung, sowie zwei farbige Gläser, von denen das eine rot, gelb und grün, das andere grün, blau und violett durchließ.

§ 3. Da, wie sich zeigte, die Abweichungen vom Beerschen Gesetz für Strahlen verschiedener Wellenlänge verschieden groß sind, so mußten spektralphotometrische Messungen angestellt werden. Zu diesem Zweck wurde die Beobachtungslupe aus dem Kolorimeter entfernt. Das Prisma *z* (Fig. 2) entwirft von dem Lummer-Brodhun-Würfel *pq* ein virtuelles Bild *p' q'* (Fig. 4). Dieses virtuelle Bild wurde mittels zweier achromatischer Objektive auf dem Kollimatorspalt eines Spektralapparates[2]) abgebildet. Das so entstehende reelle Bild besteht aus drei Teilen, von denen

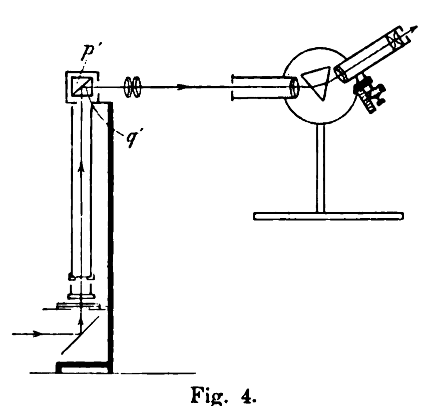


Fig. 4.

1) R. Zsigmondi, Zeitschr. f. Instrumentenk. **21.** p. 97. 1901.

2) Die Firma Franz Schmidt & Hänsch hat mir das Spektroskop längere Zeit geliehen, wofür ich bestens danke.

beiden äußeren vom Strahlenbündel 1, das mittlere vom ndel 2 beleuchtet werden.

Da diese drei Teile in vertikalen Trennungslinien zummenstoßen, so wurde das Spektroskop so orientiert, daß n Spalt horizontale Lage hatte, also das Beobachtungsfernhr in einer Vertikalebene drehbar war (Fig. 4). Man erblickt demselben drei nebeneinander liegende Spektren, von denen beiden äußeren das Absorptionsspektrum der konzentrierten, mittlere das der verdünnten Lösung darstellen. In der ularblende des Fernrohres wurde ein horizontaler Spalt anbracht, durch den aus allen drei Spektren ein schmaler zirk ausgeblendet wurde. Die Bewegung des Fernrohres olgte mittels einer Mikrometerschraube, deren Meßtrommel t Hilfe einiger bekannter Spektrallinien auf Wellenlängen icht wurde. Vor jeder Messung wurde die richtige phototrische Einstellung des ganzen Apparates kontrolliert.

Ist J die Intensität der beiden auffallenden Lichtbündel 1 d 2, bezeichnet man ferner Intensität des austretenden htes, molekularen Extinktionskoeffizienten, molekulare Kontration und Schichtdicke mit J_1', A_1, c_1, d_1 für die kontrierte, mit J_2', A_2, c_2, d_2 für die verdünnte Lösung, so infolge der Gleichung (4):

$$J_1' = J \cdot 10^{-A_1 c_1 d_1},$$
$$J_2' = J \cdot 10^{-A_2 c_2 d_2}.$$

raus folgt, wenn man berücksichtigt, daß infolge der Verhsanordnung $c_1 d_1 = c_2 d_2$ ist:

$$A_1 - A_2 = \frac{1}{c_1 d_1} \log \frac{J_2'}{J_1'}.$$

Die Messung des Verhältnisses J_2'/J_1' geschah durch tographisch geschwärzte Platten. Es wurden einige Platten schieden lange belichtet, und es ergab sich dann bei der twickelung ein verschiedener Grad der Schwärzung.[1] Diese tten wurden unmittelbar auf die Milchglasplatte m gelegt, l zwar auf dasjenige der Felder n, dessen zugehöriges Getsfeld das hellere war. Darauf wurde das Beobachtungs-

1) Für die Anfertigung der Platten bin ich Hrn. Dr. R. Defregger Dank verpflichtet.

fernrohr auf diejenige Wellenlänge λ eingestellt, für die dann Gleichheit der Felder vorhanden war.

Sei $J_2' > J_1'$ — dies war bei den Substanzen, an welchen Messungen angestellt wurden, der Fall — und schwäche die betreffende Platte das auffallende Licht um p Proz., so haben wir die Gleichung:

$$J_2' - \frac{J_2' \cdot p}{100} = J_1'.$$

Führt man dies in Gleichung (5) ein, so geht dieselbe über in:

$$A_1 - A_2 = \frac{1}{c_1 d_1} \log \frac{100}{100 - p}. \tag{6}$$

Hat man für eine bestimmte Anfangskonzentration c_1 die Differenz $A_1 - A_2$ gemessen, so findet man, indem man die Lösung im Gefäß D durch Wasser ersetzt ($A_1 = 0$), aus dieser Gleichung A_2, dadurch kennt man dann auch die A_1.

Die Größe p ist für photographisch geschwärzte Platten, wie sich durch Messung der Absorption einer Platte für verschiedene Wellenlängen mit dem Königschen Spektralphotometer ergab, von der Farbe des Lichtes so gut wie unabhängig. Daher konnte p mit dem Martensschen Polarisationsphotometer für weißes Licht[1]) gemessen werden.

Die Größe p hatte für die benutzen Platten folgende Werte

Tabelle 1.

	p
Platte 1	19,8
Platte 2	39,3
Platte 1 und Platte 2 .	51,3[1])
Platte 3	68,6
Platte 4	79,4
Platte 5	95,0

III. Beobachtungsresultate.

Bevor wir zur Darstellung der Beobachtungsresultate übe gehen, sei folgendes bemerkt: Wie bereits auf p. 772 erwähn ändert sich im allgemeinen der molekulare Extinktionskoeffizie

1) F. F. Martens, Phys. Zeitschr. 1. p. 299. 1900.

mit der Konzentration; es zeigte sich jedoch, daß derselbe bei unehmender Verdünnung einen Grenzwert erreicht; wir beeichnen denselben mit A_0. Wurde nun die Konzentration c_1 n Röhre D (Fig. 1) so groß wie möglich gewählt, so zeigte ich die Verdünnung in Röhre A bei allen untersuchten Subtanzen mit Ausnahme von Kupferacetat schon so weit vorgeschritten, daß A bereits seinen Grenzwert erreicht hatte. Man kann daher für diese Substanzen in Gleichung (6) A_2 lurch A_0 ersetzen.

Unter Berücksichtigung der Knoblauch-Ostwaldschen Theorie mögen nun im folgenden die Beobachtungsresultate zusammengestellt werden.

§ 4. *Kupfersulfat:* $CuSO_4 + 5H_2O$. Das Beersche Gesetz zeigte sich für alle durchgelassenen Farben bestätigt. In Tab. 2 sind die vom Verfasser bestimmten molekularen Extinktionskoeffizienten zusammengestellt.

Tabelle 2.

$CuSO_4$. Bezeichnungen vgl. p. 773 und 775.

p	$c_2 = 0{,}091$	
	λ in $\mu\mu$	A
19,8	—	—
39,3	512	0,060
51,3	524	0,088
68,6	538	0,139
79,4	549	0,189
95,0	569	0,358

Von F. Grünbaum[1]) sind neuerdings mit dem König-Martensschen Spektralphotometer Absorptionsmessungen an wässerigen $CuSO_4$-Lösungen angestellt worden, die als die genauesten der über dies Salz veröffentlichten Messungen gelten dürfen. In Tab. 3 ist ein Teil der aus den Grünbaumschen und Ewanschen[2]) Messungen sich ergebenden molekularen Extinktionskoeffizienten A zusammengestellt.

1) F. Grünbaum, Inaug.-Diss. Berlin 1902.

2) T. Ewan, Phil. Mag. (5) 33. p. 317. 1892.

Tabelle 3.
$CuSO_4$.

Ewan		Grünbaum	
λ in μμ	A	λ in μμ	A
495	0,024	480	0,010
510	0,050	492	0,017
526	0,090	500	0,023
543	0,164	508	0,036
563	0,298	521	0,063
		534	0,106
		546	0,167
		560	0,273
		568	0,357

Wie man aus Fig. 5 sieht, stimmen die Werte des Verfassers mit denen von Grünbaum nur für große Wellenlängen gut überein. Dies scheint daher zu rühren, daß Verfasser eine weiße Lichtquelle (Nernstlampe) benutzte, während Hr. Grünbaum sich monochromatischen Lichtes bediente.

Kupfersulfat.

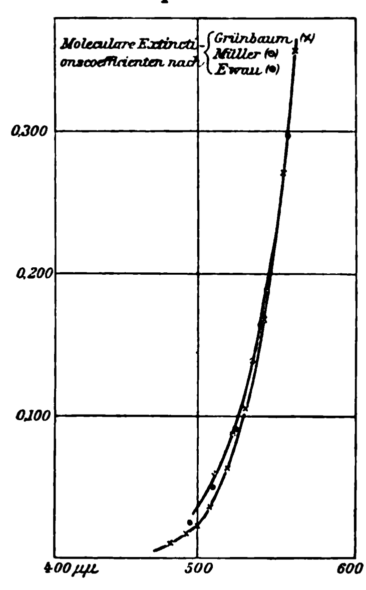


Fig. 5.

Vergleicht man nämlich mit den Werten des Verfassers diejenigen von Ewan, der sich ebenfalls einer weißen Lichtquelle bediente, so sieht man, daß diese Werte gut übereinstimmen (vgl. Fig. 5).

Die Absorption des roten Spektralendes ist, wie wir sehen werden, bei allen Kuprisalzen vorhanden; sie wird also durch das allen gemeinsame Kupfer bewirkt sein.

Daraus, daß in allen anderen Farben des Spektrums keine Absorption stattfindet, und daß das Beersche Gesetz im sichtbaren Gebiet erfüllt ist, folgt erstens, daß das Ion SO_4

ist, zweitens, daß das Cu seine spezifische Absorption beibehält, wenn es mit SO_4 zum Molekül $CuSO_4$ zu-
ıtritt.

.aufgeklärt bleibt die Tatsache, daß völlig wasserfreies farblos, $CuSO_4 + 1 H_2O$ grünlich ist.

n der Temperatur zeigt sich die Lichtabsorption in ger $CuSO_4$-Lösung unabhängig.

). *Kupferchlorid:* $CuCl_2 + 2 H_2O$. In Tab. 4 sind die ınen Werte $A_1 - A_0$ bez. A_0 zusammengestellt.

Tabelle 4.

$CuCl_2$. Bezeichnungen vgl. p. 773 und 775.

₁ = 2,668		c_1 = 2,002		c_1 = 1,336		c_1 = 0,667		c_1 = 0,073	
λ in μμ	$A_{2,668} - A_0$	λ in μμ	$A_{2,002} - A_0$	λ in μμ	$A_{1,336} - A_0$	λ in μμ	$A_{0,667} - A_0$	λ in μμ	A_0
86	0,008	515	0,011	485	0,017	457	0,033	494	0,033
15	0,019	498	0,025	477	0,037	428	0,075	520	0,075
08	0,027	495	0,036	468	0,055	—	—	532	0,109
03	0,043	488	0,058	462	0,087	—	—	545	0,173
96	0,059	483	0,079	457	0,119	—	—	554	0,237
—	—	—	—	—	—	—	—	—	—

r Verlauf der Kurven (Fig. 6) gibt ein Bild von den hungen vom Beerschen Gesetz. Würde dieses erfüllt ɔ müßte für alle Wellenlängen $A_1 - A_0 = 0$ sein; die müßten mit der Abszissenachse zusammenfallen. Am pektralende schmiegen sich die Kurven in der Tat an zissenachse an; da ist das Gesetz erfüllt. Am anderen :eigen sie steil empor. Der Ort dieses Anstieges rückt ıehmender Verdünnung nach kleinen Wellenlängen. Je lso die Verdünnung zunimmt, für um so mehr Wellen- erreicht A seinen Grenzwert A_0. Wird die Anfangs- ıung (c_1) so groß, daß die Kurve $A_1 - A_0$ im ganzen 'en Gebiet mit der Abszissenachse zusammenfällt, so innerhalb dieses Gebietes seinen Grenzwert erreicht.

Dieser Grenzwert ist, wie man sich überzeugt (vgl. F in Übereinstimmung mit der Knoblauch-Ostwal Theorie für Kupferchlorid der gleiche wie für Kupfer

Aus dem Gang der Differenzkurven mit zuneh Verdünnung kann man mit großer Wahrscheinlichkeit daß im Ultraviolett noc liche Abweichungen von schen Gesetz bestehen dasselbe im sichtbaren schon erfüllt ist. M also sehr vorsichtig sei man *nur die Farbe* einer beobachtet hat und Schlüsse auf den Disso grad ziehen will; wenn, $CuSO_4$, das Beersche G ganzen sichtbaren Gebi ist, so können immer weichungen von demsel im Ultraviolett oder vorhanden sein.

Kupferchlorid.

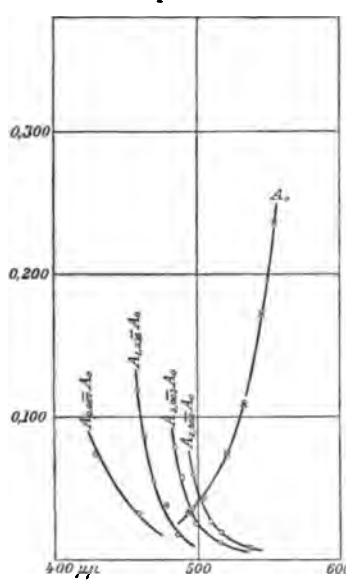


Fig. 6.

Die Lichtabsorption serigen $CuCl_2$-Lösunge nicht nur von der Konze sondern auch von der ratur in hohem Grade zwar hat Erhöhung der Temperatur auf die Lichtab einer $CuCl_2$-Lösung denselben Einfluß wie Vergrößeru niedrigung der Temperatur denselben Einfluß wie Verri der Konzentration. So wird z. B. die verdünnte (blaue) beim Erwärmen grün, die konzentrierte (grüne) Lösu Abkühlen blau; mit der früheren Temperatur kehrt s ursprüngliche Farbe zurück.

Wasserfreies $CuCl_2$ ist ein braungelbes Pulver.[1])

§ 6. *Kupferbromid: $CuBr_2$.* Tab. 5 enthält die gem Werte $A_1 - A_0$ bez. A_0.

---

1) O. Dammer, Handb. d. anorg. Chem. (II) **2.** p. 695. 1

Tabelle 5.

$CuBr_2$. Bezeichnungen vgl. p. 773 und 775.

p	c_1 = 1,390		c_1 = 0,737		c_1 = 0,545		c_1 = 0,369		c_2 = 0,059	
	λ in $\mu\mu$	$A_{1,390} - A_0$	λ in $\mu\mu$	$A_{0,737} - A_0$	λ in $\mu\mu$	$A_{0,545} - A_0$	λ in $\mu\mu$	$A_{0,369} - A_0$	λ in $\mu\mu$	A_0
[illegible],8	—	—	584	0,030	555	0,040	486	0,060	499	0,040
[illegible],3	629	0,275	572	0,068	520	0,091	457	0,135	523	0,091
[illegible],3	620	0,401	562	0,099	505	0,134	448	0,198	535	0,134
[illegible],6	609	0,636	541	0,157	488	0,212	—	—	549	0,212
[illegible],4	586	0,870	523	0,214	475	0,290	—	—	559	0,290
[illegible],0	542	1,647	493	0,406	—	—	—	—	—	—

Die Kurven (Fig. 7) verlaufen ebenso wie bei $CuCl_2$, insbesondere ergibt sich in Übereinstimmung mit der Knob-

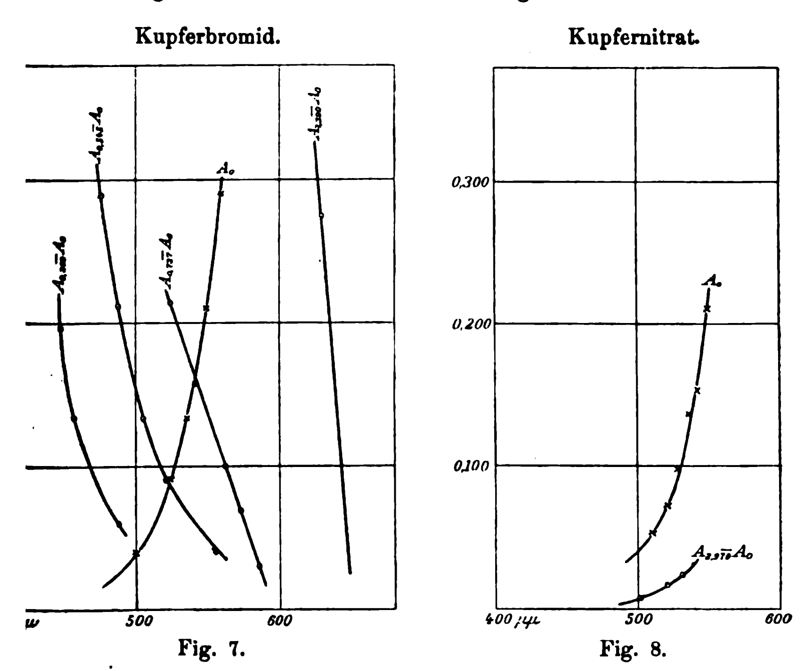


Fig. 7. Fig. 8.

lauch-Ostwaldschen Theorie für A_0 dieselbe Kurve wie bei $CuSO_4$ und $CuCl_2$ (vgl. Fig. 10). Man ersieht jedoch aus den

Kurven, daß die Abweichungen vom Beerschen Gesetz hier größer sind als bei $CuCl_2$. Auch für wässerige Lösungen von $CuBr_2$ gilt der Satz: Erhöhung der Temperatur hat auf die Lichtabsorption denselben Einfluß wie Vergrößerung, Erniedrigung der Temperatur denselben Einfluß wie Verringerung der Konzentration. Eine analoge Erscheinung ist vom flüssigen Brom bekannt[1]); kühlt man dasselbe auf -180^0 ab, so geht die dunkle rotbraune Farbe in ein helles Gelbrot über.

§ 7. *Kupfernitrat:* $Cu(NO_3)_2 + 6\,H_2O$. Hier ist das Beersche Gesetz am blauen Spektralende erfüllt, im Rot dagegen absorbiert die konzentrierte Lösung stärker als die verdünnte.

In Tab. 6 sind die gemessenen Werte $A_1 - A_0$ bez. A_0 zusammengestellt.

Tabelle 6.

$Cu(NO_3)_2$. Bezeichnungen vgl. p. 773 und 775.

p	$c_1 = 2{,}979$		$c_2 = 0{,}081$	
	λ in $\mu\mu$	$A_{2,979} - A_0$	λ in $\mu\mu$	A_0
19,8	501	0,007	510	0,053
39,3	521	0,017	521	0,072
51,3	532	0,024	529	0,098
68,6	—	—	537	0,137
79,4	—	—	542	0,155
95,0	—	—	550	0,212

Auch hier besitzt A_0 in Übereinstimmung mit der Knoblauch-Ostwaldschen Theorie dieselben Werte (Fig. 10), wie bei den bisher untersuchten Kupfersalzen.

Erwärmt man das wasserhaltige Salz, so schmilzt dasselbe in seinem Kristallwasser; dampft man diese Lösung ein, so wird sie grün.

§ 8. *Kupferacetat:* $Cu(C_2H_3O_2)_2 + H_2O$. Das Beersche Gesetz ist, wie beim Nitrat, am blauen Spektralende erfüllt, am roten absorbiert die konzentrierte Lösung stärker als die verdünnte.

---

1) F. F. Martens, Verhandl. d. Deutschen physik. Gesellsch. 4. p. 141. 1902.

Tabelle 7.

$Cu(C_2H_3O_2)_2$. Bezeichnungen vgl. p. 773.

$c_1 = 0{,}111$		$c_1 = 0{,}083$		$c_1 = 0{,}056$		$c_2 = 0{,}012$		$c_2 = 0{,}009$		$c_2 = 0{,}006$	
λ in $\mu\mu$	$A_{0,111}$	λ in $\mu\mu$	$A_{0,083}$	λ in $\mu\mu$	$A_{0,056}$	λ in $\mu\mu$	$A_{0,012}$	λ in $\mu\mu$	$A_{0,009}$	λ in $\mu\mu$	$A_{0,006}$
523	0,368	523	0,354	535	0,606	525	0,198	538	0,264	546	0,396
543	0,908	552	1,138	571	1,837	543	0,448	555	0,598	569	0,897
555	1,365	566	1,773	583	2,640	552	0,655	566	0,873	582	1,310
571	2,268	584	2,765	610	4,867	566	1,038	579	1,385	597	2,077
585	3,27	600	4,353	—	—	576	1,420	592	1,893	612	2,839
—	—	—	—	—	—	—	—	612	3,585	—	—

Tab. 7 enthält die molekularen Extinktionskoeffizienten[1] [2]) verschiedene Konzentrationen.

Für Kupferacetat konnte A_0 nicht gemessen werden, da diesem Salz A erst bei einer Verdünnung konstant zu den scheint, bei der wegen der schwachen Färbung Ab-)tionsmessungen nicht mehr angestellt werden konnten. ı sieht aber aus Fig. 9, wie auch hier die molekularen inktionskurven sich der Kurve A_0 der anderen Kupfersalze selbe ist gestrichelt gezeichnet) mit wachsender Verdünnung ern.

Über die Abhängigkeit der Lichtabsorption von der Tem- atur wurden bei diesem Salz keine Versuche angestellt, da ı dasselbe schon bei geringer Erwärmung zersetzt.

§ 9. *Kupferchlorat:* $Cu(ClO_3)_2 + 6\,H_2O$. Dieses Salz wurde qualitativ untersucht. Das Beersche Gesetz zeigt sich fast alle durchgelassenen Farben erfüllt, nur am aller- ersten roten Ende zeigen sich geringe Spuren von Ab- chungen, indem die konzentrierte Lösung etwas stärker orbiert als die verdünnte.

1) Hier mußten A_1 und A_2 einzeln bestimmt werden (vgl. p. 774 775).

2) Kupferacetat ist in Wasser viel weniger löslich als die anderen suchten Salze; da es trotzdem stark färbt, so sind die molekularen nktionskoeffizienten hier von etwa 10 mal höherer Größenordnung als jenen. Der Maßstab der Ordinaten in Fig. 9 ist deswegen 10 mal ær gewählt als für die anderen Kurven.

Erwärmt man die blauen, wasserhaltigen Kristalle, so schmelzen dieselben im Kristallwasser; bei weiterem Eindampfen wird diese Lösung grün.

§ 10. Es wurde bereits auf p. 778 darauf hingewiesen, daß bei $CuCl_2$ (und ebenso bei $CuBr_2$) Abweichungen vom Beerschen Gesetz wahrscheinlich auch im Ultraviolett vorhanden sind. In der Tat ergaben Versuche, welche Hr.

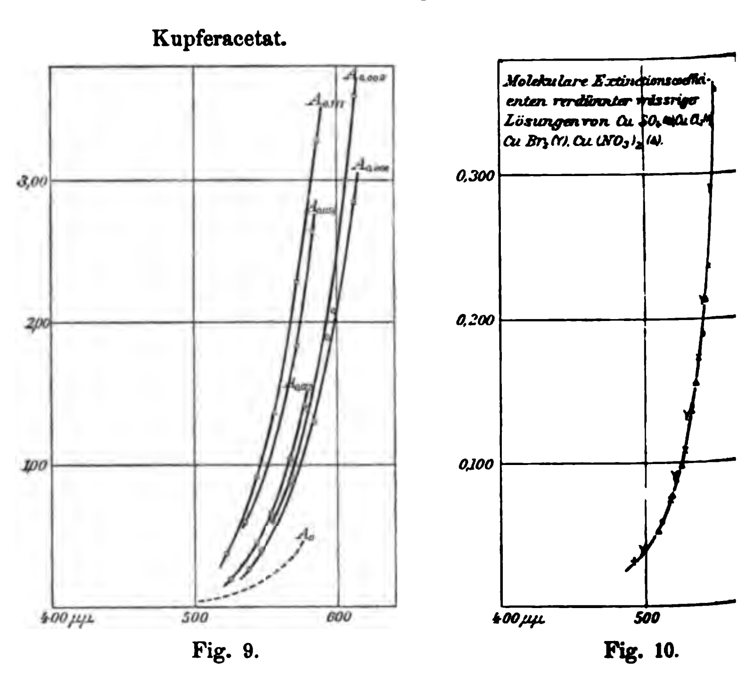


Fig. 9. Fig. 10.

Martens über das optische Verhalten von $CuCl_2$-Lösungen i Ultraviolett angestellt hat, folgendes:

Die Brechungsexponenten der konzentrierten Lösung fang bei etwa 310 $\mu\mu$ an, nach der Seite der kleinen Wellenlän hin erheblicher anzusteigen, von 298 $\mu\mu$ an ist die Lös auch bei einer Schichtdicke von nur wenigen hundertstel M metern undurchlässig; dies Verhalten erklärt sich, wenn i annimmt, daß reines Chlor seine Eigenschwingung bei 21 mit in das $CuCl_2$-Molekül hineinnimmt. Hierdurch würde auch die Absorption blauer Strahlen erklären, die ja i flüssigem Chlor eigentümlich ist. Bei verdünnten Cu

m steigen die Brechungsexponenten erst bei kleineren ängen an.

i der konzentrierten wässerigen $CuBr_2$-Lösung fällt die hwingung im Ultraviolett, wie Hr. Martens fand[1]), it der von Br_2 zusammen; die letztere liegt, ent- nd dem höheren Atomgewicht von Br[2]), bei größeren ängen als die von Cl_2, nämlich bei 310 $\mu\mu$. Hieraus s sich erklären, daß die Abweichungen vom Beerschen bei $CuBr_2$ größer sind als bei $CuCl_2$. Es scheint dem- aß Brom seine Absorption mit in das $CuBr_2$-Molekül mmt. In der verdünnten Lösung macht sich der Anstieg des Brechungsexponenten und der Absorption i viel kleineren Wellenlängen bemerkbar, nämlich ı 220 und 270 $\mu\mu$.

ch die Farblosigkeit des SO_4 steht in Übereinstimmung suchen des Hrn. Martens[3]), der wahrscheinlich ge- at, daß die Eigenschwingung des SO_4 unterhalb 100 $\mu\mu$ so keinen Einfluß im sichtbaren Gebiet ausüben wird.

1. *Nickelsalze.* Von den Salzen des Nickels wurden n untersucht, wie vom Kupfer, die meisten jedoch nur iv. Das Beersche Gesetz zeigte sich für alle durch- en Farben erfüllt beim Sulfat und Nitrat. Bei den Salzen sind die Abweichungen von derselben Art wie entsprechenden Kupfersalzen, doch sind sie ihrer Größe i weitem geringer als bei diesen. Immerhin sind sie cht beträchtlich beim Bromür ($NiBr_2$) und Chlorür dagegen sind beim Acetat ($Ni(C_2H_3O_2)_2$) und Chlorat $)_2$) nur ganz geringe Abweichungen vom Beerschen nachweisbar.

nlich wie die Kupfersalze zeigen auch alle Nickelsalze ünnter Lösung gleiche Farbe: $NiBr_2$ ist braun, $NiCl_2$ ı, $NiSO_4$ und $Ni(NO_3)_2$ sind grasgrün in konzentrierter ; in verdünnter Lösung zeigen diese Salze den gleichen Farbenton, und man darf wohl annehmen, daß auch h für alle Salze dieselbe Kurve A_0 ergibt. Die mole- Extinktionskoeffizienten sind für Nickelnitrat gemessen und in Tab. 8 zusammengestellt.

2) 3) F. F. Martens, l. c.

Tabelle 8.

$Ni(NO_3)_2$.

p	$c_2 = 0,053$	
	λ	A
19,8	511 / 489	0,045
39,3	534 / 480	0,102
51,3	553 / 474	0,149
68,6	565 / 467	0,236
79,4	577 / 457	0,322

Wie man aus Fig. 11 sieht, absorbiert Ni sowohl das rote, als auch das blaue Ende des sichtbaren Spektrums. Letztere Absorption ist offenbar die Ursache davon, daß die Abweichungen vom Beerschen Gesetz bei $NiCl_2$ und $NiBr_2$ bedeutend geringer sind, als bei $CuCl_2$ und $CuBr_2$.

Nickelnitrat.

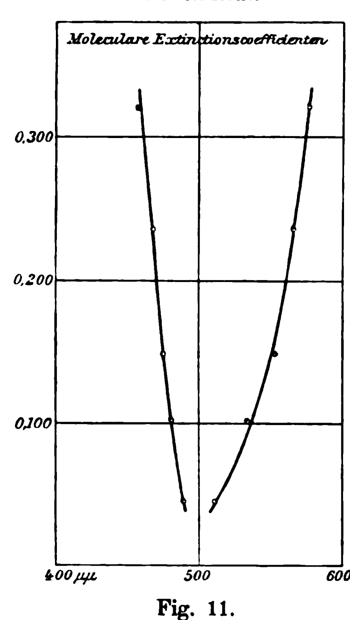


Fig. 11.

Die Farbe von $NiSO_4$ und $Ni(NO_3)_2$ zeigt sich unabhängig von der Temperatur, dagegen gilt für $NiCl_2$ und $NiBr_2$ wieder der Satz, daß Erhöhung der Temperatur auf die Lichtabsorption denselben Einfluß hat wie Vergrößerung, Erniedrigung der Temperatur denselben Einfluß hat wie Verringerung der Konzentration.

§ 12. *Zusammenstellung der Resultate.* 1. Das Cu übt im sichtbaren Gebiet in den verdünnten Lösungen aller unter-

hten Kupfersalze, sowie in den konzentrierten Lösungen
ı $CuSO_4$, $CuCl_2$, $CuBr_2$ die gleiche Absorption aus, und
ar absorbiert das Cu das rote Ende des sichtbaren Spek-
ms. In den verdünnten Lösungen tritt außer dieser durch
bewirkten Absorption keine weitere Absorption auf. Auch
der konzentrierten Lösung von $CuSO_4$ tritt zu der durch
ı Cu bewirkten Absorption keine weitere Absorption hinzu.
gegen tritt in den konzentrierten Lösungen von $CuCl_2$ und
Br_2 zu der durch das Cu bewirkten Absorption des Rot
:h eine solche des Blau und Violett hinzu, welche wahr-
ıeinlich durch Cl_2 bez. Br_2 bewirkt wird. In den konzen-
ırten Lösungen von Kupfernitrat und Kupferacetat tritt zu
' Cu-Absorption der verdünnten Lösung noch eine weitere
sorption des Rot hinzu.

2. Bei zunehmender Verdünnung nimmt der molekulare
tinktionskoeffizient bei den untersuchten Kupfersalzen einen
timmten Grenzwert A_0 an; ist dieser erreicht, so ist weitere
rdünnung auf die molekulare Lichtabsorption ohne Einfluß.
r Grenzwert A_0 ist in Übereinstimmung mit der Knoblauch-
twaldschen Theorie im ganzen sichtbaren Gebiet für alle
tersuchten Kupfersalze der gleiche; daher ist die molekulare
tinktionskurve der verdünnten Kupfersalzlösungen für die
sorption des Cu charakteristisch.

3. Auch bei den Nickelsalzen ist das Beersche Gesetz
allgemeinen nicht erfüllt; die Abweichungen sind hier von
selben Art, wie bei den entsprechenden Kupfersalzen; sie
d jedoch mit Ausnahme von $NiCl_2$ und $NiBr_2$ äußerst gering.
ch die Nickelsalze weisen bei genügender Verdünnung den
ichen grünen Farbenton auf, obwohl die konzentrierten
sungen zum Teil sehr verschiedene Farbe besitzen; dieser
rbenton ist demnach für Ni charakteristisch, und zwar
sorbiert Ni das rote und das blaue Ende des sichtbaren
ektrums.

4. Diejenigen Salzlösungen, bei denen das Beersche Ge-
z im ganzen sichtbaren Gebiet erfüllt ist, zeigen keine Ab-
ngigkeit ihrer Farbe von der Temperatur, während auf die
rbe der anderen untersuchten Salzlösungen Temperatur-
höhung denselben Einfluß hat wie Vergrößerung, Abkühlung
nselben Einfluß wie Verringerung der Konzentration.

5. Der wahrscheinliche Grund für die Nichterfüllung des Beerschen Gesetzes ist in der Dissoziation zu sehen. Hierfür spricht die Tatsache, daß die molekularen Extinktionskoeffizienten bei zunehmender Verdünnung einen bestimmten Grenzwert erreichen, und daß dieser Grenzwert in Übereinstimmung mit der Knoblauch-Ostwaldschen Theorie für alle untersuchten Kupfersalze der gleiche ist. Auch die schon erwähnte Abhängigkeit der Lichtabsorption von der Temperatur spricht hierfür, insofern die Änderung der Temperatur einer Lösung eine Änderung des Dissoziationsgrades zur Folge hat.

Vorliegende Arbeit wurde im physikalischen Institut der Universität Berlin angefertigt. Es sei mir gestattet, dem Leiter desselben, meinem hochverehrten Lehrer Hrn. Geh.-Rat Prof. Dr. Warburg für die Anregung zu dieser Arbeit, sowie das freundliche Interesse an derselben meinen ehrerbietigsten Dank auszusprechen.

Auch Hrn. Privatdozenten Dr. F. F. Martens bin ich für die wertvollen Ratschläge, mit denen er die Arbeit zu fördern immer bemüht war, zu stetem Dank verpflichtet.

Aachen, 30. Juni 1903.

(Eingegangen 18. Juli 1903.)

5. *Über Beobachtungen von kurz dauernden Luftdruckschwankungen (Windwogen); von M. Toepler.*

(Hierzu Taf. I, Photogramme 2, 3, 7a, 7b, 9 und 10. Die Photogramme 1, 4, 5, 6, 8 und 11 befinden sich im Text.)

In einer früheren Notiz[1]) habe ich einen Apparat angeben, mit welchem sich kleinste Luftdruckänderungen beobhten lassen; daselbst sind auch Beobachtungsdiagramme *riodischer* Druckschwankungen (Helmholtzsche Windwogen) itgeteilt.

Inzwischen ist von anderer Seite[2]) vergeblich nach periochen Luftdruckschwankungen gesucht worden. Ich habe aher vorigen Herbst meine Beobachtungen wieder aufgeommen. Die früher benutzte Vorrichtung hat hierbei insorn eine wesentliche Vervollkommnung erfahren, als die zeitubende Beobachtung des Libellenkuppenstandes durch *photoaphische* Registrierung desselben ersetzt wurde, wodurch der pparat für meteorologische Zwecke bequem brauchbar georden ist.

Im folgenden sei eine kurze *Besprechung des Apparates* d — im Anschlusse an eine Reihe von Photogrammen — iges über den Einfluß *lokaler Störungen*, über das Auftreten d den Charakter von *Luftdruckwogen*, sowie schließlich über Möglichkeit, aus den Aufnahmen ein neues meteorologisches ment, die „*barometrische Unruhe*", zu entnehmen, angegeben.

---

1) M. Toepler, Wied. Ann. 57. p. 472. 1896.

2) Vgl. J. Flögel, Naturw. Rundschau 16. p. 566—567. 1901 und tschr. d. Phys. (III) 57. p. 205. 1901. Vermutlich treten Luftdruckgen in der Tiefebene seltener auf als im Hügellande (Dresden). Gleichs mit dem von meinem Apparate sich in wesentlichen Teilen unteridenden Variometer von Hefner-Alteneck angestellte Beobachgen finden sich auch bei J. West, Wied. Ann. 65. p. 943. 1898.

I.

Bemerkungen zum Apparate.

Seinen wesentlichen Bestandteilen nach wird der Apparat aus folgendem gebildet (vgl. die schematische Fig. 1). In einem von schlechten Wärmeleitern umgebenen Glasgefäße *V* ist Luft vermittelst der in einer Drucklibelle befindlichen Flüssigkeit (Toluol) T abgeschlossen. Änderungen des äußeren Luftdruckes veranlassen dann entsprechende Verschiebungen der Flüssigkeitssäule. Die Lagenänderungen der Flüssigkeitskuppe *a* werden photographisch registriert. Dies wird erreicht, indem eine neben dem Rohre angebrachte Linse ein passend vergrößertes Bild der Kuppe auf einen der Rohrachse parallelen

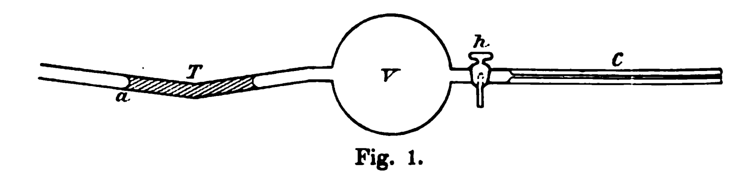


Fig. 1.

Spalt entwirft[1]); unmittelbar hinter dem Spalte wird durch ein Uhrwerk ein photographischer Papierstreifen senkrecht zur Spaltrichtung langsam vorübergezogen.

Die eventuell auch durch den Dreiweghahn *h* abzuschließende Kapillare *C* ermöglicht den Ausgleich *langsamer* Barometerstandsänderungen, deren Registrierung bei der wünschenswerten starken Vergrößerung der Luftdruckschwankungen

1) Bei der Abbildung erscheint, obgleich das abgebildete System (die klare *ungefärbte* Libellenflüssigkeit im Glasrohre, beide im Wasserbade mit planparallelen Glaswänden) nur aus *durchsichtigen* Medien besteht, die *Luft* im Libellenrohre, deren Brechungsexponent allein von denen der übrigen Systemteile wesentlich abweicht, *dunkel* auf hellem Grunde; etwa auftretende störende Reflexe sind leicht durch passend auszuprobierende Blenden zu beseitigen. Längs eines den vertikalen Teil des so erhaltenen Kuppenbildes schneidenden, horizontalen, schmalen Spaltes herrscht dann auf der einen Seite homogene Helligkeit, auf der anderen fast völlige gleichmäßige Dunkelheit. Letztere Helligkeitsverteilung läßt sich längs eines hinreichend schmalen Spaltes auch dann erreichen, wenn, wie bei Aufnahme der nachfolgend mitgeteilten Photogramme, das Libellenrohr sich nicht in einem Wasserbade, sondern in Luft befindet.

andlich breite Registrierbänder erfordern würde. Dagegen den alle *kurzdauernden* Luftdruckänderungen stark ver- ßert registriert.

Abgesehen von dem später noch eingehender zu behan- ıden Einflusse der Kapillaren gilt (vgl. l. c. p. 476) für Zusammenhang von Druckänderung db (in g/cm²) und rer Kuppenverschiebung dl (in cm)

$$db = dl\left(2 \cdot \sigma \cdot \sin\alpha + k \cdot \frac{q}{V} \cdot b_0\right).$$

Bei dem von mir bei Aufnahme der mitgeteilten Photo- nme benutzten Apparate war speziell:

Das spezifische Gewicht der Libellenflüssigkeit (Toluol) 0,886, der Knickungswinkel 2α der Libelle gleich 0,145, Querschnitt des Libellenrohres $q = 0{,}093$ qcm, das ab- ›errte Luftvolumen $V = 166{,}2$ ccm, b_0 der mittlere Baro- erstand (1033 g/cm²); k bedeutet das Verhältnis der spezi- ıen Wärmen der Luft gleich 1,41.

Die Formel gilt unter der Voraussetzung, daß die Zu- ıdsänderungen im Ballon als adiabatische aufzufassen sind, dies für die hier untersuchten *kurzdauernden* Druckschwan- gen jedenfalls zutrifft (für isotherme Zustandsänderungen e in der Formel k durch den Faktor 1 zu ersetzen).

Beträgt die optische Vergrößerung durch die vor a an- rachte Linse ω, so ergibt sich als Beziehung zwischen Luft- :känderung und Verschiebung dL des Kuppen*bildes* (in cm)

$$db = \frac{dL}{\omega}\left(2\,\sigma \sin\alpha + k\,\frac{q}{V}\,b\right).$$

Für den benutzten Apparat, $\omega = 9{,}2$, wird also speziell

$$db = 0{,}94\,dl = 0{,}102\,dL.$$

Eine Verschiebung dL des Kuppenbildes um 1 cm wird veranlaßt durch eine Druckänderung db von 0,102 g/cm², . eine Luftdruckzunahme um 1 mm Hg gibt eine Kuppen- chiebung um 133 mm, d. h. bei der angenommenen opti- n Vergrößerung (9,2) beträgt also die Gesamtvergrößerung auf Hg-Säule bezogenen Druckänderung 133.

Bei scharfer Kuppenabbildung läßt sich deren jeweiliger ıd bis auf $^1/_5$ mm in den Photogrammen ablesen. Diesem pricht bei einer Gesamtvergrößerung von 133 eine Druck- :rung von ca. $^1/_{670}$ mm Hg, d. h. von rund $^1/_{500\,000}$ Atm.

Die Spaltbreite hat offenbar bei dem Abbildungsverfahren einen Einfluß auf die Schärfe des Bildes. Druckschwankungen von kürzerer Dauer als diejenige Zeit, innerhalb deren sich der Spalt um seine Breite verschiebt, können nicht mehr unterschieden werden. Diese Zeit kann also gewissermaßen als Maßstab für das *zeitliche* Auflösungsvermögen der Vorrichtung für kurze Druckschwankungen dienen. Der benutzte Apparat besaß einen Spalt von nur $^1/_{120}$ cm Breite[1]), die an ihm innerhalb 1 Stunde vorbeigezogene Streifenlänge je nach Wahl des Uhrwerkes 10,5 oder 31,5 cm; das Auflösungsvermögen war also 1 bez. 3 Sek.; Druckschwankungen von längerer Dauer können demnach als solche erkannt werden.

Beleuchtung: Für die gewählte Vergrößerung gab bei 1 Sek. Auflösungsvermögen und Anwendung von empfindlichem Bromsilbergelatinepapier die Beleuchtung mittels Auerbrenner noch genügende Schwärzung[2]), ebenso eine 100-Kerzen elektrische Glühlampe. Bei 3 Sek. Auflösungsvermögen (Belichtungsdauer) genügte soeben schon eine 16-Kerzenlampe oder eine helle Petroleumlampe. Tageslicht schwärzte *im Winter* in der Regel das Papier nur ungenügend.

Willkürliche *Zeitmarken* in den Photogrammen (vgl. solche in Phot. 3, 6, 8 und 9) erhält man einfach durch kurzdauerndes Abstellen der Beleuchtung.

Zur Theorie des Apparates.

Der angegebene Apparat beruht auf der Anwendung der Drucklibelle zur Messung kleinster Druckdifferenzen. Das in vorliegender Arbeit voranstehend angegebene Variometer ist nach Bau und Abmessung der Größenverhältnisse der speziellen Aufgabe, kleinste, *kurzdauernde* Schwankungen des atmosphärischen Luftdruckes in tunlichst *großem Maßstabe* photographisch zu registrieren, angepaßt.

1) Ein breiterer Spalt wurde nur selten angewandt.

2) Die mitgeteilten Photogramme sind ausnahmslos mit Auerlicht aufgenommen. Die in den Photogrammen sichtbaren Ungleichmäßigkeiten in der Schwärzung sind zum Teil durch inkonstantes Brennen des Auerlichtes, zum Teil durch nicht ganz gleichmäßigen Gang des einfachen Uhrwerkes veranlaßt; die horizontale Streifung rührt von Staubteilchen im Spalte her.

Es sei zunächst von dem Einflusse der Kapillaren C abhen (der Hahn h geschlossen gedacht).

Die Anwendbarkeit der Drucklibelle zu *exakten* Messungen gebunden an eine regelmäßige, sich gleichbleibende Ausung der Flüssigkeitskuppen. Diese ist erfahrungsgemäß[1]) weitgehendem Maße gewährleistet für die Kuppenbildung Xylol oder Toluol in ausgesucht zylindrischen Glasrohren 0,1—0,2 qcm lichtem Querschnitt und *für kleine Kuppenchiebungen* (unter 1 cm). Unter dieser Voraussetzung kann einer *strengen* Gültigkeit der oben unter (a) und (b) anebenen Gleichungen die Rede sein. Es ist also die Größe q den Formeln festgelegt, und ferner die Bedingung gegeben, dl möglichst klein, der Faktor

$$2\,\sigma \sin\alpha + k \cdot \frac{q}{V}\, b_0$$

o tunlichst groß, d. h. daß die gewünschte starke Vergrößeg (*kleiner* Faktor von dL in Gleichung (b)) möglichst auf ischem Wege (großes ω) erreicht werden muß.[2])

Ferner ist zur Wahl des Knickungswinkels 2α und der llongröße V, welche beide zusammen den Wert des in Rede henden Faktors bedingen, folgendes zu bemerken. Wenn ch für *kurz*dauernde Druckschwankungen das Verhalten der ft im Ballon als adiabatisch anzusehen ist, so wird man ch, wenn leicht zu erreichen, das zweite Glied, welches allein n unsicheren Faktor $1{,}41 > k > 1$ enthält, klein gegen das ste Glied machen. Würde man z. B. $\alpha = 45^0$ und $V = 2000$ ccm ählen, so würde ($q = 0{,}093$ und $\sigma = 0{,}886$ vorausgesetzt) der ktor den Wert $1{,}25 + 0{,}05\,.\,k$ annehmen, der Einfluß, ob Zustandsänderung adiabatisch oder isotherm erfolgt, auf

1) Vgl. die eingehenden Untersuchungen über die Drucklibelle als Binstrument von A. Toepler, Wied. Ann. 56. p. 609. 1895.

2) Die Anwendung einer *mehr als* zehnfachen optischen Vergrößeg würde die unbequeme Beleuchtung mit sehr hellen Lichtquellen genlicht) erfordert haben.

Die größte bei den unruhigen Wetterlagen des letzten Winters bachtete kurzdauernde Druckschwankung betrug ca. 0,3 mm Hg-Druck; den benutzten Apparat (Gesamtvergrößerung 133, optische Vergrößeg 9,2) veranlaßt diese extreme Druckänderung doch nur eine wahre ppenverschiebung von 4,8 mm.

weniger als 2 Proz. des Ausschlages herabgedrückt sein.[1]) Hinreichende Konstanthaltung der Temperatur im Ballon vorausgesetzt, würde der Apparat dann kurzdauernde und auch langdauernde atmosphärische Druckänderungen sehr genau messen lassen.

Bei der zu scharfer Registrierung der kleinsten Druckschwankungen bei ruhigem Wetter erwünschten starken Vergrößerung (Vergr. mindestens 100, d. h. für 1 mm Hg mindestens 10 cm Kuppenbildverschiebung) wäre die exakte Mitregistrierung der (ja manchmal viele mm Hg an einem Tage betragenden) langsamen Luftdruckänderungen auf dem aus praktischen Gründen doch höchstens 10—15 cm breiten Registrierstreifen nur möglich, wenn in Zeitintervallen von höchstens 1 Stunde — eventuell durch automatische Auslösung vom Uhrwerke aus — der Hahn h geöffnet, und dadurch die Flüssigkeitskuppe je wieder in die Nullstellung (Mitte des Streifens) zurückgebracht würde.

Bei Untersuchungen, welche nur möglichst genaue Registrierung speziell und ausschließlich von *kurzdauernden* Druckschwankungen erfordern, wie die Untersuchung lokaler Störungen, von Windwogen relativ kurzer Dauer oder vor allem der *barometrischen Unruhe,* ist *die Anbringung der Kapillaren C* zur Erzielung eines konstanten mittleren Kuppenstandes jedenfalls der eben angedeuteten komplizierten Vorrichtung vorzuziehen.

Einfluß der Kapillaren C. Bei dem äußeren Drucke b_0 stehe der Flüssigkeitsfaden in seiner Nulllage (gleich hohe Kuppenlage), d. h. im Ballon herrsche gleichfalls der Druck b_0 (in g/cm²).

Es ändere sich nun außen mit der Zeit t der Druck und zwar sei

$$b = b_0 + f(t). \tag{1}$$

---

1) Für den benutzten Apparat war (vgl. ersten Abschn.) der Faktor $0{,}128 + 0{,}58 \cdot k$, d. h. das zweite Glied desselben überwiegend. Für die bei meinen Registrierungen allein in Frage kommenden *kurz*dauernden und dabei kleinen Luftdruckschwankungen ist, wie schon eingangs angenommen, k sicher gleich 1,41 zu setzen; es konnten daher doch a und V relativ klein gewählt werden, um die Unbequemlichkeit der mit großem a verbundenen starken Schiefstellung des Uhrwerkes, sowie vor allem diejenige der Konstanthaltung der Temperatur für großen Ballon V zu umgehen.

…m ist, wenn b_1 den gleichfalls sich ändernden Druck im …lon, dl wie in Gleichung (a) und (b) die zugehörige Kuppen…schiebung aus der Nulllage bezeichnet, auf der einen Seite … Ballons (links in Fig. 1) die Gleichgewichtsbedingung

$$b = b_1 + p_1, \quad \text{erfüllt, wo} \quad p_1 = 2\,\sigma \sin\alpha \,.\, dl$$

…), während rechts die Druckdifferenz $b - b_1$ Luft durch die …pillare in den Ballon treibt.

Die Luft bewegt sich in der Kapillaren unter *starker* …bung, die in der Zeit dt durchfließende Luftmenge dm ist … proportional der treibenden Kraft ($b - b_1 = p_1$), und dem…h gegeben durch

$$dm = u \,.\, p_1 \,.\, dt,$$

…u eine *Konstante* bedeutet (abhängig von Länge und Quer…nitt der Kapillaren).

Die während der Zeit Null bis t eingedrungene Luftmenge m …ammen mit der anfänglich im Ballon vorhandenen Menge M …t den Innendruck b_1. Diese Menge $M + m$ füllt aber bei …em angenommenen Kuppenstande dl zur Zeit t nicht V, …dern $V - q \,.\, dl$, also ist

$$b_1 = b_0 \frac{M + m}{M} \cdot \left(1 + k \frac{q}{V} dl\right),$$

…rin $k = 1{,}41$ für *adiabatische* oder $k = 1{,}0$ für isotherme …mpression zu setzen ist.

Da M gleich $V \,.\, b_0 \,.\, \lambda / 1033$ ist (λ spezifisches Gewicht der …ft bei 1033 g/cm² Druck und Beobachtungstemperatur), so …gibt sich unter Benutzung von (1) und (2) und Vernach…lässigung eines Gliedes höherer Ordnung

$$p_1 \left(1 + k \frac{q \,.\, b_0}{V \,.\, 2\,\sigma \sin\alpha}\right) + \frac{1033}{V \,.\, \lambda} \cdot m - f(t) = 0.$$

---

1) Da α klein ist, so kann für $\sin\alpha$ auch α selbst gesetzt werden; …er sei bemerkt, daß in den Formeln diejenige Verschiebungsrichtung … Flüssigkeitsfadens *positiv* gerechnet ist, welche durch eine Zunahme … äußeren Druckes veranlaßt wird, in Fig. 1 also eine Verschiebung … links nach rechts.

Differenziert man nach der Zeit und ersetzt dm/dt durch $p_1 . u$ nach Gleichung (3), so erhält man

$$(4) \qquad \frac{d p_1}{d t}\left(1 + k \frac{q}{V} \frac{b_0}{2 \sigma \alpha}\right) + p_1 \frac{1033 . u}{V . \lambda} - \frac{d}{d t} f(t) = 0.$$

Die allgemeine Lösung dieser Gleichung ist, wenn man zur Abkürzung setzt

$$\gamma = \frac{1033 . u . 2 \sigma \alpha}{\lambda (V . 2 \sigma \alpha + k . q . b_0)},$$

$$(5) \qquad (2 \sigma \alpha . d l =) p_1 = e^{-\gamma t}\left(c + \frac{V . 2 \sigma \alpha}{V . 2 \sigma \alpha + k . q . b_0} \int_0^t \frac{d f(t)}{d t} . e^{\gamma t} . d t\right)$$

Hierdurch ist der Zusammenhang zwischen der Kuppenverschiebung $d l$ und der Barometerstandsänderung $f(t)$ gegeben. Für geschlossene Kapillare, d. h. für $\gamma = 0$ geht Gleichung (5) in die einfache früher und eingangs angegebene (a) über, nur daß in letzterer die Luftdruckänderung nicht mit $f(t)$, sondern mit $d b$ bezeichnet wurde.

Unter den unendlich vielen möglichen Arten des Verlaufes des Luftdruckes, d. h. von $f(t)$, interessieren uns hier besonders zwei spezielle Fälle.

1. *Bestimmung von* γ. Angenommen der Luftdruck sei *konstant* $\gtreqless b_0$, dann wird $p_1 = c . e^{-\gamma t}$, d. h. ein zur Zeit $t=0$ vorhandener Ausschlag $d l = c$ verliert sich allmählich. Es sei zur Zeit t_1 der Ausschlag $d l_1$ und zur Zeit t_2 der Ausschlag $d l_2$ *beobachtet*, dann ist

$$\frac{d l_1}{d l_2} = e^{-\gamma (t_1 - t_2)},$$

also γ bestimmbar.[1])

Die Registrierung des Abklingens einer *absichtlich* bei möglichst ruhigem Wetter, z. B. durch Einblasen von Luft durch die Kapillare erzeugten Überdruckes läßt also γ *leicht* feststellen.

1) Bemerkt sei, daß mit der Messung von γ auch ein Mittel gegeben ist, um u und somit auch Reibungskoeffizienten von Gasen zu bestimmen.

'eriodische Luftdruckänderungen. Es sei speziell

$$f(t) = A \cdot \sin 2\pi \frac{t}{T};$$

d

$$-\gamma t + \frac{2\sigma V \cdot \sin\alpha}{2\sigma V \sin\alpha + k q b_0} \cdot A \cdot \frac{2\pi}{\sqrt{\gamma^2 T^2 + 4\pi^2}}$$

$$\cdot \sin\left\{\frac{2\pi}{T} \cdot t + \text{arc sin} \frac{\gamma T}{\sqrt{\gamma^2 T^2 + 4\pi^2}}\right\}.$$

einem durch den Anfangszustand ($t = 0$) gegebenen $c \cdot e^{-\gamma t}$ superponiert sich *eine Sinusschwankung von un-r* (im Vergleich zum Falle mit *geschlossener* Kapillaren) ber mit Phasenverschiebung *und reduzierter Amplitude.*[1]) *beliebige* periodische Druckänderung ist darstellbar e Summe harmonischer Schwankungen mit abnehmen-odendauer. Bei Anwendung einer Kapillaren werden plituden der Summenglieder mit längerer Periode geschwächt, als die der kurzen; in akustischer Aus-ise gesprochen ändert die Kapillare also die Klang-

---

achstehende Tabelle gibt zu leichterer Orientierung die Werte tionsfaktors

$$\frac{2\pi}{\sqrt{\gamma^2 T^2 + 4\pi^2}}, \text{ d. h. von } \cos \text{arctg} \frac{\gamma \cdot T}{2\pi}$$

iedene Werte von γ und T.

ngs- T en	Amplitudenreduktion für die Werte der Kapillarkonstanten γ						
	0,2	0,5	1,0	2,0	5,0	10,0	20,0
	1,000	1,000	0,999	0,998	0,988	0,953	0,844
	1,000	0,999	0,997	0,988	0,929	0,783	0,532
	0,999	0,997	0,988	0,953	0,783	0,532	0,300
	0,998	0,988	0,953	0,844	0,532	0,300	0,155
	0,988	0,929	0,783	0,532	0,244	0,125	0,062
	0,953	0,783	0,532	0,300	0,125	0,063	0,031
	0,723	0,386	0,205	0,104	0,042	0,021	0,011
	0,464	0,205	0,104	0,052	0,021	0,011	0,005

Schwingung des äußeren Luftdruckes, z. B. von 60 Min. Dauer Amplitude gleich 1, würde also aufgenommen mit einem Apparate, = 0,5 ist, eine Sinuskurve von gleicher Periodendauer und der 0,205 ergeben.

farbe, hohe Schwingungen erscheinen weniger geschw[illegible] als tiefe.

Man wird natürlich zwecks möglichst unverzerrter [illegible]strierung den Wert von γ tunlichst *klein* wählen. Beob[illegible]tungen mit Apparaten von oben angegebenen Größenverhält[illegible]nissen haben unter Anwendung sehr verschieden weiter Kapillaren gezeigt, daß auch bei den unruhigsten Druckverhältnissen des verflossenen Winters das Kuppenbild nicht über den 10 cm breiten Registrierstreifen hinaus trat, wenn $\gamma > 0{,}5$ gewählt wurde.

II.

Beobachtungen.

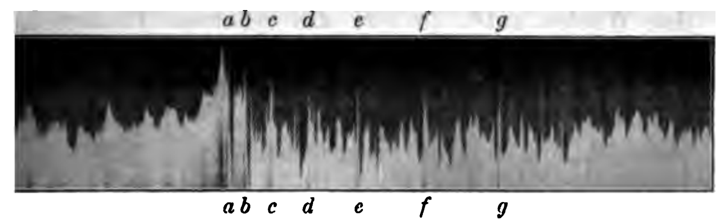
Nachstehende Tabelle gibt zunächst für die im nachfolgenden mitgeteilten Photogramme einige vielleicht erwünschte Daten:

Nummer des Photogrammes	Datum der Registrierung	Laufgeschw. in cm/Stunde	Spaltbreite in mm	Konstante γ
1	17. IX. 1902	31,5	0,36	1,70
2	13. XI. 1902	10,5	0,08	0,604
3	17. XI. 1902	31,5	0,36	1,70
4	13. XII. 1902	31,5	0,08	0,604
5	27. XII. 1902	31,5	0,08	0,604
6	20. I. 1903	10,5	0,08	ca. 0,5
7a u. 7b	28. I. 1903	10,5	0,08	„ 0,5
8	16. II. 1903	10,5	0,08	„ 0,5
9 u. 10	21. II. 1903	10,5	0,08	1,68

In allen Photogrammen ist die Zeitordinate horizontal gelegt; die Photogrammteile links gehen denen rechts zeitlich vorauf. Eine Vertikalverschiebung um 1 cm entspricht einer Luftdruckänderung von 1 : 13,3 mm Hg; *zunehmendem* Drucke entspricht eine Ordinaten*senkung* (die Photogramme stehen also bezüglich des Druckes sozusagen verkehrt).

Phot. 11a u. 11b sind auf das *Zweifache* (linear) vergrößerte Teile von Phot. 7a u. 7b, Phot. 1 ist auf 7 : 12 verkleinert.

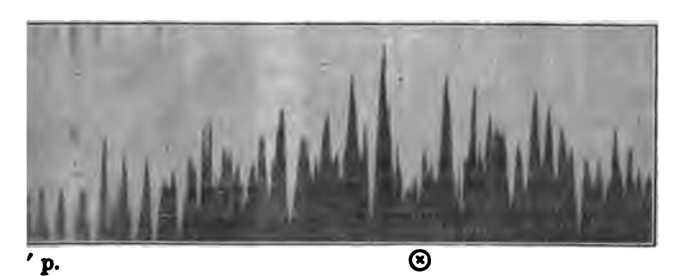
Lokale Störungen. Stellt man einen Apparat der beschriebenen Art geschützt gegen direkte Stoß- und Saugwirkung



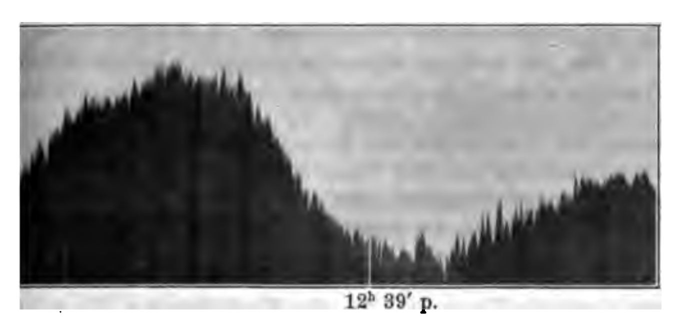
Phot. 1. 17. IX. 1902.



Phot. 4. 18. XII. 1902.

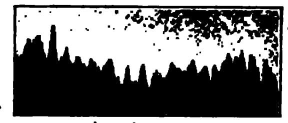


Phot. 5. 27. XII. 1902.



Phot. 6. 20. I. 1903.

des Windes auf[1]), so gibt das erhaltene Photogramm
Verlauf der Luftdruckschwankungen am Aufstellungsorte



10h 38' a.

Phot. 8. 16. II. 1903.

rungen lokalen Ursprunges in we
Sinne werden aber natürlich
registriert.

Jedes Öffnen und Schließe
Türen im ganzen Gebäude i
sehr *ruhigem* Luftdrucke in de
grammen markiert. Die so ents
den Marken sind durch ihre charakteristische Gestal
kurze Dauer in den Photogrammen leicht zu erkenne



Phot. 11 a.



Phot. 11 b

sind (abgesehen von den durch Türöffnen des *Beobac*
zimmers selbst veranlaßten) so klein (bis höchstens 2 m

1) Für das benutzte Beobachtungszimmer (an der Südfr
Hauptgebäudes der Techn. Hochschule) ließ sich ein wesentliche
schied der Aufnahmen bei offenem oder geschlossenem Fenster ni
statieren; die Ventilations- und Heizschächte, sowie die Undicht
von zwei Fenstern und drei Türen vermittelten hinreichend ra
ausgiebig den Druckausgleich nach außen.

Eine Aufstellung des Apparates völlig frei von lokalen Stö
dürfte nicht möglich sein. Der zweckmäßigste Aufstellungsort dü
Innenraum hoher, wenn möglich runder Türme sein, wo die lokal
rungen durch die Turmwände für alle Windrichtungen die gleich
direkte Stoßwirkungen auf den Apparat leicht auszuschließen sin

[spr]echend $^1/_{70}$ mm Hg), daß sie außer bei ganz ruhigem Baro[m]eterstande nicht stören.

Schwerer ihrem Wesen nach zu beurteilen sind die lokalen [St]örungen im weitesten Sinne, herrührend von Stoß- und Saug[er]scheinungen an den Außenwänden oder dem Dache des [B]eobachtungsgebäudes etc.; hierüber können nur gleichzeitige Druckaufnahmen an verschiedenen Stellen des Gebäudes Aufschluß geben. Einige Versuche derart haben z. B. gezeigt, daß die in meinen Photogrammen bei windigem Wetter häufig auftretenden, dem allgemeinen Diagrammverlauf superponierten auffallenden Druckschwankungen mit immer nahe der gleichen [k]urzen Periodendauer von nur 8—10 Sek. und oft großer In[tens]ität aller Wahrscheinlichkeit nach hervorgerufen werden [...] stehenden Schwankungen der Luft in dem an das Gebäude [de]r Technischen Hochschule nach Süden angrenzenden, zwischen [ho]hen Häusermauern eingeschlossenen großen parallelepipe[disch]en Raume des Hochschulgartens (ähnlich den sogenannten [„Sei]ches“ in Landseen). Phot. 11a und 11b zeigen vergrößert [...] der nur 10 Min. nacheinander erhaltenen Photogramme [7a un]d 7b; erst in letzterem (7b bez. 11b) sind, durch nicht [festge]stellte Ursache ausgelöst, „Seiches“ eingetreten (sichtbar [a]n dichtgedrängten schmalen Spitzen). Den Stoß- und [Saugwi]rkungen am Gebäude verdanken offenbar die nur bei [Sturm]wetter auftretenden auffallenden nadelförmigen „*Spitzen*“, [w]ie in Phot. 2 in großer Zahl zu sehen sind, ihren Ur[s]prung.

Luftdruckwogen. Von besonderem Interesse sind unter der Fülle mannigfachster Formen, welche bei länger fortgesetzter Registrierung in den Diagrammen auftreten, diejenigen von *periodischem* Charakter.

Wind- oder Luftwogen werden wie bekannt *sichtbar*, wenn ihre Lage derart ist, daß in den Wogenbergen Kondensation eintritt. Schöne regelmäßige Systeme nahe äquidistanter Wolkenstreifen in höheren Luftschichten sind ja sehr oft zu sehen, besonders *vor* Wetterumschlag nach längerem schönen Wetter.

Als *Luftdruckschwankungen* können Luftwogen nur wahrnehmbar werden, wenn letztere (relativ zu ihrer Wellenlänge)

nahe dem Erdboden verlaufen [1]); Variometerbeobachtungen *ergänzen* die Wolkenstudien.

Klare, durch Windstoß, Seiches etc. nicht getrübte Wogenbarogramme erhält man in der Tat, wenn auch selten [2]), bei Windstille kurz vor Einsetzen windigen Wetters, oder auch kurz nach solchem.

Die registrierten Druckschwankungen geben immer die Superposition der Druckwirkungen von Vorgängen in den verschiedensten Höhen. Auf periodische Druckänderungen erscheinen oft unregelmäßige Störungen aufgelagert; hierbei können dann z. B. einzelne Wogen eines Wellenzuges sogar ganz zerstört erscheinen (vgl. die mit ⊗ markierte Stelle in Phot. 5), oder es tauchen nach kürzeren oder längeren Intervallen unregelmäßigster Druckschwankungen manchmal plötzlich wieder einzelne Wellen auf, welche offenbar noch zu dem nur scheinbar erloschenen Wellenzuge gehören (der mit $\alpha \beta \gamma \ldots \lambda$ bezeichnete Wellenzug in Phot. 3 erscheint derart mehrfach gestört).

Bei starkem Winde treten (außer den oben behandelten Seiches) meist, wie schon erwähnt, exzessiv hoch- oder tiefgehende, sehr *kurzdauernde*, daher in den Photogrammen „*nadelförmig*" erscheinende Druckschwankungen (*Spitzen*) auf (vgl. Phot. 2). Den Grund zu ihrer Bildung habe ich noch nicht mit Sicherheit feststellen können [3]); vermutlich ist es die lokale Stoß- oder Saugwirkung an der Gebäudefront, in welcher das Beobachtungszimmer liegt. Jedenfalls aber *markieren* diese Druckspitzen das Vorüberziehen *ganz bestimmter* Luftdruckverhältnisse über den Beobachtungsort, und können für sie

1) Vgl. H. v. Helmholtz, Sitzungsber. d. k. Akad. d. Wissensch. zu Berlin p. 772. 25. Juli 1889.

2) Insgesamt habe ich bisher während mehr als 350 Stunden die Luftdruckänderungen photographisch registriert. Druckwogen ähnlich denen in Phot. 3 und 4 treten *recht häufig* auf. Abgesehen hiervon und von den gleichfalls öfters zu beobachtenden Druckschwankungen nach Art von Phot. 6 umfassen die mitgeteilten Photogramme alle überhaupt innerhalb genannter Zeit registrierten Druckänderungen von ausgesprochen periodischem Charakter.

3) Dies wird erst möglich sein nach Fertigstellung einer Anzahl in Arbeit befindlicher, möglichst gleich gebauter Registrierinstrumente.

...erst *scharfe* Indikatoren angesehen werden. Treten die ...n in regelmäßigen Zeitabständen auf (wie in Phot. 2), so ...ren sie das Vorhandensein von Luftwogen.

...eigt die Wetterlage einmal zu Luftwogenbildung, so ... die Registrierungen, daß manchmal stundenlang Druck-*gruppenweise* auftreten. Haben die Gruppen nahe gleiche ...endauer, so findet vermutlich die Wogenbildung immer ... an der gleichen atmosphärischen Trennungsfläche statt.

...ruppen von Druckwogen sind zu bemerken in:

Phot. 2,	Gruppe *a* bis *h*,	Periodendauer	2,76 Min.
	„ *a' b'*	„	2,76 „
	„ *A' B'*	„	4,08 „
	„ *A* bis *D*,	„	4,08 „
	„ *α* „ *ε*,	„	2,60 „
Phot. 3,	„ *α* „ *λ*,	„	0,95 „
	„ *a* „ *f*,	„	1,9 „
Phot. 9,	„ *A*,	„	1,56 „
Phot. 10 (vom gleichen Tage wie Phot. 9),			
	Gruppe *A*,	Periodendauer	1,58 „
	„ *a* bis *d*,	„	4,57 „
	„ *α* „ *δ*,	„	4,4 „
	„ 1 „ 11,	„	4,3 „

...ber die Möglichkeit, daß *derselbe* Wind doch Wellen ...ganz gleicher Länge an der gleichen Trennungsfläche ...t, vgl. man H. v. Helmholtz, l. c. p. 777.

...s würde der Begriff von Luftwogung zu eng gefaßt sein, ... man ihn allein auf das Auftreten einer Reihe *äqui-...er* möglichst *gleicher* Zustände beschränken wollte. Wegen ... häufigeren Auftretens seien hier noch zwei Arten von ...streng periodischen Druckänderungen wenigstens erwähnt, ... noch Luftwogung im weiteren Sinne repräsentieren. ...6 zeigt die ersten dieser charakteristischen Typen — ...gen eine *einzige* Druckwoge. Einen weiteren öfters ...kehrenden Wogungstypus zeigt Phot. 1: das Auftreten ... Reihe charakteristischer Druckzustände (hier Spitzen) ...gelmäßig *ab- oder*, wie in Phot. 1, *zunehmender* Zeit-...nz (Periodendauer) und Intensität.

Barometrische Unruhe. Außer zur Untersuchung spezieller Drucktypen haben zusammenhängend fortlaufende Registrierungen kleinster Luftdruckschwankungen auch an und für sich Interesse. Die Differenz des größten und kleinsten innerhalb einer bestimmten Zeit (z. B. einer Minute) auftretenden Druckes kann man als „*barometrische Unruhe*" bezeichnen. Sie bildet ein meines Wissens nach noch nicht untersuchtes meteorologisches Element, dessen Mittelwert, von Ort zu Ort verschieden und mit der Jahreszeit wechselnd, sicher neben dem mittleren Barometerstande der Feststellung und Untersuchung wert erscheint.

Zur Untersuchung der barometrischen Unruhe dürfte das Variometer (bei angenäherter Innehaltung der eingangs angegebenen Dimensionen) besonders geeignet sein. Hierzu trägt wesentlich folgende Tatsache, welche auch von allgemeinem Interesse ist, bei. Die in der Natur auftretenden extremen und mittleren Werte der Amplituden langdauernder Barometerschwankungen nehmen viel langsamer zu als die Schwingungszeiten; während z. B. eine Änderung des (mittleren) Barometerstandes bei allgemeinen Druckstörungen 1 mm in der Stunde, also $^1/_{60}$ mm/Min. selten erreicht, sind solche von $^1/_5$ mm/Min. für *kurze* Druckschwankungen nicht selten. *Die langsamen* — bei Anwendung von Kapillaren nicht mit registrierten — *Druckänderungen tragen* also *erfahrungsgemäß zum wahren Werte der Unruhe nur wenig bei.* Dementsprechend erhält man bei gleichzeitiger Registrierung am gleichen Orte mit Apparaten von recht *verschieden* weiten Kapillaren wesentlich verschiedene Werte für die Unruhe nur dann, wenn die Unruhewerte selbst sehr klein sind.[1])

Allgemeine Schlüsse von meteorologischem Interesse, welche bei fortgesetzten Registrierungen in verschiedenster Hinsicht zu erwarten sind, lassen sich aus meinen Aufnahmen, welche — in bisher nur *sehr* lückenhafter Weise — erst wenige Monate umfassen (seit September 1902), noch nicht entnehmen.

1) Zum Nachweise diene nachfolgende Tabelle; zwei Apparate standen im gleichen Zimmer etwa 1 m voneinander entfernt, ihre ε, l und q waren bis auf Abweichungen von weniger als 1 Proz. die gleichen, $v_1 = 166{,}2$ ccm und $v_2 = 172$ ccm; dagegen war $\gamma_1 = 0{,}60$, während $\gamma_2 = 1{,}70$ betrug. Angegeben sind die größten, kleinsten und mittleren Unruhewerte (in mm/Min. Bildverschiebung, 13,3 mm/Min. entsprechen

Beobachtungsergebnisse spezieller Art seien jedoch
schon nachstehend mitgeteilt.

Größe der Unruhe läuft nur in allerrohester An-
parallel mit der Windstärke.

mittlere Wert der Unruhe war im Winter *wesentlich*
ls vorigen Herbst und dieses Frühjahr.[1]) Der seit
Herbste registrierte Extremwert der Unruhe betrug
mm Hg in der Minute.[2])

Wert der Unruhe ist oft stundenlang nahe der gleiche
lert sich nur sehr langsam. Rasche Schwankungen der

---

g-Druckänderung) für diejenige halbe Stunde, in deren Mitte
lumne 2 vermerkte Zeit lag.

	Zeit	Apparat mit $\gamma=0,6$ Unruhwerte			Apparat mit $\gamma=1,7$ Unruhwerte		
		Max.	Min.	Mittlere	Max.	Min.	Mittlere
902	12h 30m Nachm.	6	2	2,88	6	2	2,96
	1 — „	7	2	3,68	6	1	3,00
902	4 — „	8	3	5,10	9	3	5,22
	4 30 „	8	3	5,04	7	3	4,80
	5 45 „	9	3	5,64	10	4	5,72
	6 15 „	10	4	6,45	9	4	5,85
902	12 15 „	31	12	19,20	32	12	18,44
	3 45 „	34	15	22,3	34	12	22,55
	4 15 „	—	—	—	35	6	18,08
	4 45 „	—	—	—	26	11	17,00
902	11 45 Vorm.	5	1	2,32	4	1	1,88
902	12 15 Nachm.	21	4	12,00	17	4	11,60
	12 45 „	18	4	7,76	14	4	7,08

sieht, die den beiden Apparaten entnommenen Unruhewerte
befriedigend überein. Immerhin wird man aber bei den Auf-
öglichst enge Kapillaren vorziehen und mit γ jedenfalls nicht
hinausgehen.

ies dürfte eine allgemein gültige Regel sein; vgl. auch hierzu
Meteorologie p. 202.

rößere Werte kommen sicher in seltenen Fällen auch im Binnen-
sden) vor; so wurde am 16. X. 1895 bis 0,7 mm/Min. beob-
l. M. Toepler, l. c. Diagramm Nr. 8.

Unruhe sind für gewisse Wetterlagen, z. B. für Wirbelgewitter, charakteristisch. Interessantes ergibt auch die Verfolgung des Verlaufes der Unruhe beim Vorüberziehen eines Gewitters; meist ist derselbe ein auffallend gesetzmäßiger. In Fig. 2 zeigt die gestrichelte Kurve diesen Verlauf für das Gewitter vom 17. IX. 1902 (aus Phot. 1 entnommen), die strichpunktierte

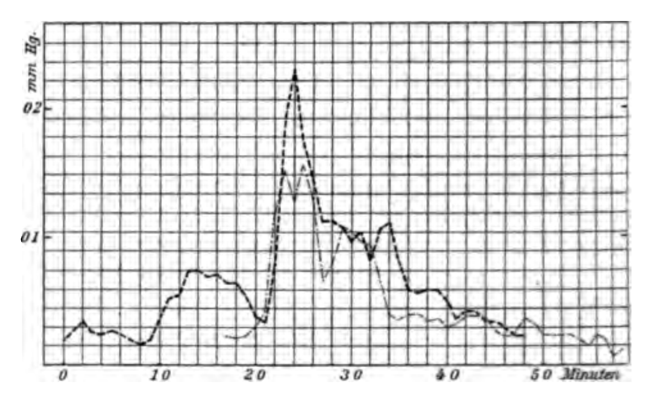


Fig. 2.

Kurve die Unruhewerte für ein Gewitter vom 20. VIII. 1902 4^h Nachm.; nach plötzlichem Emporschnellen von geringen Werten sinkt die *Unruhe* in beiden Fällen dann allmählich in recht regelmäßiger Weise (nahezu nach dem Formeltypus $c \,.\, e^{-\alpha t}$) wieder auf den Ursprungswert zurück. Ganz ähnlichen Verlauf zeigen auch Unruhdiagramme für einige Gewitter dieses Frühjahres.

Dresden, Physik. Inst. d. Techn. Hochsch., 17. Juli 1903.

(Eingegangen 18. Juli 1903.)

6. *Untersuchung und objektive Darstellung* *er Ladungs- und Entladungsströme von Kondensatoren; von Franz Wittmann.*

Mit Bezugnahme auf meine frühere Mitteilung[1]) wünsche a in der gegenwärtigen Arbeit darzustellen, daß die oszilloaphische Methode auch zur Untersuchung und objektiven arstellung des zeitlichen Verlaufes der Ladungs- und Entdungsströme von Kondensatoren geeignet ist.

Bei entsprechender Versuchsanordnung können wir die urvenbilder beider Ströme gleichzeitig und beliebig lange nit unbeweglich vor Augen führen, und verfügen hierdurch ber eine Methode, welche sich zum Studium der in Wirkhkeit rasch verlaufenden, im Bilde jedoch beliebig lange ıfrecht erhaltbaren Erscheinungen recht brauchbar erweisen ird.

Das Schaltungsschema zeigt Fig. 1. Die Stromquelle B det während der kurzen Zeit, da die federnden Kontakte (II) en schmalen Metallstreifen (M) des rotierenden Kontaktrlinders (K) berühren, den Kondensator (c) und der Ladetrom durchfließt die Schleife des Oszillographen O, ferner ine Spirale von variabler Selbstinduktion (L) und den verınderlichen Ohmschen Widerstand (R), kurz diejenigen Eleıente des Kondensatorkreises, deren Einfluß auf die Ladungsnd Entladungserscheinungen den Gegenstand der Untersuchung ildet. Wenn nachher der Metallstreifen mit den Entladeontakten IIII in Berührung kommt, entladet sich der Konensator durch den Oszillographen und L, R.

Der um eine horizontale Achse rotierende Kontaktzylinder eranlaßt die Bewegung des Planspiegels (S) um eine vertikale

1) F. Wittmann, Ann. d. Phys. 12. p. 373. 1903.

Achse. Wenn wir von einer Lichtquelle (*Q*) — der Sonne oder einer Bogenlampe — ein Strahlenbündel auf das Spiegelchen des Oszillographen, und das reflektierte Licht auf den mittels des Kontaktzylinders bewegten Spiegel endlich als konvergentes Bündel auf einen Schirm werfen, erblicken wir nebeneinander die beiden Kurvenbilder, welche den zeitlichen Verlauf des Lade- und Entladungsstromes darstellen. Die Ordinaten der Kurven können leicht über 0,5 m groß erzeugt werden und sind die Bilder auch für das größte Auditorium gut sicht-

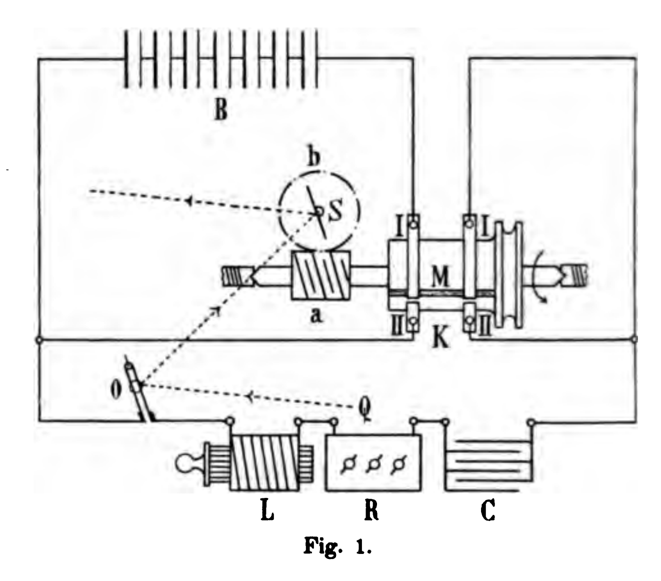


Fig. 1.

bar. Photographische Aufnahmen finden sich weiter unten reproduziert.

Als *Stromquelle* diente eine Akkumulatorenbatterie von 5—15 auf Spannung geschalteter Zellen.

Der im Techn.-physik. Kabinett des Polytechnikums verfertigte *Oszillograph* Nr. 3 hat die Schleifenlänge 20 mm; zur Dämpfung dient ein auf die Schleife isoliert aufgeklebtes Aluminiumrähmchen. Eigenschwingungsdauer des Apparates 0,0009 Sek. Die *variable Selbstinduktion* liefert eine 17 cm lange auf einen hohlen Holzzylinder gewickelte Spule; diese enthält in sechs Lagen 507 Windungen isolierten Kupferdrahtes von 1,5 mm. Die Spule ist mit einem aus weichen Eisendrähten

…en, 30 cm langen Kern versehen, welcher in symme-
Lage zur Spule — bei einer bestimmten effektiven
ärke — die maximale Selbstinduktion liefert. Wenn
n Eisenkern aus der Spule hinausziehen, nimmt der
ent der Selbstinduktion L ab. Es genügt, die ver-
nen Lagen des Eisenkernes zu markieren, um bei be-
r effektiver Stromstärke die verschiedenen Werte von L
zieren zu können.

e Werte von L habe ich nach der Joubertschen
e mittels Wechselstromes von 104 Volt effekt. und
oden pro Sekunde mit idiostatisch geschaltetem Qua-
elektrometer gemessen. Bei diesen Messungen von
e als Ohmscher Widerstand von 31,05 Ω ein großer
ebrheostat von Siemens & Halske. Die Stromstärke
ein Hitzdrahtampèremeter von Hartmann-Braun.
lgende Tabelle gibt die Werte von L, wenn der Eisen-
n der Einstellung L Maximum um je 2 cm aus der
inausgezogen wird. Die Stromstärke stieg den Daten
iten Columne gemäß von 2,7—3,11 Amp., da bei kon-
ehaltener Wechselstromspannung L stetig abnahm.

cm	$i_{\text{eff.}}$ Amp.	L Henry
0	2,7	0,06955
2	2,7	0,06799
4	2,73	0,06608
6	2,78	0,06054
8	2,89	0,05287
10	2,95	0,04326
12	2,99	0,03470
14	3,03	0,02662
16	3,09	0,01902
18	3,11	0,01453

e verschiedenen Werte von L sind graphisch in Fig. 2
llt.

den oszillographischen Untersuchungen war der Ohm-
iderstand R (Fig. 1) ein kleiner Widerstandskasten von
ann-Braun.

Die Elemente des verwendeten *technischen Kondensators*[1], deren Kapazität

0,996, 2,010, 2,014, 4,960, 9,980 Mikrof.,

werden mittels Schaltehebel auf Quantität geschaltet, so daß wir insgesamt über die Kapazität 19,96 Mikrof. verfügen.

Der *den Spiegel treibende Kontaktzylinder* besteht aus einem mittels Elektromotors in Umdrehung versetzten Hartgummizylinder, in dessen Mantelfläche ein schmaler Messingstreifen eingelassen ist. Für photographische Aufnahmen habe ich die Übertragung vom Kontaktzylinder zum Spiegel mittels

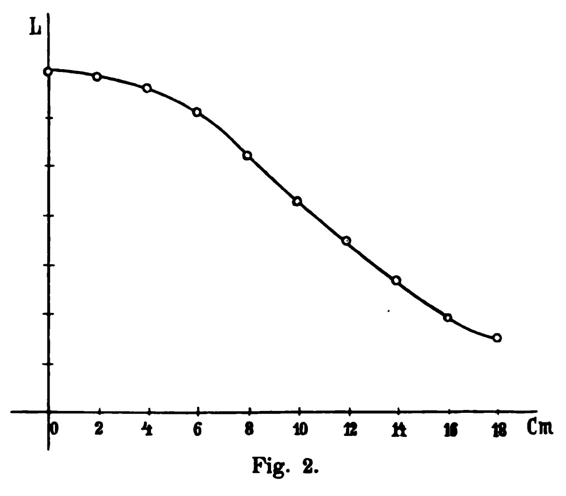


Fig. 2.

Schraube (a) mit Schraubenrad (b, Fig. 1) und dem Umsetzungsverhältnis 1 : 12 für zweckmäßig befunden.

Um bei objektiver Darstellung die Stromkurven nicht nur an derselben Stelle verharrend, sondern auch kontinuierlich vor Augen zu bringen, bediene ich mich der folgenden zwei Einrichtungen.

An erster Stelle führe ich den Polygonalspiegel[2] mit einstellbaren Flächen vor, dem ähnlich, welchen Hr. O. Fröh-

1) Im elektromechan. Institute des Hrn. Elektroingenieur Emil Szvetics, Budapest, mit großer Sorgfalt und vorzüglicher Isolation für das Techn.-phys. Laborat. d. Polytechnikums verfertigt.

2) Von Hrn. Ferd. Süss, Inhaber einer mechanischen Werkstätte in Budapest, nach Zeichnungen des Techn.-phys. Laborat. des Polytechnikums im Jahre 1899 verfertigt.

ih zur objektiven Darstellung von Stromkurven verwendet t.[1]) Natürlich können wir auch diese Anordnung zu photo-aphischen Zwecken verwenden, doch ist es ratsam, bei den ifnahmen, eine Spiegelfläche ausgenommen, die übrigen zu rdecken.

An zweiter Stelle sei eine Einrichtung erwähnt, derjenigen nlich, welche Abraham, Blondel und Duddell bei ihren mpletten oszillographischen Apparaten verwenden; es ist es (Fig. 3) ein Planspiegel (S) von quadratischer Form und . 5 cm Seitenlänge, welcher um eine vertikale Achse alter-erende Bewegungen vollführt. Um dies zu erreichen, ziehen

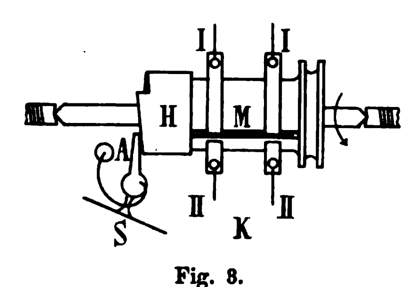


Fig. 3.

ir auf den Kontaktzylinder eine starkwandige Metallhülse (H), eren freies Ende einen Schraubengang von 4 mm Höhe bildet. 'on der Spiegelachse ragt ein horizontaler Arm (A) hervor, 'elchen die Spannkraft einer Spiralfeder stets an die Stirn-äche des Schraubenganges drückt. Wenn sich nun der Kon-aktzylinder dreht, veranlaßt der Schraubengang den Spiegel-rm und den auf dieselbe vertikale Achse befestigten Spiegel u gleichmäßiger Drehung um ungefähr 12 Grade. Sobald er Arm die höchste Stelle des Schraubenganges erreicht hat, chnellt der Spiegel, durch die Spannkraft der Spiralfeder etrieben, in die Anfangslage zurück. Da die rückläufige piegelbewegung sehr rasch und in der Zeit vor sich geht, 'ährend der Kondensatorkreis stromlos ist, erscheinen ebenso 'ie bei dem Polygonalspiegel die Stromkurven kontinuierlich n derselben Stelle des Schirmes verharrend.

---

1) O. Fröhlich, Elektrotechn. Zeitschr. 10. p. 345 u. 369. 1889.

Aus der Reihe der mit den oben erwähnten Versuchsanordnungen ausgeführten Experimente, bei welchen Hr. Polytechn.-Adjunkt J. Fleischer in dankenswerter Weise assistierte, greife ich die folgenden heraus.

I. Kontinuierliche Ladung und Entladung des Kondensators.

Gemäß den Thomsonschen Berechnungen tritt dieser Fall ein, wenn im Kondensatorkreis $R^2 > 4\,L/C$.

Das Experiment mit dem Oszillographen liefert die vollkommene Bestätigung der Theorie.

Die Stromquelle besteht aus 15 auf Spannung geschaltete Akkumulatorzellen; wenn der Eisenkern aus der Spule um



Fig. 4.

1 cm hinausgezogen und im Widerstandskasten 118 Ω eingeschaltet war, ergab sich das Bild Fig. 4.

Für diesen Fall haben wir

$R = 118{,}94 \,.\, 10^9$ C.G.S. (0,94 Ω ist der Widerstand der Spule L),

$L = 0{,}06877 \,.\, 10^9$ C.G.S.,

$C = 19{,}96 \,.\, 10^{-15}$ C.G.S.

Ferner

$$R^2 = 1{,}4196 \,.\, 10^{22} \text{ C.G.S.},$$

$$\frac{4\,L}{C} = 1{,}378 \,.\, 10^{22} \text{ C.G.S.}$$

II. Oszillatorische Ladung und Entladung des Kondensators.

Um diese Erscheinung hervorzubringen, müssen wir der Theorie entsprechend der Bedingung Genüge leisten, daß

$< 4\,L/C$, welchen Zweck wir bei entsprechender Wahl n C, L und R auf die verschiedenste Weise erreichen nnen.

Auch ist es von Interesse, zu untersuchen, ob die Resul- e des Experimentes in bezug auf die Schwingungsdauer mit Thomsonformel $T = \pi \sqrt{C\,L}$ übereinstimmen.

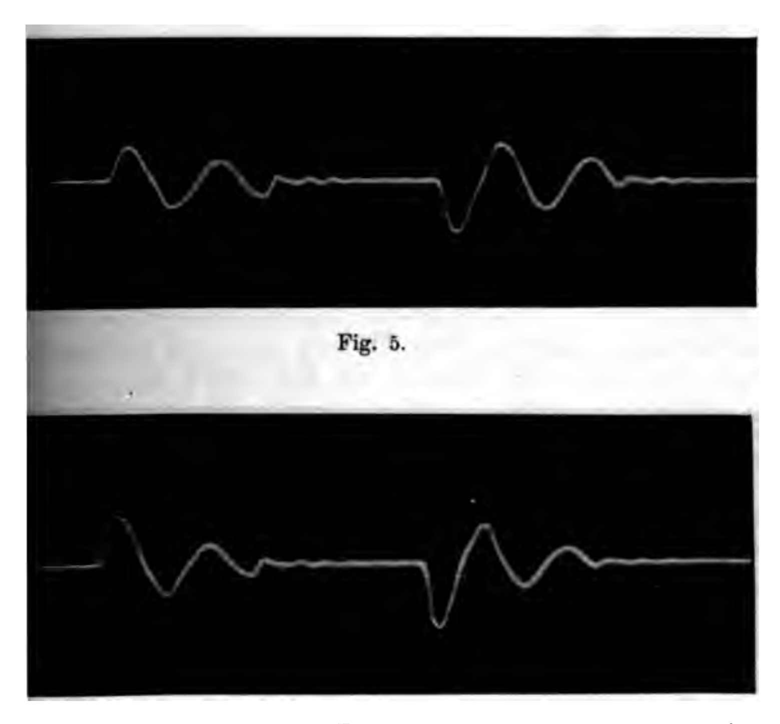


Fig. 5.

Fig. 6.

Um aus den Kurvenbildern die Schwingungszeit zu be- nmen, verfuhr ich in Vorversuchen folgendermaßen. Auf Achse des rotierenden Spiegels (S, Fig. 1) klebte ich ein nspiegelchen, stellte vor dasselbe in der Entfernung von 94 mm eine horizontale Millimeterskala und Ablesefernrohr d brachte das Spiegelbild eines Skalenteiles mit dem verti- len Faden des Okularfadenkreuzes in Koinzidenz.

Gleichzeitig liefert die Lichtquelle Q infolge von Spiege-

lung an O und S ein scharfes Bild auf der Mattscheibe des Photographierapparates.

Wenn wir nun die Spiegelachse mit der Hand so weit drehen, bis der Bildpunkt auf der Mattscheibe um je 1 cm weiter rückt, gleichzeitig auch am Fernrohr ablesen, erhalten wir die den Bildverrückungen entsprechenden Winkelverdrehungen des

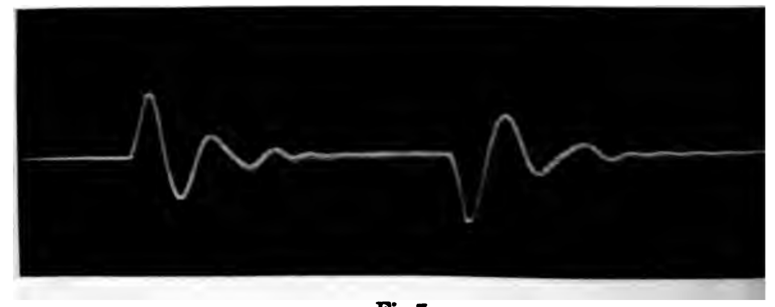


Fig. 7.

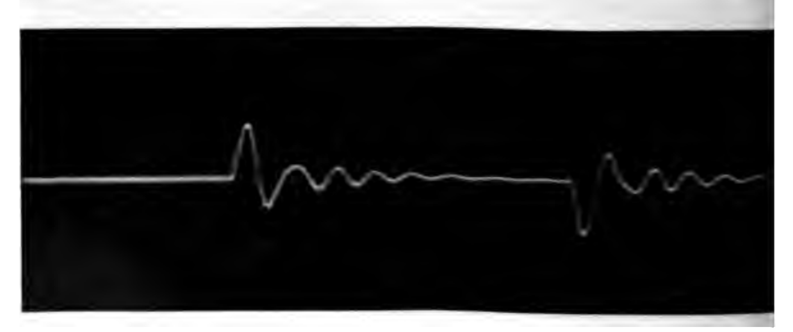


Fig. 8.

rotierenden Spiegels. Es erübrigt dann noch bei jedem Experimente die Dauer einer Umdrehung des Spiegels zu bestimmen.

Als Resultate führe ich die photographischen Aufnahmen Figg. 5, 6, 7, 8 an.

Die bezüglichen Daten des Stromkreises, ferner die Schwingungszeiten sind in der folgenden Tabelle übersichtlich zusammengestellt.

Figur	Zahl der Akkum.-Zellen	C Mikrof.	L Henry	R Ohm	$T = \pi\sqrt{CL}$ Sek. berechnet	T Sek. aus den Versuchen
5	10	19,96	0,0696	0,94	0,003701	0,00367
6	10	19,96	0,05237	5,94	0,003205	0,00300
7	10	9,98	0,04326	10,94	0,002060	0,00211
8	5	15,00	0,01453	10,94	0,001465	0,00148

Die Abweichung der Stromkurvenform von der Sinoidalen findet meiner Ansicht nach ihre Erklärung in der Hysteresis des Eisenbündels der Spule L und ist nicht etwa dem mangelhaften Funktionieren des Oszillographen zuzuschreiben.

Zur Begründung meiner Ansicht führe ich die Beobachtungen an, welche ich in vielen Fällen bei der punktweisen Aufnahme von Wechselstromkurven nach der Joubertschen Methode an Wechselstromgeneratoren gemacht. Wenn nämlich die Maschine auch rein sinoidale elektromotorische Kraft gibt, weist in dem Falle, daß die induktive Belastung verteiltes Eisen enthält, die Stromkurve dieselben charakteristischen Merkmale auf, welche wir in den photographischen Aufnahmen bemerken.

Auch bieten die Kurvenformen den Beweis, daß die Ummagnetisierung des Eisens den Schwingungen folgt, welche bei diesen Versuchen in 0,0015—0,0037 Sek. vor sich gehen.

Einen Anblick von kaum beschreiblicher Schönheit bieten die auf den Schirm projizierten, an einer Stelle verharrenden, ununterbrochen sichtbaren Kurvenbilder, wenn durch allmähliches Herausziehen des Eisenkernes aus der Spule die gedämpften Schwingungskurven einander näher rücken, wobei sich die Amplituden vergrößern. Der stetige Übergang aus der kontinuierlichen Ladungs- und Entladungserscheinung in die oszillatorische läßt sich bei geeigneter Wahl von C, L und R auch leicht recht schön und lehrreich vor Augen führen.

Budapest, Techn.-phys. Laborat. des Polytechnikums.

(Eingegangen 21. Juli 1903.)

7. *Über nahezu gesättigten Strom in einem von zwei konzentrischen Kugeln begrenzten Luftraume;*
von Eduard Riecke.

(Aus den Nachrichten der K. Gesellschaft der Wissenschaften zu Göttingen. Mathematisch-physikalische Klasse. Heft 4. 1903.)

In einem Aufsatze „Über die Zerstreuung der Elektrizität in abgeschlossenen Räumen“ [1]) habe ich den Fall einer nahezu gesättigten Strömung in dem Hohlraume zwischen zwei konzentrischen Kugeln behandelt. Die positive elektrostatische Ladung der inneren Kugel wurde mit $\mathfrak{e}$ bezeichnet; die elektrische Feldstärke sei $\mathfrak{E}$, die räumliche Dichte der positiven Ionen $\overset{+}{N}$, die der negativen $\overset{-}{N}$, die Dichte der elektrischen Strömung $\mathfrak{c}$. Unter U und V sind die absoluten Beweglichkeiten der Ionen, unter $\overset{+}{k}$ und $\overset{-}{k}$ ihre Diffusionskoeffizienten verstanden; r bezeichnet den Abstand irgend eines Punktes von dem Mittelpunkte der Kugeln, r_i den Halbmesser der inneren, r_a den der äußeren Kugel. ε ist das elektrische Elementarquantum, v die Lichtgeschwindigkeit, q die Ionisierungsstärke, α der Koeffizient der Wiedervereinigung.

Die Gleichungen, auf welche das Problem führt, sind folgende:

$$
\text{(I)}\quad\left\{
\begin{aligned}
&\overset{+}{N} - \overset{-}{N} = \frac{\operatorname{div}\mathfrak{E}}{4\pi\varepsilon},\\
&\varepsilon v(U\overset{+}{N} + V\overset{-}{N})\mathfrak{E} = \mathfrak{c} + \varepsilon\frac{d}{dr}(\overset{+}{k}\overset{+}{N} - \overset{-}{k}\overset{-}{N}),\\
&v\,U\operatorname{div}(\overset{+}{N}\mathfrak{E}) = q - \alpha\overset{+}{N}\overset{-}{N} + \overset{+}{k}\Delta\overset{+}{N},\\
&-v\,V\operatorname{div}(\overset{-}{N}\mathfrak{E}) = q - \alpha\overset{+}{N}\overset{-}{N} + \overset{-}{k}\Delta\overset{-}{N}.
\end{aligned}
\right.
$$

---

1) E. Riecke, Nachr. d. K. Gesellsch. d. Wissensch. zu Göttingen, Math.-phys. Kl. Heft 1. 1903.

Vernachlässigt man den Einfluß der Wiedervereinigung | den Einfluß der Diffusion, so erhält man Sättigungsstrom | es wird:

$$\overset{+}{N}_0 = \frac{q}{3\nu U} \cdot \frac{r}{\mathfrak{E}_0}\left(1 - \frac{r_i^3}{r^3}\right), \quad \overset{-}{N}_0 = \frac{q}{3\nu V}\,\frac{r}{\mathfrak{E}_0}\left(\frac{r_a^3}{r^3} - 1\right).$$

Diese Werte werden in den Gleichungen (I) für $\overset{+}{N}$ und $\overset{-}{N}$ den Gliedern benutzt, die mit α oder mit den Diffusions-ffizienten multipliziert sind. Dann ergeben sich die Glei-ungen:

$$\mathfrak{E}^2 = -\frac{4\pi\varepsilon q}{9}\,\frac{U+V}{\nu U V}\,r^2 + \frac{\Phi_1}{r} + \frac{\Phi_4}{r^4},$$

$$= -\frac{8}{3}\pi\varepsilon\alpha\frac{U+V}{\nu U V}\int r^2 \overset{+}{N}_0 \overset{-}{N}_0\, d r + \frac{8\pi\varepsilon}{3\nu}\,\frac{\overset{+}{k}+\overset{-}{k}}{U+V}\int r^2 \Delta(\overset{+}{N}_0 + \overset{-}{N}_0)\, d r,$$

$$= \frac{8}{3}\pi\varepsilon\alpha\frac{U+V}{\nu U V}\int r^5 \overset{+}{N}_0 \overset{-}{N}_0\, d r - \frac{8\pi\varepsilon}{3\nu}\,\frac{\overset{+}{k}+\overset{-}{k}}{U+V}\int r^5 \Delta(\overset{+}{N}_0 + \overset{-}{N}_0)\, d r,$$

$$\overset{+}{N}\mathfrak{E} = \frac{c}{\varepsilon\nu(U+V)} + \frac{q}{3\nu U}\,r + \frac{1}{\nu(U+V)}\,\frac{d}{d r}(\overset{+}{k}\overset{+}{N}_0 - \overset{-}{k}\overset{-}{N}_0) + \frac{3}{8\pi\varepsilon}\,\frac{V}{U+V}\,\frac{\Phi_1}{r^2},$$

$$\overset{-}{N}\mathfrak{E} = \frac{c}{\varepsilon\nu(U+V)} - \frac{q}{3\nu V}\,r + \frac{1}{\nu(U+V)}\,\frac{d}{d r}(\overset{+}{k}\overset{+}{N}_0 - \overset{-}{k}\overset{-}{N}_0) - \frac{3}{8\pi\varepsilon}\cdot\frac{U}{U+V}\cdot\frac{\Phi_1}{r^2}.$$

Die in Φ_1 und Φ_4 auftretenden *Integrationskonstanten* ssen durch die *Grenzbedingungen* bestimmt werden.

Eine davon besteht jedenfalls darin, daß an der Ober-che der inneren Kugel

$$\mathfrak{E}_i = \frac{e}{r_i^2} \qquad \text{l)}$$

in muß.

Als *zweite Grenzbedingung* habe ich in dem früheren Auf-tze die Annahme benutzt, daß an der Oberfläche der inneren ugel *die Dichte der positiven Ionen gleich Null* sei, ebenso ie im Falle des Sättigungsstromes. Diese Annahme trifft er nur *näherungsweise* zu, und es erscheint daher richtig, e *nicht* zu benutzen.

Wenn die Dichte der positiven Ionen an der Oberfläche der inneren Kugel nicht verschwindet, so tritt allerdings die Möglichkeit der Ionenadsorption ein. Von einer Berücksichtigung dieser Wirkung sehen wir aber bei der ganzen Untersuchung ab.

Eine *einwandsfreie zweite Grenzbedingung* ergibt sich, wenn wir berücksichtigen, daß nach den von uns gemachten Annahmen die ganze Elektrizitätsabgabe an die innere Kugel durch die negativen Ionen besorgt wird. Es folgt daraus für die Oberfläche der inneren Kugel die zweite Bedingung:

$$\text{(III)} \qquad \varepsilon \nu V (\overset{-}{N}\mathfrak{E})_i = \mathfrak{c}_i - \varepsilon \overset{-}{k} \left(\frac{d \overset{-}{N}_0}{d r}\right)_i.$$

Aus den Bedingungsgleichungen (II) und (III) folgt:

$$\Phi_1^i = -\frac{8 \pi r_i^2 \mathfrak{c}_i}{3 \nu V} - \frac{8 \pi \varepsilon q (U + V)}{9 \nu U V} r_i^3 + \frac{8 \pi \varepsilon}{3 \nu} r_i^2 \frac{\overset{+}{k} + \overset{-}{k}}{U + V} \left[\frac{d}{d r} (\overset{+}{N}_0 + \overset{-}{N}\right.$$

$$\Phi_4^i = \mathfrak{e}^4 + \frac{8 \pi r_i^5 \mathfrak{c}_i}{3 \nu V} + \frac{4 \pi \varepsilon q (U + V)}{9 \nu U V} r_i^6 - \frac{8 \pi \varepsilon}{3 \nu} r_i^5 \frac{\overset{+}{k} + \overset{-}{k}}{U + V} \left[\frac{d}{d r} (\overset{+}{N}_0 + \overset{-}{N}\right.$$

die Werte weichen von den in dem früheren Aufsatze angegebenen in den von $\overset{+}{N}_0$ abhängenden Teilen der Diffusionsglieder ab.

Die Funktionen Φ_1 und Φ_4 selber werden, ebenso wie früher:

$$\Phi_1 = \Phi_1^i - \frac{8}{3} \pi \varepsilon \alpha \frac{U + V}{\nu U V} \int_{r_i}^{r} r^2 \overset{+}{N}_0 \overset{-}{N}_0 d r + \frac{8 \pi \varepsilon}{3 \nu} \frac{\overset{+}{k} + \overset{-}{k}}{U + V} \int_{r_i}^{r} r^2 \Delta (\overset{+}{N}_0 + \overset{-}{N}_0)$$

$$\Phi_4 = \Phi_4^i + \frac{8}{3} \pi \varepsilon \alpha \frac{U + V}{\nu U V} \int_{r_i}^{r} r^5 \overset{+}{N}_0 \overset{-}{N}_0 d r - \frac{8 \pi \varepsilon}{3 \nu} \frac{\overset{+}{k} + \overset{-}{k}}{U + V} \int_{r_i}^{r} r^5 \Delta (\overset{+}{N}_0 + \overset{-}{N}_0) d$$

Benutzen wir diese Werte zur Berechnung von $\overset{+}{N}\mathfrak{E}$ und von $\overset{-}{N}\mathfrak{E}$, so ergibt sich:

$$\overset{+}{N}\mathfrak{E} = \frac{q}{3 \nu U} r \left(1 - \frac{r_i^3}{r^3}\right) - \frac{\alpha}{\nu U} \frac{1}{r^2} \int_{r_i}^{r} r^2 \overset{+}{N}_0 \overset{-}{N}_0 d r + \frac{\overset{+}{k}}{\nu U} \frac{d \overset{+}{N}_0}{d r},$$

$$\overset{-}{N}\mathfrak{E} = \frac{1}{\varepsilon \nu V} \frac{r_i^2 \mathfrak{c}_i}{r^2} - \frac{q}{3 \nu V} r \left(1 - \frac{r_i^3}{r^3}\right) + \frac{\alpha}{\nu V r^2} \int_{r_i}^{r} r^2 \overset{+}{N}_0 \overset{-}{N}_0 d r - \frac{\overset{-}{k}}{\nu V} \frac{d}{d}$$

Wir wenden uns nun zu der *Verwertung der Gleichungen:*

$$\nu U \operatorname{div}(\overset{+}{N}\mathfrak{E}) = q - \alpha \overset{+}{N}\overset{-}{N} + \overset{+}{k}\Delta\overset{+}{N}$$

$$-\nu V \operatorname{div}(\overset{-}{N}\mathfrak{E}) = q - \alpha \overset{+}{N}\overset{-}{N} + \overset{-}{k}\Delta\overset{-}{N}.$$

Die erste ergibt, über das Volumen Ω des Hohlraumes [inte]griert:

$$\nu U \int_i^a \operatorname{div}(\overset{+}{N}\mathfrak{E})\,dv = q\,\Omega - \alpha \int_i^a \overset{+}{N}_0 \overset{-}{N}_0\,dv + \overset{+}{k}\int_i^a \Delta\overset{+}{N}\,dv,$$

[ode]r

$$-4\pi r_i^2 \nu U \overset{+}{N}_i \mathfrak{E}_i + 4\pi r_a^2 \nu U \overset{+}{N}_a \mathfrak{E}_a = q\,\Omega - \alpha \int_i^a \overset{+}{N}_0 \overset{-}{N}_0\,dv$$

$$-4\pi r_i^2 \overset{+}{k}\left(\frac{d\overset{+}{N}_0}{dr}\right)_i + 4\pi r_a^2 \overset{+}{k}\left(\frac{d\overset{+}{N}_0}{dr}\right)_a.$$

Nun ist:

$$\nu U(\overset{+}{N}\mathfrak{E})_i = \overset{+}{k}\left(\frac{d\overset{+}{N}}{dr}\right)_i,$$

[s]mit:

$$4\,\varepsilon\pi r_a^2 \left\{\nu U \overset{+}{N}_a \mathfrak{E}_a - \overset{+}{k}\left(\frac{d\overset{+}{N}_0}{dr}\right)_a\right\} = \varepsilon q\,\Omega - \varepsilon\alpha \int_i^a \overset{+}{N}_0 \overset{-}{N}_0\,dv.$$

Der auf der linken Seite stehende Ausdruck stellt den ganzen [Be]trag der elektrischen Strömung durch die äußere Kugelfläche [da]r; bezeichnen wir diese durch $\mathfrak{C}$, so ergibt sich:

$$\mathfrak{C} = \varepsilon q\,\Omega - \varepsilon\alpha \int_i^a \overset{+}{N}_0 \overset{-}{N}_0\,dv. \qquad)$$

Die Gleichung enthält *keine von der Diffusion abhängende [Gli]eder.*

Die Integration der Gleichung

$$-\nu V \operatorname{div}(\overset{-}{N}\mathfrak{E}) = q - \alpha \overset{+}{N}\overset{+}{N} + \overset{-}{k}\Delta\overset{-}{N}$$

[gibt]:

$$4\pi r_a^2 \varepsilon\nu V \overset{-}{N}_a \mathfrak{E}_a = 4\pi r_i^2 \mathfrak{c}_i - \varepsilon q\,\Omega + \varepsilon\alpha \int_i^a \overset{+}{N}_0 \overset{-}{N}_0\,dv$$

$$-4\pi r_a^2 \varepsilon \overset{-}{k}\left(\frac{d\overset{-}{N}}{dr}\right)_a.$$

Es ist aber:

$$4\pi r_i^2 c_i = \varepsilon q \Omega - \varepsilon\alpha \int_i^a \overset{+}{N}_0 \overset{-}{N}_0 \, dv,$$

somit:

$$\nu U \overset{-}{N}_a \mathfrak{E}_a = -\overset{-}{k}\left(\frac{d\overset{-}{N}}{dr}\right)_a.$$

Mit Hilfe von Gleichung (IV) läßt sich auch der fi gefundene Ausdruck auf eine einfachere Form bringen. schreiben:

$$\overset{-}{N}\mathfrak{E} = \frac{1}{\varepsilon\nu V}\frac{r_i^2 c_i}{r^2} - \frac{q}{3\nu V} r\left(1 - \frac{r_i^3}{r^3}\right) + \frac{\alpha}{\nu V}\frac{1}{r^2}\int_{r_i}^{r_a} r^2 \overset{+}{N}_0 \overset{-}{N}$$

$$- \frac{\alpha}{\nu V r^2}\int_r^{r_a} r^2 \overset{+}{N}_0 \overset{-}{N}_0 \, dr - \frac{\overset{-}{k}}{\nu V}\frac{d\overset{-}{N}_0}{dr}.$$

Gleichung (IV) gibt:

$$\frac{\alpha}{\nu V}\cdot\frac{1}{r^2}\int_{r_i}^{r_a} r^2 \overset{+}{N}_0 \overset{-}{N}_0 \, dr = -\frac{1}{\varepsilon\nu V}\frac{r_i^2 c_i}{r^2} + \frac{q}{3\nu V} r\left(\frac{r_a^3}{r^3} - \right.$$

Aus der Addition beider Gleichungen folgt:

(V)

$$\overset{-}{N}\mathfrak{E} = \frac{q}{3\nu V} r\left(\frac{r_a^3}{r^3} - 1\right) - \frac{\alpha}{\nu V}\frac{1}{r^2}\int_r^{r_a} r^2 \overset{+}{N}_0 \overset{-}{N}_0 \, dr - \frac{}{\nu}$$

ganz analog mit:

$$\overset{+}{N}\mathfrak{E} = \frac{q}{3\nu U} r\left(1 - \frac{r_i^3}{r^3}\right) - \frac{\alpha}{\nu U}\frac{1}{r^2}\int_{r_i}^{r} r^2 \overset{+}{N}_0 \overset{-}{N}_0 \, dr + \frac{}{\nu}$$

Die Gleichungen sind etwas einfacher, als die m der früheren, nur näherungsweise geltenden Grenzbe erhaltenen.

Für $r = r_i$ wird:

$$(\overset{+}{N}\mathfrak{E})_i = \frac{\overset{+}{k}}{\nu U}\left(\frac{d\overset{+}{N}_0}{dr}\right)_i.$$

Daß dieser Wert klein ist, ergibt sich einmal aus der [Kl]einheit des Faktors $\overset{+}{k}/\nu U$; überdies zeigt der Verlauf der $\overset{+}{N}_0$ in dem früheren Aufsatze mitgeteilten Kurven, daß [au]ch $(d\overset{+}{N}_0/dr)$ für $r = r_i$ nur einen kleinen Wert hat. Es [er]gibt sich also in der Tat, daß man die bei der früheren [Rec]hnung benutzte Grenzbedingung nahezu, aber nicht streng, [als] erfüllt betrachten kann. Eine etwas größere Abweichung [von] dem Werte Null tritt an der äußeren Kugelfläche ein:

$$(\bar{N}\mathfrak{E})_a = -\frac{\bar{k}}{\nu V}\left(\frac{d\bar{N}_0}{dr}\right)_a.$$

Was die numerischen Werte anbelangt, die in der früheren [Ar]beit berechnet worden sind, so werden sie durch die An[we]ndung der verbesserten Formeln nur unwesentlich verändert. [Es] erklärt sich dies dadurch, daß die Abweichungen in Gliedern [lie]gen, die von der Diffusion abhängen; in dem früher be[ha]ndelten Falle tritt aber der Einfluß der Diffusion gegen den [de]r Wiedervereinigung zurück. In der Figur, welche der [frü]heren Mitteilung beigegeben ist, würden die ausgezogenen [Ku]rven den verbesserten Formeln entsprechend parallel mit [sic]h selber ein wenig nach oben zu verschieben sein.

(Eingegangen 20. Juli 1903.)

8. *Über näherungsweise gesättigte Ströme zwischen planparallelen Platten; von Eduard Riecke.*

(Aus den Nachrichten der K. Gesellschaft der Wissenschaften zu Göttingen. Mathematisch-physikalische Klasse. Heft 4. 1903.)

In zwei früheren Arbeiten[1]) habe ich die Theorie der Ströme entwickelt, die zwischen zwei konzentrischen Kugelflächen infolge von Ionisierung der in dem Hohlraume enthaltenen Luft auftreten. Es ergab sich, daß die Beobachtung dieser Ströme ein Mittel gibt, um die Konstante α der Wiedervereinigung zu bestimmen. Mit Rücksicht auf diese Möglichkeit schien es mir von Interesse, auch den Fall eines zwischen zwei planparallelen Platten eingeschlossenen Luftraumes einer etwas genaueren Untersuchung zu unterwerfen.

I. Die allgemeinen Gleichungen des Problems.

Von zwei unendlichen Platten, die einander in dem Abstande l parallel gegenübergestellt sind, sei die eine positiv geladen, die andere mit der Erde leitend verbunden. Die Intensität des zwischen den Platten eingeschlossenen elektrischen Feldes sei $\mathfrak{F}$. Die Luft in dem Zwischenraume der Platten werde etwa durch Röntgen- oder Radiumstrahlen ionisiert. Die Ionisierungsstärke sei q, die Dichte des durch die Kraft $\mathfrak{F}$ erzeugten elektrischen Stromes $\mathfrak{c}$. Die Dichten der positiven und der negativen Ionen seien $\overset{+}{N}$ und $\overset{-}{N}$, ihre absoluten Beweglichkeiten U und V, ihre Diffusionskoeffizienten $\overset{+}{k}$ und $\overset{-}{k}$. Der Koeffizient der Wiedervereinigung sei α, das elektrische Elementarquantum werde mit ε, die Lichtgeschwindigkeit mit v bezeichnet. In irgend einem Punkte der positiven Platte errichten wir die Normale. Ihren Fußpunkt machen wir zum Nullpunkt, ihren nach der negativen Platte hinübergehenden Zweig zur positiven Richtung einer Achse x.

---

1) E. Riecke, Nachr. d. K. Gesellsch. d. Wissensch. zu Göttingen, math.-phys. Kl. Heft 1 u. 2. 1903; Ann. d. Phys. **12.** p. 52. 1903.

Dann ergeben sich die folgenden Gleichungen:

$$\begin{cases} \dfrac{d\mathfrak{F}}{dx} = 4\pi\varepsilon(\overset{+}{N} - \overset{-}{N}), \\ \nu\varepsilon(U\overset{+}{N} + V\overset{-}{N})\mathfrak{F} - \varepsilon\dfrac{d}{dx}(\overset{+}{k}\overset{+}{N} - \overset{-}{k}\overset{-}{N}) = \mathfrak{c}, \\ q = \nu U\dfrac{d(\overset{+}{N}\mathfrak{F})}{dx} - \overset{+}{k}\dfrac{d^2\overset{+}{N}}{dx^2} + \alpha\overset{+}{N}\overset{-}{N}, \\ q = -\nu V\dfrac{d(\overset{-}{N}\mathfrak{F})}{dx} - \overset{-}{k}\dfrac{d^2\overset{-}{N}}{dx^2} + \alpha\overset{+}{N}\overset{-}{N}. \end{cases}$$

Wir haben vier Gleichungen und wir können als Unbekannte Größen $\mathfrak{F}$, q, $\overset{+}{N}$, $\overset{-}{N}$ betrachten; vorausgesetzt wird dann, die Stromdichte $\mathfrak{c}$ durch Beobachtung bestimmt ist.

II. Der Sättigungsstrom.

Vernachlässigt man den Einfluß der Wiedervereinigung der Diffusion, so erhält man:

$$\begin{cases} \dfrac{d\mathfrak{F}}{dx} = 4\pi\varepsilon(\overset{+}{N} - \overset{-}{N}), \\ \nu\varepsilon(U\overset{+}{N} + V\overset{-}{N})\mathfrak{F} = \mathfrak{c}, \\ q = \nu U\dfrac{d(\overset{+}{N}\mathfrak{F})}{dx} = -\nu V\dfrac{d(\overset{-}{N}\mathfrak{F})}{dx}. \end{cases}$$

Die Auflösung der Gleichungen führt zu den folgenden Formeln:

$$\text{I)}\quad \begin{cases} \mathfrak{F}^2 = \mathfrak{F}_0^2 - \dfrac{8\pi\mathfrak{c}}{\nu V}x + \dfrac{4\pi\varepsilon(U+V)}{\nu UV}qx^2. \\ \overset{+}{N}\mathfrak{F} = \dfrac{q}{\nu U}x, \qquad \overset{-}{N}\mathfrak{F} = \dfrac{\mathfrak{c}}{\nu\varepsilon V} - \dfrac{q}{\nu V}x, \\ \mathfrak{c} = \varepsilon q l. \end{cases}$$

Für $x = 0$ wird:

$$\mathfrak{F} = \mathfrak{F}_0, \quad \overset{+}{N}_0 = 0, \quad \overset{-}{N}_0\mathfrak{F}_0 = \frac{\mathfrak{c}}{\nu\varepsilon V} = \frac{q}{\nu V}l.$$

Für $x = l$:

$$\overset{+}{N}_l\mathfrak{F}_l = \frac{q}{\nu U}l, \qquad \overset{-}{N}_l\mathfrak{F}_l = 0.$$

Es ist also:

$$\varepsilon\nu V\overset{-}{N}_0\mathfrak{F}_0 = \varepsilon\nu U\overset{+}{N}_l\mathfrak{F}_l = \mathfrak{c}.$$

Mit Benutzung dieser Werte kann man die Gleichungen (I auf die Form bringen:

$$(\mathrm{III}')\quad \begin{cases} \mathfrak{F}^2 = \mathfrak{F}_0^2 - 8\pi\varepsilon \overset{-}{N}_0 \mathfrak{F}_0 x + 4\pi\varepsilon(\overset{-}{N}_0 \mathfrak{F}_0 + \overset{+}{N}_l \mathfrak{F}_l)\dfrac{x^2}{l}. \\ \overset{+}{N}\mathfrak{F} = \overset{+}{N}_l \mathfrak{F}_l \dfrac{x}{l}, \qquad \overset{-}{N}\mathfrak{F} = \overset{-}{N}_0 \mathfrak{F}_0\left(1 - \dfrac{x}{l}\right), \\ \mathfrak{c} = \varepsilon q l. \end{cases}$$

Um von den Werten der in diesen Gleichungen a tretenden Koeffizienten eine bestimmtere Vorstellung zu l kommen, scheint es nützlich, sie, soweit möglich, in numerisch Form aufzustellen.

Wir benutzen zu diesem Zwecke die Werte:

$$U = 1{,}26 \times 10^{-8}, \quad V = 1{,}74 \times 10^{-8}, \quad \frac{V}{U} = 1{,}38.$$

$$\frac{\overset{+}{k}}{U} = \frac{\overset{-}{k}}{V} = 2{,}33 \times 10^6.$$

$$\overset{+}{k} = 0{,}0293, \quad \overset{-}{k} = 0{,}0405,$$

$$\varepsilon = 4{,}69 \times 10^{-10}, \quad \alpha = 1{,}59 \times 10^{-6}.$$

Dann wird:

$$\overset{-}{N}_0 \mathfrak{F}_0 = 0{,}00192 \times q l, \quad \overset{+}{N}_l \mathfrak{F}_l = 0{,}00265 \times q l.$$

$$\mathfrak{F}^2 = \mathfrak{F}_0^2 - 0{,}226 \times 10^{-10} q l x + 0{,}268 \times 10^{-10} q x^2.$$

Daraus folgt, daß die Veränderlichkeit der Feldstärke allgemeinen nur eine sehr kleine sein wird.

Die Theorie des Sättigungsstromes ist nur anwendbar, w

$$\alpha \overset{+}{N}\overset{-}{N}, \quad \overset{+}{k}\frac{d^2 \overset{+}{N}}{dx^2} \quad \text{und} \quad \overset{-}{k}\frac{d^2 \overset{-}{N}}{dx^2}$$

gegen q sehr klein sind.

Nun ist:

$$\alpha \overset{+}{N}\overset{-}{N}\mathfrak{F}^2 = \alpha \overset{+}{N}_l \mathfrak{F}_l \overset{-}{N}_0 \mathfrak{F}_0 \frac{x(l-x)}{l^2},$$

also mit Benutzung der angegebenen Werte:

$$\alpha \overset{+}{N}\overset{-}{N} = 8{,}10 \times 10^{-12} \frac{q^2 x(l-x)}{\mathfrak{F}^2}.$$

Es muß somit q klein sein gegen

$$\frac{\mathfrak{F}^2}{8{,}10 \times x(l-x)} \times 10^{12}.$$

Es ist ferner:

$$\overset{+}{k}\overset{+}{N} = \overset{+}{k}\overset{+}{N}_l \mathfrak{F}_l \frac{x}{\mathfrak{F} l},$$

$$\frac{1}{\mathfrak{F}} = \frac{1}{\mathfrak{F}_0} + 0{,}113 \times 10^{-10} \frac{q l x}{\mathfrak{F}_0^3} - 0{,}134 \times 10^{-10} \frac{q x^2}{\mathfrak{F}_0^3}.$$

Somit:

$$\overset{+}{k} \frac{d^2 \overset{+}{N}}{d x^2} = \frac{q^2}{\mathfrak{F}_0^3}(1{,}75\, l - 6{,}21\, x)\, 10^{-15}.$$

Die Theorie des Sättigungsstromes setzt hiernach voraus, daß q klein sei gegen:

$$\frac{\mathfrak{F}_0^3}{1{,}75\, l - 6{,}21\, x} \times 10^{15}.$$

Aus der Bedingung, daß q groß sein soll gegen $\overset{-}{k} \frac{d^2 \overset{-}{N}}{d x^2}$, folgt ebenso:

$$q \text{ klein gegen } \frac{\mathfrak{F}_0^3}{6{,}21\, x - 3{,}78\, l} \times 10^{15}.$$

III. Nicht gesättigter Strom, erste Annäherung.

Von den Größen, die wir im vorhergehenden nach der Theorie des Sättigungsstromes berechnet haben, unterscheiden wir die in erster Annäherung für den nicht gesättigten Strom geltenden durch den Index 1. Die allgemeinen Gleichungen des Problems kommen dann auf die folgende Form:

$$(\mathrm{IV}) \quad \left\{ \begin{aligned} \frac{d \mathfrak{F}_1}{d x} &= 4 \pi \varepsilon (\overset{+}{N}_1 - \overset{-}{N}_1), \\ v \varepsilon (U \overset{+}{N}_1 + V \overset{-}{N}_1) \mathfrak{F}_1 &= \mathrm{c} + \varepsilon \frac{d}{d x} (\overset{+}{k}\overset{+}{N} - \overset{-}{k}\overset{-}{N}), \\ q_1 &= \quad v\, U \frac{d(\overset{+}{N}_1 \mathfrak{F}_1)}{d x} - \overset{+}{k} \frac{d^2 \overset{+}{N}}{d x^2} + \alpha \overset{+}{N}\overset{-}{N}, \\ q_1 &= - v\, V \frac{d(\overset{-}{N}_1 \mathfrak{F}_1)}{d x} - \overset{-}{k} \frac{d^2 \overset{-}{N}}{d x^2} + \alpha \overset{+}{N}\overset{-}{N}. \end{aligned} \right.$$

Die Auflösung der Gleichungen führt zu den folgenden Ansätzen:

$$\mathfrak{J}_1^2 = \mathfrak{J}_0^2 + c_1 x + \frac{4\pi\varepsilon(U+V)}{\nu U V} q_1 x^2 + 8\pi\varepsilon \frac{\overset{+}{k}}{\nu U}(\overset{+}{N} + \overset{-}{N} - \ldots$$

$$- \frac{8\pi\varepsilon(U+V)}{\nu U V} \alpha \int_0^x \int_0^x \overset{+}{N}\overset{-}{N}\, dx\, dx.$$

$$\overset{+}{N}_1 \mathfrak{J}_1 = \frac{\mathfrak{c}}{\nu\varepsilon(U+V)} + \frac{q_1}{\nu U} x + \frac{\overset{+}{k}}{\nu U}\frac{d\overset{+}{N}}{dx} - \frac{\alpha}{\nu U}\int_0^x \overset{+}{N}\overset{-}{N} \ldots$$

$$+ \frac{V}{8\pi\varepsilon(U+V)} c_1,$$

$$\overset{-}{N}_1 \mathfrak{J}_1 = \frac{\mathfrak{c}}{\nu\varepsilon(U+V)} - \frac{q_1}{\nu V} x - \frac{\overset{-}{k}}{\nu V}\frac{d\overset{-}{N}}{dx} + \frac{\alpha}{\nu V}\int_0^x \overset{+}{N}\overset{-}{N} \ldots$$

$$- \frac{U}{8\pi\varepsilon(U+V)} c_1.$$

Die Integrationskonstante c_1 bestimmt sich durch ... dingungen, daß an den Elektrodenplatten

$$\mathfrak{c} = \varepsilon\nu V(\mathfrak{J}_1 \overset{-}{N}_1)_0 + \varepsilon\overset{-}{k}\left(\frac{d\overset{-}{N}}{dx}\right)_0 = \varepsilon\nu U(\mathfrak{J}_1 \overset{+}{N}_1)_l - \varepsilon\overset{+}{k}\left(\frac{d\overset{+}{N}}{dx}\right. \ldots$$

sein muß.

Man findet:

$$c_1 = -\frac{8\pi\mathfrak{c}}{\nu V};$$

die Lösung der Gleichungen (IV) ist dann durch die fol... Formeln gegeben:

$$\text{(V)}\quad \begin{cases} q_1 = \dfrac{\mathfrak{c}}{\varepsilon l} + \dfrac{\alpha}{l}\displaystyle\int_0^l \overset{+}{N}\overset{-}{N}\, dx = q + \dfrac{\alpha}{l}\displaystyle\int_0^l \overset{+}{N}\overset{-}{N}\, dx. \\ \mathfrak{J}_1^2 = \mathfrak{J}^2 + \dfrac{4\pi\varepsilon(U+V)}{\nu U V}\alpha\left\{\dfrac{x^2}{l}\displaystyle\int_0^l \overset{+}{N}\overset{-}{N}\, dx - 2\displaystyle\int_0^x\int_0^x \overset{+}{N}\overset{-}{N} \ldots\right. \\ \qquad + 8\pi\varepsilon\dfrac{\overset{+}{k}}{\nu U}(\overset{+}{N} + \overset{-}{N} \ldots \\ \overset{+}{N}_1\mathfrak{J}_1 = \overset{+}{N}\mathfrak{J} + \dfrac{\alpha}{\nu U}\left\{\dfrac{x}{l}\displaystyle\int_0^l \overset{+}{N}\overset{-}{N}\, dx - \displaystyle\int_0^x \overset{+}{N}\overset{-}{N}\, dx\right\} + \ldots \\ \overset{-}{N}_1\mathfrak{J}_1 = \overset{-}{N}\mathfrak{J} + \dfrac{\alpha}{\nu V}\left\{\dfrac{l-x}{l}\displaystyle\int_0^l \overset{+}{N}\overset{-}{N}\, dx - \displaystyle\int_x^l \overset{+}{N}\overset{-}{N}\, dx\right\} - \ldots \end{cases}$$

Mit Benutzung der numerischen Werte ergibt sich:

$$\mathfrak{F}_1^2 = \mathfrak{F}^2 + 36{,}3 \times 10^{-24} \frac{q^2}{\mathfrak{F}_0^2}(l-x)^2 x^2 + 0{,}67 \times 10^{-15} \times \frac{q\,x}{\mathfrak{F}_0},$$

$$\overset{+}{N}_1 \mathfrak{F}_1 = \overset{+}{N}\mathfrak{F} + 3{,}56 \times 10^{-15} \frac{q^2}{\mathfrak{F}_0^2}(l-2\,x)(l-x)\,x + 0{,}228 \times 10^{-6} \frac{q}{\mathfrak{F}_0},$$

$$\overset{-}{N}_1 \mathfrak{F}_1 = \overset{-}{N}\mathfrak{F} - 2{,}55 \times 10^{-15} \frac{q^2}{\mathfrak{F}_0^2}(l-2\,x)(l-x)\,x + 0{,}149 \times 10^{-6} \frac{q}{\mathfrak{F}_0}.$$

IV. Nicht gesättigter Strom, zweite Näherung.

In den Formeln (I) setzen wir an Stelle von $\overset{+}{N}$ und $\overset{-}{N}$ in n mit α und k multiplizierten Gliedern die zuvor berechten Größen $\overset{+}{N}_1$ und $\overset{-}{N}_1$. Wir erhalten dann zur Berechnung r zweiten Annäherung die Formeln:

$$\frac{d\,\mathfrak{F}_2}{d\,x} = 4\,\pi\,\varepsilon(\overset{+}{N}_2 - \overset{-}{N}_2),$$

$$\nu\,\varepsilon(U\overset{+}{N}_2 + V\overset{-}{N}_2)\mathfrak{F}_2 = \mathfrak{c} + \varepsilon\frac{d}{d\,x}(\overset{+}{k}\overset{+}{N}_1 - \overset{+}{k}\overset{+}{N}_1),$$

$$q_2 = \quad \nu\,U\frac{d(\overset{+}{N}_2\mathfrak{F}_2)}{d\,x} - \overset{+}{k}\frac{d^2\overset{+}{N}_1}{d\,x^2} + \alpha\,\overset{+}{N}_1\overset{-}{N}_1,$$

$$q_2 = -\,\nu\,V\frac{d(\overset{-}{N}_2\mathfrak{F}_2)}{d\,x} - \overset{-}{k}\frac{d^2\overset{-}{N}_1}{d\,x^2} + \alpha\,\overset{+}{N}_1\overset{-}{N}_1.$$

Die Auflösung der Gleichungen gibt:

$$\left\{\begin{aligned}
q_2 &= q + \frac{\alpha}{l}\int\limits_0^l \overset{+}{N}_1\overset{-}{N}_1\,d\,x,\\
\mathfrak{F}_2^2 &= \mathfrak{F}_0^2 - \frac{8\,\pi\,\mathfrak{c}}{\nu\,V}\,x + \frac{4\,\pi\,\varepsilon(U+V)}{\nu\,U\,V}\,q_2\,x^2\\
&\quad + 8\,\pi\,\varepsilon\frac{\overset{+}{k}}{\nu\,U}(\overset{+}{N}_1 + \overset{-}{N}_1 - \overset{+}{N}_{10} - \overset{-}{N}_{10}\\
&\quad - \frac{8\,\pi\,\varepsilon(U+V)}{\nu\,U\,V}\,\alpha\int\limits_0^x\int\limits_0^x \overset{+}{N}_1\overset{-}{N}_1\,d\,x\,d\,x,\\
\overset{+}{N}_2\mathfrak{F}_2 &= \frac{q_2}{\nu\,U}\,x + \frac{\overset{+}{k}}{\nu\,U}\frac{d\overset{+}{N}_1}{d\,x} - \frac{\alpha}{\nu\,U}\int\limits_0^x \overset{+}{N}_1\overset{-}{N}_1\,d\,x,\\
\overset{-}{N}_2\mathfrak{F}_2 &= \frac{q_2}{\nu\,V}(l-x) - \frac{\overset{-}{k}}{\nu\,V}\frac{d\overset{-}{N}_1}{d\,x} - \frac{\alpha}{\nu\,V}\int\limits_x^l \overset{+}{N}_1\overset{-}{N}_1\,d\,x.
\end{aligned}\right.$$

Wenn man in diesen Formeln an Stelle von q_2, $\overset{+}{N}_1$ und $\overset{-}{N}_1$ die aus dem früheren folgenden Werte substituiert, so ergeben sich komplizierte Ausdrücke. Wir werden nur die erste der Gleichungen etwas weiter ausführen, da sich an diese die Möglichkeit knüpft, aus Beobachtungen nicht gesättigter Ströme den Wert der *Konstanten α der Wiedervereinigung* zu bestimmen.

Zu diesem Zwecke bringen wir die Gleichung auf die Form:

$$\varepsilon l q_2 - \mathfrak{c} = \alpha \varepsilon \int_0^l \overset{+}{N}_1 \overset{-}{N}_1 \, d x .$$

Setzen wir zur Abkürzung:

$$\frac{x}{l}\int_0^l \overset{+}{N}\overset{-}{N} dx - \int_0^x \overset{+}{N}\overset{-}{N} dx = \mathfrak{X}_1, \quad \frac{l-x}{l}\int_0^l \overset{+}{N}\overset{-}{N} dx - \int_x^l \overset{+}{N}\overset{-}{N} dx = \mathfrak{X}_2,$$

$$\frac{x^2}{l}\int_0^l \overset{+}{N}\overset{-}{N} dx - 2\int_0^x\int_0^x \overset{+}{N}\overset{-}{N} dx\, dx = \Xi,$$

so wird:

$$\overset{+}{N}_1 \mathfrak{F}_1 = \overset{+}{N}\mathfrak{F} + \frac{\alpha}{\nu U}\mathfrak{X}_1 + \frac{\overset{+}{k}}{\nu U}\frac{d\overset{+}{N}}{dx},$$

$$\overset{-}{N}_1 \mathfrak{F}_1 = \overset{-}{N}\mathfrak{F} + \frac{\alpha}{\nu V}\mathfrak{X}_2 - \frac{\overset{-}{k}}{\nu U}\frac{d\overset{-}{N}}{dx},$$

$$\mathfrak{F}_1^2 = \mathfrak{F}^2 + \frac{4\pi\varepsilon(U+V)}{\nu U V}\alpha\,\Xi + 8\pi\varepsilon\frac{\overset{+}{k}}{\nu U}(\overset{+}{N} + \overset{-}{N} - \overset{-}{N}_0).$$

Benutzt man diese Werte zur Berechnung des Integrales $\int_0^l \overset{+}{N}_1 \overset{-}{N}_2 \, dx$, so erhält man für α die Gleichung:

$$\varepsilon l q_2 - \mathfrak{c} = \alpha\varepsilon\left[\int_0^l \overset{+}{N}\overset{-}{N} dx + \frac{\overset{+}{k}}{\nu U}\left\{\int_0^l \frac{1}{\mathfrak{F}}\left(\overset{-}{N}\frac{d\overset{+}{N}}{dx} - \overset{+}{N}\frac{d\overset{-}{N}}{dx}\right)dx \right.\right.$$
$$\left.\left. - 8\pi\varepsilon\int_0^l \frac{\overset{+}{N}\overset{-}{N}(\overset{+}{N} + \overset{-}{N} - \overset{-}{N}_0)}{\mathfrak{F}^2}dx\right\}\right]$$
$$+ \alpha^2\varepsilon\frac{1}{\nu U V}\left[\int_0^l \frac{V\overset{-}{N}\mathfrak{X}_1 + U\overset{+}{N}\mathfrak{X}_2}{\mathfrak{F}}dx - 4\pi\varepsilon(U+V)\int_0^l \frac{\overset{+}{N}\overset{-}{N}\Xi}{\mathfrak{F}^3}dx\right].$$

Die numerische Rechnung gibt:

$$\varepsilon l q_2 - \mathfrak{c} = \alpha\varepsilon \times 0{,}85 \times 10^{-6}\frac{q^2 l^3}{\mathfrak{F}_0^2}\left\{\begin{matrix} 1 + 4{,}65 \times 10^{-4}\dfrac{1}{\mathfrak{F}_0 l} \\ - 3{,}34 \times 10^{-16}\dfrac{q\,l}{\mathfrak{F}_0^3} \end{matrix}\right\}$$

$$+ \alpha^2\varepsilon \times 0{,}143 \times 10^{-12} \times \frac{q^3 l^5}{\mathfrak{F}_0^4}\left\{1 - 0{,}81 \times 10^{-12}\frac{q\,l^3}{\mathfrak{F}_0^2}\right\}.$$

Näherungsweise kann man schreiben:

$$q_2 - \mathfrak{c} = \alpha\varepsilon \times 0{,}85 \times 10^{-6}\frac{q^2 l^3}{\mathfrak{F}_0^2} + \alpha^2\varepsilon \times 0{,}143 \times 10^{-12}\frac{q^3 l^5}{\mathfrak{F}_0^4}.$$

Hier ist:

$$\mathfrak{c} = \varepsilon l q.$$

Die Gleichung kommt daher auf die einfachere Form:

$$q_2 - q) = \alpha \times 0{,}85 \times 10^{-6} \times \frac{q^2 l^3}{\mathfrak{F}_0^2} + \alpha^2 \times 0{,}143 \times 10^{-12} \times \frac{q^3 l^5}{\mathfrak{F}_0^4}.$$

Benutzt man diese Gleichung zur Berechnung von α, so gibt sich:

$$\alpha = 1{,}18 \times 10^6 \times \frac{\mathfrak{F}_0^2 (q_2 - q)}{l^3 q^2}\left\{1 - 0{,}20\frac{q_2 - q}{q}\right\}.$$

Der Wert von α wird also kleiner, wenn man das quaatische Glied mit berücksichtigt.

Führt man an Stelle von q_2 und q die Dichten $\mathfrak{C}$ des ttigungsstromes und $\mathfrak{c}$ des wirklich beobachteten Stromes ı, so wird:

$$\alpha = 5{,}52 \times 10^{-4} \times \frac{(\mathfrak{C} - \mathfrak{c})\,\mathfrak{F}_0^2}{l\,\mathfrak{c}^2}\left(1 - 0{,}20\frac{\mathfrak{C} - \mathfrak{c}}{\mathfrak{c}}\right).$$

(Eingegangen 4. August 1903.)

9. *Über den Spannungsverlust im elektrischen Lichtbogen;*
von Günther Schulze.

(Auszug aus der Inaugural-Dissertation zu Hannover.)

Über den Spannungsabfall im elektrischen Lichtbogen sind schon sehr viele Arbeiten veröffentlicht worden. Die weit überwiegende Mehrzahl derselben bezieht sich jedoch nur auf den Kohlebogen, welcher aus verschiedenen Gründen zu Untersuchungen über die Ursachen des Spannungsabfalles wenig geeignet ist. Denn erstens verbrennt die Kohle bei der Temperatur des Lichtbogens sehr lebhaft, wodurch die lediglich elektrischen Erscheinungen verdeckt werden, zweitens bildet sie im Lichtbogen sowohl mit Sauerstoff als auch mit Stickstoff Gase (CO und CN u. a.), und es ist unsicher, ob CO oder CN oder gasförmige Kohle der Träger des Stromes ist. Endlich scheint sie bei einer sehr hohen Temperatur direkt aus dem festen in den gasförmigen Zustand überzugehen. Die wenigen bisher mit Metallen vorgenommenen Versuche beziehen sich nur auf einzelne Punkte, aus denen sich keine zusammenfassenden Schlüsse ziehen lassen. Dazu kommt noch, daß sich zwischen den Resultaten der verschiedenen Beobachter unvereinbare Widersprüche finden.

Alles das war die Veranlassung zu der folgenden Untersuchung, deren Aufgabe es ist, klarzustellen, von welchen Größen der Spannungsabfall an der Grenze zwischen den Elektroden und dem Gas des Bogens (die sogenannte „elektromotorische Gegenkraft des Lichtbogens") abhängt und daraus womöglich auf die inneren Gründe dieses Spannungsabfalles zu schließen.

ur Vereinfachung sei bezeichnet mit:

gesamte Spannungsabfall des elektrischen Lichtbogens,
Spannungsabfall beim Übergange des Stromes aus der Anode in
las Gas des Bogens,
Spannungsabfall beim Übergange des Stromes aus dem Gas des
Bogens in die Kathode,
$= e$,
änge des Lichtbogens in Millimetern,
itrom des Lichtbogens in Ampère.

lle Spannungen in Volt.

ie Stelle, an welcher der Strom aus der Anode aus-
n die Kathode eintritt, heiße Anoden- bez. Kathoden-
allgemein Bogenpunkt.

ie bei den eigenen Messungen verwandte Versuchsan-
ıg war folgende.

ie benutzte Bogenlampe, welche sich zur Abblendung
chtes in einem großen Holzgehäuse befand, war so kon-
t, daß nach Ausschaltung des elektrischen Regulierungs-
nismus und der Hemmvorrichtung das Werk die Elek-
einander zu nähern strebte. An dem Halter der unteren
ode war eine Schnur befestigt, welche durch Gleitringe
Platze des Beobachters führte und eine empfindliche
erung der Länge des Lichtbogens ermöglichte. Letzterer
mit Hilfe eines Steinheilschen Gruppenantiplanets
nfacher Vergrößerung auf einen weißen Schirm geworfen.
ergrößerung wurde dadurch eingestellt, daß der Durch-
der unteren Kohle genügend weit vom Bogen entfernt
ner Mikrometerschraube bestimmt, und dann die Ent-
g des Schirmes vom Lichtbogen so lange verändert
bis das Bild der betreffenden Stelle der Kohle die
che Breite aufwies.

Der Strom wurde einer Akkumulatorenbatterie von
olt entnommen, deren Spannung konstant war. Die
ıng E des Lichtbogens wurde an den Haltern der Lampe
en. Wiederholt wurde der Übergangswiderstand Halter-
bestimmt. Er betrug im Mittel 0,036 Ω. Der spezifische
stand der verwandten Kohle ergab sich zu 84 Ohm,
^{2}. Aus beiden Größen konnte der Spannungsverlust
n Halter und Bogenpunkt berechnet und in Abzug ge-
werden.

Zur Bestimmung von e_a und e_k wurden Kohlenstäbe von 1,5 mm Durchmesser und 100 m Länge benutzt. Dieselben wurden in Messinghalter gespannt, welche in einem beweglichen Stativ befestigt wurden. Es wurde festgestellt, daß der Widerstand der Kombination gegen den Widerstand des benutzten Präzisionsvoltmeters zu vernachlässigen war. Mit Hilfe eines Umschalters konnten unmittelbar nacheinander e_a und e_k gemessen werden.

Sämtliche zum Lichtbogen verwandte Kohlen waren Homogenkohlen. Die Spannungskurve war bei verschiedenen Exemplaren dieselbe. Die Kohlen hatten sämtlich einen Durchmesser von 13,2 mm.

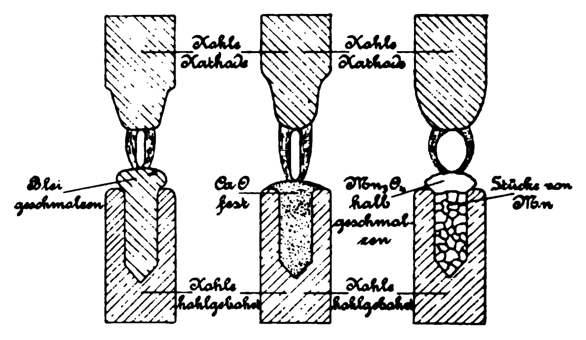


Fig. 1.

Der Durchmesser aller benutzten Metallelektroden betrug 11,0 mm. Als massive Elektroden wurden Fe, Ni, Cu verwandt. Versucht wurden solche aus Pb, Sb, Sn, Zn, Bi. Es zeigte sich aber, daß diese Metalle so stark fortschmolzen, daß eine Messung nicht möglich war. Um nun doch obige Elemente und auch noch andere untersuchen zu können, wurden Homogenkohlen von 13,2 mm Durchmesser mit einer 20—30 mm tiefen Bohrung von 6 mm Durchmesser versehen und die betreffenden Stoffe hineingefüllt. Zur Erläuterung diene Fig. 1.

So wurden Pb, Sb, Sn, Bi, Ag, Mn, Cr, Co, Mg untersucht. Es wurde Sorge getragen, daß die Kuppe des Metalles so hoch über die Kohle hinausragte, daß die letztere den Bogen nicht mehr beeinflussen konnte.

Die Messung der Bogen aus Pb, Sb, Sn, Bi, Ag bot insofern einige Schwierigkeiten, als die Metalle einige Minuten nach dem Einschalten in heftiges Kochen gerieten, so daß

r Strom unterbrochen werden mußte. Die Kuppen dieser
alle blieben von Oxyd frei. Bei Fe, Cu, Ni, Mn, Cr, Co,
g bildeten sich bald nach dem Einschalten Oxyde. Bei den
menten Cd und Zn wurde von vornherein das Oxyd benutzt,
i K, Na, Si, Ba, Sr, Ca die Karbonate. Auch hier wurde
r der Messung so lange Substanz nachgefüllt, bis die Kohle
llig damit gefüllt und durchtränkt war und sich eine Kuppe
bildet hatte. Bei der Temperatur des Bogenpunktes ver-
ndelten sich die Karbonate in die Oxyde, wie die chemische
tersuchung der Stellen, von denen der Bogenpunkt ausge-
ngen war, ergab.

Bei dieser Versuchsanordnung mußte die die Metalle
gende Kohle die untere sein. Die obere war eine einfache
omogenkohle. Daß sie oben war, hatte den Vorteil, daß
re aufsteigenden Verbrennungsgase nicht in den Bogen ge-
ngten. Da Kohle weitaus am schwersten von allen unter-
chten Stoffen verdampft, so bestand bei allen untersuchten
etallbögen das Gas des Bogens nahezu nur aus dem be-
ffenden Metalle und nicht aus C, so daß das für die einzelnen
lemente ermittelte e_a wirklich den Elementen eigen ist und
cht durch die gegenüberstehende Kohle mitbedingt wird,
lbst für den Fall, daß e_a und e_k davon abhängig sein sollten,
lches Gas die Elektrode umgibt. Zum Beweise dienen
gende Messungsergebnisse:

Messung von e_a.

$i = 6$ Amp., $l = 4$ mm, Anode unten.

Substanz	I. Beide Elektroden Metall e_a	II. Anode (unten) Metall Kathode (oben) *Kohle* e_a
Fe_3O_4	19,4 Volt	19,8 Volt
CuO	17,9 „	18,4 „
NiO	18,7 „	18,8 „

Die Abweichungen von $\pm$ 0,5 Volt liegen innerhalb der
lergrenze.

Immer war die metalltragende Kohle Anode.

Es wurde versucht Sn, Pb, Bi als Kathode gegen eine Kohlenanode zu verwenden. Dabei ergab sich ein völlig anderer Bogen. Waren die Metalle Anode, so war der Bogen lautlos, ziemlich stabil und scharf begrenzt. Waren sie dagegen Kathode, so erschien ein heftig prasselnder, mit großer Geschwindigkeit umherwirbelnder Bogen, welcher die ganze geschmolzene Kuppe in den wildesten Aufruhr brachte, kurz einer starken Funkenentladung viel ähnlicher war, als einem Lichtbogen. Länger als 4 mm war er meist nicht zu erhalten. Er erlosch dann so unvermittelt, als ob der Strom plötzlich ausgeschaltet wäre. Die Kurven $E = f(l)$ steigen ganz außergewöhnlich steil an. Wegen der erwähnten Übelstände, vor allem auch, weil das Einführen einer Sonde in die Bögen nicht möglich war, wurde von einer Untersuchung der anderen Metalle in dieser Schaltung Abstand genommen.

Sämtliche Messungen wurden in der Weise vorgenommen, daß der Lichtbogen auf eine bestimmte gewünschte Länge einreguliert und darauf erhalten wurde. Dann wurde, soweit es möglich war, gewartet, bis die Versuchsbedingungen konstant geworden waren.

Um den Einfluß der Kühlung der Elektroden festzustellen, wurden Kupferstäbe von 11 mm Durchmesser in Röhren aus Messing eingelötet. Durch diese Röhren wurde Wasser so schnell durchgeleitet, daß eine merkliche Erwärmung desselben nicht stattfand. Durch das wasserdichte Einlöten wurde verhindert, daß Spuren von Wasser oder Wasserdampf in den Lichtbogen gelangen und die Spannung verändern konnten.

Zur Ermittelung der Kurven $e_a = f(l)$ und $e_k = f(l)$ eignet sich am besten der Bogen zwischen zwei Eisenelektroden. Zwischen denselben gibt es, ebenso wie zwischen den verwandten Metallen Cr, Mn, Co, Ni zwei Bögen. Einen Bogen zwischen den Metallen selbst, einen anderen zwischen den Oxyden der Metalle. Der erstere erscheint nur einige Minuten nach dem Einschalten, solange auf den Elektrodenkuppen, besonders auf der Kathode, oxydfreie Stellen vorhanden sind, von denen er ausgehen kann. Oxyd an der Anode scheint ihn nicht wesentlich zu beeinträchtigen. Der Bogen ist lautlos. Beim Eisen ist die Farbe tiefblau, die Gestalt ellipsoidisch. Die Kurve $E = f(l)$ liegt um 9 Volt tiefer, als bei dem Oxydbogen.

Die Bogen der anderen oben erwähnten Metalle zeigen grano salis und abgesehen von der Farbe dieselben Erinungen. Im folgenden sei nur der Eisenbogen behandelt.

Durch Auflösen der Oxydkuppen, welche erkaltet auf den ktroden nur lose aufsitzen, in konzentrierter HCl in einer nosphäre von CO_2 und Untersuchung der Lösung mit $Fe(CN)_6$ sowie $K_3Fe(CN)_6$ wurde festgestellt, daß die Kuppen wohl FeO als auch Fe_2O_3 enthielten, also wohl aus Fe_3O_4 standen. Das ist ja auch die bei hohen Temperaturen in ft beständigste Verbindung.

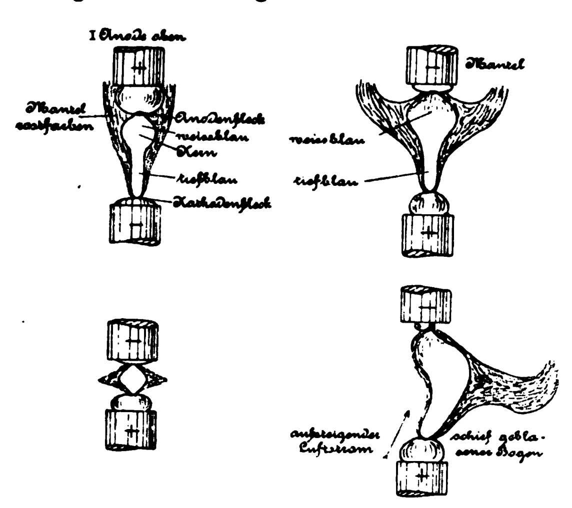


Fig. 2.

Der Oxydbogen zischt heftig. Es fließt also in ihm ein rom mit Schwankungen hoher Periodenzahl.

Die Form des Bogens zeigt Fig. 2.

Aus der Form des Bogens geht hervor, daß beide Elekden Dampf ihrer Substanz aussenden und zwar die Kathode viel größerer Heftigkeit als die Anode.

Die Kurve $E = f(l)$ des Eisenoxydbogens ist keine Gerade, ern E wächst mit l verzögert. Also müssen sich e_a oder e_k der Länge ändern. Um diese Änderungen zu ermitteln, le eine Kohlesonde bei verschiedenen Bogenlängen in das des Bogens eingeführt, und e_a und e_k aus den gemessenen nnungswerten berechnet.

Die so erhaltenen Kurven (vgl. Fig. 3) zeigen uns folgendes:

1. e_a und e_k wachsen mit l verzögert und zwar beide ziemlich in gleicher Weise. Also wächst auch e mit zunehmender Bogenlänge verzögert.

2. $e_a = f(l)$ und $e_k = f(l)$ liegen niedriger, wenn sie der oberen Elektrode angehören.

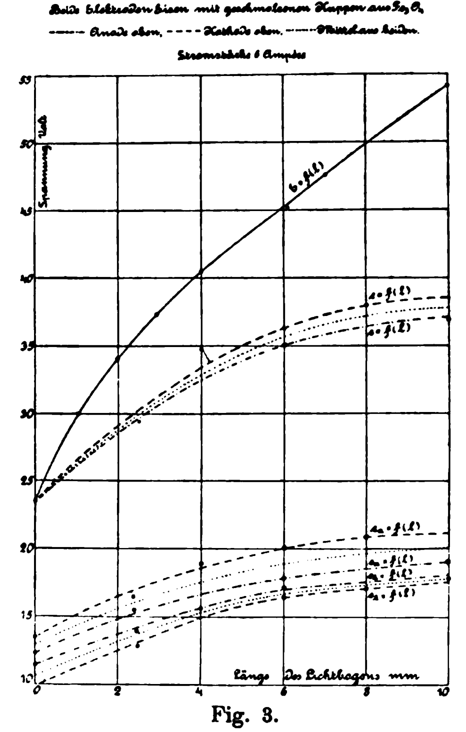


Fig. 3.

3. $e_a = f(l)$ liegt höher als $e_k = f(l)$ und zwar im Mittel um 2,6 Volt.

Die am Eisenoxydbogen erhaltenen Resultate werden bestätigt durch die gleichen Messungen am Kohle- und Kupferoxydbogen.

Wenden wir uns nun dem Einflusse des Materiales auf e_a, e_k, e zu, indem wir alles andere als konstant ansehen. Da zeigt uns die Tab. I folgendes:

1. e_a nimmt innerhalb einer chemischen Gruppe (des Mendelejeffschen Systems) mit zunehmendem Atomgewicht ab.

Dieses zeigt sich am besten bei den Gruppen der Alkalien und Erdalkalien, aber auch deutlich und unzweifelhaft bei folgenden Gruppen:

1. I, B: Cu, Ag;	3. IV: Sn, Pb;
2. II, B: Zn, Cd;	4. V: Sb, Bi.

Die Vergleichung der einzelnen Gruppen ergibt, daß die Gruppe, welche im Durchschnitt höheres Atomgewicht und höheren Schmelzpunkt hat, auch die höheren Kurven $E = f(l)$ und das höhere e_a aufweist.

Tabelle.

Kathode oben, gegen nachstehende Metalle als Anode unten.

ängen in mm. Stromstärke 4 Amp. Spannungen in Volt.

	Element bez. Verbindung	I e für die Bogenlänge *O*	II Bogenlänge	II e für die nebenstehende Bogenlänge	e_a	e_k	Atomgewicht (O = 16)	Schmelzpunkt	Siedepunkt
					für dieselbe Bogenlänge			der betr. Metalle (nicht der Oxyde)	
	Li_2O	11,1	8	12,9	7,0	5,9	7,03	180°	—
	Na_2O	9,8	6	11,8	6,8	5,0	23,05	97	900°
m	K_2O	9,8	8	11,7	4,9	6,8	39,15	60	700
	MgO	15,4	8	22,4	13,0	9,4	24,36	750	1100
	CaO	13,0	8	19,1	11,3	7,8	40,00	Rotglut	—
	SrO	11,9	8	17,7	9,9	7,8	87,6	"	—
m	BaO	11,2	8	14,9	7,0	7,9	137,4	1500	—
	CuO	21,0	5	29,4	19,1	10,3	63,6	1100	—
	Ag	17,0	—	—	—	—	107,93	957	—
I	ZnO	17,0	8	26,9	17,6	9,3	65,4	412	950
	CdO	14,4	8	22,4	13,3	9,1	112,0	318	800
	C	39,7	6	47,0	36,3	10,7	12,00	—	—
	Sn	13,9	8	20,6	10,9	9,7	118,5	233	1580
	Pb	11,0	8	17,2	8,7	8,5	206,9	334	1520
	Sb	15,0	8	22,0	13,4	8,6	120,0	430	1400
	Bi	11,5	8	15,5	8,3	7,2	208,5	267	1400
	Cr	15,4	8	20,6	10,8	9,8	52,1	über 2000	—
	Mn	11,0	8	20,3	11,1	9,2	55,0	1900	—
III	Fe	—	—	—	—	—	56,0	1580	—
	Co	13,9	—	—	—	—	59,0	1500	—
	Ni	—	—	—	—	—	58,7	1450	—
	Cr_2O_3	20,1	8	26,8	17,0	9,8	52,1	über 2000	—
	Mn_3O_4	15,0	6	26,1	18,0	8,0	55,0	1900	—
III	Fe_3O_4	20,1	8	32,6	22,5	10,1	56,0	1580	—
	Co_3O_4	18,8	8	27,1	16,3	10,8	59,0	1500	—
	NiO	17,5	8	31,9	22,7	9,3	58,7	1450	—

Dabei dürfen aber nur Oxydbögen unter sich und Metallbögen unter sich verglichen werden. Wie erwähnt, zeigen die Metalle der Eisengruppe beide Bögen, wenn auch nur der Oxydbogen beständig ist, und lassen dadurch erkennen, wie sehr e_a und $E = f(l)$ für Oxyd- und Metallbogen verschieden sind.

Abgesehen von der Eisengruppe geht bei jedem Metall der Bogen entweder nur von einer Oxydkuppe oder nur von einer Metallkuppe aus. Oxydkuppe haben: K, Na, Li, Ba, Sr, Ca, Mg, Cr, Mn, Fe, Co, Ni, Cu, Zn, Cd. Metallkuppe haben: Bi, Pb, Sn, Sb, Ag. Versucht man zum Beispiel einen Sn-Bogen mit SnO_2 herzustellen, so wird die SnO_2-Kuppe sogleich zu Sn reduziert, während bei Zn die Kuppe sogleich zu ZnO oxydiert wird.

Es läßt sich zeigen, daß alle oben für das Anodengefälle e_a der verschiedenen Metalle ermittelten Werte nur unter der Voraussetzung gelten, daß die Anode selbst das Lichtbogengas bildet. Nur in diesem Falle ist e_a allein von der Substanz der Elektrode abhängig. Weiter oben ist nachgewiesen, daß diese Bedingung bei den untersuchten Metallbögen für die Anode erfüllt ist. Dagegen ist sie nicht erfüllt für die Kathode. Die Farben der Bögen lassen ohne weiteres erkennen, daß sich die Kathode, die Kohle, fast gar nicht an der Bildung des Bogengases beteiligt. Die Tabelle liefert den Beweis, daß obige nur für die Anode aufgestellte Behauptung für die Kathode richtig ist. Die Kohlenkathode, welche kein Gas aussendet, hat auch nicht das der Kohle zukommende $e_k = 10{,}7$ Volt, sondern das e_k steigt von 5,0 Volt bis auf 10,8 Volt in derselben Weise, wie das e_a der gegenüberstehenden und das Gas des Bogens liefernden Anode steigt.

Daß die obige Behauptung aber auch für die Anode gilt, zeigt sich am Bogen zwischen Fe_3O_4 und C, wenn nicht wie oben die Kohle zur Kathode und oberen Elektrode, sondern zur Anode und unteren Elektrode gemacht wird. Dann tritt nämlich die sonderbare Erscheinung ein, daß bei Bogenlängen unter 4 mm ($i = 6$ Amp.) der Bogen fast nur von Eisengas gebildet wird. Die Messung mit der Sonde ergibt:

$$e_a = 16{,}6 \text{ Volt}$$

(e_a Kohle = 33,7 Volt, e_a Eisen = 16,9 Volt bei $l = 2{,}5$).

Wird der Bogen über 4 mm hinaus verlängert, so wird von zwei Gasen gebildet: Von der Eisenkathode aus bis r Länge 4 mm von Eisengas, die ganze übrige Länge von hlengas. Die Grenze zwischen beiden Gasen ist scharf und Farben sind rein. Die Gase scheinen sich also fast gar ht zu mischen.

Jetzt ergibt die Messung:

$$e_a = 33{,}0 \text{ Volt.}$$

Solange also die Kohleanode von Eisengas umgeben ist, t sie das e_a des Eisens, sobald sie dagegen selbst Gas ausndet, hat sie auch ihr eigenes e_a.

Hat man zwei einander parallele Kurven $E = f(l)$, so nn man wohl als sicher annehmen, daß der höher liegenden rve auch das größere $+ e_k = e$ angehört. ese Annahme ist überl da von großem Werte, eine Sondenmessung gen der Empfindlichit des Bogens nicht glich ist. Das ist bei n gekühlten Kupfergen der Fall. Da ssen also die Kurven $= f(l)$ (vgl. Fig. 4) ausfen. Dieselben lassen kennen, daß bei Konnthaltung alles übrin e davon abhängig , wieviel Wärme den genpunkten entzogen rd. Wird die Wärmeziehung durch Abtung in die Elektroden durch geringer geht, daß das Kupfer bei den oben beiebenen Versuchen in eine ausgebohrte Kohle eingefüllt , so sinkt e. Verstärkt man die Wärmeentziehung dadurch,

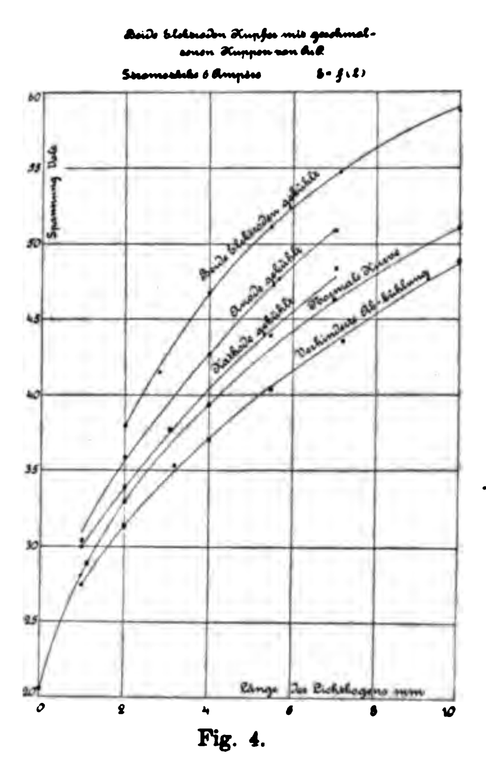


Fig. 4.

daß man die Elektroden in der eingangs geschilderten Weise mit Wasser kühlt, so steigen e_a und e_k und zwar scheint e_a erheblich stärker zu steigen als e_k.

Diese Erscheinungen lassen sich aber nur am Kupferbogen gut verfolgen, da die vorzügliche Wärmeleitfähigkeit des Kupfers und die geringe Oxydbildung auf den Elektrodenkuppen es möglich machen, dem Bogenpunkte erhebliche Wärmemengen zu entziehen. Schon bei Eisen ist die Wirkung der scharfen Wasserkühlung so gering, daß sie in die Versuchsfehler eingeht, einmal, weil Eisen die Wärme viel schlechter leitet als Kupfer, zweitens, weil sich auf dem Eisen sehr schnell Oxydkuppen bilden, welche mit dem Eisen nur lose zusammenhängen und die Wärme schlecht zu leiten scheinen. Dasselbe gilt für die meisten anderen Stoffe.

Bezüglich der Abhängigkeit der Größen e_a und e_k vom Strome wurde folgendes ermittelt:

1. Für sehr geringe Bogenlängen (für $l = 0$) ist e von der Stromstärke unabhängig.

2. Für größere Bogenlängen nimmt e_a mit zunehmender Stromstärke verzögert ab und zwar viel stärker als e_k, welches bei Fe_3O_4 gar nicht, bei CuO wenig abnimmt.

3. Die Abnahme von e_a und e_k ist ebenfalls für CuO stärker als für Fe_3O_4 und die CuO-Kurve läßt besser als die Fe_3O_4-Kurve die Verzögerung der Spannungsabnahme mit zunehmender Stromstärke erkennen.

Zur Erklärung dieser Messungsergebnisse machen wir folgende Annahme:

„Elektrizitätsmengen, wie *Starkströme* sie führen, können nur dann von einem festen Körper oder einer Flüssigkeit in ein Gas übergehen, wenn sie auf den Molekülen des Körpers oder der Flüssigkeit befindlich mit denselben in das Gas austreten, also wenn der Körper verdampft. An der anderen Elektrode muß dann entsprechend ein Niederschlag des Dampfes stattfinden. Wir nehmen also an, daß der Durchgang der Elektrizität durch Gase sich dem Durchgange durch Elektrolyte analog verhält."

Diese Hypothese wird wahrscheinlich durch die eigentümliche Gestalt des Kernes, welcher als der allein in Betracht

nende Stromleiter anzusehen ist. Der Durchmesser des npunktes beträgt zum Beispiel bei Eisen ($i = 6$ Amp.) 1 mm, end der größte Durchmesser des Kernes 5 mm beträgt 7 mm). Ferner grenzt sich der Bogenpunkt durch seine Helligkeit so scharf von der Umgebung ab und sendet e Dampfmengen in den Bogen, daß an ihm die Siede-eratur der betreffenden Elektrodensubstanz herrschen muß. le die Elektrizität nicht von dem Gas der Elektroden, ern von der hocherhitzten Luft übergeführt, so müßte der gang in gleichmäßig breitem Strome von der ganzen trodenfläche aus stattfinden. Es dürfte sich kein scharf grenzter kleiner Bogenpunkt finden und die eigentümliche m des Bogens wäre unerklärlich.

Sehen wir nun zu, wie weit wir mit dieser Annahme re Meßresultate erklären können.

Wenn an dem Bogenpunkte der Elektroden der Siede-t der betreffenden Substanz konstant erhalten werden soll, uß dem Bogenpunkte in jedem Augenblicke so viel Wärme führt werden, wie ihm entzogen wird.

Wärme entzogen wird ihm 1. durch Strahlung, 2. durch itung in die Elektroden, 3. durch Bildung der erforder-n Dampfmenge.

Setzen wir den Strom konstant und vernachlässigen die me, welche allenfalls durch Verbrennung der Elektroden eht (sie könnte höchstens bei C in Frage kommen), so ist durch den Wärmeverlust an den Bogenpunkten hervor-ene Spannungsverlust dem ersteren proportional. Dabei sich annehmen, daß dieser Spannungsverlust und Wärme-s hauptsächlich durch Widerstandserhitzung stattfindet, n der Strom so lange einen hohen Übergangswiderstand t, bis die Siedetemperatur erreicht ist und ihm die ge-nde Anzahl verdampfende Moleküle zum Austritt bietet.

Bei geringen Bogenlängen muß der Wärmeverlust durch ilung geringer sein als bei größeren, da bei ersteren ein r Teil der von der einen Elektrode ausgestrahlten Wärme ndere trifft und erwärmt. Diese gegenseitige Bestrahlung nt mit zunehmender Bogenlänge verzögert ab, also muß Wärmeverlust und damit e_a und e_k mit der Bogenlänge gert zunehmen.

Die obere Elektrode wird durch die aufsteigenden heißen Bogengase erwärmt, braucht also selbst weniger Wärme zu erzeugen. Also $e_a = f(l)$ und $e_k = f(l)$ müssen niedriger liegen, wenn sie der oberen Elektrode angehören.

Der Wärmeverlust, welchen der Bogenpunkt erleidet, ist um so größer, je höher der Siedepunkt liegt. Die Siedepunkte der meisten Metalloxyde sind unbekannt. Doch ist bekannt, daß die Schmelzpunkte der Metalle innerhalb einer chemischen Gruppe mit zunehmendem Atomgewicht abnehmen, und es ist anzunehmen, daß sich die Siedepunkte ebenso verhalten. Dann müssen e_a und e_k innerhalb einer chemischen Gruppe mit zunehmendem Atomgewichte abnehmen.

Diese Übereinstimmung kann aber keine vollständige sein, weil der Wärmeverlust des Bogenpunktes auch noch von dessen Größe, dem Emissionsvermögen, dem Leitungsvermögen und der latenten Dampfwärme der betreffenden Substanz abhängt, wodurch die Abhängigkeit vom Siedepunkte vielfach verwischt werden muß. Wir haben zwar gesehen, daß die Wärmeableitung in die Elektroden bei allen Substanzen außer Cu und Ag keine Rolle spielt. Dagegen wird die Wärmemenge, welche aus dem Bogenpunkte in die nächste Umgebung der Oxydkuppen abgegeben und von diesen ausgestrahlt wird, durchaus nicht gering sein. Sie ist nur der Messung nicht zugänglich, weil es unmöglich ist, nahe genug an den Bogenpunkt mit Kühlmaterial heranzukommen.

Jedes Material kann nur dann sein eigenes e_a, e_k haben, wenn es die ihm zugehörige Siedetemperatur besitzt, also wenn sich auf ihm entweder Gas seiner eigenen Substanz bildet oder niederschlägt. Wird ihm dagegen die Elektrizität auf Molekülen eines anderen Gases zugeführt, so wird sein Bogenpunkt die Siedetemperatur dieses Gases annehmen müssen, da dann und nur dann die Bedingung für den der Stromstärke entsprechenden Niederschlag der Moleküle gegeben ist. Denn wäre die Temperatur wesentlich niedriger, so würde kein Bogengas in der Nähe bestehen können, wäre sie höher, so würden sich die Moleküle nicht niederschlagen können. Das erklärt die Erscheinungen am Fe_3O_4—C-Bogen, wenn C Anode und unten ist.

Durch verstärkte Wärmeentziehung muß der Wärmeverlust, also e_a, e_k, steigen, durch verringerte Wärmeentziehung sinken

Wird der Strom auf das Doppelte gesteigert, so steigt, die Messungen verschiedener Forscher ergeben, die Fläche Bogenpunktes nicht auf das Doppelte, sondern wächst mit Strome verzögert, wohl weil je größer der Bogenpunkt, so geringer der Einfluß der Wärme entziehenden Rand- desselben ist. Ferner, da die Temperatur des Bogen- nktes konstant, gleich der Siedetemperatur, bleibt, so muß die Wärmeableitung in die Elektroden nahezu konstant iben (nur nahezu, weil sich der Bogenpunkt vergrößert). und e_k müssen also mit znnehmendem Strome abnehmen. Abnahme muß bei Kupfer stärker sein als bei Eisen, il bei Kupfer der Wärmeverlust durch Ableitung in die ktroden, welcher ja nahezu konstant ist, einen größeren des gesamten Spannungsverlustes ausmacht, als bei Eisen.

So hat sich also gezeigt, daß sich mit der obigen An- me: „Elektrizitätsmengen, wie Starkströme sie führen, nen nur dann von einem festen Körper oder einer Flüssig- in ein Gas übergehen, wenn sie auf den Molekülen des rpers oder der Flüssigkeit befindlich mit denselben in das austreten, also wenn der Körper verdampft“, alle Resul- obiger Messungen, mit Ausnahme des verschiedenartigen rhaltens von e_a und e_k, erklären lassen.

Man wird also dieser Annahme eine gewisse Wahrschein- lkeit nicht absprechen können.

(Eingegangen 25. Juli 1903.)

10. *Über die Gültigkeit des Massensatzes von Gauss für bewegte elektrische Masse*
von Emil Kohl.

Wenn ein Kraftfeld gegeben ist, welches der An heit gewisser, nach dem Coulombschen Gesetze fernwir Massen zugeschrieben werden kann, so ist nach Gaus

$$\int_0 S_n \, d O = 4 \pi e \text{ bez. } = O,$$

wenn mit dO das unendlich kleine Stück der geschl Fläche O, mit S_n die in der Richtung der Normale wi Kraftkomponente und mit e die fernwirkende Masse bez wird, je nachdem diese Masse innerhalb oder außerh geschlossenen Fläche O liegt.

Es kann gezeigt werden, daß dieser Satz auch f wegte elektrische Massen gilt, bei denen also die ausg Kräfte nicht mehr dem Coulombschen Gesetze geh Was die später verwendeten Formeln und Bezeichnung trifft, so muß, um Weitschweifigkeiten zu vermeiden, a vorhergehende Arbeit des Verfassers[1]) verwiesen werd der dieser Aufsatz eine Fortsetzung bildet.

Es mögen drei Funktionen P, Q, R betrachtet w welche im ganzen Raume mit Ausschluß eines besti innerhalb der beliebig gewählten geschlossenen Fläche O den Gebietes der Gleichung

$$\frac{\partial P}{\partial x} + \frac{\partial Q}{\partial y} + \frac{\partial R}{\partial z} = 0 \tag{1}$$

genügen; über die Beschaffenheit der Funktionen in Gebieten des Raumes O, wo die Gleichung (1) nicht me soll keine weitere Voraussetzung gemacht werden. Ma griere nun das Integral

$$\iiint \left(\frac{\partial P}{\partial x} + \frac{\partial Q}{\partial y} + \frac{\partial R}{\partial z} \right) dx \, dy \, dz$$

---

1) E. Kohl, Ann. d. Phys. 11. p. 515—528. 1903.

er Fläche O an bis zur unendlich weiten, den Raum
ıschließend zu betrachtenden Fläche Ω. Man erhält so
(1)

$$\begin{cases} \lim \left[\iint P\,dy\,dz + Q\,dx\,dz + R\,dx\,dy\right]_\Omega \\ = \left[\iint P\,dy\,dz + Q\,dx\,dz + R\,dx\,dy\right]_O . \end{cases}$$

s mögen nun die Vektoren P, Q, R als gewisse Kraft-
nenten nach den Achsen aufgefaßt werden, und die
lkomponenten auf Ω bez. O seien mit $S_{n(\Omega)}$ bez. S_n be-
et; dann geht (2) in

$$\lim \int S_{n(\Omega)}\, d\,\Omega = \int S_n\, d\,O$$

Die Kraft S_n ist im allgemeinen bei den Erscheinungen
ernwirkung so beschaffen, daß sie im Unendlichen un-
ı klein zweiter Ordnung wird; daher nähert sich der
wert links in diesem Falle einer ganz bestimmten Größe.
ıs folgt, daß in solchen Fällen das Integral rechts
ängig von der Wahl der geschlossenen Fläche O einen
mten Wert annimmt, sofern dieselbe nur die Stellen,
lche (1) nicht mehr gilt, ganz in sich enthält.

s werde nunmehr ein elektrisches, in beliebiger Be-
g begriffenes Teilchen betrachtet, welches im freien Äther
ktromagnetisches Feld mit den Komponenten der elek-
n Verschiebungskraft

$$\begin{cases} P = -\,e\left[\dfrac{\partial U}{\partial x} + \dfrac{1}{\mathfrak{V}^2}\dfrac{d}{dt}(c_\xi(\omega)\,U)\right], \\ Q = -\,e\left[\dfrac{\partial U}{\partial y} + \dfrac{1}{\mathfrak{V}^2}\dfrac{d}{dt}(c_\eta(\omega)\,U)\right], \\ R = -\,e\left[\dfrac{\partial U}{\partial z} + \dfrac{1}{\mathfrak{V}^2}\dfrac{d}{dt}(c_\zeta(\omega)\,U)\right]; \\ U = \dfrac{1}{r\,(1 - k_\sigma(\omega)\cos\vartheta)} \end{cases}$$

t. [Vgl. (28'), l. c. p. 527.] Was die Größe e betrifft,
sie der Erfahrungstatsache entnommen, daß die von
elektrischen Teilchen ausgeübte elektrische Verschiebungs-
außer von der Entfernung noch von einem zweiten, dem
en selbst zugehörigen Faktor abhängt, den man pro-
ıal der ausgeübten Kraft setzt; die Proportionalitäts-

konstante wird, auf den freien Äther bezogen, in der Elektrizitätstheorie bekanntlich gleich 1 gewählt. Das Auftreten dieses Faktors wird in Analogie mit mechanischen Vorstellungen dem Vorhandensein einer elektrischen Masse zugeschrieben, ohne daß diesem Ausdrucke ein anderer als ein symbolischer Charakter zuzukommen braucht.

Man kann die Form von U physikalisch so deuten, daß der Anstoß zur Erregung der elektromagnetischen Kraft eine gewisse Zeit braucht, um sich von einer bestimmten Lage des Teilchens zu den übrigen Punkten des Raumes auszubreiten, und daß der geometrische Ort aller von der Bewegung gleichzeitig ergriffenen Punkte in einer Kugelfläche mit dem Halbmesser r liegt, deren Mittelpunkt diese Lage des Teilchens bildet. Denn als Gleichung dieses geometrischen Ortes folgt aus $\omega =$ konst. für eine gegebene Zeit $r =$ Konst.

Wie Gleichung (29) der erwähnten Arbeit zeigt, erfüllen die Ausdrücke P, Q, R tatsächlich die Bedingung (1); sie werden ferner, wie ihre Gestalt zeigt, im Unendlichen unendlich klein von zweiter Ordnung, weshalb die vorhin angestellten Betrachtungen hier anwendbar werden.

Wenn man nun die Größen P, Q, R wirklich berechnet, so ergibt sich unter Berücksichtigung der Formeln (7b), (9), (11') und (17) l. c. für P der Ausdruck

$$(4)\quad \left\{\begin{aligned} P = &- \frac{e\left(1 - k_\sigma^2(\omega)\right)\left(k_\xi(\omega) - \cos\lambda\right)}{r^2\left(1 - k_\sigma(\omega)\cos\vartheta\right)^3} - \frac{e\left(k_\xi(\omega) - \cos\lambda\right)}{\mathfrak{B}\, r\left(1 - k_\sigma(\omega)\cos\vartheta\right)^3} \\ &\qquad \left[\cos\lambda\,\frac{d\,k_\xi(\omega)}{d\,\omega} + \cos\mu\,\frac{d\,k_\eta(\omega)}{d\,\omega} + \cos\nu\,\frac{d\,k_\zeta(\omega)}{d\,\omega}\right] \\ &- \frac{e\,\dfrac{d\,k_\xi(\omega)}{d\,\omega}}{\mathfrak{B}\, r\left(1 - k_\sigma(\omega)\cos\vartheta\right)^2}; \end{aligned}\right.$$

die entsprechenden Werte für Q und R folgen aus dieser Formel durch zyklische Permutation. Es wurde nun schon darauf hingewiesen, daß sich der geometrische Ort aller Punkte, welche von einer bestimmten Lage des Teilchens aus in elektromagnetische Bewegung versetzt werden, auf einer Kugelfläche befindet, deren Mittelpunkt das Teilchen bildet und deren Halbmesser gleich r ist. Man wird demnach als die unendlich weite Fläche Ω jene Kugel auffassen können, in deren Mittelpunkt sich das Teilchen vor einer unendlich langen Zeit

[fun]den hat. Dies gilt, wenn das Teilchen unendlich lang in [Be]wegung begriffen gedacht werden kann; es wird sich aber [zeig]en, daß die Betrachtungen auch dann nicht ihre Geltung [verl]ieren, wenn die Bewegung zu einer bestimmten Zeit be[gonn]en hat. Die Werte von S_n auf dieser unendlich weiten [Ku]gelfläche findet man, wenn man bildet

$$P\cos\lambda + Q\cos\mu + R\cos\nu = e\,\frac{1 - k_\sigma^2(\omega)}{r^2(1 - k_\sigma(\omega)\cos\vartheta)^2}$$

[un]d zum Grenzwerte für jene Kugelfläche übergeht, welche [vo]r einer unendlich langen Zeit von der elektromagnetischen [Be]wegung beeinflußt wurde.

Es werde nun das Koordinatensystem so geändert, daß [di]e Tangentenrichtung an die Bewegungskurve des Teilchens [zu]r Zeit $t_0 = - r/\mathfrak{V}$ als Z-Achse, die damalige Lage desselben [al]s Koordinatenanfangspunkt gewählt wird; dann erhält man

$$S_{n(\Omega)} = e\,\frac{1 - k_\sigma^2(\omega)}{r^2(1 - k_\sigma(\omega)\cos\vartheta)^2}, \qquad d\Omega = 2\pi r^2 \sin\vartheta\, d\vartheta;$$

[Da]bei ist $k_\sigma(\omega)$ auf der betrachteten Kugel Ω als konstant [zu] betrachten. Hieraus ergibt sich nach einigen einfachen [Re]chnungen

$$\left\{\begin{aligned} \lim \int S_{n(\Omega)}\, d\Omega = \int S_n\, dO = 2\pi\,(1 - k_\sigma^2(\omega))\, e \\ \int_0^{2\pi} \frac{\sin\vartheta\, d\vartheta}{(1 - k_\sigma(\omega)\cos\vartheta)^2} = 4\pi e. \end{aligned}\right.$$

Wie man sieht, ist der Wert dieses Integrales übrigens [gan]z unabhängig davon, ob man zu jener Lage übergeht, [wel]che das Teilchen vor unendlich langer Zeit eingenommen [hat], oder ob man eine beliebige andere Kugel mit dem Teil[che]n als betreffenden Mittelpunkt wählt. Diese Bemerkung [ist] wesentlich für den Fall, daß das Teilchen seine Bewegung [zu] einer gewissen Zeit begonnen hat. Man kann sich dann [zu e]iner gewissen Zeit t den Raum in zwei Teile zerlegt denken, [wel]che durch jene Kugelfläche getrennt sind, bis zu der die [elek]tromagnetische Bewegung inzwischen fortgeschritten ist und [in d]eren Mittelpunkt sich das Teilchen zu Beginn der Bewegung [bef]unden hat. In dem außerhalb dieser Kugel befindlichen [Rau]m besteht nun eine elektrostatische, dem Coulombschen

Gesetze entsprechende Kraftverteilung, so daß (7) von vornherein gilt. Da das Oberflächenintegral an dieser Grenzfläche demnach in beiden Räumen denselben Wert besitzt, so folgt hieraus ohne weiteres die Gültigkeit der Gleichung (7) auch für diesen Fall.

Wenn die Fläche O keine fernwirkende elektrische Masse einschließt, so denke man sich eine zweite geschlossene Fläche O' gelegt, welche O nirgends schneidet und die fernwirkende Masse enthält. Es ist dann unter Berücksichtigung von (1)

$$\lim \int S_{n(\Omega)}\, d\,\Omega = \int S_n\, d\, O + \int S_n\, d\, O'$$

und zugleich

$$\lim \int S_{n(\Omega)}\, d\,\Omega = \int S_n\, d\, O',$$

woraus folgt

$$\int S_n\, d\, O = 0. \tag{8}$$

Bei der gegebenen Beweisführung ist angenommen, daß in den Gleichungen (3) die fernwirkende Masse e während der Bewegung des Teilchens ihrem Betrage nach ungeändert bleibt, also in den Feldgleichungen [l. c. p. 525, Gleichungen (27) und 28)] eine von der Zeit und den Koordinaten unabhängige Konstante darstellt, ein Satz, den Lorentz als eine Voraussetzung seiner Elektronentheorie einführt[1]) und den Hasenöhrl aus der von ihm aufgestellten Theorie bewiesen hat.[2]) Wie man sieht, steht Gleichung (7) in vollem Einklange mit dieser Annahme, da die Größe $k_\sigma(\omega)$ aus dem Resultate der Integration gänzlich hinausfällt.

Es erübrigt noch auf den allgemeinen Fall hinzuweisen, daß das betrachtete Mittel nicht mehr der freie Äther ist, sondern die Dielektrizitätskonstante D und die Magnetisierungszahl M besitzt. Setzt man nunmehr [vgl. l. c. p. 527, Gleichung (28')]

$$\frac{c_\xi(\bar\omega)}{\mathfrak{B}_m} = \bar k_\xi(\bar\omega) = \frac{\mathfrak{B}}{\mathfrak{B}_m} k_\xi(\bar\omega), \qquad \frac{c_\eta(\bar\omega)}{\mathfrak{B}_m} = \bar k_\eta(\bar\omega) = \frac{\mathfrak{B}}{\mathfrak{B}_m} k_\eta(\bar\omega),$$

$$\frac{c_\zeta(\bar\omega)}{\mathfrak{B}_m} = \bar k_\zeta(\bar\omega) = \frac{\mathfrak{B}}{\mathfrak{B}_m} k_\zeta(\bar\omega), \qquad \frac{c_\sigma(\bar\omega)}{\mathfrak{B}_m} = \bar k_\sigma(\bar\omega) = \frac{\mathfrak{B}}{\mathfrak{B}_m} k_\sigma(\bar\omega),$$

---

1) H. A. Lorentz, Versuch einer Theorie der elektrischen und optischen Erscheinungen in bewegten Körpern; p. 16. Leiden 1895.

2) F. Hasenöhrl, Sitzungsber. d. k. Akad. d. Wissensch. zu Wien 111. Abt. IIa. 1902; p. 1525—1548, Gleichungen (13) und (32).

...nehmen die Gleichungen (8) gemäß der in (28') l. c. p. 527 ...gebenen allgemeinen Form folgende Gestalt an:

$$\left\{\begin{aligned} \bar{P} &= -\frac{e}{D}\left[\frac{\partial \bar{U}}{\partial x} + \frac{1}{\mathfrak{B}_m}\frac{d}{dt}\left(\bar{k}_\xi(\bar{\omega})\,\bar{U}\right)\right],\\ \bar{Q} &= -\frac{e}{D}\left[\frac{\partial \bar{U}}{\partial y} + \frac{1}{\mathfrak{B}_m}\frac{d}{dt}\left(\bar{k}_\eta(\bar{\omega})\,\bar{U}\right)\right],\\ \bar{R} &= -\frac{e}{D}\left[\frac{\partial \bar{U}}{\partial z} + \frac{1}{\mathfrak{B}_m}\frac{d}{dt}\left(\bar{k}_\zeta(\bar{\omega})\,\bar{U}\right)\right];\\ \bar{U} &= \frac{1}{\bar{r}\,(1 - \bar{k}_\sigma(\bar{\omega})\cos\vartheta)}, \end{aligned}\right.$$

wobei

$$\bar{r}^2 = \left(x - \int_0^{\bar{\omega}} c_\xi(t)\,dt\right)^2 + \left(y - \int_0^{\bar{\omega}} c_\eta(t)\,dt\right)^2 + \left(z - \int_0^{\bar{\omega}} c_\zeta(t)\,dt\right)^2,$$

$$\bar{k}_\sigma(\bar{\omega})\cos\vartheta = \bar{k}_\xi(\bar{\omega})\cos\lambda + \bar{k}_\eta(\bar{\omega})\cos\mu + \bar{k}_\zeta(\bar{\omega})\cos\nu = \frac{v\,(\widehat{\bar{r}\,c})}{\mathfrak{B}_m}$$

gesetzt ist. Berücksichtigt man, daß sich die den Gleichungen (b), (11') und (17) der bezogenen Arbeit entsprechenden Ausdrücke von $d\bar{\omega}/dt$, $d\bar{r}/dt$, $\partial\bar{r}/\partial x$, $\partial\bar{r}/\partial y$, $\partial\bar{r}/\partial z$, $\partial\bar{\omega}/\partial x$, $\partial\bar{\omega}/\partial y$, $\partial\bar{\omega}/\partial z$ einfach aus diesen gewinnen lassen, indem man statt r, $k_\sigma(\omega)$, $\mathfrak{B}$ die Größen $\bar{r}$, $\bar{k}_\sigma(\bar{\omega})$, $\mathfrak{B}_m$ einführt[1], so überzeugt man sich leicht durch eine einfache Ausrechnung, daß

$$\bar{S}_{n(\Omega)} = \frac{e}{D}\,\frac{1 - \bar{k}_\sigma^2(\bar{\omega})}{\bar{r}^2\,(1 - \bar{k}_\sigma(\bar{\omega})\cos\vartheta)^2} \tag{)}$$

und

$$\lim \int \bar{S}_{n(\Omega)}\,d\Omega = \int \bar{S}_n\,dO = 4\pi\frac{e}{D} \tag{)}$$

wird. Faßt man also e als die Masse der wahren Elektrizität des Teilchens auf, so liefert e/D die freie Elektrizität, und das Integral (7') gibt auch im allgemeinen Falle die innerhalb der Fläche O vorhandene fernwirkende Masse an.

---

1) In den Entwickelungen der eingangs erwähnten Arbeit, welche zur Gewinnung der dortigen Formel (29) führen, ist (l. c. p. 526, Zeile 8—16 v. o.) durch ein Übersehen kein Unterschied zwischen den Ausdrücken r und $\bar{r}$, sowie $k(\omega)$ und $\bar{k}(\bar{\omega})$ gemacht worden. Obwohl der Unterschied ein rein formeller ist, ohne die Richtigkeit der Resultate zu beeinflussen, so möge dieser Mangel der Beweisführung durch die oben gemachten Bemerkungen hier richtiggestellt werden.



hat, so kann er auf den vorhergehenden durch die
zurückgeführt werden, daß der Übergang aus der R
Bewegung und umgekehrt in stetiger, wenngleich se
Weise stattgefunden hat, so daß die Geschwindigkeite
den Zeitgrenzen — ∞ bis + ∞ als endliche und ste
tionen vorausgesetzt werden können.

Wien, im Juli 1903.

(Eingegangen 30. Juli 1903.)

---

11. *Über die Absorption der ultravioletten Strahlung in Ozon;* *von Edgar Meyer.*

(Auszug aus der Berliner Inaugural-Dissertation 1903.)

I.

Kürzlich hat Hr. H. Kreusler[1]) eine Methode angegeben, [we]lche erlaubt, vergleichende Intensitätsmessungen im ultra[vio]letten Gebiete mit spektraler Zerlegung auszuführen. Diese [Me]thode, die auf [de]r hohen photo[ele]ktrischen Em[pfi]ndlichkeit der [Me]talle beruht, [we]nn sie bis nahe [a]n das Funken[po]tential aufge[la]den sind, hat [ih]ren Anwen[du]ngsbereich zwi[sc]hen $\lambda = 185\ \mu\mu$ [un]d $\lambda = 300\ \mu\mu$.

Auf den Vor[sc]hlag von Hrn. [Ge]heimrat War[bu]rg benutzte [ic]h in dieser Un[te]rsuchung das [K]reuslersche [Ph]otometer, um [da]s Absorptionsvermögen des Ozons für ultraviolette Strahlung [in] dem genannten Wellenbereiche zu untersuchen.

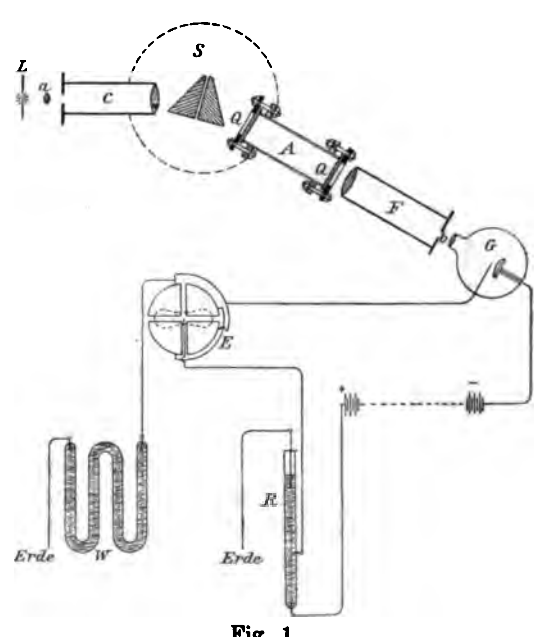


Fig. 1.

Die Versuchsanordnung, von der Fig. 1 einen horizontalen [Du]rchschnitt zeigt, war kurz folgende. Als Strahlungsquelle

1) H. Kreusler, Verhandl. d. phys. Gesellsch. 17. p. 86. 1898; [Be]rliner Inaug.-Diss. 1901; Ann. d. Phys. 6. p. 398 u. 412. 1901.

diente die Funkenstrecke eines großen Induktoriums (44 cm Spulenlänge) mit parallel geschalteter Kapazität. Die Elektroden bestanden aus Aluminium, Kadmium oder Gold. Vermittelst einer Quarzlinse wurde ein Bild des Funkens auf den Spalt des Spektrometers geworfen. Kollimator- und Fernrohrlinsen waren einfache Quarzlinsen, doch konnte durch Skalen, die an den Auszügen der Spektrometerröhren angebracht waren, für die verschiedenen Wellenlängen fokusiert werden. Das Prisma war ein Cornusches Quarzprisma. An Stelle des Fernrohrokulars war ein Bilateralspalt angebracht, hinter dem dann die Kreuslersche Zelle G (Fig. 2) Platz fand. Diese letztere besteht im wesentlichen aus einer Platinkalotte K auf beweglicher Mikrometerschraube s, der gegenüber zwei dünne Platindrähte in 1 mm gegenseitigem Abstande auf einem Glasrahmen aufgespannt sind. Das Ganze befindet sich in einer Wasserstoffatmosphäre von etwa 200 mm Druck. Fällt nun durch die Quarzlinse L ultraviolette Strahlung auf die Kalotte, so ist der entstehende photoelektrische Strom proportional der Strahlungsintensität, so daß man im stande ist, photometrische Messungen auszuführen. Das Absorptionsrohr, dessen Länge 19,35 cm betrug und das mit 4 mm dicken Quarzplatten verschlossen war, befand sich zwischen Prisma und Fernrohr und konnte vermittelst eines Schlittens abwechselnd in den Strahlengang gebracht und daraus entfernt werden. Die Anode der Zelle war durch einen sehr großen Widerstand (10^8 Ohm) mit der Erde verbunden, und mit einem Thomsonschen Quadrantelektrometer wurde die Potentialdifferenz an seinen Enden gemessen. Die Ausschläge des Elektrometers (ballistisch gebraucht) sind dann proportional der auffallenden Lichtintensität.

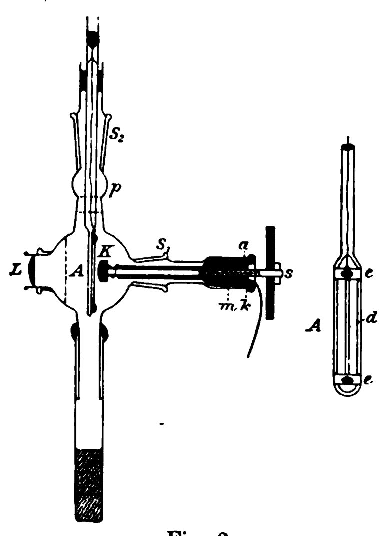


Fig. 2.

Da das Ozon sämtliche organische Substanzen zerstört sich dabei selbst zersetzt, mußte von den gewöhnlichen ten abgesehen werden, um die Quarzplatten auf den Enden Absorptionsrohres *A* zu befestigen. Die Dichtungen wurden ler Weise bewerkstelligt, daß die Platten mit Flanschen . Fig. 1) auf die Röhre festgedrückt wurden, nachdem der nd der Röhre mit konzentrierter Schwefelsäure benetzt den war. Da immer nur bei Atmosphärendruck im Rohre rbeitet wurde, bekam man so einen guten Verschluß.

Gemessen wurde nun in der Weise, daß einmal der Ausslag des Elektrometers notiert wurde ohne Absorptionsrohr, n mit demselben. Diese Operation wurde je 6 mal bei r verschiedenen Empfindlichkeiten der Zelle wiederholt und diesen 48 Zahlen die prozentische Extinktion berechnet. tte man dieses mit der reinen Sauerstoff enthaltenden Röhre macht, so wurde ozonisierter Sauerstoff eingelassen und eine nsolche Versuchsreihe angestellt. Darauf wurde wieder ner Sauerstoff eingelassen und zur Kontrolle die erste Messg wiederholt, wobei man mit nur geringen Abweichungen, vollkommen innerhalb der Beobachtungsfehler fielen, die te Zahl erhielt.

Ist J_0 die einfallende Intensität des Lichtes und ist s_1 Schwächungsfaktor für die beiden Quarzplatten plus dem uerstoff, s_2 der Schwächungsfaktor für das Ozon (der Sauerf absorbiert nach Kreusler nur merklich abwärts von 193 $\mu\mu$ an, doch ist diese geringe Absorption gegenüber des Ozons zu vernachlässigen), so kennt man aus den ungen $J_0 s_1$ und $J_0 s_1 s_2$. Man kennt also auch s_2 und let daher den Absorptionskoeffizienten α des Ozons aus der ichung:

$$s_2 = e^{-\alpha d},$$

rin d die Schichtdicke in Zentimeter des reinen Ozons bei C. und 760 mm Druck bedeutet.

II.

Das Ozon wurde in einer Kolbeschen Ozonisierungsröhre ch stille Entladungen eines Induktoriums von 1,5 cm Schlagte erzeugt. Wegen der starken Absorption der ultraletten Strahlung in Ozon mußten so geringe Ozonkonzen-

trationen angewandt werden, daß der Ozongehalt aus der im Absorptionsgefäß A (Inhalt 270 ccm) enthaltenen kleinen Menge nicht mit der hinreichenden Genauigkeit zu ermitteln war.

Die folgende Methode ermöglicht es, die Bestimmung des Ozongehaltes in einem größeren Gasvolumen auszuführen, von dem man sicher ist, daß es dieselbe Konzentration aufweist wie das Gas in dem Absorptionsgefäß.

Hinter der Ozonröhre (Fig. 3) war durch ein T-Stück mit drei Glashähnen eine Ableitung zu einem zweiten Gasometer

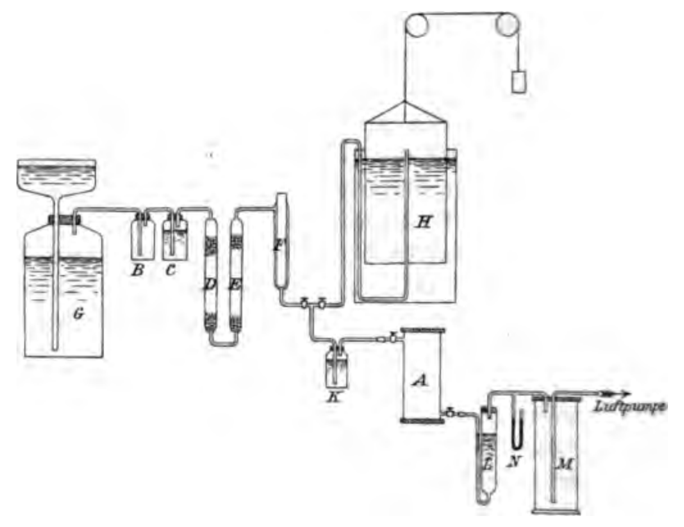


Fig. 3.
G Sauerstoffgasometer. B C Waschflaschen. D E Trockenröhren. F Ozonisierungsrohr.

aus Glas, einem Glockengasometer H, das einen Inhalt von ungefähr 5000 ccm hatte, hergestellt. Es folgte dann die Waschflasche K, die mit konzentrierter Schwefelsäure gefüllt war, darauf das Lichtabsorptionsrohr A, das vermittelst Glasschliffe in die ganze Röhrenleitung eingeschaltet werden konnte. Hinter A folgte ein Rohr L von der Form, wie sie die Figur zeigt; seine Höhe betrug 29 cm, sein Durchmesser etwa 15 mm. Bis zu einer Höhe von 19 cm war es mit Glasperlen und einer gemessenen Menge von $^1/_{10}$-Normal-Natriumarsenitlösung gefüllt. Das Natriumarsenit wird durch das Ozon zu Natriumarsenat

diert, das man dann mit Jodlösung titrieren kann. In dem teren oberen Ende von *L* saß ein gut schließender Stopfen einfacher Durchbohrung, durch die eine Glasröhre ging, die Röhre *L* mit der Flasche *M* verband. Diese hatte as über 2000 ccm Inhalt. Ihr Rand war oben abgeschliffen konnte mit einer dicken Glasplatte luftdicht abgeschlossen den. Durch die Platte führten gut dicht gekittet zwei sröhren, die eine endigte kurz unter der Platte, während andere bis auf den Boden führte. *M* wurde ganz mit sser gefüllt und an der bis auf den Boden führenden ire eine Wasserstrahlluftpumpe angeschaltet. Es entstand ben in der Flasche ein luftverdünnter Raum, in den dann im Glockengasometer befindliche ozonisierte Sauerstoff einmte.

Nachdem in dem Glockengasometer eine genügende Menge ozonisierten Sauerstoffs von passender Konzentration aufngen war, wurde mit diesem Gasgemisch zuerst der ganze arat bis zu dem Lichtabsorptionsrohre *A* einschließlich llt. War das geschehen, so wurden vermittelst der Glasliffe die Apparate *L* und *M* angeschlossen und nun 2000 ccm dem Glockengasometer langsam mit der Wasserstrahlnpe durchgesogen. In dem Rohre *L* wurde alles Ozon durch Natriumarsenit absorbiert, so daß in *M* nur noch reiner erstoff vorhanden war, dessen Volumen man an einer Marke kt ablesen konnte. Zur Berechnung des Ozongehaltes in Lichtabsorptionsrohre wurde dann noch mit einem Queckermanometer *N* der Druck in *M* bestimmt und ferner die ne der Natriumarsenitlösung in *L* gemessen.

Aus der in Gramm gefundenen Menge Ozon berechnet dann leicht unter Berücksichtigung der notwendigen Kortionen wegen Druck und Temperatur der Ozongehalt in umenprozenten in dem Lichtabsorptionsrohre *A*.

Um nun zu sehen, ob die Absorption des Lichtes ledigdurch das Ozon bedingt sei, und ob keine anderen störenEinflüsse vorhanden seien, wurde folgender Kontrollvera ausgeführt.

Es wurde das Absorptionsvermögen einer bestimmten izentration gemessen. Dann wurde vorsichtig ein Desiisationsmittel (Natriumarsenit) in die Absorptionsröhre *A*

gebracht, ohne daß etwas von dem Gase austreten konnte. Die Messung wurde bei $\lambda = 210\ \mu\mu$ ausgeführt und ergab folgendes Resultat.

Die Schwächung des Lichtes, hervorgerufen durch die Absorptionsröhre gefüllt mit Sauerstoff (O_2 absorbiert nach Kreusler bei $\lambda = 210\ \mu\mu$ nichts), betrug 46,0 Proz. Als der ozonisierte Sauerstoff eingeleitet war, wurde 85,7 Proz. gefunden. Nachdem nun die Röhre über Nacht mit dem Natriumarsenit (einige Kubikzentimeter) gestanden hatte, wurde die prozentige Extinktion zu 47,1 Proz. gefunden.

Das Verschwinden der Absorption mit der Desozonisation ist ein Beweis dafür, daß die Absorptionswirkung allein dem Ozon zuzuschreiben ist.

Es wurde auch ein Versuch ausgeführt, um sich zu vergewissern, daß während der Messung kein merklicher Betrag an Ozon sich wieder zu Sauerstoff zersetzte. So wurde die prozentige Extinktion eines Ozongemisches gemessen und, ohne daß man etwas an dem Apparate geändert hatte, die Messung nach drei Stunden wiederholt. Man erhielt dieselbe Zahl mit einer Abweichung von höchstens 0,5—1,0 Proz. Da aber bei den Versuchen mit ein und demselben Ozongemische nie länger als $1\,^1/_2$ Stunde gemessen wurde, so kommt ein Fehler durch Desozonisation nicht in Betracht.

Ferner wurde untersucht, ob sich wohl eine Abhängigkeit der Absorptionskoeffizienten von der Konzentration ergebe. Diese Versuche wurden alle bei derselben Wellenlänge $\lambda = 220\ \mu\mu$ ausgeführt. Es ergab sich folgendes Resultat:

$\lambda = 220\ \mu\mu$. Schichtdicke 19,35 cm.

Versuch Nr. 51.

Absorption der Quarzplatten plus Sauerstoff . . .	38,4 Proz.
Absorption bei Ozonfüllung	70,8 „

Volumenprozent an Ozon in *A*: 0,0859 Proz.

Versuch Nr. 105.

Absorption der Quarzplatten plus Sauerstoff . . .	37,4 Proz.
Absorption bei Ozonfüllung	89,3 „

Volumenprozent an Ozon in *M*: 0,222 Proz.

Druck in *A*: 738 mm; Temperatur 19°; Volumen von *A*: 270 ccm.

Versuch Nr. 108.

Absorption der Quarzplatten plus Sauerstoff . . . 31,2 Proz.[1])
Absorption bei Ozonfüllung . . . . 93,9 „

Volumenprozent an Ozon in M: 0,305 Proz.
Druck in A: 740 mm; Temperatur 18°; Volumen von A: 270 ccm.

Aus diesen Zahlen berechnen sich dann aus der Formel $= J_0 e^{-\alpha d}$ die Extinktionskoeffizienten für reines Ozon von °C. und 760 mm Druck, die Schichtdicke bezogen auf Zentimeter, zu:

Volumenprozent an Ozon	Extinktionskoeffizient des Ozons für $\lambda = 220\ \mu\mu$
0,09 %	44,91
0,22	45,24
0,31	43,95

Die Übereinstimmung ist befriedigend.

In der folgenden Tabelle sind dann die Absorptionskoeffizienten α für reines Ozon von 0° C. und 760 mm Druck, die Schichtdicke bezogen auf Zentimeter, wie sie die Messungen für das Spektralgebiet von $\lambda = 185$ bis $\lambda = 300\ \mu\mu$ ergaben, zusammengestellt. Die dritte Kolumne enthält die Absorptionskoeffizienten, wie sie sich aus der neuerdings mehr gebräuchlichen Formel $J = J_0 . 10^{-\alpha' d}$ ergeben.

λ	α	α'	λ	α	α'
185 $\mu\mu$	—	—	250 $\mu\mu$	284,0	123,0
193	26,9	11,7	260	291,0	126,0
200	17,9	7,8	270	267,0	116,0
210	26,4	11,5	280	169,0	73,4
220	44,3	19,2	290	88,9	38,6
230	112,0	48,6	300	69,8	30,3
240	241,0	105,0			

Stellt man die Absorption der ultravioletten Strahlung graphisch dar, indem man die Wellenlängen in $\mu\mu$ als Abscissen, die Werte der Absorptionskoeffizienten aber als Ordi-

1) Diese Abweichung gegen die Zahlen der beiden ersten Versuche ist hervorgerufen durch eine etwas andere Justierung der Quarzplatten im Strahlengange, welche eine verminderte Reflexion an diesen ergibt.

naten aufträgt, so erhält man eine Kurve, wie sie in Fig. 4 dargestellt ist. Man sieht sofort das ausgesprochene Absorptionsminimum bei $\lambda = 205\ \mu\mu$ und das starke Absorptionsband, dessen Maximum etwa bei $\lambda = 258\ \mu\mu$ liegt.

Nachdem ich diese Kurve für das Absorptionsvermögen des Ozons gezeichnet hatte, erhielt ich Kenntnis von einer Arbeit von W. N. Hartley[1]) aus dem Jahre 1880 über denselben Gegenstand. Er hatte durch ozonisierten Sauerstoff (1 Volumen Ozon auf 2000 Volumina Sauerstoff) hindurchphotographiert und so schon das Absorptionsband des Ozons

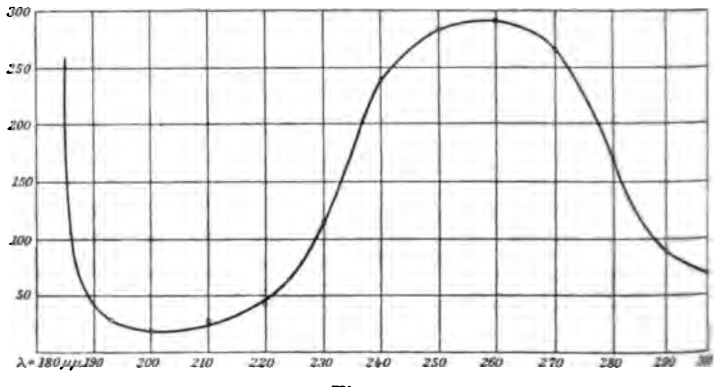


Fig. 4.

gesehen, dessen mittlere Wellenlänge er zu $\lambda = 256\ \mu\mu$ (nach meinen Messungen etwa $\lambda = 258\ \mu\mu$) angibt.

Absorptionskoeffizienten lassen sich natürlich aus der Hartleyschen Arbeit nicht entnehmen.

Zuletzt sei noch etwas über die Fehlergrenze gesagt. Es ist von vornherein klar, daß die Genauigkeiten der Absorptionskoeffizienten in den verschiedenen Spektralgebieten verschieden groß sind. Bei den Stellen geringerer Absorption kann man ein konzentrierteres Ozongemisch anwenden und wird dadurch die Genauigkeit des Resultates natürlich größer. An den Stellen schwächerer Absorption sind die Koeffizienten wohl auf etwa 2—3 Proz. verlässig, an dem Absorptionsmaximum dagegen nur auf etwa 10 Proz.

1) W. N. Hartley, Chem. News. **42.** p. 268. 1880.

Es ist nochmals zu betonen, daß nur die Schwierigkeit uantitativen Ozonbestimmung zu diesen Fehlern Anlaß nicht aber die Messung der Strahlungsintensität.

III.

Auf die Tatsache, daß das Sonnenspektrum etwa bei 93 $\mu\mu$ mehr oder weniger plötzlich aufhört, und nicht allmählicher Schwächung unsichtbar wird, hat zuerst u[1]) aufmerksam gemacht und gezeigt, daß die Strahlung onne in der irdischen Atmosphäre stark absorbiert wird. ley[2]) hat dann zuerst ausgesprochen, daß die absor- ıde Substanz wahrscheinlich das Ozon sei. Auf Grund orliegenden Angaben über den normalen Ozongehalt der sphäre und den von mir gemessenen Absorptionskoeffi- n des Ozons läßt sich ein Urteil über die Wahrschein- it der Hartleyschen Hypothese abgeben.

L. Levy[3]), der seine ozonometrischen Messungen über ntervall von 20 Jahren ausdehnte, gibt den Ozongehalt 0 cbm Luft im Mittel zu 1,65 mg Ozon an; in Volumen- nten würde sich der mittlere Ozongehalt zu $0,7696 \cdot 10^{-6}$ Proz. en. Vermittelst dieser Zahl (die von der Strahlung zu dringende Schicht ist beim höchsten Stande der Sonne km Luft von der Dichte 0,001293) kann man die ichungskoeffizienten der Atmosphäre für die einzelnen nlängen berechnen, unter der Annahme, daß nur das absorbiere. Berechnet man ferner aus der Planck- Formel[4]) für die Energieverteilung im Spektrum eines rzen Körpers

$$E = \frac{8\pi c h}{\lambda^5} \cdot \frac{1}{e^{\frac{c h}{k \lambda \vartheta}} - 1}$$

n der Grenze der Atmosphäre auffallende Strahlungs- ie, indem man die Sonnenstrahlung als schwarze Strah- ansieht (die bei $\lambda = 300\ \mu\mu$ auffallende Energie gleich

) A. Cornu, Compt. rend. 88. p. 1101 u. 1285. 1879; 89. p. 808. 90. p. 940. 1880.

) W. N. Hartley, Chem. News 42. p. 268. 1880.

) A. Levy, Ciel et Terre 19. p. 291—296. 1898.

) M. Planck, Ann. d. Phys. 4. p. 561. 1901.

100 gesetzt), so erhält man die Zahlen, die in der zweiten Kolumne der folgenden Tabelle angegeben sind. Aus diesen Zahlen in Verbindung mit den Schwächungsfaktoren der Atmosphäre ergibt sich dann auch leicht die Energieverteilung im Sonnenspektrum auf der Erde, nachdem also die Strahlung die Atmosphäre durchlaufen hat (dritte Kolumne der Tabelle).

λ	J_0	J'	λ	J_0	J
185 $\mu\mu$	12,77	—	250 $\mu\mu$	58,94	10,28
193	16,76	14,21	260	67,54	11,28
200	20,75	18,59	270	76,07	14,73
210	27,19	23,11	280	84,40	29,86
220	34,39	26,19	290	92,41	53,50
230	42,20	21,19	300	100,00	65,10
240	50,43	11,46			

Graphisch dargestellt sind diese beiden Intensitätsverteilungen in Fig. 5. Es ist ersichtlich, daß bei $\lambda = 300\,\mu\mu$ bis $\lambda = 290\,\mu\mu$, wo etwa das Ende des beobachteten Sonnen-

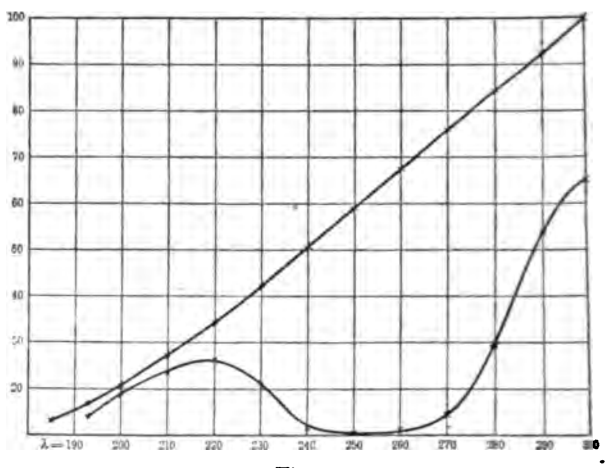


Fig. 5.

spektrums liegt, die Intensität der durch die Atmosphäre tatsächlich hindurch gelangenden Strahlung nach den kleinere Wellenlängen hin stark abnimmt, wodurch also die Hartleysche Hypothese an Wahrscheinlichkeit gewinnt. Ferner i

rkennen, daß bei etwa $\lambda = 220\ \mu\mu$ wieder mehr als das pelte an Intensität als bei $\lambda = 250\ \mu\mu$ sich findet. Ob diese Energiemenge aber noch experimentell nachweisen , ist eine andere Frage. Mit der Photographie wird das l nicht gelingen, vielleicht aber doch mit der Kreusler-n Zelle. Denn bei dieser ist die photoelektrische Em-llichkeit bei den Wellenlängen 200—220 $\mu\mu$ ganz be-end viel größer als etwa bei $\lambda = 300\ \mu\mu$, was man daraus ht, daß man bei den kleineren Wellenlängen lange nicht ahe an das Funkenpotential zu gehen braucht, als bei den eren, um denselben photoelektrischen Effekt zu erhalten.

Zur experimentellen Prüfung der Frage stellte ich im ust 1902 auf dem Gornergrat (3136 m) in der Schweiz der Kreuslerschen Methode Versuche an, doch ergaben e noch keine sicheren Resultate.

Zum Schlusse ergreife ich auch an dieser Stelle mit Freude Gelegenheit, meinem hochverehrten Lehrer, Hrn. Geheimrat f. Dr. Warburg für die vielfache Anregung und stete nahme an der vorliegenden Arbeit meinen herzlichsten k auszusprechen.

Berlin, Physikal. Institut der Universität.

(Eingegangen 1. August 1903.)

12. *Abhängigkeit der Absorption, welche Kathodenstrahlen in dünnen Aluminiumblättchen erleiden, vom Entladungspotential; von W. Seitz.*

Unter ähnlichem Titel habe ich vor ungefähr einem Jahr eine vorläufige Mitteilung[1]) veröffentlicht. Während ich damals meine Messungen auf verhältnismäßig niedere Potentiale beschränken mußte, stand mir jetzt ein Elektrometer zur Verfügung, welches geeignet ist, beliebig hohe Spannungen zu bestimmen. Es schien mir daher angezeigt, die Versuche nochmals aufzunehmen und den Meßbereich auf so hohe Entladungspotentiale auszudehnen, als möglich.

Wie bei den ersten Versuchen wurde einesteils die Kathodenstrahlenmenge, welche auf ein Aluminiumfenster traf und von ihm absorbiert wurde, anderenteils diejenige, welche hindurchdrang und von einer besonderen Elektrode aufgefangen wurde, gemessen. Da die Intensität der hindurchgelangenden Strahlen sehr stark mit der Entladungsspannung wächst, so konnte ich jetzt an Stelle eines Elektrometers ein Galvanometer (nach d'Arsonval von Siemens & Halske von der Empfindlichkeit $3{,}1 \,.\, 10^{-10}$ Amp. pro mm Ausschlag bei 2 m Skalenabstand und 480 Ohm Widerstand) verwenden. Mit Hilfe eines geeigneten Nebenschlusses von 15 000 Ohm, welcher die Empfindlichkeit nicht störend herabsetzte, konnte erreicht werden, daß die Galvanometerspule sich fast aperiodisch einstellte, was bei Messungen von Kathodenstrahlen von großem Vorteil ist. Zur Bestimmung der vom Fenster absorbierten Elektrizitätsmenge mußte die Empfindlichkeit durch einen weiteren Nebenschluß auf das 0,451 fache vermindert werden. Die Widerstände waren so abgepaßt, daß auch dann noch die Bewegung der Spule aperiodisch war (vgl. Fig. 2).

1) W. Seitz, Physik. Zeitschr. 3. p. 552. 1902.

Die verwandte Röhre entsprach, abgesehen von einigen arbesserungen, der in jener vorläufigen Mitteilung beschriemen (vgl. Fig. 1). Die von der Kathode K ausgehenden rahlen passierten zuerst ein 2,5 mm weites Diaphragma D, ann das 1,5 mm weite und 23 mm lange Kupferröhrchen R, id trafen hierauf zenisch auf das Aluiniumfenster, welches ich der von W. Wien [1]) igegebenen Methode it Hilfe von dünnen admiumringen auf das ageschmolzene Platinhrchen P luftdicht aufschraubt war. R und sind zur Erde abdeitet und bilden die node. Auf diese Weise arde erreicht, daß an usFenster *nur Strahlen, elche von der Kathode lbst kommen*, gelangen innen. Wenn man nämth zu hohen Potenilen und dementspreend zu großer Verinnung übergeht, so den sich die der athode benachbarten ile der Glaswand sehr

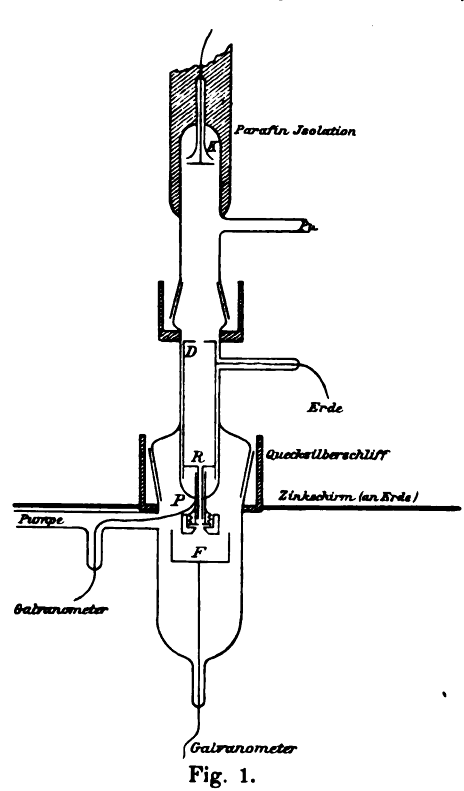


Fig. 1.

trächtlich und senden selbst Kathodenstrahlen aus, welche er eine geringere Geschwindigkeit und daher größere Abrbierbarkeit besitzen, als die von der Kathode ausgehenden. s in die Platinröhre eingeschobene und durch dünnsten Hartmmi von dieser isolierte Kupferröhrchen (R) bot einen absolut heren Schutz dagegen, daß auf die mit dem Fenster leitend rbundenen Metallteile (Platinröhre mit Verschraubung) irgend

1) W. Wien, Wied. Ann. 65. p. 440. 1898.

welche andere Elektrizitätsmengen gelangen konnten, welche sich zu den vom Fenster selbst absorbierten addieren würden. Die becherförmige Elektrode F diente dazu, die Strahlen, welche das Fenster passiert haben, aufzufangen.

Durch einen Paraffinkommutator konnte das Galvanometer nacheinander in die zu P oder zu F führende Erdleitung eingeschaltet werden (vgl. Fig. 2). Vermittelst zweier Quecksilber-Barometerverschlüsse wurde der Entladungsraum, sowie der hinter dem Fenster gelegene Beobachtungsraum der Röhre

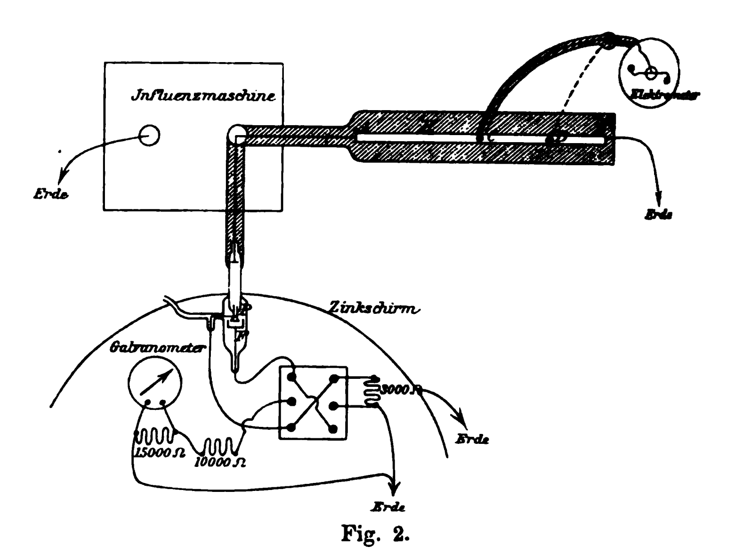


Fig. 2.

gesondert ausgepumpt. Und es wurde stets dafür gesorgt, daß in letzterem ein sehr hohes Vakuum herrschte. Als Stromquelle diente eine Influenzmaschine von zwei beweglichen Platten, welche durch einen Elektromotor getrieben wurde.

Bei Versuchen mit Spannungen über 20 000 Volt traten eine ganze Reihe von Schwierigkeiten auf. Wie diese wenigstens teilweise überwunden werden können, ist zu ersehen aus der Arbeit von E. Voigt: „Über Messungen hoher Spannungen".[1]) So wird die störende Spitzenentladung an den Zuleitungen durch Eingießen derselben in eine Paraffinwachsmischung selbst bei

1) E. Voigt, Würzburger Dissertation (E. Köhring in Lüchow 1903).

annungen oberhalb von 50000 Volt vollständig beseitigt. ch die Röhre in der Umgebung der Kathode war mit dieser se umhüllt, damit die Entladung nicht zum Teil außen an Glaswand verläuft.

Sehr erschwert werden die Messungen durch den Umstand, bei hohen Potentialen die Entladungen häufig ungleichßig oszillatorisch verlaufen, wobei das Potential sehr instant ist und sich außerdem in allen Erdleitungen sehr ftige elektrische Schwingungen ausbilden. Manchmal gelang vollständig ruhige Entladungen selbst bis 50000 Volt zu elen, während an anderen Tagen die Messungen schon bei 000 Volt kaum mehr ausführbar waren. Worin eigentlich Grund dieser störenden Erscheinungen, welche auch durch fältiges Polieren der Kathode nicht beseitigt werden, gen ist, konnte nicht ermittelt werden. Vermutlich kommt auch das bessere oder schlechtere Funktionieren der uenzmaschine, welches wiederum in hohem Maße vom chtigkeitsgehalt der Luft abhängt, in Betracht.

Was nun die exakte Messung der hohen Spannung anrifft, so stand mir der kurz vorher von Hrn. Voigt konierte und ausgeführte Apparat zur Verfügung.[1]) Ich kann h hier auf eine kurze Beschreibung desselben beschränken im übrigen auf die genannte Dissertation verweisen. Zur annungsmessung diente ein Elektrometer nach Heydweiller[2]), sen Meßbereich zwischen 10000 und 20000 Volt gelegen und das selbst wiederum durch ein absolutes Schutzringtrometer nach Thomson geeicht wurde. Ein etwa 1 m ger ausgewählt homogener Holzstab H (vgl. Fig. 2) ist in Paraffinwachsmischung eingegossen und ist am einen Ende A dem Pole der Influenzmaschine, am anderen Ende B mit Erde verbunden. An zwei Punkten des Stabes (C und D) l ebenfalls durch Paraffin wohlgeschützte Quecksilbernäpfe ebracht, um hier das Elektrometer anzuschalten.

Die Spannung nimmt ziemlich linear längs des Stabes ab. das Widerstandsverhältnis W_1/W_2 der Stablängen AC zu bez. AD zu DB bekannt, so kann aus der Angabe E des

1) l. c.
2) A. Heydweiller, Wied. Ann. 48. p. 110. 1893.

Elektrometers direkt die Spannung Sp an der Influenzmaschine und Kathode der Röhre berechnet werden zu

$$Sp = E \frac{W_1 + W_2}{W_2}.$$

Das Widerstandsverhältnis wurde durch gleichzeitige Anwendung des absoluten Thomsonschen und des Heydweillerschen Elektrometers nach der Methode von E. Voigt bestimmt und diese Messungen von Zeit zu Zeit wiederholt; doch änderte sich das Widerstandsverhältnis selbst im Verlauf mehrerer Wochen sehr wenig.

Die folgenden Kurven (vgl. Fig. 3) und Tabellen (p. 866 u. 867) stellen das Verhältnis der hinter dem Fenster bei F absorbierten Elektrizitätsmenge i_2 zu der Summe der am Fenster und der bei F gemessenen, d. i. $i_1 + i_2$, dar in seiner Abhängigkeit von der Entladungsspannung. Sie sind erhalten aus einer sehr großen Anzahl von Einzelbeobachtungen (z. B. Kurve III aus ca. 200 einzelnen Zahlen), welche auf ein Koordinatenpapier eingetragen wurden, worauf nach dem Augenmaß die wahrscheinlichste Kurvenform hindurchgelegt wurde. Soweit die ausgezogene Kurve verläuft, sind im allgemeinen die Abweichungen der einzelnen Messungen von derselben unbedeutend; sie überschreiten, abgesehen von einigen wenigen Fällen, nie 4 Proz.

Wenn aber der Prozentsatz der durch das Fenster gehenden Kathodenstrahlen wächst, so werden — vor allem bei den beiden dünneren Blättchen war dies der Fall — die Resultate unsicherer, was durch Punktieren der Kurve angedeutet ist, bez. durch Einklammern der Zahlen.

Selbstverständlich ist die bei F gemessene Größe i_2 nicht identisch mit der Gesamtmenge, welche durch das Fenster gedrungen ist, da 1. ein großer Teil infolge der diffusen Ausbreitung auf der Rückseite des Fensters an die vorstehende Verschraubung gelangt und hier absorbiert wird, und 2. ein Teil an F reflektiert wird. Dagegen ist die Summe der am Fenster und der bei F gemessenen Elektrizitätsmenge, d. i. $i_1 + i_2 = i_0$, gleich der Gesamtstrahlung zu setzen, welche auf das Fenster fiel, vermindert um die am Fenster reflektierten Strahlen; denn der Bruchteil, welcher nach der Reflexion an F, zwischen dem Rande an F und der Verschraubung von P heraus-

langt und so der Messung sich entzieht, ist sicher zu vernachlässigen.

Kurve I bezieht sich auf ein Blättchen von der Dicke 0,000211 cm, Kurve II auf ein solches von der Dicke 0,000326 cm und Kurve III auf ein solches von der Dicke 0,000460 cm.

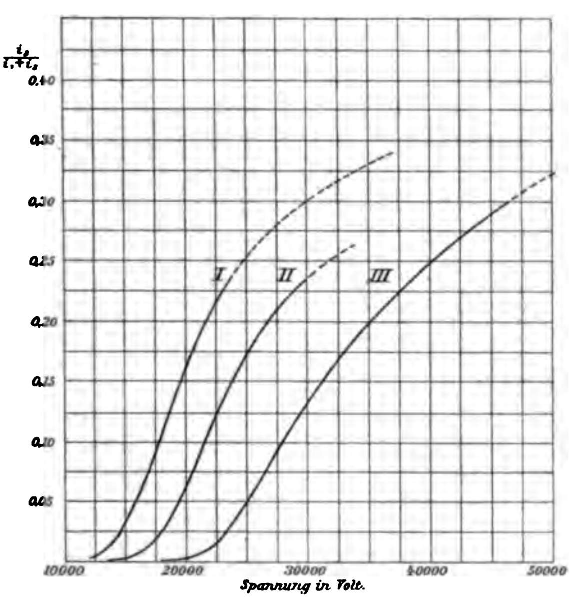


Fig. 3.

Wie ich in der vorläufigen Mitteilung gezeigt hatte, ließen sich die bei einem Blättchen von ungefähr 0,00032 cm Dicke gefundenen Werte von $i_2/i_1 + i_2$ in dem kleinen Meßbereich von 13000—15800 Volt sehr gut durch eine Formel $e^{-\frac{a}{V^{5/2}}}$ darstellen, wobei die Konstante a den Wert $17{,}1 \,.\, 10^{10}$ hatte. Während sich dies auch bei den neuen Messungen für kleine Spannungen bestätigte, versagt doch die Formel vollständig, wie man zu höheren Potentialen übergeht. Nach längerem Suchen ergab sich als geeignete empirische Formel zur Darstellung der Kurven der Ausdruck

$$\frac{i_1}{i_1 + i_2} = A \frac{i}{i_0} = A e^{-\frac{a}{V^2 - f V^3}} .$$

Spannung in Volt	Blättchen I, Dicke = 0,000 211 cm	$A = 0{,}42$, $a = 6 \cdot 10^{12}$, $f = 4500$		Blättchen II, Dicke = 0,000 326 cm	$A = 0{,}40$, $a = 10 \cdot 10^{12}$, $f = 7000$		Blättchen III, Dicke = 0,000 460 cm	$A = 0{,}39$, $a = 20 \cdot 10^{12}$, $f = 9800$	
	$\frac{i_2}{i_1 + i_2}$ beob.	$A \frac{i}{i_0}$ ber.	$\frac{i}{i_0} = e^{-\frac{a}{V^2 - fV^2}}$ ber.	$\frac{i_2}{i_1 + i_2}$ beob.	$A \frac{i}{i_0}$ ber.	$\frac{i}{i_0} = e^{-\frac{a}{V^2 - fV^2}}$ ber.	$\frac{i_2}{i_1 + i_2}$ beob.	$A \frac{i}{i_0}$ ber.	$\frac{i}{i_0} = e^{-\frac{a}{V^2 - fV^2}}$ ber.
12 000	0,0017	0,00163	0,00389	—	—	—	—	—	—
13 000	0,0057	—	—	—	—	—	—	—	—
14 000	0,0156	—	—	0,0012	—	—	—	—	—
15 000	0,032	—	—	0,0025	—	—	—	—	—
16 000	0,054	0,0548	0,1305	0,0052	0,00516	0,0129	—	—	—
17 000	0,078	—	—	0,0135	—	—	—	—	—
18 000	0,106	—	—	0,0250	—	—	0,0005	—	—
19 000	0,135	—	—	0,0410	—	—	0,0010	—	—
20 000	0,160	0,159	0,379	0,0615	0,0584	0,146	0,0028	0,00291	0,00746
21 000	0,185	—	—	0,087	—	—	0,0055	—	—
22 000	0,208	—	—	0,112	—	—	0,0113	—	—
23 000	0,226	—	—	0,135	—	—	0,0210	—	—
24 000	(0,241)	0,246	0,586	0,154	0,144	0,360	0,0330	0,0327	[illegible]

29 000	(0,294)	—	—	0,229	—	—	0,116	—	—
30 000	(0,30)	—	—	0,239	—	—	0,133	—	—
31 000	—	—	—	—	—	—	0,148	—	—
32 000	(0,315)	0,339	0,808	(0,254)	0,2715	0,678	0,162	0,162	0,416
33 000	—	—	—	—	—	—	0,176	—	—
34 000	—	—	—	(0,266)	—	—	0,189	—	—
35 000	—	—	—	—	—	—	0,201	—	—
36 000	(0,342)	(0,362)	0,863	—	—	—	0,212	0,216	0,554
37 000	—	—	—	—	—	—	0,222	—	—
38 000	—	—	—	—	—	—	0,232	—	—
39 000	—	—	—	—	—	—	0,242	—	—
40 000	(0,375)	0,378	0,900	—	—	—	0,251	0,258	0,661
41 000	—	—	—	—	—	—	0,260	—	—
42 000	—	—	—	—	—	—	0,268	—	—
43 000	—	—	—	—	—	—	0,276	—	—
44 000	—	—	—	—	—	—	0,284	0,288	0,739
45 000	—	—	—	—	—	—	0,291	—	—
46 000	—	—	—	—	—	—	0,298	—	—
47 000	—	—	—	—	—	—	0,305	—	—
48 000	—	—	—	—	—	—	(0,311)	0,3105	0,796
49 000	—	—	—	—	—	—	(0,317)	—	—
50 000	—	—	—	—	—	—	(0,323)	—	—

In der Tabelle sind die so berechneten Werte von $A\frac{i}{i_0}$ sowie von $\frac{i}{i_0}$ und die entsprechenden Konstanten von A, a und f angegeben. a und f wachsen mit der Dicke der Blättchen. Der absolute Wert von A, welcher angibt, welchen Bruchteil der durch das Fenster hindurchgegangenen Strahlen F absorbiert, erscheint plausibel, soweit man aus den Dimensionen des Apparates auf diese Größe schließen kann. Freilich liegen bis jetzt quantitative Messungen über die Verteilung der Strahlen an der Rückseite eines Fensters nicht vor. Daß aber A etwas wächst mit Abnahme der Dicke des Blättchens, das steht im Einklang mit den Beobachtungen von Des Coudres.[1] Danach wiegt bei dünnen Blättchen ein zentrales Bündel vor und ist die Ausbreitung desto gleichmäßiger nach allen Seiten, je dicker das Fenster ist. Und dementsprechend würden auch desto mehr Strahlen durch Auftreffen auf die Verschraubung für F verloren gehen.

Die Formel wird natürlich ebenfalls nur eine beschränkte Gültigkeit besitzen; doch dürfte der Versuch, theoretisch eine Absorptionsformel aufzustellen, vorläufig noch verfrüht sein und zu sehr in das Gebiet der Hypothese führen.

Würzburg, Physik. Institut der Universität, Juli 1903.

1) Ph. Des Coudres, Physik. Zeitschr. 4. p. 140. 1902.

(Eingegangen 5. August 1903.)

13. *Über die magnetische Permeabilität von Eisenpulver bei schnellen Schwingungen*[1]; *von J. Zenneck.*

Die magnetische Permeabilität von weichen Eisen*drähten* in magnetischen Wechselfeldern hängt bekanntlich sehr stark ab von der Wechselzahl des Feldes. Bei Wechselzahlen von der Größenordnung 10^6/sec ist sie nach den Angaben in der Literatur[2] jedenfalls nicht wesentlich größer als 100, muß also auf $^1/_{10}$ bis $^1/_{30}$ ihres mittleren Wertes bei stationärem Feld herabgesunken sein. Gewisse Anschauungen über die Konstitution ferromagnetischer Körper legen es nahe, diese Erscheinung als ziemlich selbstverständlich zu betrachten, sie so aufzufassen, daß die Magnetisierung diesen raschen Wechseln nicht mehr vollkommen zu folgen vermöge. Demgegenüber möchte ich darauf hinweisen, daß Eisen in sehr feiner Verteilung — Eisenpulver[3]) — diese Erscheinung nicht oder nur in sehr geringem Maße zeigt, daß *die magnetische Permeabilität von Eisenpulver in magnetischen Wechselfeldern von ca. 10^6 Wechseln in der Sekunde annähernd dieselbe ist, wie im stationären magnetischen Feld.*

---

1) Versuche über die magnetische Wirkung von Eisenpulver bei Schwingungen liegen vor von M. Birkeland, Compt. rend. **118.** p. 1324. 1894; F. Braun, Ann. d. Phys. **10.** p. 326. 1903; J. Zenneck, Ann. d. Phys. **11.** p. 1132. 1903. F. Braun hat den Nachweis erbracht, daß noch bei relativ raschen Schwingungen kompakte Massen von Eisenpulver sich vorteilhaft verwenden lassen.

2) Vgl. I. Klemenčič, Sitzungsber. d. k. Akad. d. Wissensch. zu Wien **102.** p. 298. 1893; **103.** p. 205. 1894; S. John, Phil. Mag. (5) **38.** p. 425. 1894; **39.** p. 297. 1895; R. Cardani, Nuovo Cimento (4) **7.** p. 229. 1898; W. M. Varley, Inaug.-Diss. Strassburg 1901; Phil. Mag. (6) **3.** p. 500. 1902. Manche der Zahlen, die in diesen Arbeiten für die Permeabilität bei schnellen Schwingungen angegeben sind, sind nicht ganz einwurfsfrei, die meisten aber sicher eher zu hoch als zu niedrig.

3) Vgl. Nr. 3.

Festgestellt wurde dies in der folgenden Weise.

1. Zur Untersuchung bei *Wechselfeldern hoher Wechselzahl* diente die schon früher beschriebene Anordnung[1] (Fig. 1). Zwei möglichst gleiche Spulen S_1 und S_2[2]) bilden mit zwei Leydener Flaschen C_1 und C_2 und einer Funkenstrecke F einen Kondensatorkreis, dessen Entladungen die Schwingungen liefern. Da die beiden Spulen von demselben Strom durchflossen sind, so ist die Amplitude der Spannung zwischen den Enden einer Spule annähernd proportional dem Selbstinduktionskoeffizienten der Spule und damit der Amplitude des magnetischen Induktionsflusses durch dieselbe.

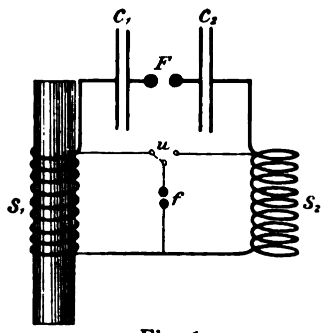


Fig. 1.

Wird also die Spannungsamplitude an den Enden der beiden Spulen durch eine Funkenstrecke f gemessen[3]), während in einer der beiden Spulen sich ein Kern aus dem zu untersuchenden Eisenpulver befindet, so erhält man die Erhöhung k des magnetischen Induktionsflusses durch den Eisenkern. Eine kleine Ungleichheit der Spulen kann dadurch, daß man den Eisenkern in die andere Spule bringt und die Messung wiederholt, eliminiert werden.

2. Für die Untersuchung bei *stationärem* Feld wurde um die eine der beiden Spulen (S Fig. 2)[4]) eine Wicklung von

1) Vgl. J. Zenneck, Ann. d. Phys. **11.** p. 1132. 1903.

2) Anzahl der Windungen einer Spule = 10, Länge der Spule 5 cm. Durchmesser (von Drahtachse zu Drahtachse) 6,5 cm. Drahtdurchmesser 2,5 mm. Gewickelt waren die Spulen auf Glasröhren von 5,4 cm äußerem Durchmesser und 1,1 mm Wandstärke.

3) Für die Beziehung zwischen Spannung und Schlagweite dürfen die für statische Ladung ermittelten Zahlen (vgl. A. Heydweiller, Wied. Ann. **48.** p. 273. 1893 bez. F. Kohlrausch, Praktische Physik 9. Aufl. p. 597) benutzt werden, da Vorversuche lehrten, daß das *Verhältnis* von zwei Spannungen V_1 und V_2, welche zu zwei Schlagweiten f_1 und f_2 gehören, merklich dasselbe ist bei Schwingungen wie bei statischer Ladung, wenigstens innerhalb der Grenzen, in denen sich die folgenden Versuche bewegen.

4) u_1 und u_2 sind Umschalter, um Nullpunktsverschiebungen und die direkte Beeinflussung des Galvanometers durch den Strom i zu eliminieren.

ca. 120 Windungen dünnen Kupferdrahtes gelegt und diese an ein ballistisches Galvanometer (G) angeschlossen. Der Ausschlag des Galvanometers gibt dann ein Maß für die Änderung des magnetischen Induktionsflusses in der Spule S; er war innerhalb der Ablesefehler dieser Änderung proportional.

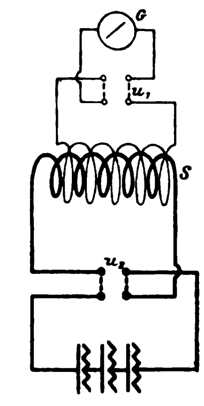


Fig. 2.

Beim Versuch wurde zuerst, wenn die Spule keinen Eisenkern enthielt, Akkumulatorenstrom (i) durch S geschickt und der Ausschlag a_0 bei Stromschluß oder Stromunterbrechung abgelesen. Dann wurde der zu untersuchende Eisenkern in die Spule gebracht und zuerst einmal derselbe Strom i in einer bestimmten Richtung durch S geschickt und dann wieder unterbrochen. Danach wurde derselbe Strom aber in entgegengesetzter Richtung durch die Spule S geschlossen, der Ausschlag des Galvanometers a_1 bei Stromschluß abgelesen. Zuletzt wurde der Strom unterbrochen und der dabei erfolgte Galvanometerausschlag a_2 wieder beobachtet. Es ist dann $\frac{a_1 + a_2}{2} : a_0$ die Erhöhung k des magnetischen Induktionsflusses durch den betreffenden Eisenkern. Die Differenz $a_1 - a_2$ gestattet einen Schluß auf die Remanenz des Eisenkernes.

3. Das *Eisenpulver* wurde in zwei Formen verwendet, lose und in Paraffin eingeschmolzen. Im letzteren Fall waren ca. 180 g geschmolzenes Paraffin mit ca. 2200 g Eisenpulver durch langes Rühren zu einem dem Aussehen nach sehr gleichmäßigen Brei verarbeitet worden, der zu einer ziemlich harten zementartigen Masse erstarrte. In beiden Fällen war das Pulver in Glasröhren von 35 cm Länge, 5 cm äußerem Durchmesser und 1,4 mm Wandstärke gefüllt worden.

Das Pulver selbst war das käufliche sogenannte Ferrum limat. pulv. subt. Die mikroskopische Untersuchung ergab als Durchmesser der kleinsten Körner ca. $1,5 \cdot 10^{-3}$ mm. Größere Körner (bis etwa $10 \cdot 10^{-3}$ mm Durchmesser) finden sich in großer Zahl; es läßt sich aber nicht mit Sicherheit entscheiden, ob sie nicht ein Konglomerat von kleinen Körnern sind. Nach der chemischen Analyse, die ich Hrn. Dr. Kohl-

schütter verdanke, enthielt das Pulver 92 Proz. metallisches Eisen.

4. *Das Ergebnis*, welches die in 1. und 2. beschriebenen Verfahren für die Erhöhung k des magnetischen Induktionsflusses durch die Eisenkerne lieferten, ist:

a) Wechselfeld (Wechselzahl ca. $2 . 10^6$/sec).

F	6 mm	9 mm	12 mm
Loses Pulver . .	2,41	2,68	2,50
Pulver in Paraffin	2,22	2,32	2,20

Die Wechselzahl wurde noch bis auf etwa das $2^1/_2$ fache gesteigert, ohne daß sich ein merklich verschiedener Wert von k ergeben hätte.

b) Stationäres Feld.

	i in Amp.	a_0 [1])	a_1	a_2	k
Loses Pulver . .	1,5	10,2	24,7	24,9	2,43
	6	21	51,1	50,8	2,43
	18	24,1	60	57	2,43
Pulver in Paraffin	1,5	10,2	28,3	28,3	2,77
	6	21	58,4	58,2	2,77
	18	24,1	69,7	68,7	2,87

Ein Vergleich der beiden Tabellen zeigt unmittelbar, daß *loses* Eisenpulver die magnetische Induktion in einem Wechselfeld von $2 . 10^6$ Wechseln fast genau ebensoviel verstärkt wie im stationären Feld. Die magnetische Wirkung des *in Paraffin eingeschmolzenen* Eisenpulvers ist im Wechselfeld nicht genau dieselbe wie im stationären, aber ebenfalls nicht viel verschieden (vgl. unten).

5. Von besonderem Interesse ist die Frage: Um welchen Betrag kann sich die magnetische Permeabilität des im Eisenpulver enthaltenen *metallischen* Eisens bei den schnellen Schwin-

1) a_0 a_1 a_2 sind in Skalenteilen angegeben. Vergleichbar sind nur die Werte bei demselben Strom i, da für verschiedene Stromstärken ein verschiedener Widerstand dem Galvanometer vorgeschaltet war.

ngen im Verhältnis zum stationären Feld höchstens geändert ben? Da loses Eisenpulver einen mangelhaft definierten rper darstellt, in dem sekundäre Erscheinungen unter dem nfluß der magnetischen Wirkung der Schwingungen nicht ausschlossen sind, so sind für die Frage vor allem maßgebend Resultate an dem in Paraffin eingeschmolzenen Eisen.

Was zuerst die Beziehung der experimentell ermittelten hl k zur Permeabilität des Eisenpulvers betrifft, so ist k jedenls kleiner als das Verhältnis der *scheinbaren*[1]) Permeabilität s Eisenpulvers zu derjenigen der Luft. Tatsächlich muß er k annähernd identisch mit diesem Verhältnis sein; denn m erhielt keinen anderen Wert für k, als die Spule in etwa 4fache Menge Eisenpulver, welche der Kern enthalten tte, eingebettet wurde. Da außerdem eine etwaige Wirkung r Foucaultströme in einer scheinbaren Verminderung der rmeabilität sich äußern muß, so kann die *wahre*[1]) Permeabilität s Eisenpulvers bei Schwingungen jedenfalls nicht kleiner sein die angegebene Zahl k.

Diese wahre Permeabilität μ des Eisen*pulvers* ist aber ht annähernd identisch mit der Permeabilität μ_1 des in mselben enthaltenen *metallischen Eisens*. Wenn man auch n den 8 Proz. Eisenoxyden absieht, so zeigt doch das gege spezifische Gewicht des Eisenpulvers (3,9), daß der vom lver eingenommene Raum nur sehr unvollständig von metalchem Eisen ausgefüllt war. Wird also auf die magnetische irkung der geringen Menge von Eisenoxyden keine Rücksicht nommen, so wird man die Beziehung der Permeabilität μ s Eisenpulvers zu derjenigen des metallischen Eisens (μ_1) und rjenigen der Luft (μ_0) ausdrücken können durch eine Gleiung der Form

$$\mu = \frac{m_0 \cdot \mu_0 + m_1 \mu_1}{m_0 + m_1} = \frac{m_0}{m_0 + m_1} \cdot \mu_0 + \frac{m_1}{m_0 + m_1} \mu_1 ,$$

1) Gemeint ist damit das folgende: Eine Spule befinde sich in em unendlich großen Raum, der ganz von dem Eisenpulver ausgefüllt . Es sei der magnetische Induktionsfluß durch dieselbe μ'/μ_0 mal ßer als wenn die Spule sich in Luft befindet (μ_0 Permeabilität r Luft). μ' heiße dann die scheinbare Permeabilität des Eisenpulvers, deren Wert die Foucaultströme eine Rolle spielen. Der Wert, den annehmen würde, wenn man die Foucaultströme ganz unterdrücken nnte, sei μ, die wahre Permeabilität.

worin m_0 und m_1 positive Konstante bedeuten, deren Wert von der Menge und Gestalt der Eisenkörner abhängt. Der Wert von $m_0/(m_0 + m_1)$ liegt jedenfalls zwischen Null und 1. Setzt man ihn einmal gleich 1 und dann gleich Null, so erhält man Grenzen für den Anteil des metallischen Eisens an dem Werte von μ_1 und damit für die prozentische Änderung der Permeabilität des metallischen Eisens. Im vorliegenden Fall war μ/μ_0 bei stationärem Feld im Mittel 2,8, bei Wechselfeld 2,25, die Differenz 0,55 = 20 Proz. So groß ist also mindestens die Änderung der Permeabilität des metallischen Eisens. Zu der Permeabilität 2,8 beträgt der Beitrag des Eisens mindestens 1,8. Die Änderung der Permeabilität des metallischen Eisens bei Wechselfeld gegenüber derjenigen bei konstantem Feld ist also höchstens $\frac{0,55}{1,8}$ = 30 Proz. Die Permeabilität des Eisens muß demnach bei $2 . 10^6$ Wechseln in der Sekunde auf einen Betrag gekommen sein, der zwischen $^2/_3$ und $^4/_5$ des Wertes bei konstantem Feld liegt. Die Änderung der Permeabilität ist gegenüber derjenigen bei Eisendrähten jedenfalls außerordentlich gering.

Strassburg i. Els., Physikalisches Institut.

(Eingegangen 10. August 1903.)

14. *Studien zur Theorie der Lichterscheinungen;*
von A. Korn und K. Stoeckl.

III. Das Kerrsche Phänomen.

Der Name „Kerrsches Phänomen“ wird für zwei ganz verschiedene von Kerr entdeckte Erscheinungen gebraucht, einmal die Veränderung der Fortpflanzung von Lichtschwingungen durch kräftige elektrostatische Felder, und zweitens die Reflexion des Lichtes von Magnetpolen. Wir werden uns mit der Theorie der *letzteren* Erscheinung[1]) beschäftigen, und zwar, genau wie in unseren früheren Abhandlungen[2]), auf der folgenden mechanischen Grundlage:

1. Magnetische Teilchen rotieren um ihre magnetische Achse mit einer sehr großen, ihrem magnetischen Moment proportionalen Rotationsgeschwindigkeit.

2. An jeder Stelle eines elektromagnetischen Feldes sind (mechanische) Geschwindigkeiten von der folgenden analytischen Form vorhanden:

$$(A) \quad \begin{cases} u = u_0 + u_1 \cos \frac{t}{T} 2\pi + u_2 \sin \frac{t}{T} 2\pi, \\ v = v_0 + v_1 \cos \frac{t}{T} 2\pi + v_2 \sin \frac{t}{T} 2\pi, \\ w = w_0 + w_1 \cos \frac{t}{T} 2\pi + w_2 \sin \frac{t}{T} 2\pi, \end{cases}$$

wo T eine gegen die Schwingungsdauer der Lichtschwingungen des sichtbaren Spektrums außerordentlich kleine Zeitdauer vorstellt, $u_1 v_1 w_1$ den Hertzschen elektrischen Kräften XYZ, $u_2 v_2 w_2$ den magnetischen Kräften LMN proportional und gegen die „sichtbaren“ Geschwindigkeiten $u_0 v_0 w_0$ im all-

---

1) J. Kerr, Phil. Mag. (5) 3. p. 321. 1877; 5. p. 161. 1878.

2) A. Korn u. K. Stoeckl, Ann. d. Phys. 8. p. 317. 1902; 9. p. 1138. 1902.

gemeinen sehr groß sind; Lichtschwingungen treten auf, wenn $u_1\, v_1\, w_1$ von der Form sind:

$$
\text{(B)}\qquad \left\{
\begin{aligned}
u_1 &= a\cos\frac{t}{\tau}\,2\pi + a'\sin\frac{t}{\tau}\,2\pi,\\
v_1 &= b\cos\frac{t}{\tau}\,2\pi + b'\sin\frac{t}{\tau}\,2\pi,\\
w_1 &= c\cos\frac{t}{\tau}\,2\pi + c'\sin\frac{t}{\tau}\,2\pi,
\end{aligned}
\right.
$$

und wenn die Schwingungsdauer τ im Bereiche des sichtbaren Spektrums liegt.

Wir haben gesehen[1]), daß sich auf diesen Grundlagen für ein Medium, das aus Äther und darin eingebetteten leitenden Teilchen zusammengesetzt ist — für den Fall, daß ein konstantes magnetisches Feld (α, β, γ) vorhanden ist, dementsprechend die leitenden Teilchen mit (α, β, γ) proportionale Rotationsgeschwindigkeiten besitzen —, die folgenden Gleichungen ergeben:

$$
(1)\qquad \left\{
\begin{aligned}
a_i u_{1i} + b_i \frac{d u_{1i}}{dt} + c_i \frac{d^2 u_{1i}}{dt^2} &= \varkappa_i c_i \left\{\gamma \frac{d v_{1i}}{dt} - \beta \frac{d w_{1i}}{dt}\right\} + k_i \frac{d\mathfrak{u}_{1i}}{dt},\\
a_i v_{1i} + b_i \frac{d v_{1i}}{dt} + c_i \frac{d^2 v_{1i}}{dt^2} &= \varkappa_i c_i \left\{\alpha \frac{d w_{1i}}{dt} - \gamma \frac{d u_{1i}}{dt}\right\} + k_i \frac{d\mathfrak{v}_{1i}}{dt},\\
a_i w_{1i} + b_i \frac{d w_{1i}}{dt} + c_i \frac{d^2 w_{1i}}{dt^2} &= \varkappa_i c_i \left\{\beta \frac{d u_{1i}}{dt} - \alpha \frac{d v_{1i}}{dt}\right\} + k_i \frac{d\mathfrak{w}_{1i}}{dt};
\end{aligned}
\right.
$$

$$
(2)\,^{2)}\qquad \left\{
\begin{aligned}
\mathfrak{u}_{1a} &= -A\,\frac{d u_{2a}}{dt},\\
\mathfrak{v}_{1a} &= -A\,\frac{d v_{2a}}{dt},\\
\mathfrak{w}_{1a} &= -A\,\frac{d w_{2a}}{dt};
\end{aligned}
\right.
$$

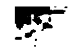
$$
(3)\qquad \left\{
\begin{aligned}
\mathfrak{u}_{2a} &= A\left\{\mathfrak{c}_a \frac{d u_{1a}}{dt} + \sum \mathfrak{c}_i u_{1i}\right\},\\
\mathfrak{v}_{2a} &= A\left\{\mathfrak{c}_a \frac{d v_{1a}}{dt} + \sum \mathfrak{c}_i v_{1i}\right\},\\
\mathfrak{w}_{2a} &= A\left\{\mathfrak{c}_a \frac{d w_{1a}}{dt} + \sum \mathfrak{c}_i w_{1i}\right\}.
\end{aligned}
\right.
$$

1) Vgl. A. Korn u. K. Stoeckl, Ann. d. Phys. **9**. p. 1143. 1902.

2) Legt man (vgl. A. Korn u. K. Stoeckl, Ann. d. Phys. **9**. p. 1143. 1902) an Stelle von (2) die Gleichungen:

$$
(2')\qquad \mathfrak{u}_{1a} = -A\,\frac{d u_{2a}}{dt} + \frac{\partial p_2}{\partial x}, \ldots
$$

zugrunde, so tritt, wie leicht zu übersehen ist, kein prinzipieller Unterschied in der folgenden Untersuchung ein.



bedeuten an jeder Stelle $(x y z)$

$$u_{1a}\, v_{1a}\, w_{1a} \quad \text{(Lichtvektor)}$$

ttelwerte von $u_1\, v_1\, w_1$ in einem sehr kleinen Raume, der und eine große Zahl eingebetteter leitender Teilchen t,

$$u_{2a}\, v_{2a}\, w_{2a}$$

tsprechenden Mittelwerte von $u_2\, v_2\, w_2$,

$$u_{1i}\, v_{1i}\, w_{1i}$$

ie Werte von $u_1\, v_1\, w_1$ in jedem einzelnen leitenden Teil- $c_a\, c_i$ der Zusammensetzung des Mediums aus Äther und len Teilchen entsprechende Proportionalitätsfaktoren, $\varkappa_i\, k_i$ bez. ihre Verhältnisse Konstanten, die dem betreffen- itenden Teilchen eigentümlich sind, und es wird stets:

$$\left\{\begin{aligned} \mathfrak{u}_{1a} &= \frac{\partial w_{1a}}{\partial y} - \frac{\partial v_{1a}}{\partial z}, \\ \mathfrak{v}_{1a} &= \frac{\partial u_{1a}}{\partial z} - \frac{\partial w_{1a}}{\partial x}, \\ \mathfrak{w}_{1a} &= \frac{\partial v_{1a}}{\partial x} - \frac{\partial u_{1a}}{\partial y}, \end{aligned}\right.$$

$$\left\{\begin{aligned} \mathfrak{u}_{2a} &= \frac{\partial w_{2a}}{\partial y} - \frac{\partial v_{2a}}{\partial z}, \\ \mathfrak{v}_{2a} &= \frac{\partial u_{2a}}{\partial z} - \frac{\partial w_{2a}}{\partial x}, \\ \mathfrak{w}_{2a} &= \frac{\partial v_{2a}}{\partial x} - \frac{\partial u_{2a}}{\partial y} \end{aligned}\right.$$

t; $1/A$ ist die Fortpflanzungsgeschwindigkeit des Lichtes her.

n Äther ist $c_a = 1$, alle $c_i = 0$, da keine leitenden Teil- rorhanden sind; je mehr leitende Teilchen sich vorfinden,) größeren Einfluß gewinnen die $\sum c_i u_{1i}, \ldots$ in den ungen (3), so daß in einem Medium, das sich wie ein trikum (durchsichtiges Medium) verhält, die Form der ungen (2) und (3) nur wenig verändert wird; für die e werden dagegen jene Glieder schon von erheblichem ß sein; mit Summen werden wir übrigens nur zu tun , wenn verschiedene Molekülgattungen vorhanden sind bei Legierungen), sonst sind die Glieder von der ein- en Form:

$$c_i u_{1i}, \quad c_i v_{1i}, \quad c_i w_{1i}.$$

Was die *Grenzbedingungen* an der Grenze zweier Medien anbetrifft, so wird Stetigkeit[1]) von $u_1\, v_1\, w_1$; $u_2\, v_2\, w_2$ bei dem Durchgang durch die Grenzfläche zwischen Äther und leitender Substanz gefordert; wenn wir nun zwei Medien haben, die aus Äther und leitenden Teilchen zusammengesetzt sind, und unter $u_{1a}\, v_{1a}\, w_{1a}$, $u_{2a}\, v_{2a}\, w_{2a}$ die Mittelwerte der $u_1\, v_1\, w_1$, $u_2\, v_2\, w_2$ in sehr kleinen Raumteilen verstehen, so wird die Bedingung der Stetigkeit der normalen Ableitungen

$$u_{1a} \cos(n x) + v_{1a} \cos(n y) + w_{1a} \cos(n z),$$

$$u_{2a} \cos(n x) + v_{2a} \cos(n y) + w_{2a} \cos(n z)$$

bei dem Durchgang durch die Grenze zweier solcher Medien nicht mehr erfüllt zu sein brauchen, da ja vielleicht leitende Teilchen des einen Mediums in das andere einströmen werden, wir werden aber an der Stetigkeit der tangentialen Komponenten der Vektoren $(u_{1a}\, v_{1a}\, w_{1a})$ und $(u_{2a}\, v_{2a}\, w_{2a})$ festhalten müssen. *Diese Grenzbedingungen — Stetigkeit der tangentialen Komponenten von $(u_{1a}\, v_{1a}\, w_{1a})$ und $(u_{2a}\, v_{2a}\, w_{2a})$ bei dem Durchgange durch die Grenzfläche — zusammen mit den Gleichungen (1) bis (5) werden alle magneto-optischen Erscheinungen erklären*, im besonderen wird dies für das Kerr'sche Phänomen durch die folgende Untersuchung gezeigt werden.[2])

1) Bei Vernachlässigung von Größen, die gegen $u_1\, v_1\, w_1$, $u_2\, v_2\, w_2$ von der Ordnung $\frac{T}{\text{Zeiteinheit}}$ klein sind.

2) Was die Literatur über das Kerrsche Phänomen anbetrifft, so wollen wir vor allem auf die Arbeiten von P. Drude hinweisen, im besonderen auf die Abhandlung „Über magneto-optische Erscheinungen" (Wied. Ann. **46.** p. 353. 1892), in der die hervorragendsten Arbeiten über den Gegenstand zitiert sind, und durch welche — wenn auch unsere Grundlagen ganz verschiedene sind — unsere Aufgabe erheblich erleichtert worden ist. In der Tat führt unsere Theorie auf Endgleichungen, welche mit den Gleichungen (66) und (67) auf p. 387 der genannten Abhandlung äquivalent sind, wenn wir Metalle mit einer Molekülgattung betrachten und die Konstante b_i für diese Molekülgattung als außerordentlich klein ansehen. Jene Gleichungen erklären aber, wie Drude gezeigt hat, das Kerrsche Phänomen für Eisen bez. Stahl vollständig. Die Abweichungen bei anderen Metallen (D. A. Goldhammer, Wied. Ann. **46.** p. 71. 1892) lassen sich — was wir hier nur andeuten — durch den Einfluß der Konstanten b_i erklären.

§ 1.

Wir denken uns ein Dielektrikum (d. h. ein aus Äther id leitenden Teilchen zusammengesetztes Medium, für das $\mathfrak{c}_i$ in (3) zu vernachlässigen sind), welches in einer Ebene ein metallisches Medium grenzt. Wir nehmen die Grenz-ene zur xy-Ebene, die z-Achse in das Metall hineingerichtet.

Wenn wir uns — wie allgemein üblich — zur Verein-chung der Rechnungen der Exponentialgrößen an Stelle der s und sin bedienen, stellen die drei Gleichungen:

$$
\left\{
\begin{aligned}
u_{1a} &= \quad E_s \cos\varphi \,.\, e^{\frac{2\pi i}{\tau}\left(t - \frac{x\sin\varphi + z\cos\varphi}{V_0}\right)},\\
v_{1a} &= \quad E_p \qquad\;\, .\, e^{\frac{2\pi i}{\tau}\left(t - \frac{x\sin\varphi + z\cos\varphi}{V_0}\right)},\\
w_{1a} &= - E_s \sin\varphi \,.\, e^{\frac{2\;\, i}{\tau}\left(t - \frac{x\sin\varphi + z\cos\varphi}{V_0}\right)}
\end{aligned}
\right.
$$

e ebene Lichtwelle dar, deren Fortpflanzungsrichtung der z-Ebene (Einfallsebene) parallel ist und mit der z-Achse den inkel φ (Einfallswinkel) bildet.

$$V_0 = \frac{1}{A\sqrt{\mathfrak{c}_a^{\text{diel.}}}}$$

ezeichnet dabei die Fortpflanzungsgeschwindigkeit im Dielek-ikum, $E_p\, E_s$ sind gegebene Größen, die (der Fresnelschen affassung entsprechend) als die Maßzahlen für das parallel u. senkrecht zur Einfallsebene polarisierte einfallende Licht[1]) zeichnet werden mögen.

Wenn nun eine Reflexion an der Grenze des Metalles attfindet, so wird die Schwingung im Dielektrikum sich aus ner einfallenden und einer reflektierten Bewegung zusammen-tzen:

$$
\left\{
\begin{aligned}
u_{1a}^{\text{diel.}} &= u_{1a}^{e} + u_{1a}^{r},\\
v_{1a}^{\text{diel.}} &= v_{1a}^{e} + v_{1a}^{r},\\
w_{1a}^{\text{diel.}} &= w_{1a}^{e} + w_{1a}^{r},
\end{aligned}
\right.
$$

1) Zahlen, die mit den Amplituden der betreffenden Schwingungs-ponenten proportional sind.

wo

$$
(9\text{a})\quad \begin{cases}
u_{1a}^e = \quad E_s \cos\varphi \,.\, e^{\frac{2\pi i}{\tau}\left(t - \frac{x \sin\varphi + z \cos\varphi}{V_0}\right)}, \\
v_{1a}^e = \quad E_p \qquad .\, e^{\frac{2\pi i}{\tau}\left(t - \frac{x \sin\varphi + z \cos\varphi}{V_0}\right)}, \\
w_{1a}^e = - E_s \sin\varphi \,.\, e^{\frac{2\pi i}{\tau}\left(t - \frac{x \sin\varphi + z \cos\varphi}{V_0}\right)}
\end{cases}
$$

und $u_{1a}^r\ v_{1a}^r\ w_{1a}^r$ jedenfalls von der Form sein müssen:

$$
(9\text{b})\quad \begin{cases}
u_{1a}^r = - R_s \cos\varphi \,.\, e^{\frac{2\pi i}{\tau}\left(t - \frac{x \sin\varphi - z \cos\varphi}{V_0}\right)}, \\
v_{1a}^r = \quad R_p \qquad .\, e^{\frac{2\pi i}{\tau}\left(t - \frac{x \sin\varphi - z \cos\varphi}{V_0}\right)}, \\
w_{1a}^r = - R_s \sin\varphi \,.\, e^{\frac{2\pi i}{\tau}\left(t - \frac{x \sin\varphi - z \cos\varphi}{V_0}\right)}.
\end{cases}
$$

Die Bestimmung der Unbekannten $R_p\ R_s$, die als die Maßzahlen für das parallel bez. senkrecht zur Einfallsebene polarisierte, reflektierte Licht zu bezeichnen sein werden, hängt nun von den Eigenschaften des angrenzenden Mediums ab.

§ 2.

Wenn wir für die Bewegung im Metall den allgemeinen Ansatz:

$$
(10\text{a})\quad \begin{cases}
u_{1a} = A_1 \,.\, e^{\frac{2\pi i}{\tau}(t - \mu x - \nu y - \bar{\omega} z)}, \\
v_{1a} = B_1 \,.\, e^{\frac{2\pi i}{\tau}(t - \mu x - \nu y - \bar{\omega} z)}, \\
w_{1a} = C_1 \,.\, e^{\frac{2\pi i}{\tau}(t - \mu x - \nu y - \bar{\omega} z)},
\end{cases}
$$

$$
(10\text{b})\quad \begin{cases}
u_{2a} = A_2 \,.\, e^{\frac{2\pi i}{\tau}(t - \mu x - \nu y - \bar{\omega} z)}, \\
v_{2a} = B_2 \,.\, e^{\frac{2\pi i}{\tau}(t - \mu x - \nu y - \bar{\omega} z)}, \\
w_{2a} = C_2 \,.\, e^{\frac{2\pi i}{\tau}(t - \mu x - \nu y - \bar{\omega} z)},
\end{cases}
$$

$$
(10\text{c})[1]\quad \begin{cases}
u_{1i} = \alpha_1 \,.\, e^{\frac{2\pi i}{\tau}(t - \mu x - \nu y - \bar{\omega} z)}, \\
v_{1i} = \beta_1 \,.\, e^{\frac{2\pi i}{\tau}(t - \mu x - \nu y - \bar{\omega} z)}, \\
w_{1i} = \gamma_1 \,.\, e^{\frac{2\pi i}{\tau}(t - \mu x - \nu y - \bar{\omega} z)}
\end{cases}
$$

1) Wir nehmen nur eine Molekülgattung im Metall an.

hen, können wir infolge der Grenzbedingungen für $z = 0$ rt aussagen, daß

$$\left\{\begin{array}{l} \mu = \frac{\sin \varphi}{V_0}, \\ \nu = 0 \end{array}\right.$$

ı muß; wir müssen ferner die Möglichkeit in Betracht ziehen, an Stelle eines Wellenzuges (10), deren mehrere auftreten nen, in der Tat wird sich ja ergeben[1]), daß zwei Wellen Metall auftreten.

Die Unbekannten des Problems sind außer R_p R_s (vgl. n vorigen Paragraphen)

$$\begin{array}{l} \bar{\omega},\ A_1\ B_1\ C_1, \\ \quad A_2\ B_2\ C_2, \\ \quad \alpha_1\ \beta_1\ \gamma_1. \end{array}$$

r haben zur Bestimmung derselben die Gleichungen (1) bis (5) d die vier Grenzbedingungen:

$$2) \qquad \left\{\begin{array}{l} u_{1a}^{\text{diel.}} = u_{1a}, \\ v_{1a}^{\text{diel.}} = v_{1a}; \\ u_{2a}^{\text{diel.}} = u_{2a}, \\ v_{2a}^{\text{diel.}} = v_{2a}, \end{array}\right| \text{ für } z = 0,$$

obei wir unter $u_{1a}\, v_{1a}\, u_{2a}\, v_{2a}$ die Werte dieser Größen im etall verstehen.

Wir bringen zunächst die Gleichungen (1) bis (5) unter insetzung der Werte (10) zur Anwendung. Es ist nach (4)) und (10):

$$3\,\mathrm{a}) \qquad \left\{\begin{array}{l} \mathfrak{u}_{1a} = + \frac{2\pi i}{\tau} B_1\, \bar{\omega} \,.\, e^{\frac{2\pi i}{\tau}(t - \mu x - \bar{\omega} z)}, \\ \mathfrak{v}_{1a} = - \frac{2\pi i}{\tau} (A_1\, \bar{\omega} - C_1\, \mu) \,.\, e^{\frac{2\pi i}{\tau}(t - \mu x - \bar{\omega} z)}, \\ \mathfrak{w}_{1a} = - \frac{2\pi i}{\tau} B_1\, \mu \,.\, e^{\frac{2\pi i}{\tau}(t - \mu x - \bar{\omega} z)}; \end{array}\right.$$

---

1) Man vgl. auch P. Drude, Wied. Ann. **46.** p. 364. 1892.

$$
(13b) \quad \left\{ \begin{aligned}
\mathfrak{u}_{2a} &= + \frac{2\pi i}{\tau} B_2 \bar{\omega} \, . \, e^{\frac{2\pi i}{\tau}(t - \mu x - \bar{\omega} z)}, \\
\mathfrak{v}_{2a} &= - \frac{2\pi i}{\tau} (A_2 \bar{\omega} - C_2 \mu) \, . \, e^{\frac{2\pi i}{\tau}(t - \mu x - \bar{\omega} z)}, \\
\mathfrak{w}_{2a} &= - \frac{2\pi i}{\tau} B_2 \mu \, . \, e^{\frac{2\pi i}{\tau}(t - \mu x - \bar{\omega} z)}.
\end{aligned} \right.
$$

Die Gleichungen (2) liefern nunmehr einzeln die Relationen:

$$
(14) \quad \left\{ \begin{aligned}
- B_1 \bar{\omega} &= A \, . \, A_2, \\
A_1 \bar{\omega} - C_1 \mu &= A \, . \, B_2, \\
B_1 \mu &= A \, . \, C_2.
\end{aligned} \right.
$$

Wir haben jetzt die Gleichungen (1) und (3) zur Anwendung zu bringen. Es folgt aus (3)[1] zunächst in *erster* Annäherung, da in Metallen die ersten Glieder rechts gegen die zweiten klein sind:

$$
u_{1i} = \frac{1}{A \, \mathfrak{c}_i} \mathfrak{u}_{2a}, \quad
v_{1i} = \frac{1}{A \, \mathfrak{c}_i} \mathfrak{v}_{2a}, \quad
w_{1i} = \frac{1}{A \, \mathfrak{c}_i} \mathfrak{w}_{2a},
$$

und wenn wir dies in (1) einsetzen, bei Vernachlässigung von b_i (vgl. Anmerkung p. 878):

$$
\begin{aligned}
u_{1i} \left(a_i - \frac{4\pi^2}{\tau^2} \cdot c_i \right) &= \frac{\varkappa_i c_i}{A \, \mathfrak{c}_i} \left\{ \gamma \frac{d \mathfrak{v}_{2a}}{dt} - \beta \frac{d \mathfrak{w}_{2a}}{dt} \right\} + k_i \frac{d u_{1a}}{dt}, \\
v_{1i} \left(a_i - \frac{4\pi^2}{\tau^2} \cdot c_i \right) &= \frac{\varkappa_i c_i}{A \, \mathfrak{c}_i} \left\{ \alpha \frac{d \mathfrak{w}_{2a}}{dt} - \gamma \frac{d \mathfrak{u}_{2a}}{dt} \right\} + k_i \frac{d v_{1a}}{dt}, \\
w_{1i} \left(a_i - \frac{4\pi^2}{\tau^2} \cdot c_i \right) &= \frac{\varkappa_i c_i}{A \, \mathfrak{c}_i} \left\{ \beta \frac{d \mathfrak{u}_{2a}}{dt} - \alpha \frac{d \mathfrak{v}_{2a}}{dt} \right\} + k_i \frac{d w_{1a}}{dt};
\end{aligned}
$$

hierauf können wir die Gleichungen (3) in *zweiter* Annäherung folgendermaßen schreiben:

---

1) Die Summenzeichen in (3) sind fortzulassen, da wir nur eine Molekülgattung annehmen.

$$
(15)\quad\begin{cases}
\mathfrak{u}_{2a} = A\left\{\mathfrak{c}_a - \dfrac{\mathfrak{c}_i k_i}{\dfrac{4\pi^2}{\tau^2} c_i - a_i}\right\}\dfrac{d u_{1a}}{dt} \\
\qquad\qquad - \dfrac{\varkappa_i c_i}{\dfrac{4\pi^2}{\tau^2} c_i - a_i}\left\{\gamma \dfrac{d \mathfrak{v}_{2a}}{dt} - \beta \dfrac{d \mathfrak{w}_{2a}}{dt}\right\}, \\
\mathfrak{v}_{2a} = A\left\{\mathfrak{c}_a - \dfrac{\mathfrak{c}_i k_i}{\dfrac{4\pi^2}{\tau^2} c_i - a_i}\right\}\dfrac{d v_{1a}}{dt} \\
\qquad\qquad - \dfrac{\varkappa_i c_i}{\dfrac{4\pi^2}{\tau^2} c_i - a_i}\left\{\alpha \dfrac{d \mathfrak{w}_{2a}}{dt} - \gamma \dfrac{d \mathfrak{u}_{2a}}{dt}\right\}, \\
\mathfrak{w}_{2a} = A\left\{\mathfrak{c}_a - \dfrac{\mathfrak{c}_i k_i}{\dfrac{4\pi^2}{\tau^2} c_i - a_i}\right\}\dfrac{d w_{1a}}{dt} \\
\qquad\qquad - \dfrac{\varkappa_i c_i}{\dfrac{4\pi^2}{\tau^2} c_i - a_i}\left\{\beta \dfrac{d \mathfrak{u}_{2a}}{dt} - \alpha \dfrac{d \mathfrak{v}_{2a}}{dt}\right\}.
\end{cases}
$$

Setzen wir

$$
(16)\qquad V = \frac{1}{A\sqrt{\mathfrak{c}_a - \dfrac{\mathfrak{c}_i k_i}{\dfrac{4\pi^2 c_i}{\tau^2} - a_i}}},
$$

$$
(17)\quad\begin{cases}
b_1 = \alpha \cdot \dfrac{\varkappa_i c_i V^2}{\dfrac{4\pi^2 c_i}{\tau^2} - a_i}, \\
b_2 = \beta \cdot \dfrac{\varkappa_i c_i V^2}{\dfrac{4\pi^2 c_i}{\tau^2} - a_i}, \\
b_3 = \gamma \cdot \dfrac{\varkappa_i c_i V^2}{\dfrac{4\pi^2 c_i}{\tau^2} - a_i},
\end{cases}
$$

so daß $b_1\, b_2\, b_3$ mit den Komponenten $\alpha\,\beta\,\gamma$ des einwirkenden konstanten Magnetfeldes proportional sind, so können wir die Gleichungen (15) auch so schreiben:

$$
(18)\quad\begin{cases}
\dfrac{d u_{1a}}{dt} = A\left\{V^2 . \mathfrak{u}_{2a} + b_3 \dfrac{d \mathfrak{v}_{2a}}{dt} - b_2 \dfrac{d \mathfrak{w}_{2a}}{dt}\right\}, \\
\dfrac{d v_{1a}}{dt} = A\left\{V^2 . \mathfrak{v}_{2a} + b_1 \dfrac{d \mathfrak{w}_{2a}}{dt} - b_3 \dfrac{d \mathfrak{u}_{2a}}{dt}\right\}, \\
\dfrac{d w_{1a}}{dt} = A\left\{V^2 . \mathfrak{w}_{2a} + b_2 \dfrac{d \mathfrak{u}_{2a}}{dt} - b_1 \dfrac{d \mathfrak{v}_{2a}}{dt}\right\},
\end{cases}
$$

oder unter Einsetzung der Werte (10) und (13):

$$(19)\quad \begin{cases} A_1 = \quad A \,.\, V^2 \,.\, B_2\,\bar{\omega} - \dfrac{2\pi i}{\tau} A\,[b_3\,(A_2\,\bar{\omega} - C_2\,\mu) - b_2\,B_2\,\mu], \\ B_1 = - A \,.\, V^2 (A_2\,\bar{\omega} - C_2\,\mu) - \dfrac{2\pi i}{\tau} A\,[b_1\,\mu + b_3\,\bar{\omega}]\,B_2, \\ C_1 = - A \,.\, V^2 \,.\, B_2\,\mu - \dfrac{2\pi i}{\tau} A\,[-b_2\,B_2\,\bar{\omega} - b_1\,(A_2\,\bar{\omega} - C_2\,\mu)]. \end{cases}$$

Die Gleichungen (14) und (19) sind sechs Relationen für die unbekannten Verhältnisse

$$A_1 : B_1 : C_1 : A_2 : B_2 : C_2$$

und für die Unbekannte $\bar{\omega}$.

Der folgende Paragraph wird die Auflösung dieser Gleichungen enthalten.

§ 3.

Es folgt aus (14) und (19) durch Elimination von $A_1\; B_1\; C_1$:

$$A_2 \equiv - \frac{B_1\,\bar{\omega}}{A} = V^2 \,.\, A_2\,(\mu^2 + \bar{\omega}^2) + \frac{2\pi i}{\tau} B_2\,(b_1\,\mu + b_3\,\bar{\omega})\,\bar{\omega},$$

$$B_2 \equiv \frac{1}{A}(A_1\,\bar{\omega} - C_1\,\mu) = V^2 \,.\, B_2\,(\mu^2 + \bar{\omega}^2) \\ \qquad - \frac{2\pi i}{\tau}(A_2\,\bar{\omega} - C_2\,\mu)(b_1\,\mu + b_3\,\bar{\omega}),$$

$$C_2 \equiv \frac{B_1\,\mu}{A} = V^2 \,.\, C_2\,(\mu^2 + \bar{\omega}^2) - \frac{2\pi i}{\tau} B_2\,(b_1\,\mu + b_3\,\bar{\omega})\,\mu,$$

oder:

$$(20)\quad \begin{cases} A_2\,[1 - V^2(\mu^2 + \bar{\omega}^2)] = \quad \dfrac{2\pi i}{\tau}\,\bar{\omega}\,(b_1\,\mu + b_3\,\bar{\omega})\,B_2, \\ B_2\,[1 - V^2(\mu^2 + \bar{\omega}^2)] = - \dfrac{2\pi i}{\tau}(A_2\,\bar{\omega} - C_2\,\mu)(b_1\,\mu + b_3\,\bar{\omega}), \\ C_2\,[1 - V^2(\mu^2 + \bar{\omega}^2)] = - \dfrac{2\pi i}{\tau}\,\mu\,(b_1\,\mu + b_3\,\bar{\omega})\,B_2. \end{cases}$$

$\dfrac{b_1\,\mu^2}{\tau}$, $\dfrac{b_{1\,(3)}\,\mu\,\bar{\omega}}{\tau}$, $\dfrac{b_3\,\bar{\omega}^2}{\tau}$ sind als sehr kleine Größen zu betrachten; in *erster* Annäherung ist daher alles so, als ob

die rechten Seiten in (20) nicht vorhanden wären, und es ist der erste Näherungswert von $\bar{\omega}$:

(21) $$\Pi = \sqrt{\frac{1}{V^2} - \mu^2} = \sqrt{\frac{1}{V^2} - \frac{\sin^2\varphi}{V_0^2}},$$

und wir dürfen die Gleichungen (20), wenn wir

(22) $$b' = \frac{2\pi}{\tau}(b_1\mu + b_3\Pi)$$

setzen, in *zweiter* Annäherung folgendermaßen schreiben:

(23) $$\begin{cases} A_2\{1 - V^2(\mu^2 + \bar{\omega}^2)\} = \quad i\,b'\,\Pi\,B_2, \\ B_2\{1 - V^2(\mu^2 + \bar{\omega}^2)\} = -\,i\,b'\{A_2\,\Pi - C_2\,\mu\}, \\ C_2\{1 - V^2(\mu^2 + \bar{\omega}^2)\} = -\,i\,b'\,\mu\,B_2. \end{cases}$$

Aus der ersten und dritten dieser Gleichungen folgt:

$$(A_2\,\pi - C_2\,\mu)\{1 - V^2(\mu^2 + \bar{\omega}^2)\} = i\,b'\,B_2(\mu^2 + \Pi^2)$$

und hieraus mit Rücksicht auf die zweite Gleichung (23):[1]

$$\{1 - V^2(\mu^2 + \bar{\omega}^2)\}^2 = b'^2(\mu^2 + \Pi^2)$$
$$= \frac{b'^2}{V^2}.$$

Die Unbekannte $\bar{\omega}$ genügt somit in zweiter Annäherung einer Gleichung zweiten Grades mit den Wurzeln:

(24) $$\begin{cases} \bar{\omega}_1 = \frac{1}{V}\sqrt{1 + \frac{b'}{V} - \sin^2\varphi\,\frac{V^2}{V_0^2}}, \\ \bar{\omega}_2 = \frac{1}{V}\sqrt{1 - \frac{b'}{V} - \sin^2\varphi\,\frac{V^2}{V_0^2}}; \end{cases}$$

hierauf ergeben sich nach (23) die beiden Lösungssysteme für die Verhältnisse $A_2 : B_2 : C_2$:

(25a) $$\begin{cases} A_2^1 = -\,\bar{\omega}_1\,D_1, \\ B_2^1 = -\,i\sqrt{u^2 + \bar{\omega}_1^2}\,.\,D_1, \\ C_2^1 = \mu\,D_1; \end{cases}$$

(25b) $$\begin{cases} A_2^2 = -\,\bar{\omega}_2\,D_2, \\ B_2^2 = +\,i\sqrt{\mu^2 + \bar{\omega}_2^2}\,.\,D_2, \\ C_2^2 = \mu\,D_2, \end{cases}$$

wobei $D_1\,D_2$ vorläufig ganz willkürlich sind.[2])

1) $A_2\,\pi - C_2\,\mu = 0$ würde $A_2 = B_2 = C_2 = 0$ zur Folge haben.

2) Man vgl. P. Drude, Wied. Ann. **46**. p. 365. 1892.

Die entsprechenden Lösungssysteme für die Verhältnisse $A_1 : B_1 : C_1$ sind nach (19):

$$(26\text{a})\quad \begin{cases} A_1^1 = \left[-i\,\tilde{\omega}_1\sqrt{\mu^2+\tilde{\omega}_1^2}\,V^2 - \frac{2\pi i}{\tau}\frac{A}{V}\left(-\frac{b_2}{V}+i\,\mu\,b_3\right)\right]D_1, \\ B_1^1 = A\,.\,D_1, \\ C_1^1 = \left[i\,\mu\sqrt{\mu^2+\tilde{\omega}_1^2}\,V^2 - \frac{2\pi i}{\tau}\frac{A}{V}\left(i\,\tilde{\omega}_1\,b_2+\frac{b_1}{V}\right)\right]D_1; \end{cases}$$

$$(26\text{b})\quad \begin{cases} A_1^2 = \left[\;i\,\tilde{\omega}_2\sqrt{\mu^2+\tilde{\omega}_2^2}\,V^2 - \frac{2\pi i}{\tau}\frac{A}{V}\left(-\frac{b_3}{V}-i\,\mu\,b_2\right)\right]D_2, \\ B_1^2 = A\,.\,D_2, \\ C_1^2 = \left[-i\,\mu\sqrt{\mu^2+\tilde{\omega}_2^2}\,V^2 - \frac{2\pi i}{\tau}\frac{A}{V}\left(-i\,\tilde{\omega}_2\,b_2+\frac{b_1}{V}\right)\right]D_2. \end{cases}$$

§ 4.

Wir wissen jetzt, daß $u_{1a}\,v_{1a}\,w_{1a}$, $u_{2a}\,v_{2a}\,w_{2a}$ im Metall von der folgenden Form sein müssen:

$$(27\text{a})\quad \begin{cases} u_{1a} = A_1^1\,e^{\frac{2\pi i}{\tau}(t-\mu x-\tilde{\omega}_1 z)} + A_1^2\,e^{\frac{2\pi i}{\tau}(t-\mu x-\tilde{\omega}_2 z)}, \\ v_{1a} = B_1^1\,e^{\frac{2\pi i}{\tau}(t-\mu x-\tilde{\omega}_1 z)} + B_1^2\,e^{\frac{2\pi i}{\tau}(t-\mu x-\tilde{\omega}_2 z)}, \\ w_{1a} = C_1^1\,e^{\frac{2\pi i}{\tau}(t-\mu x-\tilde{\omega}_1 z)} + C_1^2\,e^{\frac{2\pi i}{\tau}(t-\mu x-\tilde{\omega}_2 z)}; \end{cases}$$

$$(27\text{b})\quad \begin{cases} u_{2a} = A_2^1\,e^{\frac{2\pi i}{\tau}(t-\mu x-\tilde{\omega}_1 z)} + A_2^2\,e^{\frac{2\pi i}{\tau}(t-\mu x-\tilde{\omega}_2 z)}, \\ v_{2a} = B_2^1\,e^{\frac{2\pi i}{\tau}(t-\mu x-\tilde{\omega}_1 z)} + B_2^2\,e^{\frac{2\pi i}{\tau}(t-\mu x-\tilde{\omega}_2 z)}, \\ w_{2a} = C_2^1\,e^{\frac{2\pi i}{\tau}(t-\mu x-\tilde{\omega}_1 z)} + C_2^2\,e^{\frac{2\pi i}{\tau}(t-\mu x-\tilde{\omega}_2 z)}, \end{cases}$$

wo:

$$\mu = \frac{\sin\varphi}{V_0},$$

$\tilde{\omega}_1\;\tilde{\omega}_2\;A_1^1\;A_1^2\;B_1^1\;B_1^2\;C_1^1\;C_1^2\;A_2^1\;A_2^2\;B_2^1\;B_2^2\;C_2^1\;C_2^2$ durch die Gleichungen (24) bis (26) gegeben sind.

Dagegen ist im Dielektrikum:

8a)
$$\begin{cases} u_{1a}^{\text{diel.}} = + E_s \cos\varphi\, e^{\frac{2\pi i}{\tau}\left(t - \frac{x\sin\varphi + z\cos\varphi}{V_0}\right)} \\ \qquad - R_s \cos\varphi\, e^{\frac{2\pi i}{\tau}\left(t - \frac{x\sin\varphi - z\cos\varphi}{V_0}\right)}, \\ v_{1a}^{\text{diel.}} = E_p e^{\frac{2\pi i}{\tau}\left(t - \frac{x\sin\varphi + z\cos\varphi}{V_0}\right)} \\ \qquad + R_p e^{\frac{2\pi i}{\tau}\left(t - \frac{x\sin\varphi - z\cos\varphi}{V_0}\right)}, \\ w_{1a}^{\text{diel.}} = - E_s \sin\varphi\, e^{\frac{2\pi i}{\tau}\left(t - \frac{x\sin\varphi + z\cos\varphi}{V_0}\right)} \\ \qquad - R_s \sin\varphi\, e^{\frac{2\pi i}{\tau}\left(t - \frac{x\sin\varphi - z\cos\varphi}{V_0}\right)}; \end{cases}$$

8b)[1]
$$\begin{cases} u_{2a}^{\text{diel.}} = - \frac{E_p}{A V_0} \cos\varphi\, e^{\frac{2\pi i}{\tau}\left(t - \frac{x\sin\varphi + z\cos\varphi}{V_0}\right)} \\ \qquad + \frac{R_p}{A V_0} \cos\varphi\, e^{\frac{2\pi i}{\tau}\left(t - \frac{x\sin\varphi - z\cos\varphi}{V_0}\right)}, \\ v_{2a}^{\text{diel.}} = + \frac{E_s}{A V_0} e^{\frac{2\pi i}{\tau}\left(t - \frac{x\sin\varphi + z\cos\varphi}{V_0}\right)} \\ \qquad + \frac{R_s}{A V_0} e^{\frac{2\pi i}{\tau}\left(t - \frac{x\sin\varphi - z\cos\varphi}{V_0}\right)}, \\ w_{2a}^{\text{diel.}} = + \frac{E_p}{A V_0} \sin\varphi\, e^{\frac{2\pi i}{\tau}\left(t - \frac{x\sin\varphi + z\cos\varphi}{V_0}\right)} \\ \qquad + \frac{R_p}{A V_0} \sin\varphi\, e^{\frac{2\pi i}{\tau}\left(t - \frac{x\sin\varphi - z\cos\varphi}{V_0}\right)}. \end{cases}$$

Zur Bestimmung der vier Unbekannten:

$$R_p,\ R_s,\ D_1,\ D_2$$

ben wir die vier Grenzbedingungen (12); dieselben liefern s nach (27) und (28) die folgenden vier Relationen:

))
$$\begin{cases} (E_s - R_s)\cos\varphi = A_1^1 + A_1^2, \\ E_p + R_p = B_1^1 + B_1^2, \\ \frac{R_p - E_p}{A V_0}\cos\varphi = A_2^1 + A_2^2, \\ \frac{E_s + R_s}{A V_0} = B_2^1 + B_2^2, \end{cases}$$

1) Diese Gleichungen folgen aus (28a) nach den Relationen:

$$\frac{\partial w_{1a}^{\text{diel.}}}{\partial y} - \frac{\partial v_{1a}^{\text{diel.}}}{\partial z} = - A \frac{d u_{2a}^{\text{diel.}}}{d t}, \ldots$$

oder, indem wir für die A und B ihre Werte (25) und (26) einsetzen:

$$(30)\begin{cases} (E_s - R_s)\cos\varphi = i A V^2 [\bar{\omega}_2 \sqrt{\mu^2 + \bar{\omega}_2^2}\, D_2 - \bar{\omega}_1 \sqrt{\mu^2 + \bar{\omega}_1^2}\, D_1] \\ \qquad - \frac{2\pi i}{\tau}\cdot\frac{A}{V}\left[D_1\left(-\frac{b_3}{V} + i\mu b_2\right) - D_2\left(\frac{b_3}{V} + i\mu b_2\right)\right] \\ E_p + R_p = A(D_1 + D_2), \\ \frac{E_p - R_p}{A V_0}\cos\varphi = \bar{\omega}_1 D_1 + \bar{\omega}_2 D_2, \\ \frac{E_s + R_s}{A V_0} = i[D_2\sqrt{\mu^2 + \bar{\omega}_2^2} - D_1\sqrt{\mu^2 + \bar{\omega}_1^2}]. \end{cases}$$

Diese Gleichungen werden mit den Gleichungen Drudes[1] identisch, wenn man in (30) D_1 und D_2 für $A D_1$ bez. $A D_2$ schreibt. Sie erklären das Kerrsche Phänomen für Eisen bez. Stahl in allen Einzelheiten.

§ 5.

Da die hier aufgestellten Gleichungen, welche alle magnetooptischen Erscheinungen zusammenfassen, auch ganz abgesehen von ihrer mechanischen Herleitung von Interesse sein dürften, lassen wir dieselben am Schluß noch einmal in der Form folgen, in der sie sich bei der Maxwell-Hertzschen Schreibweise darstellen werden:

$$(31)\begin{cases} a_i \mathfrak{X}_i + b_i \frac{d\mathfrak{X}_i}{dt} + c_i \frac{d^2\mathfrak{X}_i}{dt^2} = \varkappa_i c_i \left\{\gamma \frac{d\mathfrak{Y}_i}{dt} - \beta \frac{d\mathfrak{Z}_i}{dt}\right\} + k_i \frac{dX}{dt} \ldots \\ \frac{\partial Z}{\partial y} - \frac{\partial Y}{\partial z} = - A \frac{dL}{dt}, \ldots \\ \frac{\partial N}{\partial y} - \frac{\partial M}{\partial z} = A\left\{c_a \frac{dX}{dt} + \sum c_i \mathfrak{X}_i\right\}, \ldots \end{cases}$$

Als Grenzbedingung ist die Stetigkeit der tangentialen Komponenten der Vektoren (XYZ) und (LMN) bei dem Durchgang durch die Grenzfläche zweier Medien hinzuzunehmen.

1) Vgl. P. Drude, Wied. Ann. 46. p. 387, Gleichungen (66). 1892.

(Eingegangen 26. August 1903.)

). Über Kombinations- und Asymmetrietöne; von Max Meyer.

Die Abhandlung des Hrn. Lindig[1]) über Asymmetrietöne ür jeden Akustiker von großem Interesse wegen des Nach-es der Entstehungsart geradzahliger Obertöne bei schwingen- Stäben. Doch scheint mir Hr. Lindig mit seiner Ver-:hung von Kombinations- und Asymmetrietönen nur teilweise Recht zu sein. Und da er auf diese Gegenüberstellung ›nderes Gewicht zu legen scheint, so möchte ich versuchen, e Darstellung zu berichtigen.

Es sei mir zunächst gestattet, ein paar Worte über Kom-ıtionstöne im allgemeinen zu sagen. Man muß, wenn man :larheiten vermeiden will, durchaus *drei verschiedene Arten Kombinationstönen* unterscheiden: 1. subjektive, 2. objektive, dann entstehen, wenn Luft unter einem höheren Druck ch eine feste Wand von Luft unter einem niedrigeren Druck 'ennt ist, und wenn der Druckausgleich durch mehr als s (periodisch wirkende) Öffnung in dieser Wand bewirkt :d; 3. objektive, die dadurch entstehen, daß ein unsymme-scher Körper gezwungen wird, mehrere Schwingungen gleich-tig auszuführen.

Diese Unterscheidung der drei Arten wird unglücklicher-ise nicht immer gemacht. Es ist zu bedauern, daß wir für se drei Phänomene nicht drei verschiedene Bezeichnungen sitzen; daß wir ohne Unterschied von „Kombinationstönen" :echen. Wir beobachten in den drei Fällen sehr verschiedene setzmäßigkeiten, und nur darin stimmen die drei Fälle erein, daß in jedem Falle *Differenztöne hörbar* werden können.

1. Die subjektiven Kombinationstöne (nur Differenztöne, ine Summationstöne) entstehen im inneren Ohr. Sie sind m Standpunkte des Psychologen bei weitem die interessanteste r drei Arten. Die Physiker haben ihnen bisher kein nennens-rtes Interesse entgegengebracht, obwohl es sich hier auch

1) F. Lindig, Ann. d. Phys. 11. p. 31 ff. 1903.

um ein interessantes mathematisch-physikalisches Problem handelt. Ich glaube einiges in den unten erwähnten[1]) und anderen Abhandlungen zur Lösung dieses Problems beigetragen zu haben. Aber von der vollständigen Lösung sind wir noch weit entfernt. Um Töne im physikalischen Sinne des Wortes, d. h. Sinusschwingungen, handelt es sich hier wahrscheinlich überhaupt nicht, sondern einfach um rhythmische Reizungen der Endigungen des Gehörnerven. Eine vollständige analytische Behandlung dieses Problems setzt die Lösung sehr komplizierter rein mathematischer Probleme voraus. Ich selber habe die Mechanik des inneren Ohres nur vermittelst Annäherung durch konstruktive Zeichnung darstellen können.

2. Die Bedingung für die Entstehung der Kombinationstöne der zweiten Art (objektiver Töne) ist erfüllt bei einem Harmonium oder einer Sirene, wenn die aus einem gemeinsamen Windkasten ausströmende Luft an zwei (oder mehr) Punkten gleichzeitig verschiedene Sinusschwingungen erzeugt. Bei nur einer Öffnung kann man den Druck im Innern des Windkastens als konstant annehmen. Bei zwei Öffnungen ist dies anders. Der Ausfluß der Luft durch jede Öffnung ist nun nicht bloß von dem Druckunterschied der inneren und äußeren Luft abhängig, sondern auch von den Druckschwankungen, die im Innern des Windkastens durch die periodische Tätigkeit der anderen Öffnung hervorgebracht werden. Die Masse der in der Zeiteinheit durch die eine Öffnung ausströmenden Luft ist daher nicht mehr bestimmt durch einen Ausdruck von der Form $P(1 - \cos 2\pi m t)$, sondern durch einen Ausdruck von der Form $P'(1 - \cos 2\pi n t)(1 - \cos 2\pi m t)$, dessen Entwickelung in eine Summe trigonometrischer Funktionen außer den Tönen m und n noch die Töne $m + n$ und $m - n$ ergibt.

Wie groß die Konfusion auf dem Gebiete der Kombinationstöne ist, kann man daraus ersehen, daß in einer neueren Abhandlung[2]) dieser zweite Fall auf Töne angewandt wird, die

1) M. Meyer, Zeitschr. f. Psychol. u. Physiol. d. Sinn. 16. p. 22 ff. 1898; Verhandl. d. Physik. Gesellsch. zu Berlin (5) 17. p. 49 ff. 1898; Zeitschr. f. Psychol. u. Physiol. d. Sinn. 17. p. 1 ff. 1898; Pflügers Arch. f. d. ges. Physiol. 78. p. 346 ff. 1899.

2) K. L. Schaefer, Pflügers Arch. f. d. ges. Physiol. 78. p. 522 ff. 1900.

n inneren Ohr entstehen, obwohl die physikalischen Verältnisse dort gänzlich verschieden sind von der hier in Betracht ommenden Bedingung. Das innere Ohr ist durchaus nicht nit Druckluft gefüllt, die durch zwei oder mehr in verschiedener eriodizität wirkende Öffnungen ausfließt, sondern mit Lymphe, ie als inkompressibel betrachtet werden muß und überhaupt icht ausfließt.

3. Kombinationstöne der dritten Art entstehen, wenn zwei inuswellen verschiedener Periode gleichzeitig auf einen und nselben *unsymmetrischen* Körper übertragen werden. Außerem entstehen in diesem Falle Obertöne. Je unsymmetrischer er Körper und je größer die Amplitude der Primärtöne, um o größer die Amplitude der sekundären Töne. Von psychogischem Interesse sind die Kombinationstöne der dritten Art ur deshalb, weil ein wichtiger Bestandteil unseres Gehörpparates, das Trommelfell, stark unsymmetrisch ist. Doch ind diese Kombinationstöne außerordentlich schwach im Vereich mit den (subjektiven) Kombinationstönen der ersten Art.

Die Kombinationstöne der dritten Art sind natürlich die nzigen, die Hr. Lindig im Sinne hat. Er weist darauf hin, aß, wenn eine einzelne Sinuswelle auf einen unsymmetrischen örper übertragen wird, zwar keine Differenz- und Summationsöne, wohl aber Obertöne entstehen können. Der unsymmetrische örper nun, auf den die Schwingung übertragen wird, ist im alle eines schwingenden Stabes (Stimmgabel) die Luftschicht, e dicht an der Oberfläche des Stabes sich befindet. In esem Hinweise, daß diese Luftschicht als *unsymmetrisch* beachtet werden muß, sehe ich das einzige wirklich neue, aber der Tat äußerst wertvolle Ergebnis der Arbeit des Hrn. indig.

Ich bin nun im stande, die beiden Fehler zu besprechen, e mir Hr. Lindig gemacht zu haben scheint. Er schreibt uf p. 51:

Ist x *groß*, so entsteht ein *Kombinationston mitten in der Luft*, wo zwei sehr *intensive* Töne zusammentreffen.

Ist b *groß*, so entsteht ein *Asymmetrieton* nur an *Übergangsstellen* (Grenzflächen) der Tonquellen selber.

a) Diese Gegenüberstellung scheint mir unberechtigt. Ob r es mit Kombinationstönen oder mit Asymmetrietönen zu

tun haben, hängt nicht davon ab, ob *x* oder *b* groß ist, sondern vielmehr davon, *ob gleichzeitig zwei verschiedene oder nur eine einzige Sinusschwingung auf den unsymmetrischen Körper übertragen werden.* In beiden Fällen ohne Unterschied, bei Asymmetrietönen sowohl wie bei den in Betracht kommenden Kombinationstönen der dritten Art, hängt die Amplitude der sekundären Töne von *beiden* Bedingungen ab, von der Größe von *x* sowohl wie von der Größe von *b*.

b) Kombinationstöne der dritten Art können niemals „mitten in der Luft" entstehen, wie Hr. Lindig sagt. Daß mitten in der Luft keine entstehen, ist experimentell nachgewiesen worden. Es ist aber auch theoretisch ganz unmöglich, *da mitten in der Luft keinerlei Asymmetrie besteht.* Die Vermutung des Hrn. Lindig, daß die bloße Intensität zweier mitten in der Luft zusammentreffenden Töne die Luftteilchen unsymmetrisch macht, ist eine Vermutung, die weder auf irgend eine Beobachtung noch auf irgend eine Theorie gegründet werden kann. Die experimentellen Tatsachen widersprechen dieser Vermutung. Man vergleiche in dieser Hinsicht das negative Ergebnis der Experimente von Rücker und Edser[1]) mit Stimmgabeltönen. Wenn die Primärtöne von Stimmgabeln hervorgebracht wurden, so waren trotz der Intensität der Töne mitten in der Luft keine Kombinationstöne objektiv nachweisbar.

Staatsuniversität von Missouri, Juni 1903.

1) A. W. Rücker u. E. Edser, Phil. Mag. **39.** p. 341 ff. 1895.

(Eingegangen 24. Juni 1903.)

16. *Die Skalenwertbestimmung am Unifilarmagnetometer;* *von Paul Schulze.*

An einer früheren Stelle[1]) ist gezeigt worden, daß die blenkungen und Schwingungen an einem Unifilarmagnetometer, wie es zur Messung der Variationen der Horizontaltensität benutzt wird, unsymmetrisch sind, sei es daß ieselben künstlich hervorgebracht, sei es daß sie durch ariationen der Horizontalintensität veranlaßt werden. Die kalenwertsbestimmungen, wie sie unter der Annahme symmetischer Ablenkungen und Schwingungen vorgenommen werden, nd daher nicht zulässig. Im folgenden soll eine Methode r asymmetrische Schwingungen angegeben werden. Die Beichnungen sind hier dieselben wie früher. Die Ausgangsleichung bilde wieder die frühere:

$$\beta^2 \cdot \frac{H \sin\gamma}{2} - \beta \left\{ H\cos\gamma - \delta H \cos\gamma + \frac{H}{\omega - \gamma} \cdot \sin\gamma \right\} + \delta H . \sin\gamma = 0.$$

ierin ist β die durch Änderung der Horizontalintensität H n den Betrag δH hervorgebrachte Ablenkung, ω der Torsionsinkel, γ der augenblickliche Ablenkungswinkel. Unter Verchlässigung des Gliedes $\delta H \cos\gamma$ in dem Koeffizienten von β gibt sich:

$$\delta H = H \left\{ \operatorname{cotg}\gamma + \frac{1}{\omega - \gamma} \right\} \beta - \frac{H \beta^2}{2}. \tag{1}$$

ierin ist nun

$$\operatorname{cotg}\gamma + \frac{1}{\omega - \gamma}$$

bestimmen. Dies kann durch Beobachtung der Schwingungsner geschehen.

F. A. Schulze[2]) hat für die Schwingungsdauern asymmeischer Schwingungen die folgenden Werte gefunden.

---

1) F. Richarz u. P. Schulze, Ann. d. Phys. 8. p. 348. 1902; Schulze, Ann. d. Phys. 8. p. 714. 1902.

2) F. A. Schulze, Ann. d. Phys. 9. p. 1111. 1902.

Die Schwingungsdauer T der ganzen Schwingung:

$$T = \frac{\pi}{\sqrt{c_1}}\left\{1 + \tfrac{5}{12}\left(\frac{c_2}{c_1}\right)^2 \vartheta^2\right\}.$$

Die halben Schwingungsdauern T_l und T_r links und rechts v der Ruhelage:

$$T_l = \frac{1}{\sqrt{c_1}}\left\{1 + \tfrac{5}{12}\left(\frac{c_2}{c_1}\right)^2 \vartheta^2\right\}\cdot\left\{\frac{\pi}{2} - \tfrac{4}{3}\frac{c_2}{c_1}\vartheta\right\},$$

$$T_r = \frac{1}{\sqrt{c_1}}\left\{1 + \tfrac{5}{12}\left(\frac{c_2}{c_1}\right)^2 \vartheta^2\right\}\cdot\left\{\frac{\pi}{2} + \tfrac{2}{3}\frac{c_2}{c_1}\vartheta\right\}.$$

Hierin bedeuten für unseren Fall[1]):

$$c_1 = \frac{MH}{K}\left\{\cos\gamma + \frac{\sin\gamma}{\omega-\gamma}\right\},$$

$$c_2 = -\frac{MH}{2K}\sin\gamma.$$

M und K sind das magnetische Moment und das Trägh moment des Stabes. ϑ ist die Schwingungsweite nach (jenigen Seite hin, nach welcher tordiert worden ist.

Aus den obigen Gleichungen ergibt sich:

$$\frac{T_l - T_r}{T} = -\frac{4}{8\pi}\frac{c_2}{c_1}\vartheta,$$

$$\frac{c_2}{c_1} = -\frac{\frac{1}{2}\sin\gamma}{\cos\gamma + \dfrac{\sin\gamma}{\omega-\gamma}},$$

$$= -\tfrac{1}{2}\frac{1}{\operatorname{cotg}\gamma + \dfrac{1}{\omega-\gamma}}.$$

Mithin:

$$\frac{T_l - T_r}{T} = \frac{2}{3\pi}\cdot\frac{1}{\operatorname{cotg}\gamma + \dfrac{1}{\omega-\gamma}}\cdot\vartheta,$$

oder:

$$\operatorname{cotg}\gamma + \frac{1}{\omega-\gamma} = \frac{2\vartheta}{3\pi}\cdot\frac{T}{T_l - T_r}. \tag{2}$$

Setzt man diesen Wert in Gleichung (1) ein, so kann hieraus nun unmittelbar für $\beta = 1, 2, 3 \ldots$ die zugeh Werte δH ausrechnen. β und ϑ sind hier noch in G ausgedrückt. Die weitere Umrechnung auf Skalenteil keine Schwierigkeit.

1) Vgl. P. Schulze, Dissert. p. 29. Greifswald 1900.

Übrigens läßt sich auch der Ausdruck für (2) noch auf e andere Weise berechnen. Bedeutet nämlich ϑ die Schwingsweite, von der Ruhelage aus, nach derjenigen Seite, nach lcher tordiert worden ist, so ist diejenige nach der anderen ite gegeben durch:

$$\alpha = -\vartheta + \tfrac{1}{3}\frac{1}{\operatorname{cotg}\gamma - \frac{1}{\omega - \gamma}}\vartheta^2.$$

ie Differenz der absoluten Werte ergibt sodann:

$$\frac{3(|\vartheta| - |\alpha|)}{\vartheta^2} = \frac{1}{\operatorname{cotg}\gamma + \frac{1}{\omega - \gamma}},$$

raus folgt:

$$\operatorname{cotg}\gamma + \frac{1}{\omega - \gamma} = \frac{\vartheta^2}{3(|\vartheta| - |\alpha|)}.$$

Freilich kann diese Bestimmung nicht denselben Grad r Genauigkeit haben, wie die vorige, da bekanntlich die obachtung von Umkehrpunkten größeren Fehlern unterliegt, s die Beobachtung von Durchgängen durch die Ruhelage.

Bei der hier angegebenen Methode der Skalenwertsestimmung ist jedoch noch folgendes zu beobachten.

Die für $\beta = 1, 2, 3 \ldots, -1, -2, -3 \ldots$ gefundenen Werte δH ind noch nicht die gesuchten Skalenwerte, sondern ergeben ich erst aus den Differenzen von $\delta H_n - \delta H_{n-1}$.

Die Skalenwertsbestimmung kann bei beliebiger Stellung r Nadel ausgeführt werden. Nur ist dann darauf zu achten, ß die sich bei der zweiten Bestimmung ergebenden Werte δH_n cht den früheren entsprechen. Aus den Differenzen müssen h für den Fall, daß der Skalenwert ungeändert geblieben , wieder dieselben Werte ergeben.

Meißen, den 6. Juli 1903.

(Eingegangen 7. Juli 1903).

17. *Berichtigung; von L. Bleekrode.*

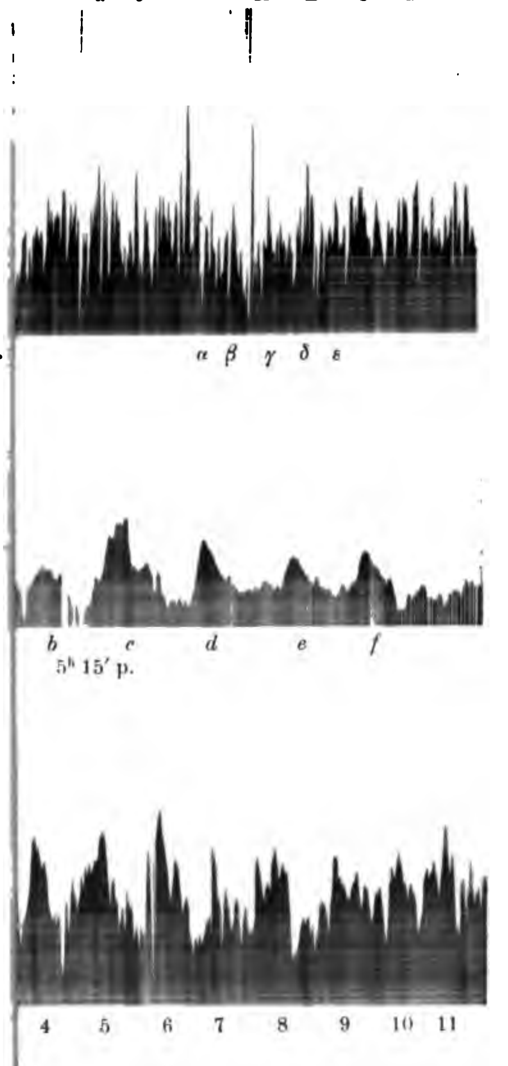
Durch Übersehen einer Mitteilung von Dr. Marckwaldt in den Berliner Chemischen Berichten p. 4239, 1902 habe ich das von ihm aufgefundene radioaktive Präparat, auf Wismut abgelagert, irrtümlich bei meinen Versuchen, beschrieben in diesen Annalen, Band 12, p. 218, 1903, mit Polonium bezeichnet. Es soll nach seiner Auffassung nicht Polonium heißen, sondern wird von ihm vorläufig Radiotellur genannt, welches dort anstatt Polonium zu lesen ist.

(Eingegangen 7. August 1903.)

Druck von Metzger & Wittig in Leipzig.



Phot. 7 a. 28. I. 1903. $12^h\,45'$ **p.**





Phot. 7 b. 28. I. 1903.



Phot. 9. 21. II. 1903.

PAUL BUNGE

HAMBURG, Ottostrasse 13.

Nur erste Preise auf sämmtlichen beschickten Ausstellungen.

Bruxelles 1897 — Diplome d'honneur und Extra-Ehrenpreis von Fr. 500.—, Weltausstellung Paris 1900 — Grand Prix.



Mechanisches Institut,

gegründet 1866.

Specialität:

Physikalische und analytische Waagen

in garantirt vorzüglicher Ausführung und allen Preislagen.

Schnellschwingende

Waagen für Chemiker.

Preislisten kostenfrei.

Keiser & Schmidt

Berlin N., Johannisstr. 20.

Ampèremeter und Voltmeter

nach Deprez-d'Arsonval, D. R.-P.

Funkeninduktoren, Condensatoren, Spiegelgalvanometer.

Thermosäule

nach Angabe des Herrn Prof. Dr. Rubens.

Pyrometer

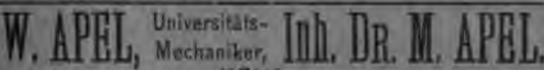
zum Messen von Temperaturen bis 1600° Celsius.

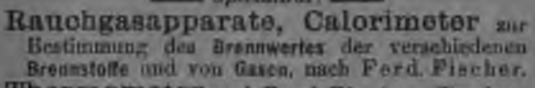
Galvanometer

zu Linde'schen Kältemessungen.

— Preisverzeichnisse kostenfrei. —















Druck von Metzger & Wittig in Leipzig.

1903. № 13.

ANNALEN

DER

PHYSIK.

BEGRÜNDET UND FORTGEFÜHRT DURCH

F. A. C. GREN, L. W. GILBERT, J. C. POGGENDORFF, G. UND E. WIEDEMANN.

VIERTE FOLGE.

BAND 12. HEFT 5.

DER GANZEN REIHE 317. BANDES 5. HEFT.

UNTER MITWIRKUNG

DER DEUTSCHEN PHYSIKALISCHEN GESELLSCHAFT

UND INSBESONDERE VON

M. PLANCK

HERAUSGEGEBEN VON

PAUL DRUDE.

MIT ZWEI TAFELN.

Ergänzungsheft, besonders berechnet mit Mk. 3.40.



LEIPZIG, 1903.

VERLAG VON JOHANN AMBROSIUS BARTH.

ROSSPLATZ 17.

(Ausgegeben am 24. November 1903.)

Inhalt.

Manuskripte sind an den Herausgeber, **Professor Dr. P. Drude**, zu senden. Seine Adresse ist **Giessen**, Nahrungsberg 8.

Es wird gebeten, die Manuskripte **druckfertig** einzuliefern und in den Korrekturen den beim Druck für sie verwendeten Raum nicht zu überschreiten.

Die Zeichnungen sind in möglichst sorgfältiger Ausführung den Abhandlungen auf besonderen Blättern beizulegen (nicht in das Manuskript selbst einzuzeichnen). Da die Figuren fortan möglichst in den Text eingefügt werden sollen, ist die Stelle des Manuskriptes recht genau anzugeben, wo sie hingehören.

Zitate sind am Rande oder unten auf den Seiten des Manuskriptes (nicht in dem Text selbst) und zwar möglichst in der in den „Fortschritten der Physik" üblichen Form mit Angabe des Namens und Vornamens, der Band-, Seiten- und Jahreszahl aufzuführen.

Die Verlagsbuchhandlung liefert 100 **Sonderabdrücke** jeder Arbeit kostenfrei. Falls ausnahmsweise mehr gewünscht werden, so muß dies bei Rücksendung des ersten Korrekturbogens an die Druckerei auf dessen erster Seite bemerkt werden. Alle anderen, die Sonderabdrücke betreffenden Mitteilungen bittet man an die Verlagsbuchhandlung zu richten.

Anderweitiger Abdruck der für die Annalen bestimmten Abhandlungen oder Übersetzung derselben innerhalb der gesetzlichen Schutzfrist ist nur mit Genehmigung der Redaktion und Verlagsbuchhandlung gestattet.

1903. № 13.

ANNALEN DER PHYSIK.

VIERTE FOLGE. BAND 12.

1. *Über die galvanomagnetischen und thermomagnetischen Effekte in Antimon und Wismut;* *von Guy Barlow.*

I.

§ 1. *Einleitung.* Nach der von Riecke[1]) und Drude[2]) entwickelten Elektronentheorie der Metalle besteht ein Zusammenhang zwischen den verschiedenen Erscheinungen, welche sich zeigen, wenn eine von elektrischen oder Wärmeströmen durchsetzte Metallplatte der Wirkung eines Magnetfeldes ausgesetzt wird. Da nämlich nach dieser Theorie beide Arten von Strömen auf der Bewegung der Elektronen beruhen, so haben alle jene Erscheinungen ihren Grund in dem Einfluß, welchen das Magnetfeld auf ein bewegtes Elektron ausübt. Da aber die Wirkung des Magnetfeldes sehr von der Reinheit des Metalles abhängt, wobei kleine Verunreinigungen einen großen Einfluß ausüben, so ist es, wenn man den Zusammenhang der Wirkungen experimentell begründen will, unerläßlich, die verschiedenen Wirkungen an einem und demselben Präparate zu messen.

Es sind daher in der nachfolgenden Untersuchung an einer Wismut- und einer Antimonplatte folgende Größen gemessen worden: Der Halleffekt, der thermomagnetische Transversaleffekt, der galvanomagnetische Transversaltemperatur-

1) E. Riecke, Wied. Ann. **66.** p. 353 u. 545. 1898.
2) P. Drude, Ann. d. Phys. **1.** p. 566. 1900; **3.** p. 369. 1900.

effekt, die Drehung der Isothermallinien, die magnetische Änderung des elektrischen Widerstandes und der thermomagnetische Longitudinaleffekt.

Eine noch direktere Vergleichung einiger Effekte ergibt sich durch eine Methode, welche hier zum ersten Male angewandt ist. Es ist nämlich möglich, indem man gleichzeitig einen elektrischen und einen Wärmestrom durch die Platte schickt, die Richtung und Stärke dieser Ströme so zu regulieren, daß 1. der Halleffekt und der thermomagnetische Transversaleffekt sich kompensieren; ebenso 2. der galvanomagnetische Transversaltemperatureffekt und die Drehung der Isothermallinien; endlich 3. die magnetische Widerstandsänderung und der thermomagnetische Longitudinaleffekt. Diese Kompensationsmethode ist besonders geeignet, um zu prüfen, ob die verschiedenen Effekte dieselben oder verschiedene Funktionen der Feldstärke sind, und mehrere solche Anwendungen sind bei den Antimon- und Wismutplatten gemacht worden.

Um Unsicherheiten in der Bezeichnungsart zu vermeiden, durch welche das Vorzeichen eines jeden Effektes bestimmt wird, ist im folgenden eine Zusammenstellung der in Betracht kommenden Größen mit *der* Bezeichnung gegeben, wie sie hier in Anwendung gekommen ist. Die Resultate sind immer im absoluten elektromagnetischen Maßsystem ausgedrückt worden.

§ 2. *Bezeichnung und Definition der Koeffizienten.*

λ = Länge der Platte,
β = Breite der Platte,
δ = Dicke der Platte, wobei $\lambda > \beta > \delta$,
H = magnetische Feldstärke,
ϱ = spezifischer elektrischer Widerstand des Metalles,
$k = \frac{1}{\varrho}$ = spezifisches elektrisches Leitvermögen des Metalles,
K = spezifisches Wärmeleitvermögen des Metalles,
ϑ = Temperatur eines Punktes der Platte,
v = elektrisches Potential eines Punktes der Platte,
I = ganzer elektrischer Strom in der λ-Richtung durch die Platte,
J = ganzer Wärmestrom in der λ-Richtung durch die Platte,
i = Dichte des elektrischen Stromes I, also $I = i\,\beta\,\delta$,
j = Dichte des Wärmestromes J, also $J = j\,\beta\,\delta$,
$g = -\frac{\partial \vartheta}{\partial \lambda}$ = Temperaturgradient.

Fall A. Der Primärstrom I oder J verläuft senkrecht zu H.

In Fig. 1 seien die primären Elektroden mit I und II ezeichnet, und ein positiver Primärstrom $+I$ oder $+J$ fließe on I nach II in der Platte. Wenn ferner die Richtung des agnetfeldes durch den langen Pfeil H angedeutet wird, dann nd die Transversaleffekte in dem alle als positiv anzusehen, wenn ich unter der Wirkung des Feldes as elektrische Potential oder die emperatur an der sekundären lektrode B relativ zu A vergrößert st. Dies ist in Übereinstimmung it der „Schwimmregel". Des eiteren sind die Longitudinalffekte dann positiv zu nehmen, enn unter der Wirkung des Magnetldes das Potential bei I relativ u dem bei II größer geworden ist. Daher ist die magnetische Änderung des Widerstandes beim Wachsen desselben positiv u nehmen; ebenso entspricht ein positiver thermomagnetischer Longitudinaleffekt einer elektromotorischen Kraft, die entgegengesetzt der Richtung des Primärstromes ist.

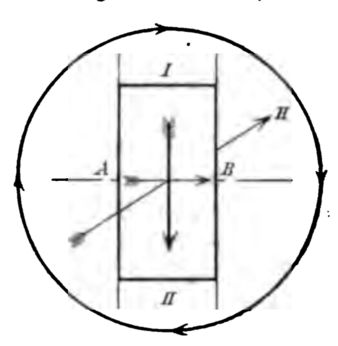


Fig. 1.

) Primärer Elektrizitätsstrom. Galvanomagnetische Effekte.

1. Transversale Potentialdifferenz (Halleffekt).

Der Hallkoeffizient R ist bestimmt durch

$$e = R \cdot H \cdot \frac{I}{\delta}, \quad .)$$

o e die Potentialdifferenz bedeutet und I im Felde gemessen ird. Da R im allgemeinen eine Funktion von H ebensogut ie von ϑ ist, schreibt man passend $RH = r$, wo der neue oeffizient r eine Funktion von H und ϑ ist. Wir haben jetzt:

$$e = r \frac{I}{\delta},$$

$$e = r \beta i. \quad)$$

Der Effekt kann auch ausgedrückt werden mit Hilfe des Potentialgradienten. Da

$$\varrho\, i = -\frac{\partial v}{\partial \lambda},$$

ist

$$e = -\frac{r}{\varrho} \cdot \beta \cdot \frac{\partial v}{\partial \lambda}. \tag{3}$$

Der Gradient $\partial v / \partial \lambda$ wird in dem Felde gemessen. Daher ist ϱ hier der spezifische Widerstand im Felde und deswegen auch eine Funktion von H und ϑ.

Da e/β der transversale Potentialgradient ist, der durch das Feld hervorgerufen wird, so ist klar, daß der Quotient r/ϱ, welcher eine Funktion von H und ϑ ist, die Tangente des Winkels φ darstellt, um welchen die Äquipotentiallinien in dem Felde H gedreht werden. Die Drehung geht im positiven Sinne von A nach I B II (Fig. 1), wenn der Halleffekt positiv ist.

$$\operatorname{tg} \varphi = \frac{r}{\varrho}. \tag{4}$$

2. Transversale Temperaturdifferenz.

Analog wie oben schreiben wir:

$$\Delta \vartheta = p\, \frac{I}{\delta} = p\, \beta\, i, \tag{5}$$

wo $p = PH$ ist.

3. Änderung des Widerstandes.

$$f = \frac{\varrho - \varrho_0}{\varrho_0}, \tag{6}$$

wo sich ϱ_0 auf das Nullfeld bezieht. Die Größe f (gewöhnlich bezeichnet mit $\Delta W / W$) ist eine Funktion von H und ϑ. Dieser Effekt kann auch als eine longitudinale elektromotorische Kraft e angesehen werden, wo

$$e = f \cdot \varrho_0 \cdot \lambda \cdot i. \tag{7}$$

b) Primärer Wärmestrom. Thermomagnetische Effekte.

1. Transversale Potentialdifferenz.

Der gewöhnliche Koeffizient Q ist definiert durch

$$e = Q\, H\, \beta\, q. \tag{8}$$

ı aber Q im allgemeinen von H abhängt, können wir setzen
$H = m$, so daß

$$e = m \, . \, \beta \, . \, g. \quad ()$$

ieser Ausdruck ist analog mit dem für den Halleffekt (3).
ühren wir die Wärmestromdichte j in die Formel ein, so
halten wir

$$e = \frac{m}{K} \cdot \beta \cdot j, \quad (0)$$

as mit Formel (2) oben verglichen werden kann.

2. Drehung der Isothermallinien.

Die Temperaturdifferenz zwischen A und B ist

$$\Delta \vartheta = s \, . \, \beta \, . \, g, \quad (1)$$

enn s anstatt SH geschrieben wird. Betrachten wir diesen
fekt als eine Drehung der Isothermallinien um den Winkel ψ,
haben wir

$$\operatorname{tg} \psi = s. \quad ()$$

ne positive Temperaturdifferenz entspricht einer positiven
rehung der Isothermallinien im Sinne von A nach I, B, II
ig. 1).

3. Longitudinaleffekt.

Dieser Effekt wird am besten aufgefaßt als eine dem
imärstrom entgegengesetzt gerichtete elektromotorische Kraft.

$$e = n(\vartheta_1 - \vartheta_2)$$

stimmt dann den mittleren Koeffizienten n, wenn ϑ_1 und ϑ_2
 Temperaturen auf zwei Punkten der Platte sind und e die
rch die Wirkung des Feldes zwischen ihnen hervorgerufene
ktromotorische Kraft ist. Genauer ist für eine bestimmte
mperatur

$$n = - \frac{\partial e}{\partial \vartheta}. \quad ()$$

Fall B. Der Primärstrom I oder J ist parallel zu H.

Aus Gründen der Symmetrie ist es einleuchtend, daß nur longitudinale Effekte auftreten können. Diese sind definiert ähnlich wie a) 3. und b) 3. oben.

Die transversalen Effekte werden mit der Umkehrung der Feldrichtung umgekehrt, die longitudinalen Effekte bleiben hierdurch unbeeinflußt.

Die Änderung der thermischen Leitfähigkeit ist in die vorliegende Untersuchung nicht hineingezogen und daher auch oben ausgelassen worden.

II.

§ 3. *Die Reinheit der Platten.* Die angewandten Platten von Wismut und Antimon waren aus dm reinsten Metall, das von C. A. F. Kahlbaum in Berlin erhältlich war. Es ist wichtig, vor der Angabe der mit diesen Platten erhaltenen Resultate auf den großen Einfluß hinzuweisen, den die kleinsten Spuren von Unreinigkeiten ausüben, indem sie die Wirkung des magnetischen Feldes modifizieren. Die Differenzen in den Resultaten, die von den verschiedenen Beobachtern für Sorten von „sehr reinem“ Wismut gegeben sind, zeigen, daß es für weitere Arbeiten über diesen Gegenstand sehr wünschenswert ist, jedesmal die Reinheit der betreffenden Sorte des Metalles zu untersuchen. Die chemische Analyse reicht nicht immer aus, um die geringen Spuren von Verunreinigungen zu entdecken, welche genügen, die Erscheinungen zu beeinflussen. Lenard[1]) und andere haben gezeigt, daß die Messung des spezifischen elektrischen Widerstandes bei Wismut und anderen Metallen eine sehr genaue und zuverlässige Probe in bezug auf Reinheit des Metalles gibt. Demgemäß wurde der spezifische Widerstand der Kahlbaumschen Platten sorgfältig gemessen. Die Resultate sind mit einigen von anderen Autoren gefundenen Werten zum Vergleiche in der folgenden Tabelle angegeben.

1) P. Lenard, Wied. Ann. 39. p. 619. 1890.

Tabelle 1.

tallsorte	Beobachter	Spezifischer Widerstand absolut $\frac{cm^2}{sec}$	Temp. ° C.	Temp.-Koeffiz.	Temp.-Intervall
ismut.					
elektrolytischen ıg	Lenard	153,4 . 10³	21,7	—	—
Wismut, elektro- ;ereinigt (gepreßt ° C.)	„	115,7 . 10³	22	+0,00458	0—100° C.
:h" reines Bi (ge- ıl 260° C.) . .	„	145,2 . 10³	19,7	+0,0052	0— 36
n Zn und Fe .	„	—	—	+0,0021	0— 20
„ „ „ .	„	—	—	+0,0028	20— 34
. . . . . .	Jäger und Diesselhorst [1]	119 . 10³	18	+0,00454	0—100
isch	v. Everdingen	121 . 10³	—	—	—
ische Yamaguchi- II	Barlow	?	—	+0,0027	0— 40
on Kahlbaum .	„	114 . 10³	15	+0,0042	16— 75
ntimon.					
baum	„	44,9 . 10³	20	—	—

Die Tabelle zeigt, daß ein Vergleich der Kahlbaum-ıen Wismutplatte mit den reinsten von anderen Beobachtern ıutzten Sorten sehr günstig für die erstere ausfällt.

In Verbindung mit dem eben behandelten Gegenstande ht die folgende Voruntersuchung über die Umkehrung der ekte.

§ 4. *Die Umkehrung des thermomagnetischen Transversal-ktes in Wismut.* Everdingen[2]), Yamaguchi[3]) und wnds[4]) haben beobachtet, daß sich in gewissen Fällen das rzeichen des thermomagnetischen Transversaleffektes in smut umkehrt. Diese Umkehrung tritt bei Temperaturen ı +30° bis +70° C. auf, aber nur in Feldern unterhalb

1) W. Jäger u. H. Diesselhorst, Abh. Phys.-Techn. Reichanst.). 269. 1900.

2) E. van Everdingen, Comm. Phys. Lab. Leiden Nr. 42. 1898.

3) E. Yamaguchi, Ann. d. Phys. 1. p. 214. 1900.

4) L. Lownds, Ann. d. Phys. 6. p. 146. 1901.

einer gewissen Stärke H_e. Bei der Feldstärke H_e wird der Transversaleffekt gleich Null und bei höherer Feldstärke nimmt er wieder das normale positive Vorzeichen an. Diese Erscheinung scheint eine besondere Untersuchung zu verdienen, insbesondere hinsichtlich der Änderung des Halleffektes in diesem Falle. Glücklicherweise war Yamaguchis „Platte III" (die einzige, an der er die Umkehrung beobachtete) noch zu erhalten, und es wurden mit ihr die folgenden Beobachtungen ausgeführt. Die Elektroden waren dabei an der Platte angelötet.

1. Bei einer mittleren Temperatur von 65° C. wurde das abnorme Vorzeichen des transversalen thermomagnetischen Effektes für Felder unterhalb $H_e = 3700$ gefunden. Dies bestätigt vollkommen die Beobachtung Yamaguchis. Für stärkere Felder bis $H = 11000$ (Yamaguchis Beobachtungen reichen nur bis $H = 6000$) hatte der Effekt das positive Vorzeichen und nahm stetig mit der Feldstärke zu; der Wert bei $H = 11000$ war ungefähr 12mal so groß, als das negative Maximum in schwachen Feldern. H_e nimmt mit steigender Temperatur zu.

2. Die thermoelektrische, von der Drehung der Isothermallinien herrührende Kraft zeigte an, daß diese Drehung in allen Feldern negativ gerichtet war. Die Drehung wurde auch für das Feld H_e beobachtet.

3. Der Halleffekt hatte bei Zimmertemperatur in allen Feldern bis $H = 11000$ das normale negative Vorzeichen.

Unter Anwendung eines Wasserbades wurde der Halleffekt bis zu $+80°$ beobachtet. Folgende Werte wurden für R gefunden:

H	R bei 20°	R bei 80°
700	− 8,7	− 5,5
2000	− 8,5	− 5,6

Die Werte für R sind nur angenähert genau, da die unregelmäßige Dicke der Platte genauere Messungen unmöglich machte; indessen zeigen die Resultate, daß der Halleffekt, obwohl er mit steigender Temperatur abnimmt, sein negatives Vorzeichen in jenen schwachen Feldern behält, in denen der thermomagnetische Effekt umgekehrt wird.

Der thermomagnetische Longitudinaleffekt ist in derselben
tte von Lownds[1]) gemessen worden.

Es entsteht jetzt die Frage, ob diese Umkehrung des
rzeichens für das *reine* Wismut charakteristisch ist, oder ob
durch Verunreinigungen in den Platten verursacht sein
m. Die unregelmäßige Form der Platte Yamaguchis
chte eine Messung des spezifischen Widerstandes unmög-
ı; deswegen wurde der Temperaturkoeffizient des elektrischen
derstandes gemessen, da man aus diesem nach Lenard
nfalls auf die Reinheit des Metalles schließen kann. Zum
rgleiche wurde auch der Temperaturkoeffizient der Wismut-
tte von Kahlbaum gemessen; die Resultate sind in Tab. 1
halten. Der kleine Wert dieses Koeffizienten für die Platte
maguchis weist auf Verunreinigungen hin, und zwar ist
dem numerischen Werte nach von der Ordnung, wie er
ı Lenard für Sorten von Wismut angegeben ist, die durch
und Fe verunreinigt sind. Andererseits gab die Platte
ı Kahlbaum einen viel größeren Wert für den Koeffi-
nten, was als Zeichen für ihre Reinheit angesehen werden
m. Everdingen gibt auch den spezifischen Widerstand
ıer Platte an (vgl. Tab. 1), der Wert dafür scheint aber
ht niedrig genug zu sein, um höchste Reinheit der Platte
garantieren. Sowohl Everdingens wie Yamaguchis
tten waren durch elektrolytische Fällung gewonnen worden.
dem natürlichen Kristall, den Lownds untersuchte, kann
n keine große Reinheit erwarten. Nun war, wie weiter
en angegeben ist, in der Kahlbaumschen Platte keine
ıkehrung gefunden worden. Angesichts dieser Tatsachen
ließe ich, daß die Umkehrung des thermomagnetischen
ektes durch Verunreinigungen verursacht ist. Yamaguchi
bachtete ein ungewöhnlich starkes magnetisches Wachsen
Widerstandes. Es scheint daher, daß diese Eigentümlich-
t nicht als ein Zeichen für die Reinheit angesehen werden
f (vgl. Lenard).

III.

§ 5. *Apparate.* Ein starker Elektromagnet vom Halbrings (du Bois)[2]) wurde bei allen Versuchen angewandt. Die

1) L. Lownds, Ann. d. Phys. 4. p. 776. 1901.
2) H. du Bois, Zeitschr. f. Instrumentenk. 19. p. 357. 1899.

flachen Polschuhe, die im allgemeinen gebraucht wurden, hatten 8 cm im Durchmesser und gaben bis zu einem Polabstand von ungefähr 2 cm ein sehr gleichförmiges Feld. Bei einem Abstande von 1 cm gab das Maximum des erregenden Stromes von 20 Amp. ein Feld von 12500 C.G.S.-Einheiten. Für stärkere Felder, die in einigen wenigen Fällen zur Anwendung kamen, wurde eine konische Form der Polschuhe mit flachen Enden von 4 cm Durchmesser benutzt.

Die Bestimmung der Feldstärke geschah nach der ballistischen Methode. Das Galvanometer wurde mit einem langen Solenoid und einer Sekundärspule geeicht; alles unter Berücksichtigung der gebräuchlichen Korrektionen, deren Details ich hier übergehe.

Die Versuche selbst wurden immer bei gewissen bestimmten Feldstärken ausgeführt, die durch den endgültigen Wert der Stromstärke im Magneten, der an einem Siemens & Halskeschen Ampèremeter abgelesen wurde, gegeben war. Es reichte also hin, die ballistischen Messungen von Zeit zu Zeit während des Verlaufes des Arbeit zu wiederholen.

Vorversuche hatten die Notwendigkeit gezeigt, Elektroden für den Elektrizitäts- und Wärmestrom anzuwenden, die direkt an die Platte angelötet waren, da angepreßte Kontakte sich als unzuverlässig erwiesen, besonders als thermoelektrische Verbindungsstellen, wo eine gewöhnliche mechanische Verbindung nicht die tatsächliche Temperatur der Platte annahm.

Die Enden der Platte waren also in allen Fällen an Kupferplatten von ungefähr gleicher Stärke angelötet, um die besten Bedingungen für die Konstanz der Temperatur und des Potentials zu erlangen.

Große Sorgfalt wurde auf eine möglichst gute Verpackung der Platten verwendet, da Vorversuche ergeben hatten, daß dies von besonderer Wichtigkeit ist. Wenn die Verpackung nicht hinreichend ist, um Luftströmungen an der Platte auszuschließen, so treten im Felde die Temperaturänderungen auf, welche von Nernst[1]) beobachtet und von Aschkinass[2])

1) W. Nernst, Wied. Ann. **31.** p. 760. 1887.

2) E. Aschkinass, Physik. Zeitschr. **4.** Nr. 7. p. 206.

ıauer untersucht worden sind und welche die Temperatur
es Punktes der Platte erniedrigen, wenn das Magnetfeld
egt wird. Dieser Effekt kann daher fälschlich für eine
ringerung der Leitfähigkeit in dem Metall gehalten werden,
die Erscheinung unter denselben Bedingungen sich merk-
ı gleich bleibt.

Die zu den Versuchen benutzte Platte wurde mit Lagen
ı Watte und dünnen Scheiben von Asbest bedeckt und
ließlich in dünne hölzerne Brettchen eingeschraubt, so daß
Watte dicht gegen alle Teile der Platte gepreßt wurde.
; dieser Anordnung war bei Anwendung von Dampf und
ısser der Temperaturgradient sehr konstant. Der Dampf
l das Wasser wurden durch die Messingröhren ungefähr
e Stunde lang vor Beginn der Beobachtungen geleitet. In
igen Fällen wurde der Wärmestrom durch die Platte 6 bis
tunden hindurch erhalten. Die Änderungen des Temperatur-
dienten waren dabei kleiner als 1 Proz. für die Stunde.

§ 6. *Die Temperaturvariation der Effekte in Antimon.* Das
timon, bei welchem der Halleffekt und die anderen Effekte
iner als beim Wismut sind, ist bis jetzt noch nicht bei
en Temperaturen untersucht worden. Deswegen wurden
folgenden Versuche unternommnn.

Der Halleffekt.

Die Antimonplatte von Kahlbaum hatte die Dimensionen

$$\lambda = 3{,}52, \quad \beta = 1{,}71, \quad \delta = 0{,}32 \text{ cm}.$$

den kürzeren Seiten waren dicke Kupferplatten angelötet,
che die primären Elektroden bildeten. Die sekundären
ısversalen Elektroden waren aus dünnem Kupferdraht, die
den Mittelpunkten der Längsseiten der Platte angelötet
en.

Für die Bestimmungen bei Zimmertemperatur wurde die
tte nur gegen Luftströmungen geschützt, da in diesem Falle
Abwesenheit eines Temperaturbades es möglich machte,
Beobachtungen unter Anwendung der konischen Polschuhe
zu $H = 25000$ auszudehnen. Die Resultate sind in der
enden Tab. 2 gegeben.

Tabelle 2.

Der Halleffekt in Antimon bei 21,5° C.

H	r	R
140	36	+0,26?
720	151	0,21
1 750	369	0,21
4 310	895	0,208
8 190	1650	0,201
10 200	2040	0,199
12 500	2470	0,197
19 200	3620	0,189
21 900	4110	0,188
24 700	4590	0,186

Die Tabelle zeigt, daß R ein wenig mit wachsendem H abnimmt. Dieses Verhalten des Antimons ist ähnlich, aber weniger ausgeprägt wie das im allgemeinen beim Wismut beobachtete.. Die Resultate sind in guter Übereinstimmung mit den von v. Ettinghausen und Nernst[1]) für ihre reinste Platte angegebenen. Sie fanden

$$R = +\,0{,}192 \text{ bei } 20^{0}\text{ C.}$$

Bei den Bestimmungen bei tiefen Temperaturen war dieselbe Platte eingetaucht 1. in flüssige Luft, 2. in eine Mischung von Kohlensäureschnee und Äther, die in einem kleinen Dewargefäß enthalten war. Infolge der vergrößerten Distanz von 3,3 cm zwischen den Polen des Elektromagneten mußte die Stärke des magnetischen Feldes sehr verringert werden. Die für diese Bedingungen bei Zimmertemperatur gemachten Bestimmungen (vgl. unten Tab. 3) wichen ein wenig von den früher gefundenen Resultaten (Tab. 2) ab. Diese Abweichungen sind wahrscheinlich durch das bei der größeren Poldistanz nicht mehr ganz gleichförmige Feld verursacht. Indessen können dadurch die Temperaturvariationen des Effektes nicht beeinflußt werden, um deren Untersuchung es sich hier handelte. Eine ergänzende Beobachtung wurde bei 58° C. gemacht, indem man das Dewargefäß mit warmem Wasser füllte. Es zeigte sich, daß die Abkühlung auf die Temperatur der flüssigen

1) A. v. Ettinghausen u. W. Nernst, Sitzungsber. d. k. Akad. d. Wissensch. zu Wien (2) 94. p. 560. 1886.

ft keine Änderung in der Größe des Halleffektes bei Zimmer-
nperatur hervorgerufen hatte. Die folgende Tabelle gibt
ie Zusammenstellung der Resultate.

Tabelle 3.

Der Halleffekt in Antimon bei verschiedenen Temperaturen.

H	*r*			
	− 189°	− 79°	+ 21,5°	+ 58°
1750	460	435	380	—
3960	996	962	852	—
6160	1510	1450	1290	1250

In Fig. 2 sind die Resultate graphisch dargestellt. Die
urven zeigen, daß der Halleffekt mit sinkender Temperatur
hr wenig wächst. Ferner weisen die Kurven darauf hin,
ıß der Halleffekt einen maximalen Wert bei einer Temperatur

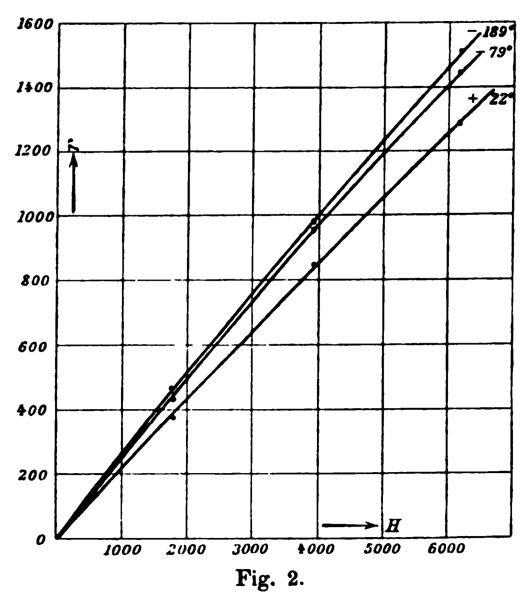


Fig. 2.

nterhalb der der flüssigen Luft erreichen wird, da der Tem-
eraturkoeffizient mit fallender Temperatur deutlich abnimmt.
ie Größe *r* ist nahezu proportional *H*.

Bei diesen Messungen wurden direkt die Galvanometer-
usschläge beobachtet, da der kleine zu messende Wert der

elektromotorischen Kraft beim Halleffekte die gewöhnlich gebrauchte Kompensationsmethode sehr unvorteilhaft machte. Um die Anwendung der Ablenkungsmethode in diesem Falle zu rechtfertigen, wurden bei den stärksten benutzten Feldern Messungen nach beiden Methoden ausgeführt, welche innerhalb 2 Proz. übereinstimmten. Bei den späteren Versuchen mit der verbesserten Anordnung wurde die Ablenkungsmethode verlassen.

Der thermomagnetische Transversaleffekt.

Es wurde eine viel größere Platte wie bei den früheren Versuchen angewandt. Ihre Dimensionen waren:

$$\lambda = 5{,}97, \quad \beta = 4{,}05, \quad \delta = 0{,}315 \text{ cm}.$$

Die Enden der Platte waren an dicke Kupferplatten gelötet, von denen die eine wie bei den Versuchen Yamaguchis an den Boden eines zylindrischen Messinggefäßes gelötet, die andere mit einer Messingröhre verschraubt war. Der Wärmestrom durch die Platte wurde hervorgerufen 1. durch einen Strom von kaltem Wasser in dem Gefäß und von Dampf in der Röhre, 2. durch eine Mischung von Kohlensäureschnee und Äther in dem Gefäß und einem Strom von kaltem Wasser in der Röhre, 3. durch flüssige Luft in dem Gefäß und kaltem Wasser in der Röhre. In allen drei Fällen ging also der Wärmestrom aufwärts durch die Platte. Ein Vorversuch mit dem durch den Dampf und Wasserstrom erzeugten Temperaturgradienten zeigte, daß, wofern nur die Platte sowie bereits beschrieben verpackt war, die Richtung des Wärmestromes keinen Einfluß auf das Resultat hatte.

Um den Temperaturgradienten in der Platte zu messen, waren zwei Eisenkonstantanthermoelemente in einer Entfernung von 2,7 cm voneinander auf der Mittellinie der Platte aufgelötet; die anderen Lötstellen der Thermoelemente wurden in Eis gehalten.

Die Temperaturdifferenz zwischen den beiden Punkten auf der Platte, geteilt durch ihre gegenseitige Entfernung, wurde als der mittlere Gradient in dem Mittelpunkte der Platte genommen, eine Annahme, welche wenigstens bei dem Dampf-Wassergradienten vollkommen durch spätere Versuche gerechtfertigt wurde, bei denen mehr Thermoelemente angewandt wurden. Bei tiefen Temperaturen konnte infolge von Ver-

derungen in dem Abkühlungsmittel die Temperatur nicht sehr
nstant erhalten werden; deswegen war es notwendig, nach jeder
blesung den Gradienten neu zu bestimmen. In Anbetracht dessen
schien es auch nutzlos, mehr Thermoelemente anzuwenden,
e durch die Ablesung nur Zeitverluste verursacht hätten.

Die dünnen als transversale Elektroden gebrauchten
upferdrähte waren an zwei Punkten, *A* und *B*, in einer Ent-
rnung von 3 cm auseinander auf der mittleren Querlinie der
atte angelötet, d. i. in einer Entfernung von 0,5 cm von den
ndern der Platte. Dadurch ist der Einfluß einer Änderung
s Gradienten nahe den Kanten, der bei tiefen Temperaturen
Betracht gezogen werden muß, nahezu eliminiert.

Die transversale elektromotorische Kraft wurde durch die
ompensationsmethode von Poggendorff gemessen, wobei
ei Kompensationskreise, wie weiter unten beschrieben ist,
nutzt wurden.

Bei der Ausführung dieser Messungen machte sich eine
oße Schwierigkeit bemerkbar. Außer der thermomagnetischen
nsversalen elektromotorischen Kraft, welche in dem Augen-
cke auftritt, in dem das Feld erregt wird, werden noch die
thermallinien unter der Wirkung des Feldes gedreht. Diese
mische Änderung, welche eine endliche Zeit erfordert, bis
vollendet ist, verursacht eine Temperaturdifferenz zwischen
Punkten *A* und *B* und somit eine thermoelektrische Kraft
dem Galvanometerkreise. (Eine kleine thermoelektrische
aft ist in dem Kreise immer vorhanden, bevor auch das
d erregt wird, da *A* und *B* niemals genau auf dieselbe
thermallinie gelegt werden können; aber dieselbe kann
npensiert werden und verursacht keine Schwierigkeiten.)
beide Effekte mit dem Felde umgekehrt werden, gibt es
Eliminierung der thermoelektrischen Wirkung kein anderes
ttel, als daß man die Messung ausführt, bevor noch ge-
gend Zeit zu einer Drehung der Isothermallinien verflossen
Dieses erscheint einfach, in Wirklichkeit beginnt jedoch
Drehung in dem Augenblicke, wo das Feld erregt wird
l sie wächst zudem am Anfang am schnellsten; obwohl also
ganze Drehung der Isothermallinien sich in 1—2 Min.
lzieht, so findet doch der größte Teil der Drehung in den
ten Sekunden statt. Auch wenn man die Kompensations-

methode zur Messung des Effektes anwendet, muß man doch genügend Zeit verfließen lassen, damit das Feld seine volle Stärke erreicht und Induktionsströme im Galvanometerkreise vermieden werden; bei dem verwendeten Elektromagneten mußten unter den günstigsten Umständen mindestens 3 Sek. zwischen dem Schließen des Magnetisierungsstromes und der Beobachtung des Galvanometers verflossen sein, und dieser Zeitraum war groß genug, um einen beträchtlichen und unbekannten Fehler in den Bestimmungen zu verursachen. Durch Extrapolation mittels einer Beobachtungsreihe des zeitlichen Verlaufes der Erscheinung kann der Fehler nicht bestimmt werden, da die erste Änderung sehr schnell vor sich geht.

Bei der benutzten Platte war die elektromotorische Kraft, die durch die Drehung der Isothermallinien hervorgerufen wurde, bei allen Feldern und allen Temperaturen ungefähr $^1/_4$ des transversalen Effektes. Yamaguchi, welcher die nämliche Schwierigkeit bei seiner Wismutplatte fand, versuchte die thermoelektrische Kraft zu eliminieren, indem er Wismutelektroden gebrauchte, aber ohne großen Erfolg. Er vernachlässigte schließlich diesen Effekt gänzlich, da der verursachte Fehler nicht sehr groß war. In dem Falle des Antimons jedoch kommt der Fehler besonders deswegen so sehr in Betracht, weil der thermomagnetische Transversaleffekt so bedeutend viel kleiner ist als im Wismut (ungefähr $^1/_{14}$ bei 40° C.), während die Drehung der Isothermallinien in beiden Metallen von derselben Ordnung ist.

Die Resultate sind in der folgenden Tabelle und in Fig. 3 enthalten.

Tabelle 4.

Thermomagnetischer Transversaleffekt in Antimon bei verschiedenen Temperaturen.

H	m		
	−75°	−19°	+39°
4 310	—	72	—
8 190	174	159	113
10 200	222	202	147
11 500	281	243	185
Temp.-Gradient. $\frac{\text{Grad}}{\text{cm}}$	25	10	11,5

Wegen des oben erwähnten Versuchsfehlers sind die sultate sicher zu klein, vielleicht um 6 Proz.

Als Mittel der Werte für drei Platten fand Nernst

$H = 2000, \quad \vartheta = 57^{\circ}, \quad Q = + 0{,}00887, \quad \alpha = - 0{,}00163.$

ie vorliegenden Versuche ergeben:

$H = 10000, \quad \vartheta = 39^{\circ}, \quad Q = + 0{,}014, \quad \alpha = - 0{,}004.$

Man sieht, daß der hier gefundene Wert von Q viel ößer als der von Nernst gegebene ist. Da aber Nernst n Einfluß der Isothermallinien nicht berücksichtigte (dieser

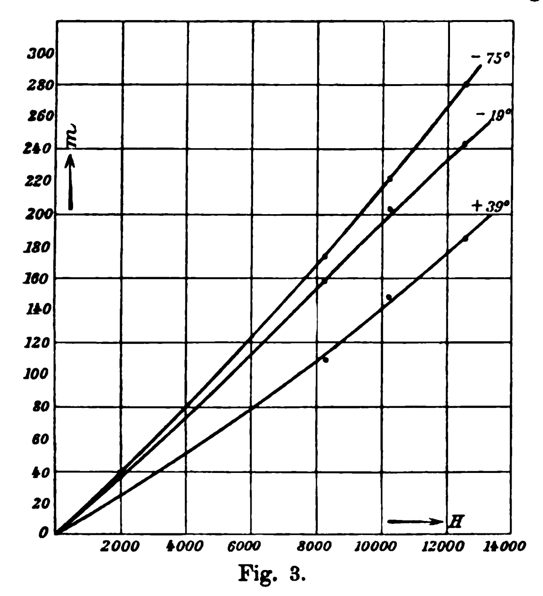


Fig. 3.

fekt wurde erst später entdeckt), so ist diese Differenz er-htlich, mindestens teilweise, dem Einflusse dieses Effektes zuschreiben.

Die vorliegenden Versuche zeigen auch, daß mit ab-hmender Temperatur m beständig wächst, wobei der mittlere mperaturkoeffizient $\alpha = - 0{,}004$ ist. Der von Nernst ge-bene Wert für α bezieht sich auf höhere Temperaturen. e Größe m erscheint unter allen Bedingungen nahezu pro-rtional H.

§ 7. *Weitere Versuche über die einzelnen Effekte in Antimon.* e jetzt zu beschreibenden Versuche entsprangen der Absicht,

mehrere Effekte an ein und derselben Platte bei gewöhnlicher Temperatur zu messen. Die früher beschriebenen Versuche sind mit zwei Platten angestellt worden, die zwar von derselben Sorte Antimon, aber von verschiedenen Dimensionen waren. Eine genauere Vergleichung der einzelnen Effekte an einer Platte war deshalb wünschenswert. Zu diesem Zwecke wurde die größere Kahlbaumsche Platte zu den Dimensionen:

$$\lambda = 5{,}85, \quad \beta = 2{,}79, \quad \delta = 0{,}314 \text{ cm}$$

zugeschnitten, hauptsächlich weil für genauere Messungen ein größeres Verhältnis λ/β notwendig war.

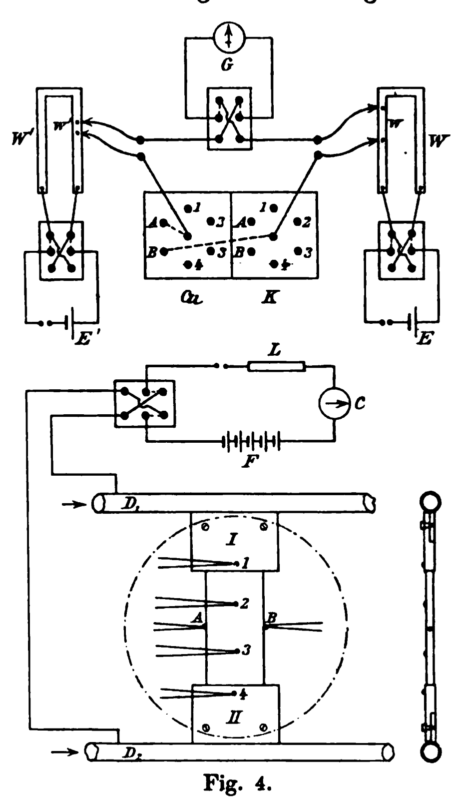


Fig. 4.

Die apparative Anordnung, die sehr verbessert war, ist in Fig. 4 dargestellt. Die dicken Kupferplatten I und II sind die primären Elektroden der Platte. An dieselben sind die Messingröhren D_1 D_2 angeschraubt, durch welche kaltes Wasser bez. Dampf geschickt wird. An den Punkten 1, 2, 3, 4, *A* und *B* sind die Thermoelemente von Kupfer und Konstantan auf die Platte aufgelötet. Die Kupferdrähte derselben gehen zu den Quecksilbernäpfen *Cu*; die Konstantandrähte sind durch Kupferdrähte mit den Quecksilbernäpfen *K* verbunden, wobei die dazwischen liegenden Kupfer–Konstantan-Verbindungen (in der Figur nicht gezeichnet) in schmelzendem Eis gehalten werden.

Der primäre elektrische Strom wird erhalten von einer Akkumulatorenbatterie *F*, und mit einem Siemens & Halske-

mpèremeter C gemessen. Die Stromstärke wurde durch den ariablen Widerstand L reguliert.

Das Galvanometer G war ein Instrument vom Panzerypus, das eine vorteilhafte kurze Schwingungsdauer hatte. Es wurde so justiert, daß es sich beinahe aperiodisch einstellte. Die Zeichnung zeigt das Galvanometer verbunden mit en transversalen Kupferelektroden A und B. Mit Hilfe der Quecksilberschlüssel Cu und K kann jedoch immer ein Paar on den 12 Drähten von der Platte her mit dem Galvanometerkreise verbunden werden.

Die elektromotorischen Kräfte in der Platte wurden nach der Poggendorffschen Kompensationsmethode bestimmt. Zu diesem Zwecke wurden zwei Kompensationskreise $E\,W\,w$ und $E'\,W'\,w'$ benutzt; der erste bestand aus einer Akkumulatorzelle E, deren elektromotorische Kraft von Zeit zu Zeit sorgfältig mit einem Normalkadmiumelement verglichen wurde, und einem großen Manganinwiderstandskasten $W\,w$. Dieser Kreis wurde benutzt, um durch Kompensation die elektromotorischen Kräfte zu messen, die durch das Magnetfeld in der Platte hervorgerufen wurden. Der zweite Kreis $E'\,W'\,w'$ diente zur Kompensation der elektromotorischen Kräfte, die in dem Galvanometerkreise schon vor der Erregung des Magnetfeldes vorhanden waren. Der absolute Wert von $E'\,W'\,w'$ wurde nicht bestimmt, da dieser Kreis niemals zur Messung von elektromotorischen Kräften, sondern nur zu ihrer Kompensation diente. Mit Hilfe der in der Figur gezeichneten Kommutatoren konnte die Umkehrung der einen oder beider sich kompensierenden Kräfte bewirkt werden.

Diese Anordnung der Platte gestattete es, alle galvanomagnetischen und thermomagnetischen Effekte einzeln zu messen, ohne daß an der Platte Veränderungen vorgenommen zu werden brauchten. Hierunter folgen die Resultate.

Halleffekt.

$$H = 9130, \quad \vartheta = 20^{\circ}, \quad i = 0{,}799, \quad R = 0{,}194.$$

Dieser Wert für den Hallkoeffizienten R ist kleiner als der Wert 0,20, der bei den früheren Versuchen mit der kleineren Platte gefunden wurde (Tab. 2). Der vorliegende Wert kann als zuverlässiger angesehen werden, da eine em-

pfindlichere Anordnung gebraucht wurde. Der kleine, durch transversale Temperaturdifferenzen verursachte Fehler war bei der früheren Bestimmung übersehen worden.

Galvanomagnetischer Transversal-Temperatureffekt.

Dieser Effekt war sehr klein. Der Koeffizient war angenähert:

$$H = 9130, \quad \vartheta = 20^0, \quad P = + 2 . 10^{-6}.$$

Thermomagnetischer Transversaleffekt.

$$H = 9130, \quad \vartheta = 44^0, \quad Q = 0{,}0147, \quad g = 10{,}2 \frac{\text{Grad}}{\text{cm}}.$$

Zieht man die große Unsicherheit bei der Bestimmung dieses Effektes in Betracht, so stimmt das Resultat ziemlich gut mit dem früher gefundenen Werte $Q = 0{,}0139$ (Tab. 3) für dasselbe Feld überein. Der wahre Wert des Koeffizienten ist sicher noch größer als der jetzt gefundene, aus Gründen, die bereits besprochen sind.

Drehung der Isothermallinien.

Durch direkte Beobachtung der Temperaturänderung mittels der Thermoelemente A und B wie bei den Messungen der elektromotorischen Kraft wurde für diesen Effekt das Resultat gefunden:

$$H = 9130, \quad S = + 2 . 10^{-6}.$$

Der Effekt war angenähert proportional der Feldstärke.

Widerstandsänderung.

Der Effekt wurde nach der gebräuchlichen Methode durch Beobachtung des Potentialgradienten gemessen. Die Resultate sind in Fig. 5 graphisch dargestellt.

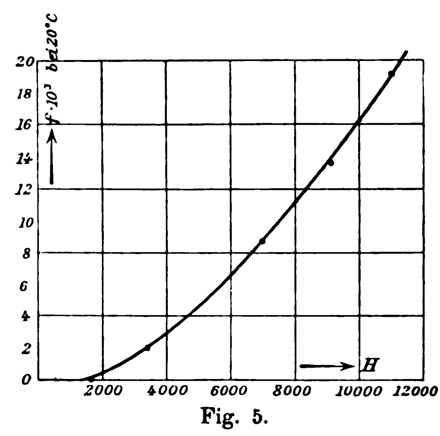


Fig. 5.

Thermomagnetischer Longitudinaleffekt.

Ein solcher Effekt wurde nicht beobachtet. Wenn er irklich existiert, muß sein $n < 4$ für $H = 11000$ bei gewöhn- her Temperatur. Auch bei tiefen Temperaturen konnte eser Effekt nicht nachgewiesen werden.

§ 8. *Effekte in Wismut bei gewöhnlichen Temperaturen.* Eine eihe von Messungen, die den zuletzt gegebenen entsprechen, urden an einer Wismutplatte von Kahlbaum ausgeführt, ie folgende Dimensionen hatte:

$$\lambda = 4{,}03, \quad \beta = 1{,}80, \quad \delta = 0{,}336 \text{ cm.}$$

Die Anordnung der Platte war die gleiche wie die beim ntimon beschriebene. Zum Anlöten der Thermoelemente an ie Platte wurde eine ichtflüssige Legierung m Wismut und Blei Stelle des gewöhn- hen Lotes benutzt. 'enn man die Thermo- mente dabei zuerst it Silber zusammen d dann mit der Wis- tlegierung auf die atte lötete, so war ie sehr kleine Quan- ät des Metalles zur rstellung der Ver- ndung erforderlich. Infolgedessen konnten die Störungen des ärme- und Elektrizitätsflusses in der Platte, die durch die ntakte verursacht wurden, vernachlässigt werden; zugleich nnte die Distanz zwischen den Thermoelementen genauer messen werden.

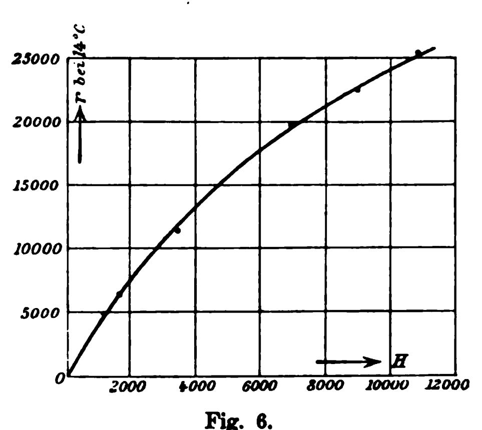


Fig. 6.

Halleffekt (Fig. 6).

Für die Temperatur 14°, bei der dieser Effekt gemessen rde, war die charakteristische Abnahme von R mit wachsen- m H deutlich ausgeprägt. So ist für $H = 10000$, $R = 2{,}4$, i. ungefähr die Hälfte des Wertes von R bei schwachen ldern. Eine Dissymmetrie bei der Umkehrung der Feld- htung war nicht vorhanden.

Galvanomagnetischer Transversal-Temperatureffekt.

Durch direkte Messung mit den Thermoelementen A und B (Fig. 4) wurde gefunden:

$$H = 10000, \quad P = + 10^{-4}.$$

Thermomagnetischer Transversaleffekt (Fig. 7).

Die Resultate sind hier für die beiden Temperaturen 42° und 51° C. gegeben, wobei das Resultat für die höhere Temperatur ohne Anwendung von kaltem Wasser in der unteren

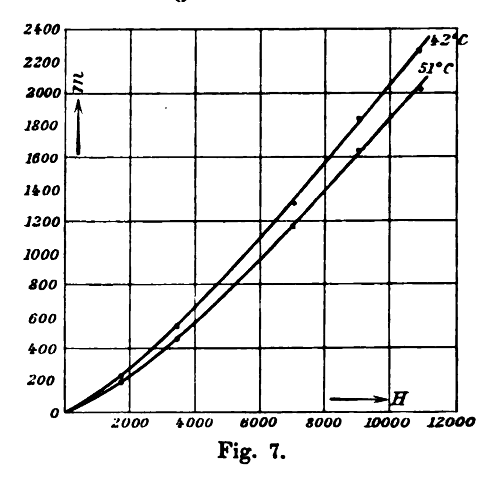


Fig. 7.

Röhre D_2 erhalten wurde. Hierfür wurde der Temperaturkoeffizient von Q gefunden zu

$$\alpha = - 0{,}013,$$

was in genauer Übereinstimmung mit dem Werte von Nernst $\alpha = - 0{,}0133$ ist. Die Kurven in Fig. 7 zeigen, daß Q mit wachsendem H zunimmt und das positive Vorzeichen auch in dem schwächsten Felde $H = 80$, das mit dem remanenten Magnetismus des Elektromagneten erhalten wurde, behält; es war also keine Spur von der in § 4 diskutierten Umkehrung zu finden.

Drehung der Isothermallinien.

Dieser Effekt wurde sowohl direkt mittels der Thermoelemente A und B beobachtet, als auch durch die durch die Drehung verursachte thermoelektrische Kraft gemessen. Beide

thoden gaben dasselbe Vorzeichen für den Effekt und auch te zahlenmäßige Übereinstimmung.

$$H = 10000, \quad \vartheta = 42^0, \quad S = + 1{,}1 \,.\, 10^{-6}.$$

Die Richtung der hier beobachteten Drehung war also tgegengesetzt der von anderen Beobachtern und vom Autor Yamaguchis Platte III gefundenen (vgl. § 4). Dieses nerkenswerte Resultat ist vielleicht als ein weiteres aufendes Beispiel für den großen Einfluß von Verunreinigungen usehen. Der hier gegebene Wert von S ist von demselben rzeichen und derselben Größenordnung wie beim Antimon.

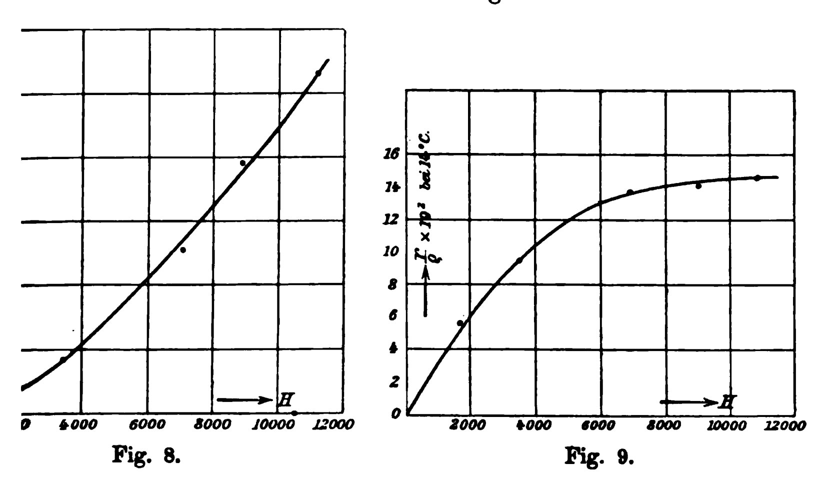


Fig. 8. Fig. 9.

Magnetische Widerstandsänderung (Fig. 8).

Der Effekt hat denselben Charakter wie bei anderen toren.

Drehung der Äquipotentiallinien.

Nach den bereits gegebenen Resultaten (Figg. 6 und 8) der Wert von tg φ nach Formel (4) berechnet worden. Die derung von tg φ mit H ist in Fig. 9 dargestellt. Danach eint es, als ob tg φ nicht fortwährend wächst, sondern en Grenzwert erreicht, der einer Drehung von $\varphi = 9^0$ entricht. Unglücklicherweise sind aber keine Beobachtungen i größeren Feldstärken als $H = 11000$ gemacht worden.

Thermomagnetischer Longitudinaleffekt (Fig. 10).

Die Werte von n sind Mittelwerte für das Intervall von 42—64° C.; da dieses Intervall jedoch klein ist, können wir n

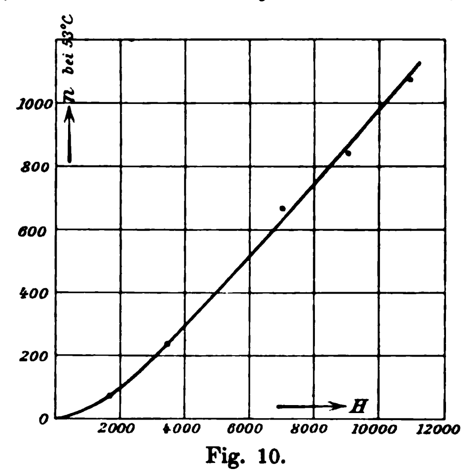


Fig. 10.

als den der mittleren Temperatur 53° entsprechenden Wert ansehen. Die Resultate stimmen hinsichtlich Vorzeichen und Größenordnung mit den von Lownds erhaltenen überein.

Widerstandsänderung und thermomagnetischer Longitudinaleffekt in Richtung des Feldes.

Diese Effekte sind in der am Anfang gegebenen Zusammenstellung unter Fall *B* erwähnt.

Die Wismutplatte wurde horizontal zwischen die Polschuhe mit den langen Kanten in die Richtung der Kraftlinien gestellt. Die große Entfernung (11 cm) der Polschuhe erniedrigte die größte erreichbare Feldstärke auf 2000 C.G.S. Alle anderen Anordnungen waren genau wie bei den Versuchen mit einem transversalen Feld. Die für die Widerstandsänderung und den thermomagnetischen Longitudinaleffekt gefundenen Werte sind durch Kreuze × in Figg. 11 und 12 dargestellt. Die Resultate für diese beiden Effekte in einem transversalen Felde von größerer Stärke sind bereits in den schon beschriebenen Figg. 8 und 10 gegeben worden, zu einem Kontrollversuche wurden jedoch diese Effekte noch für schwache Felder gemessen, so daß ein Vergleich zwischen den Erscheinungen des

versalen und longitudinalen Effektes für dieselben Bedingungen möglich ist. Die entsprechenden Werte für das transversale Feld sind in Figg. 11 und 12 durch Punkte dargestellt.

Aus den Kurven ist zu ersehen, daß die magnetische Widerstandsänderung praktisch unabhängig von der Feldrichtung Lenard und andere haben die Widerstandsvergrößerung ein longitudinales Feld kleiner als für ein transversales Feld gefunden. Da sich die vorliegenden Versuche nur bis = 2000 erstrecken, so ist es möglich, daß eine solche Differenz bei stärkeren Feldern auftritt.

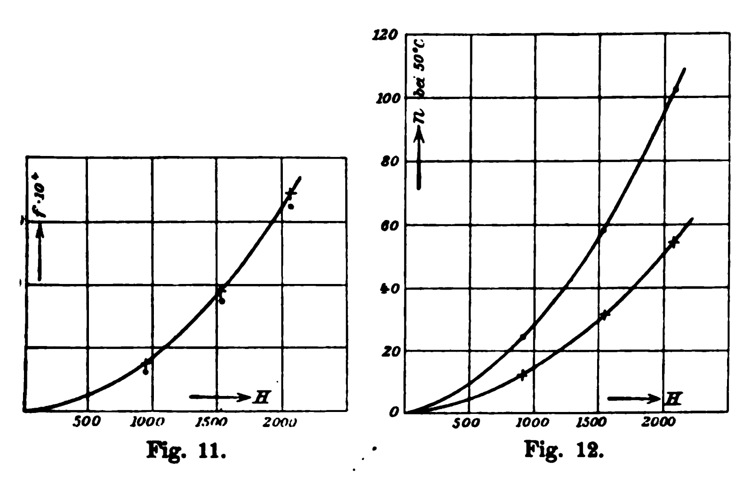


Fig. 11. Fig. 12.

Der thermomagnetische Longitudinaleffekt zeigte einen ausgeprägten Einfluß der Feldrichtung, indem er in einem longitudinalen Felde halb so groß ist, als in einem transversalen. Dies ist in Übereinstimmung mit Beobachtungen von Grimaldi.[1])

Daß das Magnetfeld bei der großen Poldistanz sehr der Gleichförmigkeit entbehrt, liegt auf der Hand; doch kann dies die Resultate nicht sehr beeinflussen.

IV. Die Kompensationsmethode.

§ 9. *Theorie der Methode.* Man betrachte eine rechteckige Platte (Fig. 1), die zugleich von einem Wärme- und einem

1) G. P. Grimaldi, Journ. de Phys. (2) 6. p. 369. 1887.

Elektrizitätsstrom durchflossen werde. Der Joule-, Peltier- und Thomsoneffekt werden die Temperatur an allen Punkten der Platte verändern, nach einer gewissen Zeit jedoch wird ein Gleichgewichtszustand erreicht sein. Für diesen Zustand möge i die elektrische Stromdichte sein, welche dieselbe an allen Punkten der Platte ist, und ϑ und g mögen sich auf einen Querschnitt AB der Platte beziehen; es werde ferner angenommen, daß ϑ und g auf diesem Querschnitte konstant seien.

Wenn das Feld H erregt wird, wird durch die vereinigte Wirkung des Hall- und des thermomagnetischen Transversaleffektes eine elektromotorische Kraft zwischen den Elektroden A und B hervorgerufen werden. Nehmen wir an, daß sich die beiden Effekte einfach addieren, so haben wir nach den Gleichungen (2) und (9)

$$e = m\beta g + r\beta i, \tag{14}$$

wo sich m und r auf die Temperatur ϑ und das Magnetfeld H beziehen.

Durch Veränderung der Stärke des elektrischen Stromes können die Verhältnisse so gestaltet werden, daß das Magnetfeld wieder beim stationären Zustand keine transversale elektromotorische Kraft hervorruft. In diesem Falle ist $e = 0$, also

$$\frac{m}{r} = -\frac{i}{g}. \tag{15}$$

Da die Größen i und g direkt gemessen werden können, ist m/r für die Temperatur ϑ und das Feld H bestimmt. Hat man einmal ein solches Gleichgewicht hergestellt, so kann man durch Variierung der Feldstärke auf einfache Weise untersuchen, ob m/r unabhängig von H ist. Wir können auf diese Weise also direkt finden, ob diese beiden transversalen Effekte dieselben Funktionen der Feldstärke sind.

Auf gleiche Weise können die beiden transversalen Temperatureffekte zur Kompensation gebracht werden. Gleichungen (5) und (11) geben für $\Delta\vartheta = 0$

$$\frac{s}{p} = -\frac{i}{g}. \tag{16}$$

Schließlich können wir die magnetische Änderung des rstandes und den thermomagnetischen Longitudinaleffekt pensieren. Man betrachte zwei Punkte, die auf der Mittel- der Platte in der Entfernung $d\lambda$ auseinander liegen und Temperaturdifferenz $d\vartheta$ haben. Dann ist die longitudinale romotorische Kraft e zwischen den beiden Punkten unter Wirkung von H durch die Gleichungen (7) und (13) gen:

$$e = -n\,d\vartheta + f\varrho_0\,i\,d\lambda,$$

$$e = n\,g\,d\lambda + f\varrho_0\,i\,d\lambda.$$

der Kompensation haben wir $e = 0$, also

$$\frac{n}{f\varrho_0} = -\frac{i}{g},$$

ϱ_0 der spezifische Widerstand des Metalles bei der be- achteten Temperatur im Nullfelde ist. Da n, f und ϱ_0 Funktionen der Temperatur sind, und bei den Bestimmungen ein endliches Temperaturintervall angewandt werden muß, so st es klar, daß der hier erhaltene Wert für n/f eine bessere Annäherung an den durch ein unendlich kleines Temperatur- intervall gegebenen Wert geben muß als die Werte, die durch eine gesonderte Bestimmung der beiden Effekte erhalten werden. Man muß beachten, daß die Verhältnisse i/g in den Glei- chungen (15), (16) und (17) im allgemeinen voneinander ver- schieden sind.

Es kann der Einwurf gemacht werden, daß infolge des Thomsoneffektes eine solche einfache Addierung der Effekte nicht stattfindet, daß vielmehr in Wirklichkeit die Verhältnisse verwickelter sind. Diese theoretische Überlegung soll hier nicht diskutiert werden. In der vorliegenden Untersuchung ist die oben gegebene einfache Theorie angenommen worden und für den Fall der Gleichung (14) ist die experimentelle Bestätigung in § 12 enthalten.

§ 10. *Experimentelle Einzelheiten.* Die Versuche wurden mit denselben Antimon- und Wismutplatten gemacht, die für die gesonderte Bestimmung der einzelnen Effekte gebraucht wurden. Die Versuchsanordnung war gleichfalls dieselbe (Fig. 4).

Bei der Bestimmung des Verhältnisses m/r entstanden Schwierigkeiten infolge des transversalen Temperatureffektes. Für beide Metalle wurde gefunden, daß, wenn der Hall- und der thermomagnetische Transversaleffekt so eingestellt waren, daß sie sich gegenseitig kompensierten, trotzdem unter der Wirkung des Feldes ein transversaler Temperatureffekt auftrat. In § 6 sind bereits die Schwierigkeiten erwähnt worden, die durch einen solchen Effekt verursacht werden. Die Beobachtungen wurden nun folgendermaßen ausgeführt. Wenn ein abwärts gerichteter Wärmestrom die Platte durchfloß, wurde ein elektrischer Strom in der Richtung hindurchgeschickt, die nötig war, um die Kompensation hervorzubringen. Diese Richtung war aufwärts im Antimon, abwärts im Wismut. Das mit den Elektroden A und B verbundene Galvanometer gab dann einen Ausschlag, da A und B nicht genau auf derselben Isothermal- und Isopotentiallinie lagen. Die entsprechende elektromotorische Kraft wurde durch den Kreis $E' W' w'$ kompensiert, so daß das Galvanometer keinen Ausschlag gab. Das Feld wurde sodann erregt und das Galvanometer so bald als möglich abgelesen. Der beobachtete Ausschlag zeigte dann an, welcher von beiden Effekten, der Hall- oder thermomagnetische im Überschuß war, und die Stärke des elektrischen Stromes wurde demgemäß geändert. Diese Manipulation wurde, immer bei derselben Feldstärke, so oft wiederholt, bis eine angenäherte Kompensation erreicht war. Wenn dies der Fall war, war so viel Zeit verflossen, daß sich ein thermisches Gleichgewicht in der Platte gebildet hatte, bevor die letzte Einstellung gemacht wurde. Die letzten kleinen Änderungen in der Stärke des elektrischen Stromes erschienen allemal ohne Einfluß auf den Temperaturgradienten; deshalb war die Methode, obwohl langwierig, nicht schwierig. Der transversale Temperatureffekt machte jedoch exakte Messungen unmöglich, da immer einige wenige Sekunden zwischen dem Schließen des Magnetisierungsstromes und der Beobachtung des Galvanometers verfließen mußten. Um dem Einflusse der Induktionsströme zu entgehen, wurde Bidwells Methode[1]) mit geteilten Leitungen versucht, aber ohne befriedigenden Erfolg. Schließ-

1) S. Bidwell, Phil. Mag. (5) 17. p. 250. 1884.

t wurde der Kupferdraht der Elektrode *B* an einen Kupfer-
ifen gelötet, der durch das Feld zurückführte. Mittels
r feinen Schraube wurde dieser Streifen gehoben oder ge-
kt, bis der durch das stärkste Feld verursachte Induktions-
s nur einen Ausschlag von 5 mm auf der Skala gab. Dabei
r der Galvanometerkreis geschlossen, bevor der Magneti-
rungsstrom geschlossen wurde. Eine stationäre Ablenkung
i 5 mm entspricht ungefähr 1 Millivolt in dem Galvano-
terkreise. Wenn die Platte sich auf gleichförmiger Tem-
atur befindet, ist diese Justierung leicht bewerkstelligt; ist
r ein Temperaturgradient in der Platte vorhanden, dann
eine weitere kleine, etwas schwierigere Einstellung not-
ndig.

Mit dieser Anordnung war es möglich, das Galvanometer
-2 Sek. nach dem Schließen des magnetisierenden Stromes
beobachten; und weil man den Galvanometerkreis erst im
genblicke der Beobachtung schloß, wurde die Wirkung des
duktionsstoßes noch weiter verkleinert, so daß er im Vergleich
t den anderen Versuchsfehlern ganz vernachlässigt werden
nnte. Das Intervall von 1—2 Sek. genügte in den meisten
llen, um dem Felde angenähert seine volle Stärke erreichen
lassen. Es ist zu erwähnen, daß der Bruck *m*/*r* angenähert
nstant für eine kleine Änderung von *H* ist, und deswegen
es bei dieser Methode nicht notwendig zu warten, bis
s Magnetfeld absolut konstant geworden ist. Die Zeit-
parnis ist aber ein großer Fortschritt hinsichtlich des trans-
salen Temperatureffektes.

§ 11. *Resultate.* Die nach dieser Methode für *m*/*r* er-
ltenen Werte zeigen in einigen Fällen Differenzen von 3 Proz.
e Mittelwerte sind in folgender Tabelle enthalten.

Tabelle 5.

	H	g	i	ϑ	$\frac{m}{r}$
Antimon	9130	10	0,82	44°	0,0817
Wismut	9030	12,3	0,99	50	−0,081
	9030	18,5	1,57	42	−0,085

Wie man sieht, hat m/r nahezu denselben numerischen Wert in beiden Metallen, aber das entgegengesetzte Vorzeichen. Dies scheint jedoch eine zufällige Übereinstimmung zu sein, da Lloyd[1]) im Tellur $Q = +0,36$ und $R = +0,002$ fand, die ein Verhältnis $m/r = +180$ ergeben.

Aus den Werten von Q und R, die bereits für dieselbe Antimonplatte (§ 7) bestimmt sind, können wir m/r berechnen und mit dem durch die neue Methode gefundenen Werte vergleichen. Um Q und R auf dieselbe Temperatur zu reduzieren, nehmen wir (aus Tab. 3 abgeleitet) als Temperaturkoeffizienten α für R — 0,0009, und wir erhalten:

$$H = 9130, \quad \vartheta = 44^{\circ}, \quad \frac{m}{r} = \frac{Q}{R} = 0,077.$$

Dieser Wert ist 6 Proz. kleiner als der nach der neuen Methode (Tab. 5) für dasselbe Feld und dieselbe Temperatur gefundene. Beim Wismut konnte eine solche Vergleichung nicht angestellt werden, da der Temperaturkoeffizient von R nicht bestimmt worden war.

Die neue Methode wurde angewandt um zu untersuchen, ob m/r von H abhängig ist. Beim Antimon erschien die Kompensation in allen Feldern gleich gut bis zu $H = 11000$, wonach der Hall- und der thermomagnetische Transversaleffekt unter den Bedingungen des Versuches als dieselbe Funktion der Feldstärke erscheinen. Dies Resultat ist aber nur als eine Annäherung zu betrachten, da die Versuchsfehler immer groß sind. In dem Falle des Wismuts rief die Umkehrung von H dissymmetrische Erscheinungen hervor, welche die Beobachtung erschwerten. Es scheint jedoch, daß diese beiden Effekte verschiedene Funktionen von H sind, in dem Sinne, daß mit steigendem H der thermomagnetische Effekt schneller als der Halleffekt wächst.

Bei der Kompensation der longitudinalen Effekte im Wismut wurden die Kupferdrähte der Thermoelemente 2 und 3 (Fig. 4) als Elektroden gebraucht; das Temperaturintervall betrug 33° C. Für die Kompensation wurde gefunden:

---

1) M. G. Lloyd, Sill. Journ. (4) 12. p. 57—63. 1901.

$$H = 9030, \quad g = 18{,}01, \quad i = -0{,}582, \quad \vartheta = 44^0 \text{ C.},$$

o

$$\frac{n}{f\varrho_0} = +0{,}0323.$$

Es ist beachtenswert, daß für denselben Temperatur-
adienten der im vorliegenden Falle zur Kompensation er-
rderte elektrische Strom von entgegengesetztem Vorzeichen
d nur $^1/_3$ mal so stark war wie derjenige Strom, der für
e Kompensation des Hall- und des thermomagnetischen Trans-
rsaleffektes erforderlich war. Veränderung der Feldstärke
ob die Kompensation auf. Nach Everdingen ist n/f un-
bhängig von H, der vorliegende Versuch zeigt, daß n/f
it wachsendem H abnimmt.

Dieselbe Vergleichung der Effekte wurde mit einem longi-
idinalen Magnetfelde (d. i. Fall B) ausgeführt. Es ergab sich

$$H = 2000, \quad \vartheta = 53^0, \quad \frac{n}{f\varrho_0} = +0{,}0218.$$

Für die kleinen bis zu $H = 2000$ hier angewandten Felder
lieb die Kompensation erhalten. Die Beziehung von Ever-
lingen ist also für diesen besonderen Fall bestätigt.

In Wismut wurde die Kompensation der transversalen
emperatureffekte unter denselben Bedingungen erhalten wie
ie Kompensation der longitudinalen Effekte. Dies ist wahr-
scheinlich eine rein zufällige Beziehung, da sie im Antimon
aber nicht vorhanden ist. Für die Kahlbaumsche Platte
ist also

$$H = 9030, \quad \vartheta = 44^0, \quad \frac{S}{P} = +0{,}032.$$

Dies gibt eine unabhängige Bestätigung für die positive
rehung der Isothermallinien in dieser Platte. Die Abwesen-
eit jeglichen transversalen Temperatureffektes macht es in
iesem Falle möglich, die ganze transversale elektromotorische
Kraft mit sehr großer Genauigkeit zu messen. Unglücklicher-
weise gibt uns diese Messung nur eine Gleichung zwischen
en beiden unbekannten Größen m und r.

§ 12. *Prüfung der Theorie.* Die zuletzt gegebenen Re-
ultate wurden benutzt, um die Theorie der Superposition (§ 9)
u prüfen, die bis jetzt als richtig angenommen worden ist.

Für die Wismutplatte sind bei der Kompensation der transversalen Temperatureffekte die Bedingungen für die Platte gegeben durch

$$H = 9030, \quad g = 18{,}01, \quad i = -0{,}582, \quad \vartheta = 44^0\,\mathrm{C}.$$

Nach der Theorie ist die transversale elektromotorische Kraft ausgedrückt durch die Gleichung

$$e = m\beta g + r\beta i,$$

$$e = m\beta\left\{g + \frac{i}{\frac{m}{r}}\right\}.$$

Das Verhältnis m/r ist in Tab. 5 gegeben und erfordert keine Korrektion, da H und ϑ dieselben wie oben sind. Also

$$\frac{m}{r} = -0{,}085.$$

Endlich ist m schon nach der gewöhnlichen Methode bestimmt worden (Fig. 7), und da hier die Resultate für die Temperaturen 42^0 und 51^0 gegeben sind, haben wir durch Interpolation:

$$\vartheta = 44^0, \quad m = 1790,$$

also

Berechneter Wert $e = 80100$,

Beobachteter Wert $e = 80800$.

Die Differenz zwischen beiden Werten beträgt nur 1 Proz., eine bemerkenswerte Übereinstimmung, da der Temperaturkoeffizient von m mekr als 1 Proz. für den Grad beträgt.

In dem Falle des Antimon kann eine ähnliche, noch einfachere Probe gemacht werden. Es mögen sich ϑ, g, i auf den Zustand beziehen, wo der Halleffekt und der thermomagnetische Transversaleffekt sich einander aufheben; dann ist

$$0 = m\beta g + r\beta i.$$

Wenn i umgekehrt, aber konstant im Werte erhalten wird, wird die transversale elektromotorische Kraft sein:

$$e = m\beta g' - r\beta i,$$

$$e = m\beta(g' + g),$$

o g' der neue Temperaturgradient ist. Die Temperatur des uerschnittes wird in beiden Fällen als dieselbe angenommen, a bei dem Versuche die Temperaturdifferenz kleiner als 1° C. ar, so daß keine Korrektion nötig war. Der Versuch gab:

$$H = 9130, \quad \vartheta = 44^{\circ}\,\text{C.}, \quad g' = 10{,}3, \quad g = 10{,}4.$$

lach der direkten Bestimmung durch die gewöhnliche Methode § 7) haben wir für dieselbe Platte, Temperatur und das leiche Feld

$$m = 134{,}6,$$

lso:

Berechneter Wert $e = 7770$.

Beobachteter Wert $e = 7800$.

Wie bereits auseinandergesetzt, ist der hier angenommene Wert von m zu klein, aber bei der Messung von e geht ein leicher Fehler in das Resultat hinein. Beide Werte von e, owohl der berechnete wie der beobachtete, sind deshalb in leicher Richtung mit einem Fehler behaftet. Daraus erklärt sich die fast vollständige Übereinstimmung der obigen Werte.

Der aus diesen Resultaten gezogene Schluß ist also der, daß unter den vorliegenden Versuchsbedingungen die transversale elektromotorische Kraft beim Antimon und Wismut ganz allgemein durch die Beziehung ausgedrückt ist:

$$e = \beta (m\,g + r\,i),$$

wo m und r nur von H und ϑ und der Natur des Metalles abhängen.

Wenn gleichwohl fernere Versuche zeigen sollten, daß diese Beziehung nicht richtig ist, sondern nur eine bloße Annäherung in gewissen Fällen darstellt, so kann doch die beschriebene Methode noch dazu dienen, einiges Licht in die Beziehungen zwischen den Strömen von Wärme und Elektrizität zu werfen.

Die folgende Tab. 6 enthält noch eine Zusammenstellung der Vorzeichen, wie sie für die einzelnen Effekte in Antimon und Wismut vom Autor beobachtet worden sind.

Tabelle 6.

Vorzeichen der Effekte in Antimon und Wismut nach den Beobachtungen des Autors.

	Antimon (Kahl-baum)	Wismut (Kahl-baum)	Wismut Yamaguchi Pl. III	
			$H < H_c$	$H > H_c$
Halleffekt	+	—	—	—
Thermomagnetischer Transversaleffekt	+	+	—	+
Galvanomagnetischer Transversal-Temperatur-Effekt .	+	+	?	?
Drehung der Isothermallinien	+	+	—	—
Vergrößerung des elektrischen Widerstandes	+	+	+	+
Thermomagnetischer Longitudinaleffekt	0	+	+	+[1]

§ 13. *Anhang. Effekte in anderen Metallen.* Eisen. E wurde eine Platte von Transformatoreisen von 0,5 mm Dicke untersucht. Der Halleffekt in dieser Platte bis zu Feldern von 25000 C.G.S. ist in Fig. 13 dargestellt. Die Kurve zeigt, daß ein Sättigungszustand erreicht wird und stimmt mit der von Kundt für Eisenfilms gegebenen überein. Die Werte für die Feldstärke sind gemessen worden, nachdem die Platte aus dem Feld entfernt worden war; da die Platte sehr dünn im Vergleich zu ihren anderen Dimensionen war, müssen diese Werte angenähert gleich der magnetischen Induktion in der Platte sein.

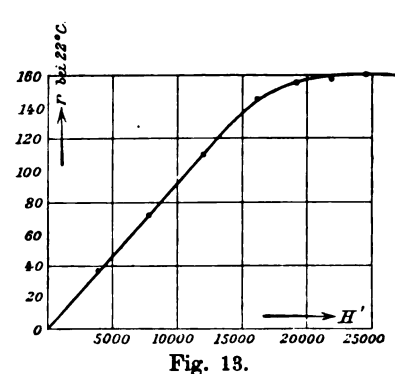


Fig. 13.

1) L. Lownds fand für diese Platte eine Umkehrung bei tiefen Temperaturen und hohen Feldstärken.

k. Die untersuchte Platte war ein sehr reines Präparat lbaum. Für den Halleffekt wurde gefunden:

$$H = 25000, \quad R = + 0{,}00033.$$

nomagnetischen Effekte waren zu klein für die Beob-

ıfer. Eine Platte von reinem Kupfer von Kahlbaum it einer Platte aus gewöhnlichem Kupfer verglichen. n Fällen hatte der Effekt denselben Charakter, wie ernst und v. Ettinghausen beobachtet wurde.

ıganin und Konstantan. Der Hall- und die thermo-chen Effekte waren in beiden Metallen nicht beob-

Schlusse möchte ich Hrn. Prof. Warburg für das , meiner Arbeit erwiesene Interesse meinen besten ızusprechen.

lin, August 1903.

(Eingegangen 8. September 1903.)

2. *Über elektrische Wellen in Systemen von hoher Kapazität und Selbstinduktion; von L. Hermann.*

I. Vorbemerkungen. Anlaß zur Untersuchung.

Zu den nachfolgend mitgeteilten Versuchen bin ich durch eine seit 1872 von mir verfolgte und 1899 zum Abschluß gebrachte Theorie der Nervenleitung gelangt, auf welche ich an dieser Stelle nicht näher eingehen werde, da ich die physiologische Seite der Untersuchung an anderem Orte darzustellen beabsichtige. Es genügt, auf einige Literaturstellen zu verweisen[1]), und anzuführen, daß die Nervenfaser einerseits sich wie ein aus zwei koaxialen Schichten zusammengesetzter Strang verhält, deren zylindrische Grenzfläche polarisierbar ist, und daß andererseits aus dem Gesetze der elektrischen Nervenerregung und dem Gesetze der elektromotorischen Wirkung der Erregung (der sogenannten Aktionsströme) sich ein der Selbstinduktion genau entsprechendes Verhalten gegen zugeleitete Ströme herleiten läßt. Aus diesen Grundlagen habe ich in der zuletzt angeführten Arbeit eine für die Nervenfaser geltende partielle Differentialgleichung von folgender Form abgeleitet[2]):

$$(1)\qquad \frac{\partial^2 e}{\partial t^2} + \frac{w}{p}\frac{\partial e}{\partial t} = \frac{1}{cp}\frac{\partial^2 e}{\partial x^2}.$$

Hierin bezeichnet e das Erregungspotential an der Faserstelle x (die Faserachse als Abszissenachse gedacht) zur Zeit t; w, p und c sind Konstanten, sämtlich für die Längeneinheit der Faser geltend, und zwar w der Widerstand, p der Koeffizient der Selbstinduktion, endlich c die Kapazität. Im Original

1) L. Hermann, Handbuch der Physiologie 1. 1. p. 256 f.; 2. 1. p. 193 ff. Leipzig 1879; Archiv f. d. ges. Physiologie 75. p. 574 ff. 1899.

2) Die Buchstaben der ursprünglich aufgestellten Gleichung sind hier in zweckentsprechender Weise verändert.

...att $1/c$ gesetzt, und h als die Polarisationskonstante ...geneinheit bezeichnet, in dem Sinne, daß die Polari... durch die Stromstärke i, solange das Polarisations... nicht erreicht ist, nach dem Gesetze wächst: $\partial q/\partial t = h i$; ... hierfür $c\,\partial q/\partial t = i$, so ist an Stelle des Polarisations... die Ladung eines Kondensators von der Kapazität c ...Potentialdifferenz q gesetzt.

Gleichung (1) hat die bekannte Form der sogenannten ...hengleichung[1]), und läßt sich in verschiedener Weise, ...nderem nach Riemanns Methode, integrieren. Sie ...aß der zur Zeit $t = 0$ vorhandene Zustand wellenartig ...den Richtungen mit der Geschwindigkeit $v = 1/\sqrt{c p}$ ... Achse abläuft, seine Größe aber dabei beständig („Dekrement") und an jeder Stelle ein streng ge... erst nach unendlicher Zeit verschwindender Rest ...eibt („Residuum"). Von der ursprünglichen Größe des ...len Vorganges ist die Fortpflanzungsgeschwindigkeit ...gig. Ähnliche Gleichungen gelten auch für andere in ...len Medien ablaufende Wellen, z. B. für Schall in ...bei Berücksichtigung der Reibung.

...das Folgende ist es nützlich, das Integral für be... Anfangsbedingungen anzuführen.[2]) Es sei für $t = 0$

---

1) ...ür einen linearen homogenen Leiter erhält man Gleichung (1) ...ch, wenn s das Potential und i die longitudinale Stromstärke ...Richtung an der Stelle x zur Zeit t ist, und die übrigen Buch... im Texte angegebene Bedeutung haben. Die Potentialdifferenz ...zwei unendlich benachbarten Punkten ist dann $\partial s/\partial x$, so daß ...cksichtigung der Selbstinduktion $w i + p\,\partial i/\partial t = -\,\partial s/\partial x$. ...$x$ ladet sich ferner durch die Differenz von i in zwei benach...ementen nach dem Gesetze $c\,\partial s/\partial t = -\,\partial i/\partial x$. Durch Eli...von i aus diesen beiden Gleichungen erhält man Gleichung (1). ... diese Betrachtung nicht absolut streng; man sehe hierüber ...r, Die partiellen Differentialgleichungen der mathematischen ...p. 320, Anm. Braunschweig 1901. — Bezüglich der Integrations... für die Telegraphengleichung vgl. H. Weber, l. c. p. 306 ff., ...2 ff.

2) ...h verdanke dasselbe meinem Freunde H. Weber; in dem ...Arch. f. d. ges. Physiol. 75. p. 588. 1899 ist das Vorzeichen ...n Gliedes in der Klammer infolge eines von mir herrührenden ...lers + statt — gesetzt. In der hier folgenden Wiedergabe ...einige im Texte angegebene Vereinfachungen eingeführt.

$\varepsilon = f(x)$ und $\partial \varepsilon / \partial t = \varphi(x)$, wobei es zweckmäßig ist, statt $\varphi(x)$ eine neue Funktion $\psi(x)$ einzuführen, dergestalt, daß $\varphi(x) = 1/v . \partial \psi(x)/\partial x$, so daß also für $t = 0$ $\partial \varepsilon/\partial t = \sqrt{cp} . \partial \psi(x)/\partial x$. Ferner wird das Integral besonders übersichtlich, wenn man die Größe ε nicht durch die seit dem Anfange verflossene *Zeit* t, sondern durch die von der Welle seit dem Anfange zurückgelegte *Strecke* $y = v t$ ausdrückt. Endlich kann man an Stelle der drei Konstanten w, p, c eine einzige einführen, indem man setzt:

$$\frac{w}{2}\sqrt{\frac{c}{p}} = \lambda. \tag{2}$$

Dann gelangt man zu dem Ausdruck:

$$\left\{\begin{aligned} \varepsilon = \tfrac{1}{2} e^{-\lambda y} \Big\{ & f(x-y) + f(x+y) - \psi(x-y) + \psi(x+y) \\ & + \lambda^2 \int_{x-y}^{x+y} K(z)\left[(\alpha - x)\psi(\alpha) + y f(\alpha)\right] d\alpha \Big\}. \end{aligned}\right. \tag{3}$$

Hierin ist die Funktion $K(z)$ aus einer Besselschen Funktion mit imaginärem Argument abgeleitet, nämlich

$$K(z) = \frac{1}{z}\frac{\partial J(i z)}{\partial z} = \frac{1}{2} + \frac{z^2}{2.2.4} + \frac{z^4}{2.2.4.4.6} + \ldots,$$

worin

$$z = \lambda \sqrt{y^2 - (\alpha - x)^2}.$$

Die Fortpflanzungsgeschwindigkeit der Erregungswelle im Nerven, welche Helmholtz in einer klassischen Arbeit 1850 zuerst gemessen hat, beträgt für den Frosch etwa 26, für den Menschen etwa 43 m pro Sekunde, d. h. sie ist so gering, daß ein riesenhaftes Geschöpf, welches Hunderte von Kilometern lang wäre, eine Berührung am Fuße nicht wesentlich früher empfinden würde, als eine von dort abfahrende Schnellzugmaschine am Gehirn angelangt wäre. Da nach der angedeuteten Theorie die Erregung als elektrische Welle sich fortpflanzt, und die bisher untersuchten wellenartig fortschreitenden elektrischen Vorgänge Geschwindigkeiten haben, welche der Größenordnung nach an die Lichtgeschwindigkeit heranreichen, schien das erste Erfordernis, zu ermitteln, ob sich

trische Wellen von so geringen Geschwindigkeiten erzeugen nachweisen lassen.

Ersteres erschien freilich von vornherein so gut wie sicher; die Geschwindigkeit v der Quadratwurzel aus Kapazität l Induktionskoeffizient umgekehrt proportional ist, und kein and vorliegt zu zweifeln, daß man diese beiden Größen rch besondere Vorrichtungen beliebig erhöhen kann, ohne ß die Telegraphengleichung, welche freilich zunächst für wöhnliche Drähte und Kabel mit ihrer beschränkten Kapazität d Selbstinduktion aufgestellt ist, ihre wenigstens approximative wendbarkeit verliert.[1]) Allein Versuche dieser Art sind mir s der Literatur nicht bekannt geworden, und ein hervorgender Physiker, den ich brieflich befragte, wußte ebenfalls chts von solchen.[2]) Es schien mir daher nicht überflüssig, eine Versuche kurz mitzuteilen.

II. Frühere Versuche an sogenannten Kernleitern.

Eine von E. du Bois-Reymond entdeckte Erscheinung n Nerven, der *Elektrotonus*, besteht darin, daß ein durch

---

1) Bekanntlich führt auch die Maxwellsche Theorie des Elektroagnetismus für die Fortpflanzung elektromagnetischer Vorgänge in allen edien, außer dem freien Äther, auf eine der Telegraphengleichung völlig tsprechende Gleichung, sobald nur eine Dimension in Betracht kommt, d auf eine Wellengeschwindigkeit von der Größe $a/\sqrt{\eta\,\mu}$, worin a die chtgeschwindigkeit, η die Dielektrizitätskonstante und μ die magneche Permeabilität des Mediums; wie in diese Gleichung die Größen lbstinduktion und Kapazität behufs Anwendung auf Drähte eingeführt rden könnten, vergleiche man bei H. Weber, l. c. 2. p. 320, Anm. 01. Für den freien Äther, wo η und $\mu = 1$ zu setzen sind, ergibt sich Geschwindigkeit die des Lichtes und zugleich fällt das Dämpfungsed fort.

2) Ich erwähne hier, daß ich in einem Edelmannschen Apparatzeichnis ein von H. F. Weber in Zürich angegebenes, aus Kondenoren bestehendes künstliches Kabel erwähnt gefunden habe, über lches meines Wissens sonst nichts veröffentlicht ist. Es scheint sich ar hier nicht um einen Apparat für elektrische Wellen, sondern nur einen solchen für induktionslose Ladung zu handeln, welche nach n Gesetze der Wärmeausbreitung erfolgt, also vielleicht um Versuche dem Problem, welches man unter anderem in Winkelmanns Handch der Physik von Auerbach in übersichtlicher Zusammenstellung handelt findet (2. Auflage, 4. 1. p. 227—231. Leipzig 1903).

eine beschränkte Strecke *AR* eines Nerven *NN* (Fig. 1) geleiteter konstanter Strom sich auffallend weit längs des Nerven ausbreitet, dergestalt, daß zwei auf einer Seite der durchflossenen Strecke gelegene Nervenstellen, z. B. *ab* oder *cd*, eine dem einwirkenden Strome gleichsinnige Potentialdifferenz zeigen, welche mit zunehmendem Abstande rasch kleiner wird. Diese Ausbreitung beruht nicht auf gewöhnlichen Stromschleifen, denn sie erstreckt sich nicht über eine durch Zerquetschung abgetötete Nervenstelle hinaus und fehlt an abgestorbenen Nerven ganz.

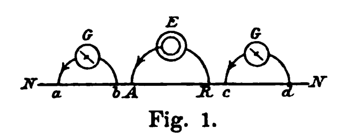


Fig. 1.

Die vom Entdecker versuchte Erklärung kann hier unbesprochen bleiben, da sie wohl allgemein verlassen ist. Ein Verständnis wurde durch Matteucci angebahnt, welcher ein ganz ähnliches Verhalten an besponnenen Metalldrähten fand, deren Bespinnung mit einer leitenden Flüssigkeit getränkt ist. Derselbe fand weiter, daß die Erscheinung ausbleibt, wenn der Draht aus amalgamiertem Zink besteht und die Flüssigkeit eine Zinksulfatlösung ist.

Im Jahre 1872 vervollkommnete ich diese Versuche, indem ich den Metalldraht in Glasröhren axial ausspannte, welche mit Ansätzen zur Zu- und Ableitung versehen waren (vgl. das Schema Fig. 2). Die Erscheinungen konnten leicht aus dem

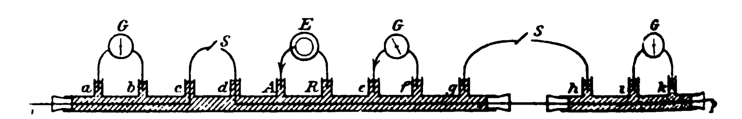


Fig. 2.

polarisatorischen Übergangswiderstand zwischen Hüllenflüssigkeit und Kerndraht *OP* erklärt werden, gegenüber welchem die Längen der den Kern aufsuchenden Stromfäden ihren Einfluß auf deren relativen Widerstand fast verlieren müssen. Schon vorher hatte ich gefunden, daß in der Tat die Nervenfaser, solange sie ihre Lebenseigenschaften bewahrt, eine sehr bedeutende Polarisierbarkeit zwischen ihrem Inhalt und ihrer Hülle besitzt, und eine theoretische Untersuchung von H. Weber ergab, daß auch dann, wenn der Kern kein dasjenige der Hülle

hr übertreffendes Leitungsvermögen besitzt, die Stromausitung prinzipiell dieselbe bleibt. Auch der oben erwähnte istand, daß der Strom sich nicht über eine abgetötete Stelle naus ausbreitet, erklärte sich leicht, weil an dieser Stelle Grenzpolarisation ausbleibt, welche Bedingung der Ausitung ist. In der Tat geht an der in Fig. 2 schematirten Vorrichtung die Ausbreitung des bei *A R* zugeleiteten romes nicht über Stellen hinweg, an welchen entweder die ntinuität der Flüssigkeit oder diejenige des Drahtes unterochen ist, d. h. es erscheint keine Potentialdifferenz zwischen nd *k*, und ebenso wenig, wenn der Schlüssel *S* geöffnet ist, ischen *a* und *b*. Dagegen zeigte sich (was für das Folgende ichtig ist), daß eine Kontinuität der *Berührung* zwischen aht und Flüssigkeit *nicht* erforderlich ist; d. h. es tritt in Wirkung ein, wenn der Schlüssel *S'* geschlossen ist, und *ab* bei Schließung von *S*. Leiter der bezeichneten Art abe ich *Kernleiter* zu nennen vorgeschlagen.

Bemerkt sei noch, daß es in mancher Beziehung einfacher t, den Strom, wie in Fig. 3 dargestellt, dem Kerndraht und nem Punkt *R* der Hüllenissigkeit zuzuleiten, statt wie Fig. 2 zwei Punkten der letzren; natürlich muß dann der leitende Draht in Ansatz *R* s demselben Metall wie der erndraht sein. Diese Zuleitungsart kann man kurz als unilare bezeichnen. Der Kerndraht wird in diesem Falle in iner ganzen Ausdehnung nur einsinnig polarisiert.

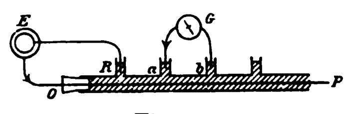


Fig. 3.

Die Polarisation kann sich an einer solchen Vorrichtung, ie eine einfache theoretische Betrachtung ergab, immer nur ich einer der Wärmegleichung entsprechenden Differentialeichung ausbreiten[1]), da kein Grund ersichtlich ist, der Vorhtung einen irgend erheblichen Grad von Selbstinduktion zuschreiben. Trotzdem fand ich im Jahre 1884 gemeinsam it D. W. Samways an einer solchen Vorrichtung von beträchther Länge Andeutungen eines wellenartigen Vorganges. Als

1) Man erhält dieselbe, wenn man in der Ableitung oben p. 933, m. 1 das Induktionsglied $p\,\partial i/\partial t$ wegläßt.

nämlich dem Anfangsteil ein nur momentaner Strom zugeleitet wurde, zeigte sich am Ende (mittels eines Rheotomverfahrens) die entsprechende elektrische Veränderung erst zu einer Zeit beginnend, wo am Anfang das Maximum bereits vorüber war. Ein ähnliches Ergebnis erhielt später mit noch größerer Bestimmtheit H. Boruttau. Obwohl ich weder in meinen eigenen noch in Boruttaus Versuchen eine Fehlerquelle auffinden konnte, lagen doch wenigstens meine Ergebnisse so nahe an der Grenze des Nachweisbaren, daß ich das erwähnte theoretische Bedenken nicht fallen lassen konnte. Ein später von mir angefertigter Apparat, in welchem statt des einfachen Kerndrahtes ein mit besponnenem Kupferdraht dicht bewickelter Glasstab als Kern verwendet war, führte nicht wesentlich weiter.

Erst als ich (in der angeführten Arbeit von 1899) zu der eingangs erwähnten Erkenntnis gelangt war, daß im Nerven wirklich außer der Polarisierbarkeit eine der Selbstinduktion gleichwertige Eigenschaft mitwirkt, ging ich von neuem mit besseren Mitteln an den Versuch, den Kernleiter mit erheblicher Selbstinduktion zu begaben, und zugleich seine Polarisation prompter zu gestalten. In ersterer Hinsicht verwendete ich jetzt windungsreiche *Induktionsspulen mit Eisenkern*, welche in den Kerndraht eingeschaltet wurden, verlegte dieselben aber, indem ich mir die Entbehrlichkeit der kontinuierlichen Benetzung zu Nutze machte (vgl. oben), *außerhalb* der Flüssigkeit. Ferner verwendete ich behufs prompter Polarisation, und um eventuell den Vorgang direkt zu beobachten, das Prinzip des *Kapillarelektrometers*.

Die drei Schemata Figg. 4. 5, 6 zeigen am besten den Übergang von dem ursprünglichen Kernleiter zu der nunmehr angewandten Vorrichtung. In Fig. 4 ist nichts weiter gegen Fig. 3 verändert, als daß die außerhalb angebrachten Induktionsspulen *SS* in den Kerndraht *OP* eingeschaltet sind. In Fig. 5 (in welcher die Induktionsspulen *SS* in Aufsicht dargestellt sind) ist die Kontinuität der Flüssigkeit aufgegeben, und die nun getrennten Rohrabschnitte *KK*, wie *g* und *h* in Fig. 2, sind nur

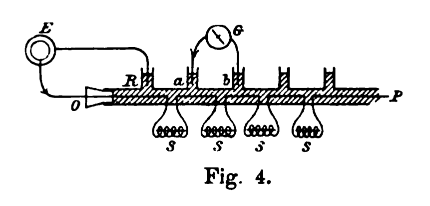


Fig. 4.

rch den Draht MN miteinander verbunden. Endlich in ig. 6 sind statt der in Fig. 5 noch vorhandenen polarisierbaren eiterstellen die Kapillarelektrometer KK angebracht, welche uf der linken Seite mehr schematisch, auf der rechten, ebenso

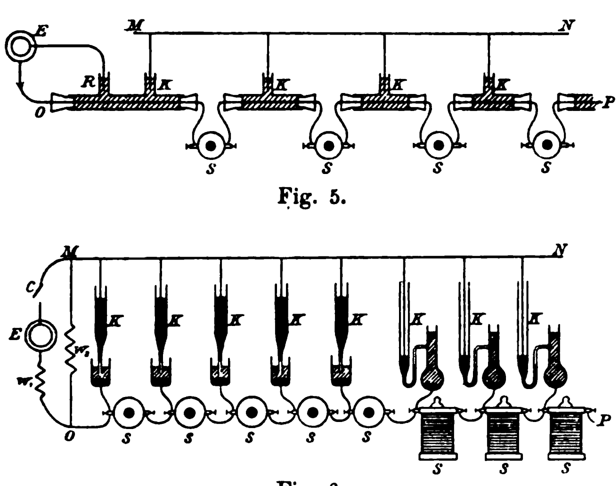


Fig. 5.

Fig. 6.

wie die Induktionsspulen, mehr ihrer wirklichen Beschaffenheit entsprechend (vgl. unten) dargestellt sind. Es ist übrigens völlig gleichgültig, ob man MN als Repräsentanten der bisherigen Kernleitung und OP als den der Hüllenleitung ansehen will, oder umgekehrt.

III. Die Apparate und einige Vorversuche.

Der Apparat besteht aus 15 Gliedern der soeben angegebenen Art.

1. Die *Induktionsspulen*, von der Firma H. Boas in Berlin geliefert, haben jede etwa 5900 Windungen und etwa 250 Ω, und sind mit einem herausnehmbaren Drahtbündelkern versehen. An einigen untersuchten Stichproben fand ich die Größenordnung des Selbstinduktionskoeffizienten *mit* Kern zu etwa $2 \cdot 10^9$ cm, *ohne* Kern etwa $2 \cdot 10^8$ cm. (Brückenmethode ohne Repetition.)

2. *Die Kapillarelektrometer*. Bei der zarten und veränderlichen Natur und schwierigen Handhabung dieses Instrumentes

in seiner gewöhnlichen Form konnte ich an eine Untersuchung, bei welcher 15 Exemplare erforderlich waren, erst dann ernstlich denken, als mir die Ostwaldsche, aus einem Stück bestehende Form bekannt wurde (skizziert in Fig. 6 rechts), welche von Fritz Köhler in Leipzig sowohl mit rundem wie mit elliptischem Querschnitt des kapillaren Teiles hergestellt wird; ich verwendete die letztere Art. An einem zufällig zerbrochenen Exemplar wurde die elliptische Lichtung zu 0,083 mm^2 bestimmt. Diese Elektrometer, mit reinem Quecksilber und reiner 30proz. Schwefelsäure beschickt, sind recht empfindlich und schnell reagierend. Die einfachen Stative, welche je fünf derselben nebeneinander trugen, können unbeschrieben bleiben. Die Elektrometer wurden in der Regel nur mit Spannungen unter 1 Volt beansprucht. Wenn einmal durch höhere Beanspruchung sich Gas entwickelt, kann man ungemein leicht dasselbe herausdrängen und den Meniskus erneuern, was auch ohne diesen Anlaß möglichst oft geschah. — Über die „Kapazität" dieser Elektrometer vgl. weiter unten.

Erteilt man den Punkten *M* und *O* (Fig. 6) durch Schließung des Schlüssels *C* eine Potentialdifferenz von 0,4 bis 0,9 Volt[1], so sieht man sämtliche Kapillarelektrometer einen Ausschlag machen, welchen man mit Hilfe eines oder mehrerer, an verschiebbaren Stativen befestigter Mikroskoptuben mit Okularmikrometer genauer beobachten und messen kann. Man erkennt sofort, daß die Ausschläge um so kleiner werden, je weiter das betreffende Elektrometer von den Zuleitungspunkten entfernt ist; indes sind die Unterschiede nicht sehr beträchtlich. Unterbricht man die Leitung *MN* oder *OP* an irgend einer Stelle, so bleibt die Ablenkung in allen jenseits dieser Stelle befindlichen Elektrometern aus. Führt man zwischen je zwei Spulen *SS*, oder zwischen je zwei Abzweigungsstellen von *MN* einen großen Widerstand ein (Bleistiftwiderstände von 0,1 bis 0,2 Megohm, vgl. unten), so ist die Differenz der Ablenkungen sehr groß, und an den entfernteren Elektrometern kann bei

1) Die Nebenschließung *M O* ist hierbei unentbehrlich, weil ohne dieselbe bei offenem Schlüssel *C* die Elektrometer sich nicht auf einen Nullpunkt einstellen würden; w_1 und w_2 sind Widerstände zur Variierung der Potentialdifferenz in *M O*.

ßiger Spannung die Ablenkung ganz ausbleiben. Diese Erleinungen entsprechen vollkommen den früher erwähnten a einfachen Kernleiter.

Schon ohne Zuschaltung von Widerständen erkennt man mer, daß die Ablenkungen um so langsamer sich vollziehen, entfernter das Elektrometer ist; mit den Widerständen ist ser Unterschied natürlich sehr viel beträchtlicher. Ganz enso verhält sich das Zurückgehen der Ablenkungen bei fnung von *C*. Auch beobachtet man analoge Erscheinungen, nn man statt eines konstanten Stromes einen Schließungser Öffnungsinduktionsstrom bei *M* und *O* zuführt.

Die Erscheinungen sind ferner prinzipiell dieselben, wenn n einen Strom, anstatt den Enden beider Drähte, zwei ellen desselben Drahtes zuleitet, womit man sich mehr den Figg. 1 und 2 dargestellten Versuchen anschließt. Diese iden Stellen wählt man zweckmäßiger in *O P*, z. B. zu beiden iten einer Spule, welche dann eine Nebenschließung von wa 250 Ω darstellt, während man bei Zuleitung zu zwei nkten von *M N* höhere Spannungen verwenden muß, um erhaupt Ablenkungen zu erhalten. Die Ablenkungen der apillarelektrometer nehmen dann auf beiden Seiten der Zuitungsstellen an Größe und Geschwindigkeit ab. Ebenso verlten sich natürlich *Galvanometer*ablenkungen, wenn man die nden des Galvanometerbogens zu beiden Seiten einer Spule legt, und nun von Spule zu Spule fortschreitet. Auch diese lenkungen fehlen jenseits einer Unterbrechung der oberen er unteren Leitung, wenn eine solche zwischen Zuleitungsd Ableitungsstrecke vorgenommen wird.

Dagegen kann man über den Moment des *Beginnes* der ektrometerausschläge durch bloße Beobachtung mit dem kroskop nichts feststellen. Hierzu ist *graphische* Darstellung entbehrlich. Für eine solche ist aber, da es sich um sehr ine Zeitdifferenzen handelt, die Bewegung der verwendeten ektrometer wegen ihrer relativ großen Meniskenfläche viel langsam. Es mußte also hierzu ein besonderes *graphisches pillarelektrometer* von schnellster Reaktion verwendet werden, lches ich kurz als *Elektrograph* bezeichnen werde.

3. *Der Elektrograph.* Das hierzu verwendete lange gerade hr aus Jenaer Glas hat 5—6 mm lichten Durchmesser und

ist unten in eine dickwandige, aber äußerst feine und stark konische[1]) Kapillare ausgezogen.[2]) Dies Ende ragt in einen ganz aus Glasplatten zusammengesetzten Schwefelsäuretrog hinein, dessen Vorderwand die Dünne eines Deckglases hat, welchem die Kapillare möglichst nahe anliegt (der Rohrteil über der Kapillare ist hierzu entsprechend dünn). Das den Apparat tragende Stativ hat Triebvorrichtungen für feine Einstellung und eine verstellbare Hülse für einen Mikroskoptubus mit bloßem Objektiv. Letzteres wirft in etwa 1 m Abstand ein stark vergrößertes verkehrtes Bild der stark beleuchteten[3]) Kapillare auf den vertikalen Spalt der Registriervorrichtung. Die letztere besteht aus einem solide aufgestellten Schlitten, auf welchem sich ein Rahmen horizontal bewegt, durch ein fallendes Gewicht getrieben und durch ein Gegengewicht verlangsamt. In den Rahmen wird eine sehr empfindliche Trockenplatte (5,8:9 cm) eingeschoben und gut befestigt. Durch ein Gehäuse mit Überhängtuch ist die Platte vor jedem fremden Lichte geschützt.[4]) Ist der Rahmen in seine Ausgangsstellung geschoben, und löst man seine Arretierung, so bewegt er sich mit zunehmender Geschwindigkeit durch seine Bahn, und gelangt, nachdem er eine Geschwindigkeit von etwa 0,3 m erreicht hat, in den Bereich des Spaltes, bez. des in diesen fallenden Teiles des Kapillarbildes. Kurz nach dem Eintritt in diesen Bereich öffnet der Rahmen einen *Kontakt C* (Figg. 6, 7, 9, 11), wodurch der eigentliche Versuch eingeleitet wird.

4. *Der Zeitschreiber.* Bei jedem Einzelversuch wird die Zeit mit verzeichnet, mittels einer elektromagnetischen Stimmgabel von 100 Schwingungen pro Sekunde, an deren einer Zinke eine horizontale Nadel befestigt ist. Der Schatten der letzteren fällt in denjenigen Teil des Spaltes, auf welchem

---

1) Man vergleiche L. Hermann u. M. Gildemeister, Arch. f. d. ges. Physiol. 81. p. 491. 1900.

2) Sämtliche von mir benutzten Kapillarröhren sind von Hrn. Dr. Gildemeister hergestellt, welcher mir auch sonst bei der Untersuchung wesentliche Hilfe geleistet hat.

3) Zur Beleuchtung dient eine 16 ampèrige Schuckertlampe mit Zeissscher optischer Bank.

4) Selbstverständlich werden die Versuche im Dunkelzimmer ausgeführt; der Lichtschutz ist aber nötig, weil die Beleuchtungsvorrichtung etwas diffuses Licht verbreitet.

r durchsichtige (Schwefelsäure enthaltende) Teil der Kapillare
ch abbildet.

5. *Die Schaltvorrichtung für den Elektrographen.* Eigent-
ch müßten, da der zeitliche Durchgang eines elektrischen
organges durch das System verfolgt werden soll, *zwei*, etwa
n vorderen und hinteren Ende angebrachte Elektrographen
leichzeitig schreiben. Da aber dieselben niemals absolut gleiche
igenschaften haben würden, so ist es sehr viel besser, und
lbstverständlich auch aus anderen Gründen äußerst vorteil-
aft, *denselben* Elektrographen alternierend vorn und hinten

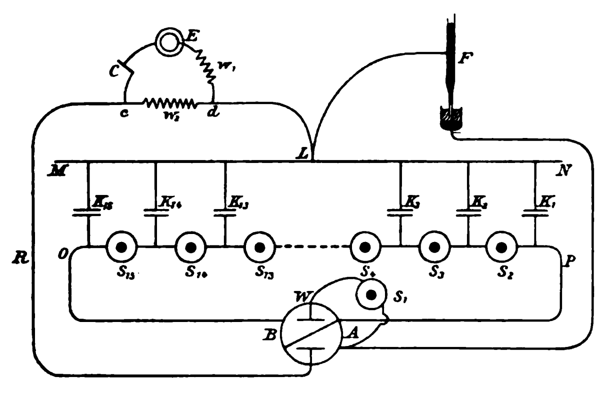


Fig. 7.

zuschalten, was sehr bequem durch die in Fig. 7 schematisch
rgestellte Anordnung geschieht. Der Elektrograph *F* kommt
s sechzehntes Kapillarelektrometer zu den 15 anderen (K_1
s K_{15}) hinzu[1]), und zwar wird es erstdurchströmtes, wenn
e Wippe *W* nach der Seite *A* liegt, und letztdurchströmtes,
nn sie nach *B* liegt. Die Spule S_1 wird mit umgeschaltet,
rgestalt, daß unter allen Umständen zwischen den unteren
den zweier aufeinander folgenden Elektrometer je eine Spule
gebracht ist.

Jeder Versuch besteht also aus zwei zusammengehörigen

1) In diesem und den folgenden Schematen sind die kleinen Elektro-
ter K_1 bis K_{15}, an deren Stelle später (vgl. unten, IV. F.) Kondensatoren
ten, durch je zwei parallele Linien dargestellt. — An welcher Stelle
s Drahtes *MN* die Zuleitung *L* liegt, ist bei dem geringen Widerstande
ses Drahtes gleichgültig.

photographischen Aufnahmen bei Wippenlage *A* und *B*. Meist werden beide auf derselben Platte vereinigt (natürlich jede mit eigener Stimmgabelkurve); entweder sich im wesentlichen deckend, oder einander gegenüber, indem die Platte zwischen beiden Versuchen umgekehrt wird.

IV. Die Versuche.

A. Das Verhalten bei einfacher Öffnung.

Der Schlittenkontakt *C* ist so eingeschaltet, daß der vorbeifahrende Rahmen die Kettenleitung *c E d* (Fig. 7) öffnet, und somit die Potentialdifferenz zwischen *c* und *d* unter Belassung der unerläßlichen Nebenschließung $c\,w_2\,d$ (vgl. oben) beseitigt. Bis zur Öffnung von *C* unterhält jene Potentialdifferenz eine konstante Ablenkung der Elektrometer und des Elektrographen, welche letztere den Spaltbereich nicht überschreiten darf.

Fig. 8 zeigt ein Beispiel eines solchen Versuches (Spannung 0,4 Volt).[1]) Man erkennt sofort, daß am *Anfang* des Systems (Wippenlage *A*, Kurve *A*) die vom Meniskus beschriebene Kurve *mit scharfem Knick* beginnt, und steil zur Nulllage abfällt, während am *Ende* des Systems (Wippenlage *B*, Kurve *B*) die Bewegung *erheblich später* und in S*förmigem* Anfangsverlauf beginnt und weit langsamer sich vollzieht. Bei *A* ist sie schon nach $^1/_{100}$ Sek. im wesentlichen beendet, bei *B* ist selbst am Ende der ganzen, etwa $^1/_6$ Sek. dauernden Expositionszeit wenig über die Hälfte des Rückganges vollzogen.

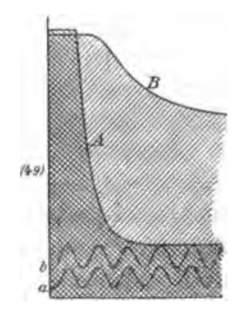


Fig. 8.

Das Intervall der beiden Bewegungsanfänge wird stets so gemessen, daß der Abstand jedes Kurvenbeginnes von der

1) Wegen der Kostspieligkeit phototypischer Vervielfältigungen beschränke ich mich auf Durchpausungen der Originalkurven; aus der großen Fülle gebe ich nur wenige Beispiele, und von jeder Kurve nur das wesentlichere Anfangsstück. Durchweg ist der unter der Kurve liegende Teil (in Fig. 8 schraffiert) der der Säure entsprechende, also auf den dargestellten Negativen dunkle; von den Stimmgabelkurven (auf den Platten hell auf dunklem Grunde) gehört die mit *a* bezeichnete zu der Kurve *A*, *b* zu *B*. Die vertikale Grenzlinie links bezeichnet den Moment, in welchem der exponierte Teil der Platte das Spaltbild erreicht.

laken vertikalen Grenzlinie mittels der zugehörigen Zeitkurve
in Sekunden umgerechnet und die Differenz beider Zeiten ge-
nommen wird. Leider läßt sich — und dies gilt auch für
alle folgenden Versuchsarten — im Falle *B* der Beginn der
Kurve wegen der S-Form nur unsicher, d. h. mit einer Fehler-
breite, welche zuweilen bis fast $^1/_{1000}$ Sek. geht, bestimmen. Die
Größe des Intervalles der Kurvenanfänge schwankte in zahl-
reichen derartigen Versuchen zwischen 0,0045 und 0,0059 Sek.

B. Das Verhalten bei einfacher Schließung.

Bekanntlich hat es große technische Schwierigkeiten, einen
Strom zuverlässig in einer stets gleichen Durchgangslage einer
Schlitten- oder Pendelbewegung zu *schließen*.[1]) Es wurde des-
halb die *Öffnung* des Schlittenkontaktes *C* zur Herstellung
eines Stromeintrittes in das System benutzt. Den Schlitten-
kontakt als *Nebenschließung* wirken
zu lassen, war zu unsicher; der
Widerstand eines Punktkontaktes
ist hierfür zu groß, namentlich
für die später anzuführenden Ver-
suche mit sehr hohen Spannungen.
Es wurde daher eine *Wheat-
stonesche Anordnung* verwendet,
deren eine Diagonalleitung *a b*
(Fig. 9) die Kette *E*, einen Wider-
stand *w* und einen Sicherungs-
schlüssel *T* enthält (zugleich einen
Stromwender, der hier wie in
den Schematen weggelassen ist),

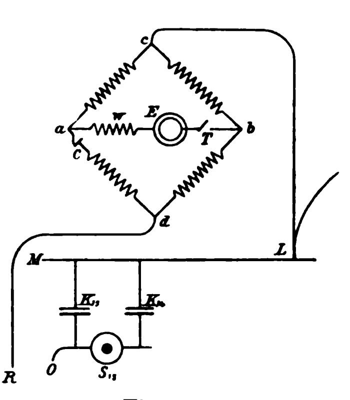


Fig. 9.

während die andere Diagonalleitung zwischen *c* und *d* das
(hier nur angedeutete) bisherige System enthält. Das letztere
wird nicht durchströmt, d. h. die Potentialdifferenz zwischen *c*
und *d* ist Null, wenn die Rheostatwiderstände in den vier
Leitungen *a c*, *c b*, *a d*, *d b* das bekannte Verhältnis haben. In

1) Ein von Edelmann dem Helmholtzschen Pendelunterbrecher
angegebener Schließkontakt, von welchem das Institut mehrere Aus-
führungen besitzt, und mit dessen Experimentalkritik die Herren Dr.
Weiss und Dr. Gildemeister beschäftigt sind, konnte nicht gut ver-
wendet werden, ohne das ganze Schlittenstativ zu verändern.

eine derselben (*a d*) ist der Schlittenkontakt *C* eingeschaltet, dessen Öffnung durch den Schlitten augenblicklich eine Potentialdifferenz, über deren Größe man durch Kette und Widerstandsgrößen verfügt, auf das System wirken läßt.

Fig. 10.

Die Ergebnisse (Beispiel in Fig. 10, Spannung 0,5 Volt) entsprechen genau denjenigen der Öffnungsversuche. Wieder beginnt vorn (Kurve *A*) die Bewegung plötzlich und vollendet sich schnell, hinten (Kurve *B*) beginnt sie erheblich später, S förmig, und vollzieht sich ungleich langsamer. Die Zeitdifferenz des Beginnes liegt nach zahlreichen Versuchen zwischen 0,0040 und 0,0061 Sek.

C. Das Verhalten bei kurz dauernden elektrischen Einwirkungen. Wellenförmiger Ablauf.

Die bisherigen Versuche zeigen zwar, daß die Fortpflanzung einer elektrischen Veränderung durch das System erhebliche Zeit braucht, aber nicht, ob diese Fortpflanzung *wellenartig* erfolgt, d. h. so, daß der Vorgang temporär an einer entfernteren Stelle stärker sein kann als an einer bereits durchlaufenen. Um dies zu entscheiden, mußten rasch vorübergehende Vorgänge verwendet werden, und zwar wurden wegen der leicht zu übersehenden Verhältnisse *Kondensatorentladungen* gewählt[1]), nach dem Schema der Fig. 11. *Q* ist ein Edelmannscher Glimmerkondensator, in der Regel auf 1 Mikrof. gestöpselt. Bei geschlossener Nebenschließung *U* ladet Schließung des Schlittenkontaktes *C* den Kondensator auf die Potential-

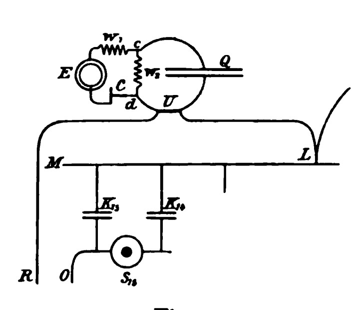


Fig. 11.

1) Eine Anzahl Versuche wurden statt dessen mit *Induktionsströmen* angestellt, und zwar mit genau gleichem Erfolge. Dies Verfahren hat jedoch den Nachteil, daß man die Spannungshöhe nicht leicht übersehen kann, und daher leicht das für die Kapillarelektrometer zulässige Maximum überschreitet.

Differenz der Punkte *c* und *d* (in der Regel $^8/_9$ Volt); die Ladung bleibt bestehen, wenn jetzt *U* geöffnet wird. Öffnet dann der Schlitten den Kontakt *C*, so entladet der Kondensator seine Elektrizitätsmenge durch das System, von dem wieder nur ein Teil angedeutet ist.

Von den sehr zahlreichen Versuchen dieser Art geben Figg. 12 und 13 Beispiele (beide mit $^8/_9$ Volt, 1 Mikrof.). Am vorderen Ende des Systems (*A*) entsteht ein plötzlich beginnender sehr steiler, ebenso steil verschwindender Ausschlag, dem ein kurzer entgegengesetzter Ausschlag folgt; nach diesem wird die Abszissenachse abermals ein wenig überschritten. Am hinteren Ende (*B*) erfolgt dagegen der Ausschlag weit später,

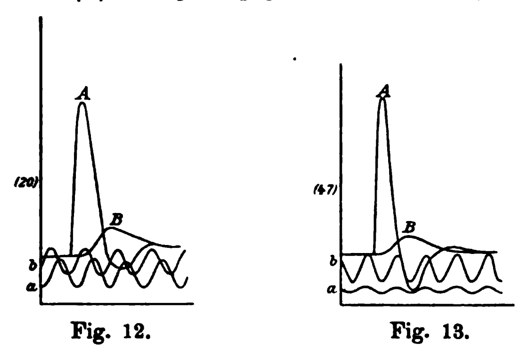


Fig. 12. Fig. 13.

ist weit niedriger, beginnt und endet Sförmig und ist niemals von einer Unterschreitung der Abszissenachse gefolgt. Diese Ergebnisse zeigten sich an allen verwendeten Elektrographen; nur fehlte an einem derselben, dessen Bewegung etwas langsamer war, die Unterschreitung der Achse bei der Kurve *A*, und beide Schenkel waren etwas weniger steil, die ganze Exkursion also etwas breiter (d. h. länger anhaltend).

Vor allem sieht man hier das *Wellenartige* des Ablaufes auf das deutlichste. Die Bewegung beginnt am Ende des Systems erst, nachdem sie am Anfang ihr Maximum schon erreicht oder überschritten hat, und erreicht am Ende ihren Gipfel zu einer Zeit, wo sie vorn längst vorüber ist; die Veränderung ist also temporär hinten stärker als vorn, der sichere Nachweis wellenförmigen Ablaufes.

Das Zeitintervall der *Beginne* vorn und hinten liegt zwischen 0,0037 und 0,0063 Sek. (die Oszillationsbreite ist nur

wegen der größeren Anzahl der Versuche größer), d. h. es ist von demselben Betrage wie in den Öffnungs- und Schließungsversuchen. Weit größer ist das Intervall der Gipfelzeiten, weil in *B* der Anstieg langsamer erfolgt als in *A*. Ein Einfluß der Spannungsgröße und (bei den Entladungsversuchen) der Kapazitätsgröße auf den Zeitverbrauch zeigte sich bei den bisher mitgeteilten Versuchen nirgends und ist auch vermutlich, der Theorie entsprechend, nicht vorhanden.

Die *Höhendifferenz* beider Gipfel entspricht dem von der Theorie verlangten *Dekrement* der Welle bei ihrem Ablauf. Unter gewöhnlichen Umständen verhielten sich beide Maximalordinaten meist wie 5—7 : 1. Auch die größere zeitliche Hinausziehung des ganzen Vorganges am Ende des Systems (*B*) entspricht der Theorie vollkommen.

Die oszillatorische Erscheinung beim Abfall der *A*-Kurven (vgl. oben) beruht keineswegs auf Trägheitsschwingungen des Quecksilbers im Elektrographen, obwohl dasselbe auf Erschütterungen stark reagiert. Schon das Ausbleiben bei dem ebenso steilen Öffnungsabfall (Fig. 8) beweist dies. Ich vermutete daher, daß es sich um eine elektrische Oszillation handelt, welche durch die verwendete Kapazität und durch die Selbstinduktion der Spulen bewirkt wird. Zu beachten ist übrigens, daß die vom Kapillarelektrometer beschriebene Kurve nicht direkt diejenige des einwirkenden Potentiales ist, sondern letztere erst durch ein Reduktionsverfahren abgeleitet werden muß.[1]) So kann, selbst bei einem ziemlich schnell reagierenden Elektrometer, eine doppelsinnige elektrische Veränderung durch einen einsinnigen Meniskusausschlag sich kundgeben, wie dies zweifellos auch bei dem p. 947 erwähnten etwas trägeren Elektrographen der Fall war. Man kann aber leicht durch Kondensatorentladungen am Elektrographen allein ganze Reihen von elektrischen Oszillationen erhalten, wenn man nur die Bedingung derselben verwirklicht, nämlich $w^2 < 4p/c$ macht. Da der Elektrograph niemals ohne Nebenschließung mit dem Kondensator verbunden werden darf (vgl. oben), so

1) Über diese Reduktion vgl. die Arbeiten von Burch, Einthoven, Hermann, Hermann u. Gildemeister; die einschlägige Literatur findet man in der letztgenannten Arbeit zusammengestellt, Arch. f. d. ges. Physiol. 81. p. 491. 1900.

mmt man am leichtesten zum Ziele, wenn man eine In-
ktionsspirale als Nebenschließung verwendet. Figg. 14—16
d einige Beispiele solcher Versuche. In Fig. 14 ist die
kundäre Spirale eines Schlitteninduktoriums (ca. 600 Ω) mit
senkern, in Fig. 15 dieselbe ohne Eisenkern als Neben-

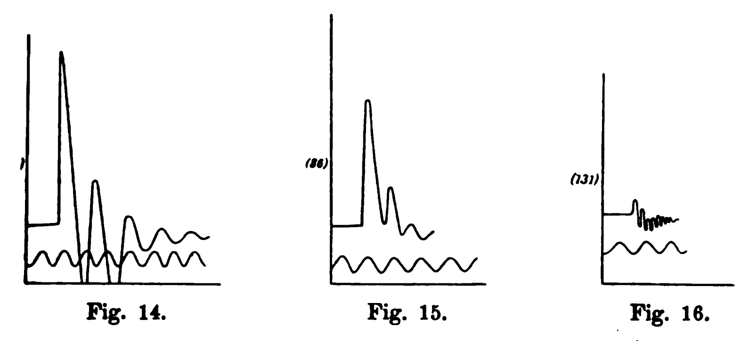


Fig. 14. Fig. 15. Fig. 16.

ließung zwischen dem auf $^8/_9$ Volt bei 1 Mikrof. geladenen
ndensator und dem Elektrographen eingeschaltet.[1] Fig. 16
einer Versuchsreihe entnommen, welche Hr. Dr. Gilde-
ister und ich zur Bestimmung von Induktionskoeffizienten
ttels der Oszillationen am Kapillarelektrometer unternommen
ben.[2])

Der Einfluß der Selbstinduktion, der Polarisation (Kapazität) und des Widerstandes auf die Welle.

1. *Herabsetzung bez. Beseitigung der Selbstinduktion.* Werden
allen 15 Induktionsspulen die Eisenkerne herausgenommen,
ist bei allen bisher angeführten Versuchsweisen das Inter-
l zwischen dem Beginn am vorderen und am hinteren Ende
Systems so beträchtlich verkürzt, daß es nicht mehr deut-
n nachweisbar ist. Fig. 17 ist ein Beispiel für Öffnung
Volt), Fig. 18 für Schließung (0,5 Volt), Fig. 19 für Kon-
satorentladung ($^8/_9$ Volt, 1 Mikrof.). Auch ist zuweilen der
rmige Beginn der *B*-Kurven nicht mehr deutlich ausge-
gt, und die Unterschreitung der Nulllinie bei *A* fehlt stets.

1) Der Koeffizient der Selbstinduktion dieser Spirale ist mit Kern
. 10^9 cm, ohne Kern 1,70 . 10^9 cm.

2) Die Anordnung war hier eine andere als die eben beschriebene;
Versuch soll nur zeigen, daß der Elektrograph auch sehr frequente
illationen noch gut verzeichnet.

Die Versuche, in welchen nur aus der *Hälfte* der Spulen die Kerne entfernt werden, sei es alternierend, sei es aus der vorderen oder aus der hinteren Hälfte, zeigen ebenfalls eine entschiedene Verminderung des Intervalls, welches jedoch hier noch meßbar ist; es liegt zwischen 0,0016 und 0,0022 Sek.

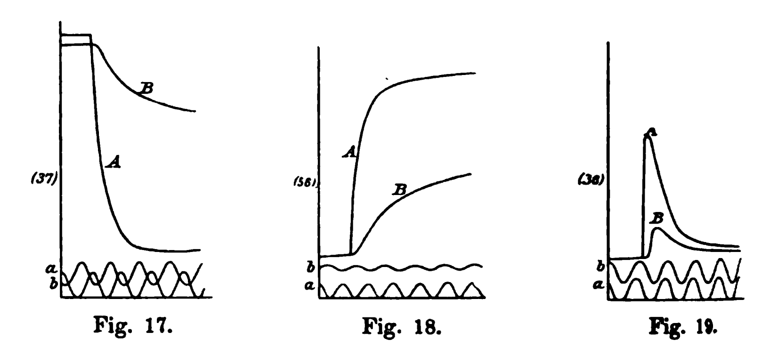


Fig. 17. Fig. 18. Fig. 19.

Fig. 20 gibt ein Beispiel für Kondensatorentladung ($^8/_9$ Volt, 1 Mikrof.). Die Unterschreitung der Abszissenachse bei *A* ist hier noch vorhanden, wenn nur die sieben hinteren Kerne beseitigt sind; in den beiden anderen angeführten Fällen fehlt sie.

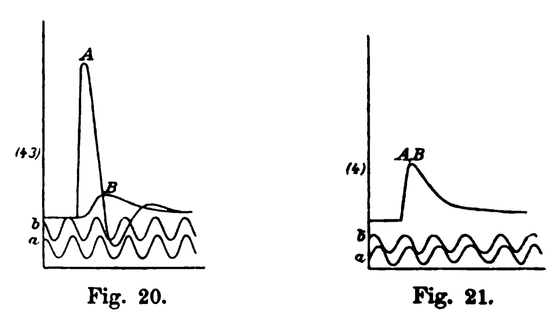


Fig. 20. Fig. 21.

Werden endlich die Induktionsspulen *ganz entfernt*, d. h. durch kurze Drähte ersetzt, so ist der Vorgang vorn und hinten absolut *identisch*; die Kurven *A* und *B* decken sich, übereinander registriert (Beispiel für Entladung Fig. 21, $^8/_9$ Volt, 1 Mikrof.), so vollkommen, daß man annehmen könnte, es sei nur eine vorhanden, wenn nicht viele Versuche mit getrennter Registrierung vorlägen. Der Vorgang ist relativ niedrig und

breit, also vorn erniedrigt, hinten erhöht im Vergleich zu dem Verhalten mit Spulen.

Aus allen diesen Versuchen ergibt sich, wie es auch der Theorie entspricht, daß die Welle sich um so schneller fortpflanzt, je kleiner der Induktionskoeffizient. Schon die Herabsetzung desselben auf etwa $^1/_{10}$ seiner Größe (vgl. oben p. 939) reicht hin, um bei der Beschränkung um 15 Glieder die Fortpflanzungszeit so kurz zu machen, daß sie undeutlich wird. Ganz ohne Induktion würde die Geschwindigkeit, wenn hier von einer solchen die Rede sein könnte, wie bei der Wärmeleitung theoretisch als unendlich zu bezeichnen sein.

2. *Partielle oder gänzliche Beseitigung der Polarisationen.* Die vollständige Beseitigung der Kapillarelektrometer K_1 bis K_{16} (Fig. 6ff.) kann einfach dadurch geschehen, daß man die mit dem Drahte MN verbundenen in den langen Schenkeln steckenden Platindrähte herauszieht. Die Versuche A und B unterscheiden sich dann nur dadurch, daß bei B die 15 Spulen mit im Kreise sind, bei A nicht. Trotzdem sind die beiden Kurven dergestalt identisch, daß sie sich genau decken; dies gilt sowohl für Schließungs- und Öffnungs-, wie für Entladungsversuche; von letzteren stellt Fig. 22 ein Beispiel dar ($^8/_9$ Volt, 0,05 Mikrof.). Zu bemerken ist noch, daß bei gleich starken Einwirkungen wie früher, die Kurven so hoch sind, daß sie die Plattenhöhe weit überschreiten, offenbar weil der Elektrograph keine Nebenschließungen durch die Kapillarelektrometer hat.[1]) In Fig. 22 ist die Kapazität des Kondensators nur 0,05 Mikrof., die sich entladende Elektrizitätsmenge also nur $^1/_{20}$ der in Fig. 12 einwirkenden (das Potential war in beiden Fällen dasselbe, $^8/_9$ Volt). Ferner fällt in die Augen, daß der Abfall weit weniger steil ist, als in den früheren Versuchen, und ohne Unterschreitung der Nulllinie.

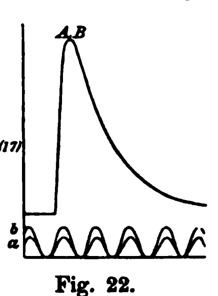


Fig. 22.

Wird nur die *Hälfte* der Kapillarelektrometer durch Ausziehen ihrer Drähte beseitigt, was wieder alternierend, oder

1) In den Entladungsversuchen muß man daher dem Elektrographen stets eine Nebenschließung geben (vgl. oben p. 940, Anm.); meist war dieselbe 100000 Ω.

in der vorderen oder hinteren Hälfte geschehen kann, so sind die Wellenerscheinungen wie früher, aber das Intervall der Beginne von *A* und *B* vermindert, z. B. auf 0,0025 Sek., d. h. die Geschwindigkeit erhöht. Ferner ist bei Entladungsversuchen (Beispiel mit alternierend beseitigten Elektrometern Fig. 23, $^8/_9$ Volt, 1 Mikrof.) das Dekrement der Welle sehr vermindert (etwa auf 2—3 : 1). Dies letztere entspricht vollkommen der Theorie; bezieht man nämlich, wie ich es in Gleichung (3) getan habe, die Größe des Vorganges auf die zurückgelegte *Strecke* y, welche in allen verglichenen Fällen dieselbe bleibt, so drückt der Faktor $e^{-\lambda y}$ das Dekrement aus, und dasselbe ist um so größer, je größer λ, welches aber nach Gleichung (2) der Wurzel aus der Kapazität proportional ist. In dem zuletzt besprochenen Versuchsfall ist aber die Kapazität der Längeneinheit vermindert, weil jetzt zwei Glieder zusammen nur die Kapazität eines einzigen Kapillarelektrometers haben. Allerdings erscheint die Herabsetzung des Dekrementes von im Mittel 6 : 1 auf im Mittel 2,5:1 etwas zu beträchtlich, da λ in beiden verglichenen Fällen sich nur im Verhältnis von $\sqrt{2}:1$ ändert; aber es ist zu beachten, daß λ auch in dem Integralglied der Gleichung (3) als Faktor von z eine Rolle spielt, deren Größeneinfluß indes nicht leicht zu übersehen ist.

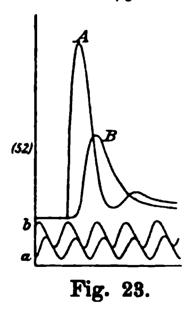


Fig. 23.

Auch folgender Umstand darf nicht unterdrückt werden. Wie man aus Gleichung (2) ersieht, hat p den umgekehrten Einfluß auf λ, also auf das Dekrement, wie c. Man könnte also erwarten, daß Herabsetzung der Induktionskoeffizienten, z. B. durch Herausnahme der Spulenkerne, das Dekrement vermehrt. Hiervon konnte ich jedoch in den Versuchen nichts feststellen. Übrigens muß bei all diesen Fragen im Auge behalten werden, daß die Deformation der Potentialkurve durch das schreibende Kapillarelektrometer (vgl. oben p. 948) auch auf die Höhe der Kurve Einfluß hat, und daß dieser Einfluß vom zeitlichen Verlauf der Potentialänderung abhängt.

3. *Einführung großer Widerstände.* Hierzu dienten 15 Bleistiftwiderstände (Bleistiftlinien auf Mattglas, durch Schellacküberzug geschützt), deren jeder zwischen 0,1 und 0,2 Megohm betrug, und welche öfters revidiert wurden.

Zunächst mögen Versuche erwähnt werden, in welchen die 15 Elektrometer K_1 bis K_{15} durch je einen solchen Widerstand *ersetzt* wurden. Hier ergaben Kondensatorentladungen am vorderen Ende des Systems (Wippenlage A) einen relativ zur Elektrizitätsmenge sehr hohen und langsam abfallenden Ausschlag, am hinteren Ende (B) dagegen überhaupt *keine* Wirkung. Die nebenschließende Wirkung auf den Elektrographen, welche die die Leitungen MN und OP verbindenden 15 Widerstände ausüben, ist in den Fällen A und B vollkommen gleich, dagegen befinden sich die 15 Spulen für den Elektrographen bei A in der Nebenleitung, bei B in der Hauptleitung. In diesem Umstande allein kann aber das (durch zahlreiche Versuche festgestellte) Ausbleiben des Ausschlages bei B nicht begründet sein, da, wenn die Elektrometer K_1 bis K_{15} *ohne* Ersatz entfernt sind (vgl. oben p. 951), im Falle B derselbe Effekt wie in A auftritt, obgleich hier ebenfalls bei B die Spulen in der Zuleitung zum Elektrographen sind. Es kann sich also nur um eine vereinte Wirkung der Nebenschließungen und der Induktionen handeln, welche ich vorderstand nicht aufzuklären vermag.

Schaltet man *parallel* zu jedem der Elektrometer K_1 bis K_{15} je einen Bleistiftwiderstand, so erscheint die Welle am hinteren Ende wie gewöhnlich, und in gleichem Zeitintervall wie sonst; nur ist der Abfall in A ohne Unterschreitung der Nulllinie.

Wird *neben* jedem Elektrometer K_1 bis K_{15}, oder *neben* jeder Spule S_1 bis S_{15}, je ein Bleistiftwiderstand eingeschaltet, so erreicht die Welle das hintere Ende des Systems *nicht* mehr, d. h. in Lage B bleibt jeder Effekt aus. Vorn (A) ist der Ausschlag relativ zur Elektrizitätsmenge sehr hoch und langsam abfallend. Daß das Dekrement der Welle hier sehr groß sein muß, entspricht der Theorie, da λ in linearem Verhältnis mit w wächst.

E. Die Fortpflanzungsgeschwindigkeit der Welle.

Oben sind die Zeiten angegeben worden, welche die Welle braucht, um das System vom Anfang bis zum Ende zu durchlaufen. Eine nach *Weglängen* zu bemessende Fortpflanzungsgeschwindigkeit läßt sich natürlich hieraus nicht ableiten, da wir keinen homogenen Leiter vor uns haben; wohl aber läßt

sich die für jedes der *15 Glieder* des Systems verbrauchte Fortpflanzungszeit angeben und mit dem Ergebnis der Theorie vergleichen, indem wir in der letzteren die Größen c und p nicht für die Längeneinheit, sondern für je ein Glied in Rechnung stellen. Da die Fortpflanzungsgeschwindigkeit $v = 1/\sqrt{cp}$ ist, so ist die für die Längeneinheit verbrauchte *Zeit* gleich $\sqrt{cp}$, wenn c und p für die Längeneinheit angegeben ist, sie ist also ebenfalls für jedes *Glied* gleich $\sqrt{cp}$, wenn c die Kapazität und p den Induktionskoeffizienten je eines Gliedes bedeutet. p ist in diesem Sinne bereits oben (p. 939) für jede Spule mit Kern zu ungefähr $2 . 10^9$ cm, ohne Kern zu $2 . 10^8$ cm angegeben. Es bleibt also nur noch die Kapazität der Kapillarelektrometer zu bestimmen.

Diese Aufgabe läßt sich aber leider bei Kapillarelektrometern von so großer Meniskusfläche wie die verwendeten, nur sehr unvollkommen erfüllen. Denn die erste Voraussetzung ist, daß das Elektrometer sich genau wie ein Kondensator verhält, d. h. den durchgeleiteten Strom vollständig kompensiert, wie es in der Tat so feine Kapillarelektrometer wie die als Elektrographen verwendeten tun. An einem der letzteren mit sehr feiner Kapillare betrug z. B. die Kapazität 0,025 Mikrof.; an einem anderen mit erheblich weiterer Kapillare fast genau 0,1 Mikrof. Die Bestimmung geschah so, daß das Elektrometer mit einer gegebenen Potentialdifferenz geladen wurde; nach vollständiger Rückkehr des im Kreise befindlichen ballistischen Galvanometers auf seinen Nullpunkt wurde der bei Öffnung jenseits der Nebenschließung entstehende Ausschlag beobachtet, und mit dem in einem ähnlichen Versuch, in welchem ein Kondensator die Stelle des Elektrometers einnahm, entstehenden Ausschlage verglichen. Die gefundenen Kapazitäten der beiden angeführten Elektrometer (mit welchen die meisten der oben beschriebenen graphischen Versuche angestellt sind) stimmten gut zu dem Umstande, daß das erste eine etwa zweimal so hohe Quecksilbersäule trug als das zweite, also annähernd den halben Durchmesser oder $^1/_4$ der Meniskenfläche des zweiten hatte; in erster Annäherung müssen aber die Kapazitäten den polarisierbaren Quecksilberflächen proportional sein.

Die kleinen Elektrometer kompensieren dagegen die zugeleiteten Ströme erstens nicht ganz vollständig, zweitens

ren die in der angeführten Weise gemessenen Kapazitäten mlich inkonstant; vor allem waren sie bei beiden Stromhtungen verschieden, nämlich bei den Meniskus zurückibenden Strömen kleiner als bei vortreibenden; ferner waren bei höheren Spannungen kleiner als bei niedrigeren.[1]) Die obachtungen (nur an einzelnen Exemplaren durchgeführt) rten zu Werten zwischen 9 und 13 Mikrof. Eine ungefähre stimmung aus der Höhe der getragenen Quecksilbersäule —38 mm) führt, da das oben erwähnte Elektrometer von Mikrof. eine Säule von 298 mm trug, zu Werten von –9 Mikrof. Immerhin kann man die *Größenordnung* der Kapaät der kleinen Elektrometer zu etwa 10 Mikrof. annehmen.[2])

Bei dieser Annahme wäre also für jedes Elektrometer = $10 . 10^{-15}$ sek²/cm, und da p (mit Kern) gleich $2 . 10^9$ cm t, so ergibt sich $c . p$ zu $2 . 10^{-5}$ sek², also müßte die für des Glied verbrauchte Zeit gleich $\sqrt{0,00002}$ Sek. = 0,00447 Sek. in, also für alle 15 Glieder 0,066 Sek. Die wirklich für das stem verbrauchte Zeit erreichte aber im Maximum nur $^1/_{10}$ ser Größe. — Ohne Kerne ist p nur $2 . 10^8$ cm, woraus h die Zeit für das System zu 0,021 Sek. ergeben würde; in n Versuchen war in diesem Falle das Intervall nicht sicher bestimmen, jedenfalls aber weniger als $^1/_{10}$ dieser Größe.

Da dieses Ergebnis wenig befriedigend ist, entschloß ich ich, die ganze Versuchsreihe mit besser übersehbaren Kapaäten zu wiederholen, indem ich statt der Kapillarelektroeter *Kondensatoren* verwandte.[3]) Freilich mußte ich mich, 15 Glimmerkondensatoren von auch nur je 1 Mikrof. unmein kostspielig gewesen wären, mit den weit mangelhafteren *pier*kondensatoren begnügen.

---

1) Andere bei diesen Versuchen gemachte Erfahrungen können hier ergangen werden, da sie sich zu weit von der vorliegenden Aufgabe tfernen.

2) Eine konstante Kapazität kann bei einem Kapillarelektrometer on deswegen nicht existieren, weil bei jeder Einstellung die Meniskenhe wegen der Konizität der Kapillare eine andere Größe hat.

3) Statt der Kapillarelektrometer könnte man auch Wollastone Spitzen verwenden, welche im Prinzip ähnliche Eigenschaften besen; sie kompensieren, wenn sie mit ausgekochter Schwefelsäure luftht eingeschmolzen sind, zugeführte Spannungen recht gut; ihre Kapat ist jedoch sehr gering (z. B. $^1/_{40}$ Mikrof.).

F. Versuche mit Kondensatoren.

Die 15 verwendeten Papierkondensatoren von je 1 Mikrof. sind in einem Kasten vereinigt und zu beliebiger Schaltung eingerichtet.[1] Je eine Endklemme derselben wurde mit einem der Leitung MN in Fig. 7ff. entsprechenden Drahte verbunden, die andere zwischen je zwei Spulen geschaltet, so daß die Kondensatoren die Stellen K_1 bis K_{15} des Schemas einnahmen.

Mit dieser Anordnung wurden nun alle bisher angeführten Versuchsarten ausgeführt; jedoch ist hier für die Entladungsversuche durchgängig eine Nebenschließung zum Elektrographen erforderlich, weil derselbe sich sonst in offenem Kreise befinden würde. Legt man keinen Wert auf möglichst schnellen

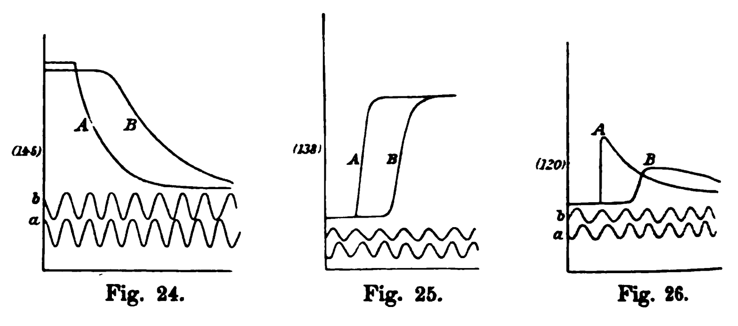


Fig. 24. Fig. 25. Fig. 26.

Rückgang der Ausschläge, so wird man der Nebenschließung einen möglichst großen Widerstand geben (z. B. 100000 Ω); mit nur 1000 Ω ist der Rückgang schnell, aber die Ausschläge merklich verkleinert.

Die Ergebnisse entsprechen nun in jeder Hinsicht genau den mit den Kapillarelektrometern erhaltenen, nur sind die Zeitintervalle zwischen dem Beginn vorn und hinten bei den jetzigen Versuchen *erheblich größer*. Es genügt, einige Beispiele vorzuführen, zunächst solche mit vollem Apparat (d. h. die Spulen sämtlich *mit* Eisenkern). Fig. 24 ist ein Öffnungsversuch (1 Volt, Nebenschließung zum Elektrographen wie in allen folgenden Beispielen 1000 Ω), Fig. 25 ein Schließungsversuch (ebenfalls 1 Volt), Fig. 26 ein Entladungsversuch

1) Der Apparat ist von H. Boas in Berlin geliefert; wie alle Papierkondensatoren haben die Kondensatoren keinen sehr großen Isolationswiderstand; derselbe beträgt pro Mikrofarad etwa 45—50 Megohm.

i, 1 Mikrof.). Das Intervall zwischen *A* und *B* ergab
ar zu 0,011 bis 0,014 Sek., das Dekrement in den Ent-
versuchen höchstens wie 2 : 1.

ispiele von Versuchen mit *Beseitigung der Eisenkerne*
Figg. 27—29, und zwar Fig. 27 für Öffnung, Fig. 28
ließung (beide bei 1 Volt), Fig. 29 für Entladung ($^8/_9$ Volt,
f.). Wiederum zeigt sich das Intervall zwischen *A* und *B*
die Verminderung der Selbstinduktion erheblich ver-
i, hier aber, im Gegensatz zu den entsprechenden Ver-
mit den Elektrometern, noch gut meßbar. Es liegt
n 0,003 und 0,006 Sek.; die kleineren Werte wurden
tladungsversuchen gefunden.

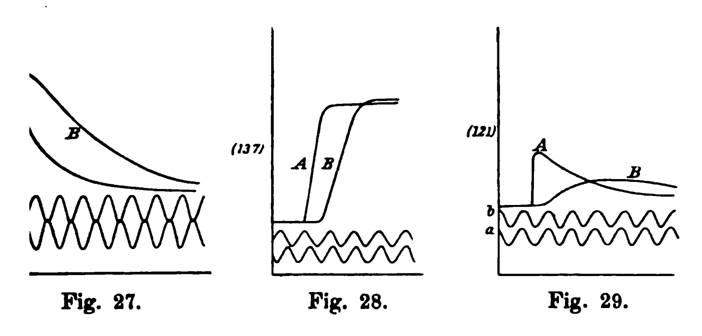


Fig. 27. Fig. 28. Fig. 29.

e theoretische Berechnung ergibt hier folgendes: 1. Mit
: $c = 10^{-15}$ sek²/cm, $p = 2 . 10^9$ cm, also Zeitverbrauch
ed $\sqrt{2 . 10^{-6}}$ Sek., für 15 Glieder 0,0212 Sek.; beobach-
erbrauch 0,011—0,014 Sek. 2. Ohne Kerne: $p = 2 . 10^8$,
tverbrauch pro Glied $\sqrt{2 . 10^{-7}}$, für 15 Glieder 0,0067 Sek.,
iteter Verbrauch 0,003—0,006 Sek.

ie man sieht, ist die Übereinstimmung der Ergebnisse
r Theorie bei den Versuchen mit Kondensatoren un-
hlich befriedigender als bei den früheren mit Kapillar-
netern, und in den Versuchen ohne Spulenkerne sogar
lständig. Daß mit den Kapillarelektrometern die Über-
mung mangelhaft war, dürfte damit zusammenhängen,
selben, wie oben erwähnt, die Eigenschaften eines Kon-
rs nur in unvollkommenem Grade besitzen, und die
ät, mit welcher sie zur Geltung kommen, nur an-
l bekannt ist. Auch bei den Kondensatoren dürfte ein

Teil der Abweichung mit dem Umstande zusammenhängen, daß ihr Isolationswiderstand nicht unendlich ist. Ferner muß für die Beurteilung der Bedeutung der Abweichungen erwogen werden, daß die verbrauchten Zeiten wegen des Sförmigen Beginnes der *B*-Kurven wenig genau gemessen werden konnten. Aber in den Versuchen mit Eisenkernen ist die Divergenz (fast 1 : 2) zu groß, um in diesen Umständen allein begründet sein zu können. Da aber bekanntlich der Induktionskoeffizient bei Anwesenheit eines Kernes keine konstante Größe, sondern von der Stromstärke abhängig ist, da ferner wegen der Zeit, welche die Magnetisierung braucht, möglicherweise nicht der volle Induktionskoeffizient zur Wirkung kommt[1]), ist auch hier die Abweichung kein Grund, eine Nichtbestätigung der Theorie anzunehmen. Vielmehr sind nicht allein die elektrischen Wellen der in Rede stehenden Art zweifellos festgestellt, sondern auch die Größenordnung ihrer Fortpflanzungsgeschwindigkeit im wesentlichen der Theorie entsprechend.

G. Versuche mit sehr hohen Spannungen.

Oben p. 948 ist erwähnt, daß innerhalb der für die Kapillarelektrometer zulässigen Spannungswerte (p. 940) die Größe der Spannung keinen Einfluß auf die Fortpflanzungszeiten der Welle hat, wie es auch der Theorie entspricht. Letztere gilt aber nur für den Fall, daß das Polarisationsmaximum niemals von der einwirkenden Spannung überschritten wird, denn nur dann gilt die Grundgleichung $c . \partial q / \partial t = i$. Es war anzunehmen, daß wesentlich höhere Spannungen als 1 Volt entweder keine Welle geben oder die Fortpflanzungszeiten sehr vermindern würden; letzteres erschien leicht möglich, weil die volle Spannung in der Regel nur auf die ersten Elektrometer wirken, von einer gewissen Stelle ab also möglicherweise das normale Verhalten Platz greifen wird. Eine experimentelle Prüfung erschien namentlich in Hinsicht auf gewisse den Nerven betreffende Fragen von Interesse.

---

1) Diese letztere Frage wird sich entscheiden lassen, wenn ein Physiker die Mittel hat, ähnliche Versuche mit einer genügenden Anzahl von *Glimmer*kondensatoren hoher Kapazität auszuführen.

Versuche dieser Art konnten nur mit Schließungen oder Entladungen angestellt werden, weil die Gasentwickelung den Strom unterbricht, also ein brauchbarer Dauerzustand, dessen Öffnung zum Versuche dienen konnte, nicht herstellbar ist. Nach jedem Einzelversuch müssen selbstverständlich die Menisken sämtlicher Kapillarelektrometer und des Elektrographen erneuert werden, was diese Versuche etwas mühsam und zeitraubend macht. Bei weitem die meisten habe ich mit Schließungen (Wheatstone-Anordnung) ausgeführt; die verwendeten Spannungen gingen von 1 bis 45 Volt, in den Entladungsversuchen bis 94 Volt.

Die Vermutung, daß die Gasentwickelung nur bis zu einer gewissen Stelle des Systems reichen würde, wenn die Spannung nicht gar zu groß ist, bestätigte sich sofort. Schon an den kleinen Elektrometern selbst beobachtet man, daß die letzten der Reihe oft keine Spur eines Gasbläschens zeigen. Vor allem aber zeigt der Elektrograph selbst bei den höchsten verwendeten Spannungen im Falle *B*, d. h. wenn er letztes Elektrometer ist, niemals Gasentwickelung. Im Falle *A* beginnt dagegen die Gasentwickelung momentan und gibt zu einer eigentümlichen Erscheinung auf den Photogrammen Anlaß, welche in Fig. 30 schematisch dargestellt ist. Das Gas ist nämlich in der Kapillare weniger lichtdurchlässig als die Säure; das Gas treibt jedesmal das Quecksilber sofort zurück (Anstieg *a b*), gleichzeitig aber für einen ganz kurzen Moment ($^1/_{1000}$—$^1/_{200}$ Sek.) die Säure etwas vor (Einschnitt *a c d*), welche dann ebenfalls zurückgeht, indem sie dem Quecksilber in einem durch weitere Gasentwickelung[1]) zunehmenden Abstand nachfolgt; schließlich erfolgt ein ganz unregelmäßiges Hin- und Herwogen. Fig. 31 ist die Wiedergabe eines wirklichen Versuches (Schließung bei 18 Volt Spannung); die Buchstaben *a b c e*,

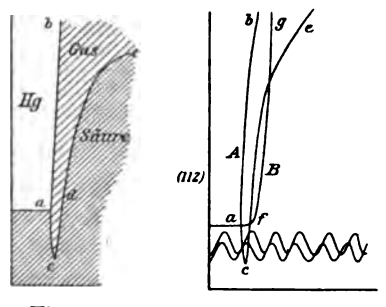


Fig. 30. Fig. 31.

1) Die Gasentwickelung unterbricht also die Leitung nicht vollständig.

entsprechend dem Schema Fig. 30, gehören dem Versuch *A* an, *fg* ist der Anstieg für *B*, wiederum mit *S*förmigem Anfang. Alle derartigen Versuche ergaben eine entschiedene *Verkürzung* der Fortpflanzungszeit, aber selbst bei den höchsten Spannungen kein Verschwinden derselben. — Übrigens fand ich unerwarteterweise auch in analogen Versuchen mit Kondensatoren statt der Kapillarelektrometer bei sehr hohen Spannungen eine geringe Abnahme der Fortpflanzungszeit.

H. Einige weitere Versuche. Schlußbemerkungen.

Sowohl die Zuleitung der elektrischen Einwirkung als auch die Ableitung zum Elektrographen kann, gegenüber den bisher mitgeteilten Versuchen, in mannigfacher Art abgeändert werden. Namentlich kann die Zuleitung oder die Ableitung

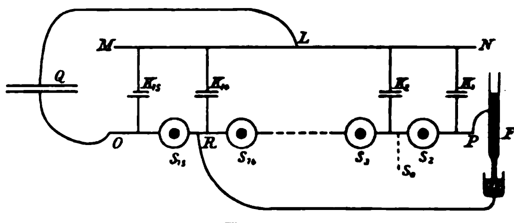


Fig. 32.

oder beides, statt wie bisher auf die Leitungen *MN* und *OP* verteilt, an einer dieser beiden Leitungen geschehen. Aus den vielen von mir ausgeführten Versuchsweisen will ich nur eine kurz berühren, weil sie den in der Physiologie wohlbekannten Versuchen über „phasische Aktionsströme" des Nerven im Prinzip und im Ergebnis entspricht. Sie besteht darin, den Elektrographen, statt wie bisher alternierend zwischen *M* und *O* und zwischen *N* und *P*, zwischen zwei möglichst distanten Stellen der Leitung *OP*, z. B. (vgl. das Schema[1]) Fig. 32) zwischen *R* und *P* einzuschalten. Das dem Punkte *O* vorübergehend erteilte Potential wird dann den Punkt *R* früher erreichen als *P*, und wenn es in *P* anlangt, in *R* schon ganz oder größtenteils verschwunden sein. Die auf den Elektro-

1) Die Zuleitung zum Kondensator *Q*, welche so ist wie in Fig. 11, ist hier weggelassen.

graphen wirkende Potentialdifferenz wird also ihr Vorzeichen wechseln, d. h. aus zwei teilweise superponierten entgegengesetzten Phasen von ungleicher Größe bestehen. Dies bestätigt sich nun vollkommen. Es ist bekannt und schon oben S. 948 erwähnt, daß doppelsinnige Potentialschwankungen sich im Kapillarelektrometer sehr gewöhnlich nur durch einen einsinnigen Ausschlag zu erkennen geben, der erst durch analytische Reduktion die Doppelsinnigkeit der Schwankung ergibt; noch einfacher zeigt sich aber die Superposition zweier entgegengesetzter Phasen, wenn man die zweite zum Wegfall bringt, was leicht geschehen kann, indem man die Leitung irgendwo zwischen R und P, z. B. in S_0, unterbricht. Der Ausschlag hat dann etwas größere Höhe und einen viel weniger steilen Abfall. Man sieht dies in dem Versuchsbeispiel Fig. 33[1]), in welchem C die zweiphasische Schwankung, D die durch die oben erwähnte Unterbrechung einsinnig gewordene Schwankung darstellt. Die Einwirkung bestand hier in einem Öffnungsinduktionsstrom, geliefert von einem gewöhnlichen Schlitteninduktorium ohne Eisenkern bei einem Rollenabstand von 100 mm und einer Nebenschließung von 100 Ω zur sekundären Spirale (primäre Kette 2 Volt mit 10 Ω Zusatzwiderstand).

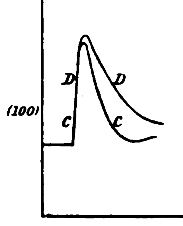


Fig. 33.

Noch vollkommener als mit dem Elektrographen würden sich übrigens die beiden Phasen in diesem Falle mit dem Galvanometer nachweisen lassen, wenn man eine stroboskopische Vorrichtung (Bernsteins Differentialrheotom, meinen Rheotachygraphen) zu Hilfe nähme.

Das Ergebnis der durch die Versuche bestätigten Theorie läßt sich dahin zusammenfassen, daß an einem System der hier

1) Die beiden Stimmgabelkurven zu C und D sind durch ein Versehen nicht mit abgepaust worden. Wie im Texte gesagt, handelt es sich hier ausnahmsweise um eine induktive Entladung, d. h. man hat sich für diesen Versuch im Schema Fig. 32 statt des Kondensators Q eine sekundäre Spirale zu denken. Der Versuch gehört zu den mit Kapillarelektrometern (K_1 bis K_{18}) angestellten.

behandelten Art jede vorübergehend oder dauernd gesetzte Potentialverteilung sich in Gestalt einer gedämpften Welle über das System fortpflanzt und daß im letzteren Falle schließlich eine stationäre Potentialverteilung entsteht. Wie schon eingangs angedeutet, kann man eine solche Vorrichtung in beschränktem Sinne als ein Modell einer Nervenfaser betrachten; sie zeigt den Elektrotonus und die wellenförmige Fortpflanzung einer lokalen elektrischen Veränderung, wie sie z. B. mit der Erregung verbunden ist, und eine Fortpflanzungsgeschwindigkeit von niederer Größenordnung. Man kann auch mit der Vorrichtung den Grundversuch nachahmen, durch welchen Helmholtz die Leitungsgeschwindigkeit des Nerven bestimmte: er reizte einen mit einem Muskel verbundenen Nerven einmal an einer dem Muskel nahen, einmal an einer entfernten Stelle, und verzeichnete beide Male die Zuckung graphisch; die Zuckung begann im letzteren Falle später als im ersteren; die Verspätung ist die Leitungszeit, welche der Differenz der zurückgelegten Nervenstrecken entspricht. Denselben Versuch habe ich mit dem künstlichen Leiter angestellt, indem ich ganz einfach an Stelle des Elektrographen in Fig. 7 das unterste Nervenende eines Froschmuskels[1]) brachte, welcher seine Verkürzung auf dem du Boisschen Federmyographion[2]) aufzeichnete. Als elektrische Einwirkung wurde eine Kondensatorentladung (2 Volt, 1 Mikrof.) nach dem in Fig. 11 dargestellten Schema benutzt; sie mußte so stark sein, damit auch bei Wippenlage *B* trotz des Dekrementes noch maximale Zuckung stattfindet, weil sonst der Zeitabstand der beiden Zuckungskurven nicht exakt meßbar ist. Auf das schönste zeigte sich, daß bei Lage *B* die Zuckung etwa $^1/_{200}$ Sek. später beginnt als bei Lage *A*, also ganz entsprechend dem Resultat p. 947.

1) Man hätte natürlich ebensogut den Muskel direkt reizen können, es wäre aber dann, einem bekannten physiologischen Satze entsprechend, ein erheblich stärkerer Reiz, d. h. höhere Spannung oder höhere Kapazität, erforderlich gewesen.

2) Es ist dies eine Schlittenvorrichtung, welche eine berußte Glasplatte mittels gespannter Feder durch eine horizontale Bahn schleudert; eine Stimmgabel verzeichnet die Zeit; an einer bestimmten Stelle der Bahn wird ein Kontakt geöffnet, der dieselbe Rolle spielt wie *C* in den Schematen Figg. 7, 9, 11. Ein am Muskel hängender Schreibhebel streift mit seiner Spitze auf der Glasplatte.

muß aber, um Mißverständnisse zu verhüten, aus-
h hervorheben, daß unsere Vorrichtung, obwohl sie
onus und Erregungsleitung nachahmt, durchaus nicht
vollkommenes Modell der Nervenfaser gelten darf; denn
ihr die fundamentale Eigenschaft der *Erregbarkeit.*
gte Nervenstelle hat stets ein negatives Potential gegen
t der Faser; dies Potential entsteht durch mechanische,
he, elektrische Reize. Das Modell zeigt nur, wie es
al entstanden — fortgeleitet wird, bietet aber kein
n zu seiner Entstehung, d. h. zur Erregung, nicht ein-
elektrischen. Diese Bemerkung muß an dieser Stelle

nigsberg i. Pr., Physiol. Institut, 29. Juli 1903.

(Eingegangen 31. August 1903.)

3. *Über die elliptische Polarisation des Lichtes bei der Reflexion an Lösungen von Körpern mit Oberflächenfarben;*
von Erich Lischner.

(Hierzu Taf. II, Figg. 1—11.)

(Auszug aus der Greifswalder Inaugural-Dissertation.)

Die Konstanten der elliptischen Polarisation des Lichtes bei der Reflexion an Spiegeln von Körpern mit Oberflächenfarben sind bereits von einer großen Anzahl von Forschern bestimmt, dagegen sind bis jetzt für Lösungen dieser Körper quantitative Untersuchungen noch nicht angestellt worden. Die vorliegende Arbeit stellt sich die Aufgabe, die Beobachtungen auch auf Lösungen der Körper mit Oberflächenfarben auszudehnen und aus den Konstanten der elliptischen Polarisation die Brechungsexponenten und Absorptionskoeffizienten für verschiedene Fraunhofersche Linien, besonders auch im Absorptionsstreifen, in dem wegen der großen Undurchsichtigkeit dieser Medien direkte Messungen nicht möglich sind, zu berechnen.

Veranlassung dazu gab die Wahrnehmung, daß konzentrierte Lösungen der Körper mit Oberflächenfarben einen deutlichen Metallglanz haben. Daraus läßt sich schließen, daß auch sie das Licht stark elliptisch reflektieren, und es fragt sich, wie sich diese Polarisation zu der des gelösten Stoffs verhält. Es ist ja von vornherein anzunehmen, daß diese Substanzen ebenso wie ihre Dispersions- und Absorptions- so auch ihre Reflexionseigenschaften mit in die Lösung nehmen werden. Diese werden sich dann mit denen des Lösungsmittels kombinieren. Die Verhältnisse liegen bei den Lösungen indessen viel ungünstiger als bei den Spiegeln, denn hier werden die Oberflächenschichten sicher einen bedeutenderen Einfluß auf die Resultate haben. Bekanntlich ist die von Jamin[1])

---

1) J. Jamin, Ann. de chim. et phys. (3) **29**. p. 263. 1850; **31**. p. 175. 1851.

erst beobachtete elliptische Polarisation bei der Reflexion ı durchsichtigen Körpern nach der Ansicht von Zech[1], orenz[2], Lord Rayleigh[3], Voigt[4] und Drude[5] nur sekunrer Natur, da sie lediglich durch die Oberflächenschichten rvorgerufen würde. Andererseits glauben Schmidt[6] und sonders Wernicke[7] aus ihren Arbeiten schließen zu müssen, ß die elliptische Polarisation bei der Reflexion eine allmeine Eigenschaft der Körper ist. Diese Frage ist heute ohl noch nicht definitiv entschieden, jedenfalls ist durch eine eihe theoretischer und experimenteller Untersuchungen einandsfrei nachgewiesen, daß die Konstanten der elliptischen olarisation durch Oberflächenschichten stark beeinflußt werden. ei den Lösungen haben wir nun wie bei den festen Körpern ne natürliche Schicht, die durch die Oberflächenspannung dingt ist und nicht beseitigt werden kann. Außerdem dürfte ch durch Adsorption von Luft und Wasser sehr leicht ein nnes Häutchen, ferner durch Verdunsten des Lösungsmittels ne Schicht anderer Konzentration bilden. Endlich sind beaders bei wässerigen Lösungen infolge der großen Oberchenspannung des Wassers die Oberflächen stets mit Schlieren deckt. Nach Lord Rayleigh[8] haben sie eine Dicke von . 10^{-6} mm und rühren hauptsächlich von Verunreinigungen rch fettige Substanzen her. Aus obigem geht also hervor, ß eine ganze Reihe von Oberflächenschichten zu berücksichtigen ist.

Es wurden nun meistens Lösungen in Alkohol und Chloroform von bestimmtem Prozentgehalt untersucht. Um Konzentionsänderungen zu vermeiden, befanden sie sich in hohen cherglässern, die bei großem Volumen eine verhältnismäßig

1) P. Zech, Pogg. Ann. **109**. p. 68. 1860.
2) L. Lorenz, Pogg. Ann. **111**. p. 460. 1860; **114**. p. 238. 1861.
3) Lord Rayleigh, Phil. Mag. (4) **42**. p. 96. 1871; (5) **33**. I. p. 1. 92.
4) W. Voigt, Wied. Ann. **23**. p. 121. 1884; **31**. p. 327. 1887; **32**. 526. 1887.
5) P. Drude, Wied. Ann. **36**. p. 532, 865. 1889; **38**. p. 265. 1889; p. 481. 1890.
6) K. E. F. Schmidt, Wied. Ann. **37**. p. 353. 1889.
7) W. Wernicke, Wied. Ann. **30**. p. 452. 1887; **31**. p. 1028. 1887.
8) Lord Rayleigh, Phil. Mag. **33**. p. 8. 1892. I.

kleine Öffnung hatten. Das Gefäß mit Lösung wurde auf einer zur Hand stehenden Wage tariert und nach jeder Beobachtungsreihe das verdunstete Lösungsmittel zugesetzt, bis die Wage wieder einspielte. Darauf wurde die Lösung mit einem feinen Rührer umgerührt, um eine gleichmäßige Konzentration zu erhalten, und sofort mit einem stark gewölbten Uhrglase bedeckt. Die groben Einstellungen erfolgten stets durch das Uhrglas hindurch. Die Oberflächenschichten anderer Konzentration, wie sie sich durch Verdunsten des Lösungsmittels bilden konnten, suchte ich durch Umrühren der Flüssigkeit unmittelbar vor jeder Beobachtung zu beseitigen. Im übrigen zeigten die Lösungen in Alkohol und Chloroform eine absolut reine, homogene Oberfläche, da ja eine Schlierenbildung durch Fette nicht möglich ist. Die Verunreinigung der Wasseroberflächen suchte ich endlich wie Lord Rayleigh[1]) durch einen ausdehnbaren Ring auf ein Minimum zu reduzieren. Zum Schlusse der Beobachtungen an einer Lösung wurde zur Kontrolle die erste Beobachtungsreihe noch einmal wiederholt. Die Abweichungen lagen stets innerhalb der Fehlergrenzen, so daß sich also während der Zeit der Beobachtung die Oberfläche nicht verändert hatte.

Untersuchungsmethoden.

Bei allen Untersuchungen über elliptisch polarisiertes Licht kommt es immer darauf an, das relative Amplitudenverhältnis und die relative Phasendifferenz der sogenannten Hauptkomponenten, d. h. der Komponenten parallel und senkrecht zur Einfallsebene, zu bestimmen. Ist das einfallende Licht unter einem Winkel von 45° gegen die Einfallsebene polarisiert, so variieren die Amplitudenverhältnisse zwischen 0 und 1, die relativen Phasendifferenzen stets zwischen 0 und π. Wir nehmen im folgenden an, daß sie für streifende Inzidenz gleich π, für senkrechte gleich 0 sind, da bei senkrechtem Einfall alles um den einfallenden Strahl symmetrisch liegt.

Zur Bestimmung der beiden Konstanten dienen im wesentlichen zwei Methoden. Die erste benutzt den von Jamin als

1) Lord Rayleigh, Phil. Mag. (5) 30. p. 392. 1890. II.

aßinstrument eingerichteten Babinetschen Kompensator in erbindung mit einem analysierenden Prisma.

Bei der zweiten zuerst von Sénarmont angegebenen ethode wird die Phasendifferenz durch eine Glimmerplatte fgehoben, die den beiden in ihr fortgepflanzten Wellen einen ngunterschied $\lambda/4$ erteilt. Bringt man nun die Haupthwingungsrichtungen des Glimmers mit den Hauptachsen der hwingungsellipse durch Drehen der Platte zur Koinzidenz, werden sich die Phasendifferenzen zu 0 bez. π ergänzen. n erhält also geradlinig polarisiertes Licht, das mit einem alysierenden Nicol ausgelöscht werden kann. Da infolge r Dispersion des Glimmers die Phasendifferenz nur für eine zige Farbe gleich $\pi/2$, für Strahlen größerer Wellenlänge iner und umgekehrt für eine Farbe kleinerer Wellenlänge ßer als $\pi/2$ ist, so könnte man die Glimmerplatte nur zu tersuchungen für jenes homogene Licht anwenden. Stokes[1] t indessen nachgewiesen, daß die Methode noch zur Beimmung der Konstanten für die verschiedenen Fraunhoferen Linien dienen kann, wenn die durch die $\lambda/4$-Undulationsmmerplatte hervorgerufene Phasendifferenz innerhalb gewisser enzen von $\pi/2$ verschieden ist. Er gab auch zuerst die tionellsten Formeln zur Berechnung der Konstanten der iptischen Polarisation aus den Ablesungen am Analysatord Kompensatorteilkreis an, die später von Mascart[2], benders von Horn[3] und Müller[4] ausführlich abgeleitet und kutiert worden sind.

Von den beiden erwähnten Beobachtungsmethoden benutzte die von Sénarmont angegebene und zwar in der von Wiedemann[5] modifizierten Form.

Zur Untersuchung der Lösungen wurde das Spektrometer einem stark gebauten Gestell aus Eichenholz umgelegt und f einer in der Wand eingemauerten Steinkonsole aufgestellt. e Lösungen standen unabhängig vom Spektrometer direkt

1) G. Stokes, Phil. Mag. (4) 2. p. 420. 1851.

2) E. Mascart, Traité d'optique 2. p. 69. 1891.

3) G. Horn, Neues Jahrbuch für Mineralogie etc. Beilageband 12. 270. 1899.

4) E. Müller, l. c. Beilageband 17. p. 187. 1903.

5) E. Wiedemann, Pogg. Ann. 151. p. 6. 1874.

auf der Steinplatte. Bei der isolierten Lage des hiesigen Institutes genügte diese Vorkehrung vollkommen, um das Schwanken der Flüssigkeitsoberflächen zu verhindern.

Die Beobachtungen sind natürlich um so genauer, je intensiver das Licht ist, das die Lichtquelle ausstrahlt. Da die Anwendung von Sonnenlicht bei meinen Untersuchungen mit großen Schwierigkeiten verbunden war, so benutzte ich als Lichtquelle eine selbstregulierende Bogenlampe, deren Licht ich mit einer Linse auf den Diaphragmamittelpunkt konzentrierte.

Der Gang des Lichtstrahles im Spektrometer ist also endlich folgender. Er tritt durch das im Brennpunkt des Kollimatorobjektives befindliche Diaphragma in das Rohr ein und passiert als Parallelstrahlbündel den Polarisator, durch den es unter einem Winkel von 45° gegen die Einfallsebene polarisiert wird. Durch die Reflexion an der spiegelnden Fläche wird es in elliptisch polarisiertes verwandelt, d. h. die beiden Hauptkomponenten erfahren eine verschiedene Schwächung und eine gewisse Phasenverschiebung. Letztere wird durch den Kompensator wieder aufgehoben und das resultierende geradlinig schwingende Licht mit dem Analysator ausgelöscht. Um die Elemente der elliptischen Polarisation für eine bestimmte Fraunhofersche Linie zu erhalten, bringt man durch gleichzeitiges Drehen des Analysators und Kompensators den dunklen Streifen im Spektrum mit der betreffenden Linie zur Deckung. Aus den Ablesungen an beiden Teilkreisen lassen sich die Konstanten nach den Stokes-Hornschen Formeln berechnen. Die Streifen waren innerhalb des Absorptionsgebietes im allgemeinen schmal und scharf, für die schwach absorbierten Strahlen wanderte dagegen ein mehr oder weniger breiter Schatten über das Spektrum. Für die vollkommen durchsichtigen Lösungsmittel wurden bei zwei gewissen Kombinationen des Analysators und Kompensators sämtliche Farben zugleich ausgelöscht.

Es wurden so die Konstanten der elliptischen Polarisation bei der Reflexion an Lösungen einiger Körper mit Oberflächenfarben, und zum Vergleich außerdem noch einmal die Elemente bei der Reflexion an Spiegeln dieser Körper bestimmt. Hauptamplitudenverhältnisse und Haupteinfallswinkel wurden mit Hilfe der Lagrangeschen Formel interpoliert.

Messungen.

Die Figg. 1—11 auf Taf. II geben den Verlauf der Kon-
nten der elliptischen Polarisation und zwar die relativen
asendifferenzen δ als Bruchteile einer Wellenlänge und die
ativen Amplitudenverhältnisse tg ψ. Zu ihrer Berechnung
nten die Mittelwerte von je vier bez. zwölf Ablesungen am
alysator- und Glimmerteilkreis, je nachdem man sich inner-
lb oder außerhalb des Absorptionsgebietes befand, also ein
arfer oder verwaschener Streifen über das Spektrum wanderte.
a die Hauptachsenverhältnisse der Schwingungsellipse für die
wach absorbierten und dementsprechend schwach reflek-
rten Strahlen sehr klein sind, so werden die Phasen-
ferenzen für diese besonders in der Nähe des Haupteinfalls-
nkels mit größeren Fehlern behaftet sein. Die Tab. 1—14
f p. 980 ff. enthalten die Haupteinfallswinkel J und deren
ngenten, die bei Gültigkeit des Brewsterschen Gesetzes den
echungsexponenten geben würden. Die Hauptamplituden-
rhältnisse und deren Quadrate sind nur für die Spiegel an-
geben, da sie sich für schwächer absorbierte Strahlen infolge
s schnellen Abfalles der Amplitudenverhältnisse in der un-
ittelbaren Nähe des Haupteinfallswinkels aus den Inter-
olationsformeln doch nicht richtig ergeben hätten.

1. Fuchsin.

Infolge der starken Absorption des Fuchsins, die die
trahlen von $\lambda = 0{,}630\ \mu$ bis $\lambda = 0{,}440\ \mu$ umfaßt, und deren
aximum für den festen Körper bei $\lambda = 0{,}500$, für Lösungen
n $\lambda = 0{,}550$ oder $D\,{}^1/_2\,E$ herum liegt, ist es am besten zur
ntersuchung der Reflexion geeignet und auch zur Prüfung
er Theorien mehrfach benutzt worden. Die bisherigen Be-
achtungen weichen indessen ganz bedeutend voneinander ab.
ielleicht sind diese starken Differenzen auf verschiedene che-
ische Zusammensetzung des Fuchsins oder auf das ver-
hiedene Alter der Spiegel zurückzuführen. Zum Vergleich
ien hier noch einmal die von E. Wiedemann (W.), Glan (G.),
chenck (S.), Merkel (M.), Walter (Wa.) und mir (L.) ge-
ndenen Werte der Haupteinfallswinkel und Hauptamplituden-
rhältnisse zusammengestellt:

	C	$C\,^1/_3\,D$	C	$C\,^1/_2\,D$	C	$C\,^1/_2\,D$
J_p	66° 3′	71° 38′	67° 1′	66° 50′	—	69° 28′
tg Ψ	0,084	0,199	0,073	0,092	—	0,072
	W.	G.	S.	M.	Wa.	L.

	D	D	D	D	D	D
J_p	65° 45′	68° 52′	66° 53′	67° 15′	70° 31′	70° 3′
tg Ψ	0,225	0,254	0,261	0,170	0,162	0,164
	W.	G.	S.	M.	Wa.	L.

	$E\,^1/_2\,b$	E	E	$E\,^1/_2\,b$	E	E
J_p	59° 48′	66° 27′	62° 45′	63° 50′	68° 21′	67° 48′
tg Ψ	0,340	0,365	0,394	0,396	0,373	0,403
	W.	G.	S.	M.	Wa.	L.

	F	$E\,^1/_4\,F$	F	F	F	F
J_p	58°	65° 27′	56° 39′	58° 10′	61° 47′	61° 18′
tg Ψ	0,320	0,399	0,496	0,536	0,529	0,529
	W.	G.	S.	M.	Wa.	L.

Meine Resultate stimmen also mit den Walterschen nahezu überein und liegen im allgemeinen zwischen den bisher gefundenen. Außer den Spiegeln wurden drei Fuchsinlösungen in Alkohol und zwar von den Prozentgehalten 4, 8 und 16 untersucht. Die 16 proz. Lösung erhielt man nur, indem man das Fuchsin in heißem Alkohol löste. Bei vorsichtiger Behandlung hielt sie sich in kaltem, übersättigten Zustand einige Stunden. Es mußten aber für diese Untersuchungen zwei Lösungen angewandt werden, da eine stets auskristallisierte, bevor sämtliche Beobachtungen an ihr gemacht waren. Die genaue Einstellung für die F-Linie nahm sehr viel Zeit in Anspruch, die Ablesungen für sie sind deshalb bei dieser Konzentration fortgelassen. Aus den Resultaten geht hervor, daß auch die Lösungen des Fuchsins das Licht bei der Reflexion elliptisch polarisieren, die Hauptamplitudenverhältnisse,

als Maß für die Elliptizität angesehen werden können, hsen für alle Strahlen besonders für die stark absorbierten der Konzentration der Lösung, so daß sich der Verlauf Konstanten mit wachsendem Prozentgehalt dem Gang der-en bei der Reflexion an Spiegeln nähert.

2. Brillantgrün.

Brillantgrün absorbiert die Strahlen von $\lambda = 0{,}690\ \mu$ bis 0,545 μ, und zwar am stärksten diejenigen von der Wellen-ge 0,656 μ, in Lösungen die Farbe $\lambda = 0{,}639\ \mu$. Besonders rkwürdig ist hier die Abnahme der Elliptizität mit dem satz von Wasser zum Alkohol. Bei einer 10 proz. Lösung $^1/_2$ Wasser + $^1/_2$ Alkohol ist sie annähernd halb so groß wie einer 10 proz. Lösung in reinem Alkohol, bei einer Lösung reinem Wasser von gleicher Konzentration übersteigt sie ım die des vollkommen durchsichtigen Wassers.

3. Fluorescein.

Der Absorptionsstreifen liegt hier zwischen den Fraun-ferschen Linien *E* und *H*, das Maximum in der Nähe der Linie. Es löst sich zu sehr hohem Prozentgehalt in kon-trierter Kalilauge. Der Gang der Phasendifferenzen und plitudenverhältnisse gleicht bei diesen wässerigen Lösungen die stark absorbierten Strahlen dem bei den Metallen. Die iptizität wächst hier ebenso wie beim Fuchsin stark mit der nzentration.

4. Cyanin.

Cyanin absorbiert die Strahlen von $\lambda = 0{,}635\ \mu$ bis 0,535 μ. Das Maximum für festes Cyanin liegt bei 0,570 μ, für Lösungen in Alkohol bei 0,589 μ, in Chloro-m bei $\lambda = 0{,}601\ \mu$.[1]) Die Oberflächenfarbe der Spiegel ist e verschiedene, je nachdem man dieselben durch Verdunsten Lösungen in Alkohol oder Chloroform herstellt. Letztere gen ebenso wie das frisch geschmolzene Cyanin einen bronze-benen Oberflächenschiller, der bei Belichtung in ein sattes

1) G. J. Katz, Inaugural-Dissertation, Erlangen 1898.

Blau und schließlich in Stahlblau übergeht. So kann man z. B. bei Belichtung mit intensivem Sonnenlicht sehr leicht Photographien scharf begrenzter Gegenstände erhalten. Projiziert man auf einen solchen Spiegel ein Spektrum, so ist der Farbenumschlag im Gelb, also für die absorbierten Strahlen bei weitem am stärksten. Nach den Beobachtungen Nuttings[1] an geschmolzenem Cyanin wird durch die Belichtung das Absorptionsvermögen und damit die charakteristische anomale Dispersion fast aufgehoben. Da bei Bestrahlung mit dem intensiven Licht der Bogenlampe der Farbenumschlag momentan erfolgte, konnte ich diese interessanten Beobachtungen nicht weiter verfolgen. — Die mitgeteilten Werte beziehen sich auf einen Spiegel, den ich durch Verdunsten einer alkoholischen Lösung auf der Hypotenusenfläche eines Prismas niederschlug. Leider ist Cyanin sowohl in Alkohol als auch in Chloroform nicht zu sehr starken Konzentrationen löslich. Es sind deshalb nur zwei Lösungen — je eine in den beiden Lösungsmitteln — untersucht worden. Bei derjenigen in Chloroform sind die Elliptizitäten für $C\,{}^1/_2\,D$ und D nahezu gleich. Der Absorptionsstreifen wird also gegenüber den alkoholischen hiernach wie oben nach dem Rot zu verschoben sein Dies deutet schon darauf hin, daß der Ton der Oberflächenfarbe mehr in das Rötliche spielen wird.

Berechnung der n und $\varkappa$.

Sind die Elemente der elliptischen Polarisation für bestimmte Einfallswinkel bekannt, so lassen sich weiter daraus die Brechungsexponenten und Absorptionskoeffizienten des reflektierenden Körpers berechnen. Die optischen Konstanten der Metalle sind so meistens aus den Elementen der elliptischen Polarisation gefunden, da wegen ihrer großen Absorption die Bestimmung nach der prismatischen Methode mit großen Schwierigkeiten verbunden ist. Ebenso ist es für die stark absorbierten Strahlen bei den Körpern mit Oberflächenfarben. Sie lassen nur in unmittelbarster Nähe der brechenden Kante des Prismas noch Licht hindurch, so daß zur Brechung

1) P. G. Nutting, Nature **66**. p. 416. 1902; Beibl. **27**. p. 56. 1903.

[...]stens noch Beugungserscheinungen hinzukommen. Soweit [...] die Literatur übersehe, liegen ausgedehnte Messungen für [...]rk konzentrierte Lösungen anomal dispergierender Medien [...]r von Kundt[1]), Sieben[2]) und Ketteler[3]) vor. Sie be[...]ränken sich aber auch auf Strahlen außerhalb des Ab[...]ptionsstreifens.

Die von Drude abgeleiteten „vereinfachten Formeln" für [...] Metallreflexion haben für die Körper mit Oberflächenfarben [...]ne Gültigkeit mehr, da die von ihm eingeführte Größe S [...] unten) nicht mehr den vorgeschriebenen Bedingungen ge[...]gt. Die höheren Potenzen von $1/S^2$ dürfen nämlich hier [...]ht mehr gegen 1 vernachlässigt werden, und es ist somit [...]ht gestattet, die Reihenentwickelung nach dem zweiten oder [...]tten Gliede abzubrechen. Man muß daher ganz allgemein [...]tige Formeln anwenden.

Setzt man zur Vereinfachung

$$\operatorname{tg} Q = \sin \delta \operatorname{tg} 2\psi, \qquad \cos P = \cos \delta \sin 2\psi$$

[...]er

$$\operatorname{tg} \delta = \sin Q \operatorname{tg} P, \qquad \cos 2\psi = \cos Q \sin P,$$

[...]dlich

$$S = \sin \varphi \operatorname{tg} \varphi \operatorname{tg} P/2,$$

werden die Brechungsexponenten und Absorptionskoeffizienten [...]geben durch die allgemein gültigen Formeln:

$$2 n^2 \varkappa = S^2 \sin 2Q,$$

$$n^2 = \frac{S^2 \cos 2Q + \sin^2 \varphi}{1 - \varkappa^2},$$

$$\varkappa = \operatorname{tg} \alpha/2,$$

[...]

$$\operatorname{tg} \alpha = \frac{S^2 \sin 2Q}{S^2 \cos 2Q + \sin^2 \varphi}.$$

Diese Formeln vereinfachen sich noch für den Fall der [...]hwachen Absorption. Dann kann man nämlich $4\varkappa$ gegen 1 [...]nachlässigen und erhält:

---

1) A. Kundt, Pogg. Ann. **145**. p. 67. 1872.

2) G. Sieben, Wied. Ann. **8**. p. 137. 1879; **23**. p. 312. 1884.

3) E. Ketteler, Wied. Ann. **12**. p. 481. 1881.

$$\operatorname{tg}\delta = -\frac{\varkappa \sin 2\varphi \operatorname{tg}\chi}{\cos(\varphi+\chi)\cos(\varphi-\chi)}, \quad \operatorname{tg}\psi = -\frac{\cos(\varphi+\chi)}{\cos(\varphi-\chi)},$$

also

$$\varkappa = -\frac{\cos(\varphi+\chi)\cos(\varphi-\chi)\operatorname{tg}\delta}{\sin 2\varphi \operatorname{tg}\chi},$$

$$n = \frac{\sin\varphi}{\sin\chi}, \quad \text{wo} \quad \operatorname{tg}\chi = \operatorname{cotg}\varphi\,\frac{1+\operatorname{tg}\psi}{1-\operatorname{tg}\psi}.$$

Nach diesen Formeln sind die Brechungsexponenten und Absorptionskoeffizienten für verschiedene Fraunhofersche Linien und jeden beobachteten Einfallswinkel berechnet worden. Ihre Mittelwerte sind in den folgenden Tabellen I—IV mit denen anderer Beobachter zusammengestellt. Die Tab. III enthält außerdem für Fuchsin- und Brillantgrünlösungen die Werte der Brechungsexponenteu, die mittels der Wüllnerschen Formel

$$\frac{p_1}{d_1}(n_1 - 1) + \frac{p_2}{d_2}(n_2 - 1) = \frac{P}{D}(N - 1)$$

aus denen des festen Farbstoffs und des Lösungsmittels und deren Dichten berechnet sind. Die erforderlichen Dichten der festen Farbstoffe wurden in Benzol mit dem Pyknometer, die der Lösungen mit der Mohrschen Wage bestimmt. Es ergaben sich für festes Fuchsin $d = 1,22$, für Brillantgrün $d = 1,24$, für Fuchsinlösungen $d_{4\,\text{Proz.}} = 0,825$, $d_{8\,\text{Proz.}} = 0,839$, $d_{16\,\text{Proz.}} = 0,867$, für die Brillantgrünlösungen $d_{\text{Alk.}} = 0,843$, $d_{\text{Wasser}} = 1,028$, endlich für Wasser $d = 0,999$ und Alkohol 0,816.

Diskussion der Resultate.

1. Die Beträge der Brechungsexponenten und Absorptionskoeffizienten für die verschiedenen Einfallswinkel stimmen untereinander im allgemeinen sehr gut überein, nur die aus den Konstanten in der Nähe des Haupteinfallswinkels berechneten Werte zeigen wegen der ungenaueren Ablesungen in diesem Gebiet größere Abweichungen. Sie sind deshalb auch bei der Berechnung der Mittelwerte zum Teil nicht mit berücksichtigt worden. Die gute Übereinstimmung ist wesentlich durch die Anwendung der allgemein gültigen Formeln bedingt. Ich habe zuerst versucht, nach den vereinfachten Formeln Drudes zu rechnen, erhielt aber dann wegen der kleinen Werte von δ

die Brechungsexponenten stets zu kleine Werte, während jenigen für die Absorptionskoeffizienten mit wachsendem ıfallswinkel stark abnahmen. So ergaben die vereinfachten rmeln die Absorptionskoeffizienten beim Brillantgrünspiegel die *E*-Linie und die fünf beobachteten Einfallswinkel zu 21, 0,084, 0,067, 0,036, 0,017, also völlig unbrauchbare Werte.

2. Ein Vergleich der von mir berechneten Werte der echungsexponenten mit denen anderer Beobachter läßt sich sführlich nur für die festen Spiegel anstellen, da Lösungen das in Betracht kommende Gebiet im allgemeinen nur in az geringen Konzentrationen untersucht worden sind. Auf werde ich später eingehen. Die Werte der Brechungsponenten für die festen Substanzen (Tab. I) zeigen im großen d ganzen bei allen Beobachtern den gleichen Verlauf und ıe ziemlich gute Übereinstimmung.

Tabelle I.

Werte der Brechungsexponenten (*n*).

	$C\,^1/_2\,D$	D	E	F
chsinspiegel: Walter	λ = 634 : 2,412	2,684	1,913	1,074
üger	λ = 610 : 2,34	2,64	λ = 535, 1,95	1,05
ernicke	—	2,326	1,875	1,530
iedemann-Voigt . .	C : 2,216	2,00	$E\,^1/_2\,b$ 1,87	1,11
rkel-Voigt	2,20	2,18	$E\,^1/_2\,b$ 1,55	0,94
chsinspiegel (L.) . .	2,700	2,642	1,789	1,060
tg J_p	2,747	2,780	2,450	1,827
llantgrünsp: Walter	C : 2,153	1,274	1,140	1,443
üger	λ = 656 : 201	1,27	λ = 553, 1,09	—
llantgrünspiegel (L.)	1,534	1,147	1,142	1,488
tg J_p	1,954	1,625	1,126	1,472
aninspiegel: Pflüger	1,94	1,71	λ = 520, 1,19	1,40
aninspiegel (L.) . .	1,957	1,783	1,309	1,412
tg J_p	2,046	1,827	1,337	1,419

Beim Fuchsin ist diese besonders mit den Werten von lüger und Walter vorhanden. Die Werte für Cyanin und illantgrün liegen den Pflügerschen ebenfalls sehr nahe, bis f diejenigen für $C\,^1/_2\,D$ und D beim Brillantgrün, die kleiner diese sind. Ich bemerke dazu, daß die letzten Werte nach einen Beobachtungen unsicher sind, da die Übereinstimmung

der Brechungsexponenten untereinander für sie eine schlechtere als bei den anderen Spiegeln war.

3. Wesentlich schlechter ist die Übereinstimmung der von mir berechneten Absorptionskoeffizienten mit denen, die von Pflüger nach der direkten Methode mittels des Vierordtschen Doppelspaltes bestimmt und von Walter und Voigt aus den Konstanten der elliptischen Polarisation nach den Cauchyschen bez. Voigtschen Formeln berechnet sind. Sie sind durchgängig kleiner als diese (Tab. II).

Tabelle II.

Werte der Absorptionskoeffizienten $\varkappa$.

	$C\,^1/_2\,D$	D	E	F
Fuchsinspiegel (L.) . .	0,120	0,302	0,802	1,143
Pflüger	—	0,76	1,22	0,98
Walter	—	0,792	1,419	1,168
Wiedemann-Voigt . .	0,151	0,40	0,56	0,43
Brillantgrünspiegel (L.)	0,695	0,851	0,111	0,044
Walter	C: 0,895	0,903	—	—
Cyaninspiegel (L.) . .	0,276	0,339	0,159	0,027
Pflüger	0,54	0,70	$\lambda = 0{,}520$: 0,26	0,06

Für den Fuchsinspiegel stimmen meine Werte mit den von Voigt berechneten am besten überein, während sie von denen Walters und Pflügers ganz erheblich abweichen. Mein Wert für die F-Linie fällt überhaupt aus den ganzen Beobachtungen heraus, da er größer ist als der Absorptionskoeffizient für die E-Linie, d. h. für die Farbe, die nach allen Beobachtern das Maximum der Absorption aufweist. Bei der Übereinstimmung der Zahlen untereinander dürfte diese Abweichung indessen nicht durch Beobachtungsfehler erklärt werden können. Andererseits ist dieses Resultat mit den übrigen Beobachtungen an den Lösungen nicht vereinbar. Doch steht dieser Wert nicht vereinzelt da, da sich aus den Merkelschen Daten derselbe Gang der Absorptionskoeffizienten ergibt.

Beim Brillantgrün liegen meine Werte den Walterschen sehr nahe, bei den Cyaninspiegeln betragen sie dagegen nur ca. die Hälfte der von Pflüger nach der direkten Methode bestimmten Absorptionskoeffizienten.

4. Wir vergleichen ferner den Verlauf der Brechungsxponenten für die Lösungen mit dem für die feste Substanz Tab. III). Beim Fuchsin findet man stets denselben Gang der Brechungsexponenten, nur für $C\,{}^1/_2\,D$ ist n bei den Lösungen leiner als für D, während bei dem Spiegel n für $C\,{}^1/_2\,D$ etwas rößer ist. Die Differenz ist indessen äußerst gering. Beim yanin stimmt der Verlauf in beiden Fällen überein, beim Brillantgrün liegt dagegen das Minimum der Brechungsxponenten für die feste Substanz bei E, für die Lösungen urchgängig bei D. Nun waren zwar die Einstellungen für ie D- und E-Linie schwierig, da für sie ein breiter Schatten ber das Spektrum wanderte. Die großen Abweichungen dürften ndessen auch hier wohl kaum durch eventuelle Beobachtungsehler erklärt werden können. Die Brechungsexponenten konentrierter Lösungen sind direkt meistens nur für Farben ußerhalb des Absorptionsgebietes bestimmt worden. Die Werte on Kundt für eine „konzentrierte Fuchsinlösung" stimmen is auf die F-Linie mit meinen für die 4 proz. Lösung erhaltenen, ie von Kundt, Ketteler und Walter gefundenen für Cyaninnd Brillantgrünlösungen mit meinen Werten ebenfalls sehr ut überein.

5. Die Abhängigkeit der Brechungsexponenten für ein estimmtes λ von der Konzentration steht im allgemeinen bei icht absorbierenden Substanzen mit der Wüllnerschen Formel m Einklang. Ebenso ist auch für die von den Lösungen chwach absorbierten Strahlen die Übereinstimmung der nach en Wüllnerschen Formeln und der aus den Konstanten der lliptischen Polarisation berechneten Werte bei Brillantgrün, esonders aber für Fuchsin fast vollkommen. Definitive Schlüsse assen sich natürlich aus diesen groben Bestimmungen nicht iehen, da man zum Beweise dafür, daß die Wüllnersche Formel die Erscheinungen wirklich darstellt, die Brechungsxponenten auf fünf Dezimalen genau bestimmen müßte. Im Gebiet des Absorptionsstreifens differieren die beiden Werte agegen mehr oder weniger stark, jedoch zeigen sie auch hier enselben charakteristischen Verlauf der Brechungsexponenten nomal dispergierender Medien.[1]) Einige Werte weichen in-

1) Vgl. auch K. Stoeckl, Inaugural-Dissertation, München 1900.

Tabelle III.

Werte der Brechungsexponenten (n).

	$C\,^1/_2\,D$	D	E	F
Alkohol	1,361	1,362	1,365	1,367
Fuchsinlösung 4 %	1,398	1,413	1,360	1,298
tg J	1,400	1,410	1,347	1,285
Wüllnersche Formel	1,396	1,395	1,376	1,358
Fuchsinlösung 8 %	1,434	1,473	1,365	1,285
tg J_p	1,436	1,475	1,363	1,289
Wüllnersche Formel	1,435	1,433	1,389	1,350
Fuchsinlösung 16 %	1,515	1,608	1,403	—
tg J_p	1,513	1,595	1,426	—
Wüllnersche Formel	1,515	1,510	1,416	—
Konz. L. Kundt	C: 1,392	1,398	—	1,361
Fuchsinspiegel	2,700	2,642	1,789	1,060
Wasser	1,333	1,334	1,336	1,338
Methylalkohol	1,331	1,333	1,334	1,336
Brillantgrün in Wasser 10 %	1,431	1,399	—	—
tg J_p	1,418	1,393	—	—
Wüllnersche Formel	1,352	1 321	—	—
Brillantgrün in $^1/_2$ W. + A. 10 %	1,353	1,334	1,363	—
tg J_p	1,371	1,340	1,359	—
Brillantgrün in Alkohol 10 %	1,349	1,305	1,347	1,388
tg J_p	1,371	1,320	1,347	1,393
Wüllnersche Formel	1,372	1,347	1,349	1,374
Lösung in Methylalkohol 16 %	1,332	1,255	1,309	1,363
tg J_p	1,385	1,269	1,305	1,356
Walter, Lösung in Methylalkohol 16,7 %	—	—	1,313	1,355
Brillantgrünspiegel	1,534	1,147	1,142	1,483
Chloroform	1,448	1,449	1,452	1,455
Alkohol-Cyaninlösung 2 % .	1,389	1,374	1,359	—
tg J_p	1,387	1,369	1,355	—
Chloroform-Cyaninlösung 6 %	1,547	1,436	1,434	1,469
tg J_p	1,570	1,433	1,434	1,474
Konz. Lösung Kundt . . .	C: 1,383	—	1,366	1,371
Konz. Lösung Ketteler . . .	$\lambda = 659$: 1,381	—	—	1,364
Cyaninspiegel	1,957	1,733	1,309	1,412
Kalilauge	—	1,403	1,406	1,408
Fluorescein 10 %	1,479	1,479	1,595	1,410
tg J_p	—	1,482	1,581	1,428
Fluorescein 20 %	—	1,544	1,720	1,414
tg J_p	—	1,542	1,743	1,460
Walter, Lösung 53 %	C: 1,5905	1,6458	2,10	—

n meinen Beobachtungen besonders auffallend von der rschen Formel ab. So ist der Brechungsexponent der alkoholischen Brillantgrünlösung für $C\,{}^1/_2\,D$ und der yaninlösung für D kleiner als der des Lösungsmittels, er nach der Wüllnerschen Formel größer sein sollte. irt is es bei der 10 proz. wässerigen Brillantgrünlösung ei Brillantgrün in $^1/_2$ W. + A. für E und bei der 6 proz. sung für F.

Die Tangenten der Haupteinfallswinkel, die bei Gültig- Brewsterschen Gesetzes den Brechungsexponenten ürden, stimmen für die schwach absorbierten Strahlen aus den Konstanten der elliptischen Polarisation be- n Brechungsexponenten sehr gut überein, für die stark rten zeigen sie, wie natürlich, bedeutende Abweichungen.

Vergleichen wir die Absorptionskoeffizienten der festen zen mit denen der Lösungen, so zeigt sich natürlich ges Anwachsen derselben mit der Konzentration, doch allgemeinen eine vollkommene Proportionalität nicht en (Tab. IV).

Tabelle IV.

Werte der Absorptionskoeffizienten $\varkappa$.

	$C\,{}^1/_2\,D$	D	E	F
iegel	0,120	0,302	0,802	1,143
sung 16 % in Alkohol	0,010	0,045	0,170	—
sung 8 % in Alkohol	0,007	0,014	0,085	0,035
sung 4 % in Alkohol	0,005	0,005	0,049	0,013
ünspiegel	0,695	0,851	0,111	0,044
ünlösung 16 % in lkohol	0,207	0,125	0,007	0,000
ünlösung 10 % in Alk.	0,137	0,079	0,002	0,001
ünlösung 10 % in + A.	0,077	0,052	0,003	—
ünlösung 10 % in W.	0,014	0,007	—	—
egel	0,276	0,339	0,159	0,027
ung 6 % in Chlorof.	0,077	0,078	0,008	0,001
ung 2 % in Alkohol	0,004	0,016	0,004	—
inlösung 10 % . .	—	0,004	0,045	0,117
inlösung 20 % . .	—	0,006	0,085	0.207

Nur für die E-Linie bei Fuchsinlösungen und für die Fluoresceinlösungen wächst die Absorption nahezu proportional der Konzentration; rechnet man aber die Werte für Fuchsin auf die feste Substanz um, so erhält man den zu großen Wert 1,06. Abgesehen von der F-Linie bei Fuchsin fällt die Verschiebung des Maximums der Absorption bei den Brillantgrünlösungen nach dem Rot zu auf. Das Maximum der Absorption liegt bei den Lösungen durchgängig bei $C\,{}^1/_2\,D$, bei der festen Substanz bei D, während sich nach den direkten Messungen von Katz der Absorptionsstreifen in den Lösungen gegenüber dem bei der festen Substanz nach dem Violett verschieben sollte. Vielleicht sind diese Abweichungen in dem verschiedenen Material begründet. Die Brillantgrünlösungen weisen noch weitere Eigentümlichkeiten auf. Analog dem Zurückgehen der Elliptizität bei Zusatz von Wasser zum Alkohol nehmen auch die Absorptionskoeffizienten, wie sie sich aus den Konstanten der elliptischen Polarisation ergeben, ganz bedeutend ab, während nach den Messungen von Katz (l. c. Tab. I) Brillantgrünlösungen in Wasser und Alkohol bei gleichem Prozentgehalt ungefähr die gleichen Absorptionskoeffizienten haben. Man hat hier durchaus den Eindruck, als ob die Oberflächenschichten von einer anderen Zusammensetzung wie das Innere der Lösungen seien. Es gelang aber nicht, durch Reinigen der Oberflächen durch Filtrierpapier und die ausdehnbaren Ringe andere Werte für die Konstanten zu erhalten.

8. Zum Schluß möchte ich noch bemerken, daß der Jaminsche Satz, der Brechungsexponent $n = 1,4$ bilde bei Lösungen die Grenze zwischen positiver und negativer Reflexion, hier keine Gültigkeit mehr besitzt, da z. B. das Licht der F-Linie $n = 1,06$) von Fuchsinspiegeln durchaus positiv reflektiert wird.

Tabelle 1.

Fuchsinspiegel.

	$C\,{}^1/_2\,D$	D	E	F
J	70°	70° 03′	67° 48′	61° 18′
tg J	2,747	2,780	2,450	1,827
tg Ψ'	0,072	0,164	0,403	0,529
tg² Ψ'	0,005	0,027	0,162	0,078

Tabelle 2.

Fuchsin in Alkohol, 4 Proz.

	$C\,^1/_2\,D$	D	E	F	Alk.
J	54° 28′	54° 39′	53° 25′	52° 6′	53° 41′
tg J	1,400	1,410	1,347	1,285	1,361

Tabelle 3.

Fuchsin in Alkohol, 8 Proz.

	$C\,^1/_2\,D$	D	E	F
J	55° 9′	55° 52′	53° 48′	52° 2′
tg J	1,436	1,475	1,363	1,289

Tabelle 4.

Fuchsin in Alkohol, 16 Proz.

	$C\,^1/_2\,D$	D	E
J	56° 32′	57° 55′	54° 58′
tg J	1,513	1,595	1,426

Tabelle 5.

Brillantgrünspiegel.

	$C\,^1/_2\,D$	D	E	F
J	62° 54′	58° 24′	49° 24′	55° 48′
tg J	1,954	1,625	1,126	1,472
tg Ψ	0,366	0,444	0,108	0,044
$\mathrm{tg}^2\,\Psi$	0,135	0,197	0,012	0,002

Tabelle 6.

Brillantgrün in Wasser, 10 Proz.

	$C\,^1/_2\,D$	D	Wasser
J	54° 49′	84° 19′	53° 17′
tg J	1,418	1,398	1,341

Tabelle 7.

Brillantgrün in 1/2 Wasser + 1/2 Alkohol, 10 Proz.

	$C\,{}^1/_2\,D$	D	E	Lös.-Mittel
J	53° 54′	53° 16′	53° 39′	53° 44′
tg J	1,371	1,340	1,359	1,363

Tabelle 8.

Brillantgrün in Alkohol, 10 Proz.

	$C\,{}^1/_2\,D$	D	E	F
J	53° 53′	52° 51′	53° 24′	54° 19′
tg J	1,371	1,320	1,347	1,393

Tabelle 9.

Brillantgrün in Methylalkohol 16 Proz.

	$C\,{}^1/_2\,D$	D	E	F	CH_3OH
J	54° 10′	51° 45′	52° 32′	53° 36′	53° 23′
tg J	1,385	1,269	1,305	1,356	1,346

Tabelle 10.

Cyaninspiegel.

	$C\,{}^1/_2\,D$	D	E	F
J	63° 57′	61° 18′	53° 12′	54° 50′
tg J	2,046	1,827	1,337	1,419
tg Ψ	0,168	0,209	0,132	0,016
tg² Ψ	0,028	0,044	0,017	0,000

Tabelle 11.

Cyanin in Alkohol, 2 Proz.

	$C\,{}^1/_2\,D$	D	E
J	54° 12′	53° 51′	53° 34′
tg J	1,387	1,369	1,355

Tabelle 12.

Cyanin in Chloroform, 6 Proz.

	$C\,^1/_2\,D$	D	E	F	$CHCl_3$
J	57° 30′	55° 6′	55° 7′	55° 51′	55° 32′
tg J	1,570	1,433	1,434	1,474	1,457

Tabelle 13.

Fluorescein in KOH, 10 Proz.

	D	E	F	KOH
J	55° 49′	57° 41′	55°	54° 31′
tg J	1,482	1,581	1,428	1,403

Tabelle 14.

Fluorescein in KOH, 20 Proz.

	D	E	F
J	57° 2′	60° 9′	55° 36′
tg J	1,542	1,743	1,460

Es ist mir eine angenehme Pflicht, meinem hochverehrten hrer, Hrn. Prof. Dr. W. König, unter dessen Leitung die liegenden Untersuchungen im Physikalischen Institut der iversität Greifswald ausgeführt wurden, meinen herzlichsten nk auszusprechen.

(Eingegangen 28. August 1903.)

4. *Über eine Neukonstruktion des Königschen Spektralphotometers;*
von F. F. Martens und F. Grünbaum.

I. Einleitung.

§ 1. *Geschichtliches.* Der leider so früh verstorbene Berliner Prof. Dr. Arthur König hat in den Jahren 1885/86 ein neues Spektralphotometer angegeben.[1]) Das Instrument war nach Art eines Kirchhoff-Bunsenschen Spektroskopes gebaut, die brechende Kante des Dispersionsprismas lag also vertikal. Als Vergleichsfelder dienten die beiden Hälften eines zwischen den Objektiven liegenden Zwillingsprismas. Die von den beiden Vergleichsfeldern ausgehenden Lichtbündel waren durch ein Wollastonprisma in zwei zueinander senkrechten Richtungen polarisiert und konnten durch Drehen eines Nicols meßbar geschwächt werden.

Unter Beibehaltung dieses Königschen Prinzipes hat später der eine von uns eine vollständige Neukonstruktion des Apparates vorgenommen.[2]) Äußerlich unterscheidet sich diese Konstruktion von der früheren besonders durch die horizontale Lage der brechenden Kante des Dispersionsprismas und durch die Beigabe einer Beleuchtungsvorrichtung für Absorptionsmessungen.

Diese Vorrichtung, sowie die Konstruktion der Absorptionsgefäße ist neuerdings verbessert worden infolge einer Experimentaluntersuchung, welche der andere von uns im hiesigen

1) A. König, Verhandl. d. Physik. Gesellsch. zu Berlin 4. p. 50. 1885; 5. p. 9. 1886. Eine ausführliche Beschreibung des Apparates hat derselbe zuerst in Wied. Ann. 53. p. 785. 1894 veröffentlicht; vgl. auch Franz Schmidt & Haensch, Berlin S., Spektralphotometer nach König, Mai 1898. Diese Firma (jetzt Prinzessinnenstr. 16) stellt auch die Neukonstruktion, sowie alle im nachstehenden beschriebenen Nebenapparate her.

2) F. F. Martens, Verhandl. d. Deutschen Physik. Gesellsch. 1. p. 280—284. 1899.

hysikalischen Institut auf Anregung von Hrn. Prof. Warurg mit dem Apparate ausgeführt hat[1]); auch ist die Methode er Absorptionsmessung durch die Anwendung monochroatischen Lichtes in allen Teilen des sichtbaren Spektrums uf eine exaktere Grundlage gestellt worden.

In der vorliegenden Veröffentlichung geben die Verfasser ine zusammenhängende Darstellung über das neukonstruierte 'hotometer und seine Anwendung zu Absorptionsmessungen.

§ 2. *Definitionen.* Ist d die Dicke einer planparallelen, enkrecht durchstrahlten, absorbierenden Schicht, J die eintretende, J' die austretende Lichtintensität, dann ist die Lichtschwächung durch Absorption — von Reflexion sei hier zunächst abgesehen — durch eine einzige Konstante bestimmt. Diese Konstante ist von verschiedenen Autoren verschieden definiert worden. Man hat gesetzt:

$$J' = J \,.\, e^{-\alpha d}\,; \tag{1}$$

$$J' = J \,.\, e^{-\frac{4\pi\varkappa d}{\lambda}}\,; \tag{2}$$

$$J' = J \,.\, 10^{-\varepsilon d}\,; \tag{3}$$

$$J' = J \,.\, 10^{-A_c \cdot c \cdot d}\,; \tag{4}$$

$$J' = J \,.\, \beta^{d}\,. \tag{5}$$

β, der sogenannte Transmissionskoeffizient, wird von einigen französischen Autoren, z. B. Sabatier[2]), angegeben. Man bezeichnet gewöhnlich α als Absorptionskoeffizienten, $\varkappa$ als Absorptionsindex, ε als Extinktionskoeffizienten, A_c als molekularen Extinktionskoeffizienten für die Konzentration c, wobei c die Konzentration der Lösung (Anzahl Grammmoleküle im Liter) bedeutet. In der elektromagnetischen Lichttheorie ist es üblich, nicht etwa nötig, mit $\varkappa$ zu rechnen. Für praktische Zwecke ist ε am geeignetsten, da sich ε am leichtesten aus dem gemessenen, sogenannten *Schwächungsverhältnis* J'/J *der absorbierenden Schicht* berechnen läßt. Im folgenden ist deshalb stets der Extinktionskoeffizient ε angewandt. *ε bedeutet diejenige Schichtdicke, welche das hindurchgehende Licht auf den zehnten Teil schwächt.*

1) F. Grünbaum, Berliner Inaugural-Dissertation 1902.

2) P. Sabatier, Compt. rend. 103. p. 49—53. 1886.

II. Das eigentliche Photometer.

§ 3. *Optische Einrichtung des Photometers.* Die Neukonstruktion des Königschen Spektralphotometers ist im wesentlichen ein Spektroskop mit horizontaler Lage der brechenden Kante des Dispersionsprismas (vgl. den vertikalen Schnitt in Fig. 1).

Die vom Spalte S_1 ausgehenden Strahlen — es werde Na-Licht vorausgesetzt — werden von der Objektivlinse O_1 parallel gemacht, durch das Flintprisma P nach Maßgabe der Wellenlänge abgelenkt und durch die Objektivlinse O_2 zu einem Spaltbilde am Orte des Okularspaltes S_2 vereinigt.

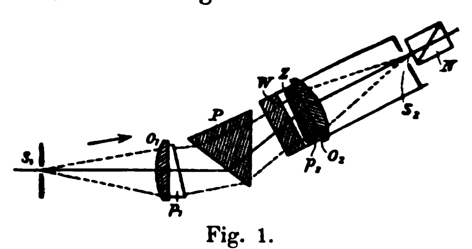


Fig. 1.

Der durch S_2 blickende Beobachter sieht die ganze Fläche der Objektive gleichmäßig und einfarbig beleuchtet. Die beiden Prismen p_1 und p_2 aus Crownglas haben die wichtige Aufgabe, die zweimalige Reflexion von Strahlen an den optischen Flächen, die bei der alten Konstruktion sehr störend wirkte, unschädlich zu machen. Fig. 2 stellt einen horizontalen Schnitt durch

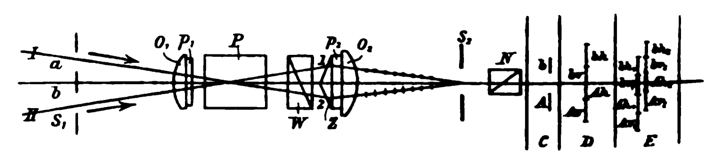


Fig. 2.

das Photometer dar; man muß sich natürlich die Ebene der Zeichnung in Wirklichkeit im Dispersionsprisma P umgebogen vorstellen.

Der Eintrittsspalt S_1 ist durch Blenden in zwei Spalte a und b geteilt, in welche die miteinander zu vergleichenden Lichtbündel I und II eintreten. Nehmen wir zunächst an, das Wollastonprisma W und das Zwillingsprisma Z seien nicht vorhanden. Dann würden von den Spalten a und b zwei Bilder, b und A, entstehen, wie es im Teil C der Fig. 2 dargestellt ist. Denken wir uns nun das Wollastonprisma, welches

zwei verkitteten Kalkspatprismen (nicht Quarzprismen, wie der älteren Konstruktion) besteht, eingesetzt, dann ent-
ien durch Doppelbrechung zwei Bilder b_h und A_h (vgl.
. 2 *D*) mit horizontaler Schwingungsrichtung (der elek-
chen Komponente) des Lichtes; zwei andere Bilder b_v und
mit vertikaler Schwingungsrichtung. Nehmen wir nun
ter an, auch das Zwillingsprisma *Z* werde eingeführt, dann
wirft die in Fig. 2 obere Hälfte *1*[1]) eine nach unten ab-
nkte Spaltbilderreihe b_{h_1}, b_{v_1}. A_{h_1}, A_{v_1}; die untere Hälfte *2*
s nach oben abgelenkte Spaltbilderreihe b_{h_2}, b_{v_2}, A_{h_2}, A_{v_2}.
r das Licht der zentralen Bilder b_{v_1} und A_{h_2} wird nun
a Okularspalt durchgelassen. Mithin sieht ein am Okular-
lt befindliches Auge das Feld 1 mit vertikal schwingendem
hte vom Spalte *b* beleuchtet; das Feld 2 mit horizontal
wingendem Lichte vom Spalte *a*. *Dieser Strahlengang ist in Fig. 2 durch die ausgezogenen Strahlenbüschel I und II angedeutet.*
s Zwillingsprisma ist die eigentliche Vergleichsvorrichtung,
die gleiche Helligkeit der beiden Hälften der photometrischen
gleichsfelder wird bei allen Messungen eingestellt.

Da das von den Vergleichsfeldern ins Auge kommende Licht
zwei zueinander senkrechten Richtungen polarisiert ist, kann
n leicht eine Vorrichtung zur meßbaren Änderung der Licht-
nsitäten konstruieren; hierzu dient ein meßbar drehbares
ol *N*, welches sich zwischen Okularspalt und Auge befindet.

Über das Verschwinden der Trennungslinie der Vergleichs-
ler bei der Einstellung auf gleiche Helligkeit hat der eine
uns eingehende Versuche angestellt.[2]) Die Kante des
illingsprismas wirkt danach wie eine planparallele Platte;
der Kante kommt also Licht ins Auge, welches von den
inandergrenzenden Teilen der Spaltbilder b_v und A_h (vgl.
. 2 *D*) herrührt. *Die gleichmäßige Helligkeit und die un-
telbare Berührung* dieser Spaltbilder ist die notwendige und
reichende Bedingung für das Verschwinden der Trennungslinie.

Bei der früheren Konstruktion lag das Dispersionsprisma *P*
schen dem Wollastonprisma und dem Okularnicol. Durch

1) Oben und unten in Fig. 2 ist beim wirklichen Photometer rechts
links.

2) F. F. Martens, Verhandl. d. Deutschen Physik. Gesellsch. 1.
79. 1899.

geringe Doppelbrechung von P wurde der Fehler bewirkt, daß die Schwingungsrichtungen der Vergleichsfelder nicht genau 90° miteinander bildeten; auf diese Tatsache hat Hr. Ehlers[1]) zuerst aufmerksam gemacht; die Abweichungen betragen bis zu 2°. Dieser Übelstand ist bei der Neukonstruktion vermieden, da sich nur geringe Dicken feingekühlten Glases zwischen Wollastonprisma und Okularnicol befinden. Sorgfältige Versuche über die Lagen des Nicols, in denen das eine oder das andere Feld ausgelöscht ist, zeigten, daß dieselben um genau 90° auseinander liegen.

Bringt man vor dem Spalte S_1 nur eine zentrische Blende an, so sind die von den beiden Vergleichsfeldern kommenden

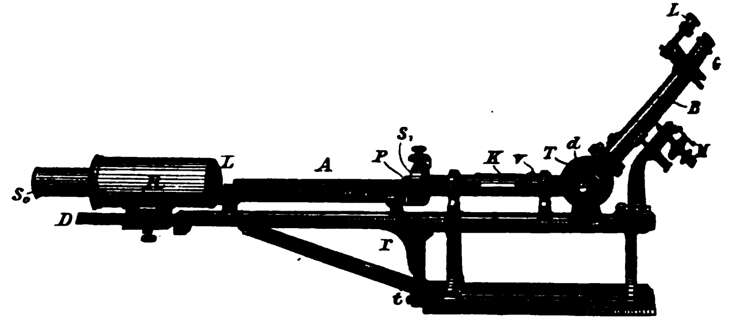


Fig. 3.

Strahlenbündel ebenfalls in zwei zueinander senkrechten Richtungen polarisiert. Wenn man dichroitische Kristalle zu untersuchen hat, dürfte es von Vorteil sein, zuerst bei einer zentrischen Öffnung des Photometers das Verhältnis der Absorptionen für die ordentlichen und außerordentlichen Strahlen, sodann bei zwei Öffnungen die absolute Größe einer Absorption zu messen.

§ 4. *Konstruktion des Photometers.* Die rechte Hälfte der Fig. 3 stellt die Konstruktion des Photometers dar. S_1 ist der horizontale, in zwei Teile geteilte Eintrittsspalt, der durch die darüber sichtbare Mikrometerschraube bilateral verstellt werden kann. In der Trommel T befindet sich das Prisma, das Beobachtungsrohr B kann mittels der Mikrometerschraube M um die Achse d gedreht werden. Der Beobachter blickt schräg

1) J. Ehlers, Göttinger Inaugural-Dissertation 1897; Neues Jahrb. f. Mineral., Geol., Paläontol., Beil. 11. p. 259—317. 1897.

h unten in das Beobachtungsrohr, stellt durch Drehen des
lkreises G und des darin befindlichen Nicols auf gleiche
ligkeit ein und liest bei derselben Stellung des Kopfes
ch die Lupe L die Stellung des Teilkreises gegen einen
ex ab. Damit das Auge nicht durch das Licht der Be-
chtungslampe geblendet wird, wird ein Schirm über L und
obere Ende von B gesteckt, an dessen Rückseite sich
 kleine 4-Voltlampe zur Beleuchtung des Teilkreises be-
let. An dem eigentlichen Photometer ist mit Hilfe der
rauben r und t die Beleuchtungsvorrichtung befestigt. Dem
trument ist ein Okular beigegeben, welches nach Abnahme
Teilkreises G und des darin befindlichen Okularnicols auf
 obere Ende von B gesetzt werden kann.

Um das Photometer auseinanderzunehmen, verfährt man
gendermaßen. Man dreht zunächst die beiden Schrauben,
en Spitzen die Drehungsachse d bilden, etwas heraus; dann
n man das ganze Beobachtungsrohr B in derjenigen Rich-
g herausziehen, in welcher sich sonst das Licht in B fort-
nzt; die optischen Teile lassen sich nun leicht aus B ent-
en. Das Rohrstück, welches die Objektivlinse O_1 trägt (vgl.
h Fig. 1), kann man nach Entfernen der Schraube v unter
Kappe K schieben und nach Abnahme von K herausnehmen.
 Trommel mit dem Dipersionsprisma läßt sich nach Abnahme
 B durch Lösen der unter d sichtbaren Schraube abnehmen.

Die optischen Teile bringt man am leichtesten angenähert
die richtige Stellung zurück, wenn man vorher die Lage
 Fassungen durch eingeritzte Striche markiert hat. Das
llastonprisma W läßt man beim Justieren zunächst fort;
n dreht das Zwillingsprisma mit Objektivlinse O_2 ein wenig,
man mit dem statt des Nicols eingesetzten Okular in der
ene des herausgenommenen Okularspaltes eine horizontale
ltbilderreihe liegen sieht (Beleuchtung mit Na-Licht). Dann
mt man nochmals B heraus, setzt das Wollastonprisma
, bringt B wieder an seinen Platz; nun dreht man das
llastonprisma so lange, bis man in der Mitte des Gesichts-
les zwei sich überdeckende Na-Linien sieht. Man setzt den
ularspalt wieder ein und überzeugt sich, daß der rechte
l linke Rand desselben gleiche Stücke der Na-Linie ab-
neidet. Ist dies nicht der Fall, so kann man es leicht

durch geringe Drehung des Prismas p_1 (vgl. Fig. 1) mit Hilfe der Schraube v (vgl. Fig. 3) erreichen.

Nachdem die Beobachtungslupe durch das Okularnicol ersetzt ist, ist der Apparat für Absorptionsmessungen bereit.

III. Beleuchtungsvorrichtungen und Absorptionsgefäße.

§ 5. *Alte Beleuchtungsvorrichtung.* Früher sind Absorptionsmessungen meistens so angestellt, daß verschiedene Teile einer ausgedehnten Lichtquelle oder gar verschiedene Lampen dazu benutzt worden sind, die beiden Vergleichsfelder zu beleuchten. Wenn sich dann während einer Messungsreihe die Helligkeit der einen leuchtenden Fläche ändert, so ändert sich die Einstellung auf gleiche Helligkeit der Vergleichsfelder, auch wenn keine absorbierenden Medien eingeschaltet sind, und man mißt die Absorption falsch. Dieser Fehler wird vermieden, wenn man denselben Teil der Lichtquelle zur Be-

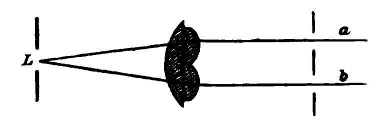


Fig. 4.

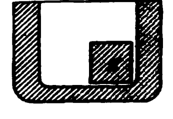


Fig. 5.

leuchtung beider Spalte verwendet. Um diese Bedingung zu erfüllen, hat der eine von uns 1899 eine Beleuchtungsvorrichtung konstruiert, die seitdem allen von der Firma Franz Schmidt & Haensch gelieferten Photometern beigegeben worden ist. Die Lichtquelle L (Fig. 4) wird in der Nähe eines Beleuchtungsspaltes aufgestellt. Von dem Spalte entwirft ein System von drei Linsen zwei reelle Bilder auf den Eintrittsspalten a und b des Photometers. Der Abstand des Linsensystems vom Photometer beträgt 10 cm. Der Beleuchtungsspalt ist mit einer Mattglas- oder Milchglasplatte bedeckt.

Als Absorptionsgefäße dienen U-förmige Tröge mit angekitteten Glasplatten und eigelegtem Schulzschem Glaskörper. Der Glaskörper (g in Fig. 5) wird zunächst vor den einen, sodann vor den anderen Spalt gelegt. Die Tröge werden in zwei Dimensionen gefertigt; bei der einen Trogart beträgt die freie Öffnung 21 mm, die Dicke des Glaskörpers 20 mm, die wirksame Schichtdicke also 20 mm; bei der anderen Trogart beträgt die wirksame Schichtdicke 10 mm.

Außer stark absorbierenden Flüssigkeiten können natürlich
h Platten, z. B. aus farbigem Glase, untersucht werden.

§ 6. *Neue Beleuchtungsvorrichtung.* Die vorstehend be-
riebene Vorrichtung hat die Mängel, daß nur kleine Schicht-
ken (von einigen Zentimetern) untersucht werden können,
l daß die beiden Strahlenbündel, deren eines durch Ab-
ption geschwächt werden soll, sehr nahe nebeneinander
laufen. Für die Untersuchung der Absorption verdünnter
sungen erwies sich die Vorrichtung als unzureichend. Des-
b wurde eine neue Beleuchtungsvorrichtung konstruiert,
che Röhren bis zu 30 cm Länge zu verwenden gestattet. Von
n Beleuchtungsspalte S_0 (vgl. Fig. 6) entwirft — wie bei der
heren Vorrichtung — ein System L von drei Linsen zwei reelle
der auf den Spalten a und b. Doch beträgt der Abstand
s Linsensystems von S_0 jetzt 30 cm, der Abstand von den

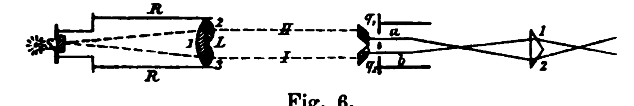


Fig. 6.

ntrittsspalten kann bis zu 30 cm variiert werden. Die Mittel-
ahlen der beiden Bündel I und II sind an allen Stellen
mm voneinander entfernt. Durch zwei Fresnelsche Prismen
und q_2 werden die Bündel einander so genähert, daß sie
f die Spalte treffen. Die Prismen sind so berechnet und
schliffen, daß die Mittelstrahlen der Bündel I und II genau
e Mittelpunkte der zu beleuchtenden Hälften des Zwillings-
ismas treffen. Die *Konstruktion* der Beleuchtungsvorrich-
ng ist aus Fig. 3 ersichtlich. Bei P liegen die beiden
resnelschen Prismen in einem kleinen Schutzgehäuse. Das
ohr R mit dem Spalte S_0 und dem Linsensystem L ist auf
r Schiene D verschiebbar, so daß man bei Einschaltung
eich langer Flüssigkeitsschichten in den Gang der Strahlen-
ündel I und II stets scharfe Abbildung des Beleuchtungs-
altes auf den beiden Eintrittsspalten bewirken kann.

Von der richtigen Justierung der Beleuchtungsvorrichtung
berzeugt man sich am besten, indem man durch den *Okular-
alt* das Licht einer Glühlampe einfallen läßt und im ver-
unkelten Zimmer die Lichtflecke beobachtet, welche die beiden
unmehr in umgekehrter Richtung verlaufenden Bündel I und II

auf Koordinatenpapier hervorrufen. Das Papier wird zunächst nahe an P, darauf nahe an L gebracht. Ferner prüft man, ob auf S_0 zwei zusammenfallende Spaltbilder entstehen.

§ 7. *Neue Beobachtungsröhren.* Bei A (Fig. 3) sind zwei parallele lange Rinnen angebracht, in welche genau passende Absorptionsröhren gelegt werden. Letztere brauchen nur in die Rinnen hineingelegt zu werden, um genau die richtige Lage zum Strahlengang zu erhalten. Sie sind beiderseits mit ausgesucht guten Spiegelglasplatten verschlossen, die durch eine Verschraubung fest an das Rohr angepreßt werden. Die alten kastenförmigen Absorptionströge sind schon wegen der Unparallelität ihrer Wände für genaue Messungen unbrauchbar, auch setzen sich in ihren Kanten und Ecken stets Teilchen der Substanz fest, so daß ihre Reinigung sehr schwierig ist. Die neuen Röhren sind nach dem Abnehmen der Verschlußplatten durch einfaches Ausspülen leicht zu reinigen. Ihr Hauptvorzug besteht jedoch darin, daß man die Dicke der absorbierenden Schicht genau bestimmen kann, indem man direkt die Länge der Röhre mißt. Die Dimensionen der Beleuchtungsvorrichtung gestatten die Anwendung von Röhren bis zu 30 cm Länge; andererseits dürfen wegen des für die Schraubengewinde nötigen Platzes die Röhren nicht kürzer als 2 cm sein. In diese kürzesten Röhren können aber noch massive, genau planparallel geschliffene Glaszylinder von 1 cm Länge und mehr geschoben werden, so daß Schichtdicken von 1 cm und darunter der Untersuchung zugänglich werden.

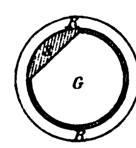


Fig. 7.

Damit die Reflexions- und Absorptionsverluste vor beiden Spalthälften gleich bleiben, müssen immer zwei gleiche Glaszylinder in beide Röhren gelegt werden. Der Mantel dieser Glaszylinder ist an einer Stelle etwas abgeschliffen, damit die Flüssigkeit im ganzen Rohre frei zirkulieren kann. Fig. 7 stellt einen Querschnitt durch eine Röhre R mit darin liegendem Glaszylinder G dar (S ist die abgeschliffene Stelle).

Bei den ganz kleinen Röhren sind die Fassungen etwas verlängert, so daß das ganze Gefäß immer noch eine Länge von 5—6 cm erhält. Daher liegen auch diese kurzen Röhren genau passend in den Rinnen A und werden in axialer Richtung von dem Strahlenbündel durchsetzt.

IV. Beleuchtung mit homogenem Lichte.

§ 8. *Fehler bei Anwendung weißen Lichtes.* Bei der Anwendung des in der beschriebenen Weise vervollkommneten Photometers ergab sich, daß in allen Fällen, wo die Absorptionskurve steil ansteigt oder stark gekrümmt ist, mit weißem Lichte keine richtigen Werte des Extinktionskoeffizienten gemessen werden können.[1]) Aus dem im Apparate entstehenden Spektrum blendet der vor dem Nicol befindliche Okularspalt einen Spektralbezirk heraus, der stets endlich bleibt und infolge der ebenfalls endlichen Breite des Objektivspaltes immer eine Mischfarbe zeigt. Nimmt man beide Spalte so eng wie möglich, nämlich den Objektivspalt etwa 0,10 mm und den Okularspalt etwa 0,25 mm, so unterscheiden sich die an den Grenzen dieses Spektralbereiches liegenden Wellenlängen immer noch um etwa 4 $\mu\mu$. Diese Inhomogenität schadet natürlich nicht, wenn sich die Absorption mit der Wellenlänge so wenig ändert, wie z. B. bei geschwärzten Trockenplatten. In allen anderen Fällen, namentlich bei steil ansteigenden oder stark gekrümmten Absorptionskurven treten indessen sehr schwerwiegende Übelstände auf. Zunächst bemerkt man eine etwas verschiedene Färbung der beiden Vergleichsfelder, ferner erscheint häufig die eine Hälfte oben heller, unten aber dunkler als die andere und auch die Trennungslinie der beiden Hälften verschwindet bei der Einstellung auf gleiche Helligkeit nicht mehr vollkommen, wie es sonst bei Anwendung der Beleuchtungsvorrichtung der Fall ist.

Vor allem erweist sich der Wert des Extinktionskoeffizienten nicht mehr als unabhängig von der Breite der beiden Spalte; er nimmt in manchen Fällen mit wachsender Spaltbreite zu, in anderen ab. Diese Änderungen zeigen sich z. B. schon bei Lösungen von Kaliumpermanganat bei den Wellenlängen 560, 536, 515 und 495 $\mu\mu$. Stärker treten sie hervor für Lösungen von Cyanin bei den Wellenlängen 652 $\mu\mu$ (Zunahme des Extinktionskoeffizienten mit wachsender Spaltbreite),

---

1) Die Messung mit weißem Lichte bei verschiedenen Spaltbreiten und Extrapolation auf unendlich engen Spalt (vgl. C. Runge, Über die Differentiation empirischer Funktionen. Zeitsch. f. Math. u. Phys. 42. p. 205. 1897) dürfte praktisch zu umständlich sein.

623 $\mu\mu$ (Abnahme mit wachsender Spaltbreite) und 512 $\mu\mu$ (Zunahme mit wachsender Spaltbreite). Für eine Lösung von Dinitro-α-Naphtolmonosulfosäure (0,8 g in 1 Liter Lösung) ergaben sich bei der Wellenlänge 515 $\mu\mu$ folgende Zahlen (B bedeutet die Breite des Eintrittsspaltes S_1 in Fig. 1, ε den Extinktionskoeffizienten; die Breite des Okularspaltes S_2 war 0,25 mm):

B =	0,15	0,30	0,45	0,60 mm
ε =	0,0867	0,0859	0,0831	0,0803

Weitere Beispiele für den Einfluß der Spaltbreite bei Anwendung von weißem Lichte sind in Tab. 1 zusammengestellt.

Tabelle 1.

Substanz	Wellenlänge ($\mu\mu$)	Breite des Eintrittsspaltes in mm	Werte von ε mit Auerbrenner	Werte von ε mit homog. Licht
Dinitro-α-naphtolmonosulfosäure, wässerige Lösung	508,5	0,75	0,343	—
	508,5	0,25	0,364	—
	508,5	beliebig	—	0,378
Kaliumchromat, wässerige Lösung	508,5	0,33	0,292	—
	508,5	0,075	0,305	—
	508,5	beliebig	—	0,318
Kaliumchromat, schwächere Lösung	508,5	0,33	0,136	—
	508,5	0,075	0,139	—
	508,5	beliebig	—	0,150
Fuchsin in Alkohol	593/94	0,10	0,0589	0,0624
	589	0,10	0,0924	0,0983
	577/79	0,10	0,252	0,284
Kaliumbichromat, wässerige Lösung	546	0,10	0,106	0,116
	556/59	0,10	0,0348	0,0356

§ 9. *Homogenes Licht.* Die angeführten Störungen der photometrischen Einstellung und Änderungen des Extinktionskoeffizienten mit der Spaltbreite fallen fort, wenn man zur Beleuchtung des Photometers das homogene Licht von Spektrallinien benutzt. In der nachstehenden Tab. 2 sind die Linien zusammengestellt, welche wir für die geeignetsten halten. Die Elemente Li und Na wurden in einem Platinring durch die Flamme eines mit einem Metallzylinder versehenen Bunsenbrenners zum Leuchten gebracht. Sehr helles und ruhiges Licht lieferte die Aronssche

ıcksilberbogenlampe, wenn die unruhige Kathode abgeblendet . Geisslerröhren mit He und H wurden durch einen kleinen uktor mit Deprezunterbrecher erregt. Um die Linien Sr 460 Tl 535 zu erhalten, wurden Lösungen der Chloride in einen gurator gebracht, der mit einem kleinen Induktor betrieben de; dabei mußte die Sr-Lösung Kathode, die Tl-Lösung ›de sein; die Tl-Linie konnte auch dauernd erhalten werden, n ein Platinring mit Tl Cl in einer kleinen Alkoholflamme tzt wurde. Die weitaus meisten Metalle wurden im Funken ßes Induktorium, Wehneltunterbrecher, Leydener Flasche) lampft. Dabei entstanden stets einige sehr helle Luftlinien, denen die N-Linie 500 zu Messungen benutzt wurde.

Die Geißlerröhren wurden mit horizontaler Kapillare direkt den Eintrittsspalt der Beleuchtungsvorrichtung gestellt. ı den Funken wurden durch ein System von zwei Linsen le Bilder auf dem Eintrittsspalte S_0 entworfen. Dabei erwies sich als zweckmäßig, wenn der Funke dem System aus der le scharfer Abbildung heraus etwas genähert wurde, so ein Zerstreuungskreis passender Größe entstand. Die Funken- cke lag außer bei Gebrauch des Fulgurators horizontal.

Tabelle 2.

m.	λ	Beobachter	Nr.	Elem.	λ	Beobachter
›	424,542	Exner u. Haschek	17	Pb	537,29	Thalen
ʒ	435,856	Kayser u. Runge	18	Hg	546,097	Kayser u. Runge
›	438,711	Exner u. Haschek	19	Pb	560,80	Thalen
ȝ	447,18	Runge u. Paschen	20	Hg	576,945 579,049	Kayser u. Runge
ʒ	448,13	Exner u. Haschek				
	460,751	„	21	He	587,60	Runge u. Paschen
ι	468,043	„	22	Na	589,31	Mittelwert
ι	472,250	„	23	Sb	600,45	Thalen
l	480,009	Kayser u. Runge	24	Zn	610,30	„
	486,149	Ames	25	Al	623,4 624,4	„
ι	491,20 492,46	Thalen	26	Zn	636,23	Ames
	500,3	„	27	Sn	645,2	Thalen
›	501,57	Runge u. Paschen	28	H	656,304	Ames
l	508,606	Kayser u. Runge	29	He	667,81	Runge u. Paschen
ʒ	520,925	„	30	Li	670,82	„
	535,065	„				

Von den angegebenen Linien sind folgende besonders leicht herzustellen und angenehm bei der Beobachtung: Hg 435, He 447, H 486, He 501, Tl 535, Hg 546, He 587, Na 589, H 656, He 667, Li 670 (die genauen Werte der Wellenlänge sind aus Tab. 2 zu entnehmen).

V. Beobachtungsmethode.

§ 10. *Messung von Extinktionskoeffizienten.* Der drehbare Teilkreis des Photometers ist so justiert, daß der Index ungefähr auf Null steht, wenn das rechts sichtbare Vergleichsfeld 1 (vgl. Fig. 6) vollkommen ausgelöscht ist. Aus dieser Nullstellung muß man das Okularnicol um den Winkel α_0 herausdrehen, um gleiche Helligkeit der Vergleichsfelder hervorzurufen. Sind J_1 bez. J_2 die Flächenhellen, in welchen die Vergleichsfelder 1 bez. 2 bei Entfernung des Okularnicols erscheinen würden, dann berechnet sich

$$\frac{J_2}{J_1} = \operatorname{tg}^2 \alpha_0 . \tag{1}$$

Früher wurden Absorptionsmessungen so angestellt, daß man zuerst α_0 ermittelte, sodann vor eine Photometeröffnung z. B. in den Gang des Strahlenbündels I (vgl. Fig. 6) die absorbierende Schicht brachte und den Drehungswinkel α_1 des Okularnicols bestimmte. Durch Einschalten der absorbierenden Schicht möge die Flächenhelle J_1 auf J_1' geschwächt worden sein. Dann ist nach (1)

$$\frac{J_2}{J_1'} = \operatorname{tg}^2 \alpha_1 ;$$

dividiert man (1) durch die letzte Gleichung, so erhält man das Schwächungsverhältnis der absorbierenden Schicht

$$\frac{J_1'}{J_1} = \frac{\operatorname{tg}^2 \alpha_0}{\operatorname{tg}^2 \alpha_1} . \tag{2}$$

Bei der Neukonstruktion des Photometers mit horizontalem Spalt liegt die Anwendung folgender Meßmethode sehr nahe. Man bringt die absorbierende Schicht zunächst in den Gang der Strahlen I und findet den Einstellungswinkel α_1, sodann in den Gang der Strahlen II und findet α_2. Dann ist nach Analogie von (1)

$$\frac{J_2}{J_1'} = \operatorname{tg}^2 \alpha_1 , \quad \frac{J_2'}{J_1} = \operatorname{tg}^2 \alpha_2 .$$

Dividiert man die zweite Gleichung durch die erste, so erhält man

$$\left(\frac{J_2'}{J_2}\right) \cdot \left(\frac{J_1'}{J_1}\right) = \frac{\operatorname{tg}^2 \alpha_2}{\operatorname{tg}^2 \alpha_1}$$

oder, da die beiden Schwächungsverhältnisse gleich sind,

$$\frac{J'}{J} = \frac{\operatorname{tg} \alpha_2}{\operatorname{tg} \alpha_1}. \tag{3}$$

Bei der Untersuchung von verdünnten Farbstofflösungen sind Schichten bis zu 25 cm Länge erforderlich, um merkliche Lichtschwächung hervorzurufen. Es erschien uns nun von vornherein möglich, daß so lange Schichten nicht nur durch Absorption, sondern auch durch die Änderung des geometrischen Strahlenverlaufes die Helligkeit des durch die Schicht hindurch beleuchteten Vergleichsfeldes beeinflussen könnten; näheres hierüber wird unten in § 11 mitgeteilt. Um den Einfluß der Lichtbrechung in der Flüssigkeitsschicht auszuschließen, empfiehlt sich das folgende von uns stets angewandte Verfahren. Man füllt von zwei gleich langen Beobachtungsröhren die eine mit der Lösung, die andere mit dem Lösungsmittel und stellt folgende Messungen an:

1. Lösung im Strahlenbündel I, Lösungsmittel in II, Einstellung α_1.
2. Lösung im Strahlenbündel II, Lösungsmittel in I, Einstellung α_2.

Das Lösungsmittel schwäche die hindurchgehende Lichtmenge J auf J''. Dann ist nach Gleichung (1)

bei Messung 1: $\dfrac{J_2''}{J_1'} = \operatorname{tg}^2 \alpha_1$, bei Messung 2: $\dfrac{J_2'}{J_1''} = \operatorname{tg}^2 \alpha_2$.

Hieraus folgt

$$\frac{J_2'}{J_1''} \cdot \frac{J_1'}{J_2''} = \frac{\operatorname{tg}^2 \alpha_2}{\operatorname{tg}^2 \alpha_1}.$$

$$\frac{\dfrac{J'}{J}}{\dfrac{J''}{J}} = \frac{\operatorname{tg} \alpha_2}{\operatorname{tg} \alpha_1}. \tag{4}$$

Ist ε der Extinktionskoeffizient der Lösung, ε_0 der des Lösungsmittels, so kann man (4) [nach p. 985, Gleichung (3)] schreiben:

$$\frac{10^{-\varepsilon d}}{10^{-\varepsilon_0 d}} = \frac{\operatorname{tg} \alpha_2}{\operatorname{tg} \alpha_1},$$

oder

$$\varepsilon - \varepsilon_0 = \frac{\log \operatorname{tg} \alpha_1 - \log \operatorname{tg} \alpha_2}{d}. \tag{5}$$

Bei dieser Meßmethode fällt der Einfluß der Reflexion auf die Lichtschwächung heraus, da derselbe für die beiden Flüssigkeitsschichten merklich gleich ist.

Beispiel.

Tl-Funke ($\lambda = 535\ \mu\mu$) wird auf den mit Milchglas bedeckten Beleuchtungsspalt projiziert. Untersucht wurde *Kaliumbichromatlösung*, $c = 0{,}01698$ g-Mol. auf 1000 ccm.

5 cm-Röhren; Lösung rechts (II in Fig. 6), Wasser links (I in Fig. 6).	18,2	163,8	197,4	343,3
	17,7	163,2	197,4	342,7
	18,1	162,9	197,4	342,4
	18,00	−163,13	197,40	−342,80
	+180	+198,00	+180	+377,40
	198,00	34,87	377,40	34,60
		34,60		
		34,74 : 2 =	17,37,	$\alpha_2 = 17^\circ 22'$
5 cm-Röhren; Lösung links (I in Fig. 6), Wasser rechts (II in Fig. 6).	62,5	119,0	242,0	297,7
	62,3	118,3	242,2	298,3
	62,4	117,9	243,0	297,3
	62,40	−118,40	242,40	−297,77
	+180	+242,40	+180	+422,40
	242,40	124,00	422,40	124,63
		124,63		
		124,32 : 2 =	62,16,	$\alpha_1 = 62^\circ 10'$
5 cm-Röhren; Lösung rechts (II in Fig. 6), Wasser links (I in Fig. 6).	17,3	164,0	197,7	342,4
	17,0	163,0	197,4	342,9
	17,0	162,7	198,1	343,6
	17,10	163,23	197,73	342,97
	180	197,10	180	377,73
	197,10	33,87	377,73	34,76
		34,76		
		34,32 : 2 =	17,16,	$\alpha_2 = 17^\circ 10'$
$\dfrac{\varepsilon}{c} = \Delta_{0,01698} = 9{,}25$	log tg $62^\circ 10'$ = 0,27738			
	log tg $17^\circ 16'$ = 0,49252 − 1			
		εd = 0,78486;		ε = 0,1570.

In der nachstehenden Tab. 3 sind noch einige Messungen an der Kaliumbichromatlösung mitgeteilt, deren Konzentration

= 0,01698 war. Zur Beleuchtung diente ebenfalls Tl-Licht, durch den Funken zwischen einer Al-Spitze und Tl-Lösung im Fulgurator erzeugt, wobei nur $\lambda = 535\ \mu\mu$ emittiert wurde. Der Okularspalt war bei allen Versuchen 0,95 mm breit; der Eintrittsspalt war 0,60 mm, bei den mit Stern versehenen Werten jedoch 1,70 mm breit.

Tabelle 3.

$\lambda = 535$. Kaliumbichromatlösung.

Schichtdicke:	5,00 cm	0,998 cm	Mittel
Lösung	$\varepsilon = 0,1570$	0,1567	$\varepsilon = 0,1558$
$c = 0,01698$	0,1534*	0,1539*	$\frac{\varepsilon}{c} = A_{0,01698} = 9,14$

§ 11. *Fehlerquellen.* Um den Einfluß der Einstellungsfehler auf den Wert des Extinktionskoeffizienten zu berechnen, differenzieren wir die Formel (5) p. 997, wobei ε_0 als klein gegen ε vernachlässigt werden kann:

$$d\,\varepsilon = \frac{2}{d} \log e \left(\frac{d\,\alpha_1}{\sin 2\,\alpha_1} - \frac{d\,\alpha_2}{\sin 2\,\alpha_2}\right). \tag{6}$$

Differenziert man ferner die Gleichung (1) p. 996, so erhält man:

$$d\left(\frac{J_2}{J_1}\right) = \frac{2 \sin \alpha_0\, d\,\alpha_0}{\cos^3 \alpha_0};$$

oder es ist der prozentische Fehler

$$\frac{100\, d\left(\frac{J_2}{J_1}\right)}{\left(\frac{J_2}{J_1}\right)} = p = \frac{400\, d\,\alpha_0}{\sin 2\,\alpha_0}. \tag{7}$$

Solange α_0 nicht nahe an Null oder 90° liegt, solange das Gesichtsfeld also nicht sehr dunkel ist, kann man p, die noch wahrnehmbare prozentische Helligkeitsänderung der Vergleichsfelder, als konstant annehmen — eine Annahme, die bei allen photometrischen (insbesondere auch polarimetrischen) Fehlerrechnungen gemacht wird. Setzen wir aus (7)

$$\frac{d\,\alpha}{\sin 2\,\alpha} = \frac{p}{400}$$

n (6) ein und machen die ungünstigste Annahme, daß die Fehler der beiden Einstellungen den Wert von ε in demselben Sinne beeinflussen, so erhalten wir

$$d\varepsilon = \frac{1}{d} \log e \cdot \frac{p}{100}.$$

Der prozentische Fehler von ε ist demnach

$$\frac{100\, d\varepsilon}{\varepsilon} = \Delta\varepsilon = p \cdot \frac{\log e}{\varepsilon d};$$

oder

$$(8) \qquad \Delta\varepsilon = p \cdot \frac{0{,}43}{\varepsilon d} = p \cdot \frac{0{,}43}{\log \operatorname{tg} \alpha_1 - \log \operatorname{tg} \alpha_2}.$$

In dem auf p. 998 mitgeteilten Beispiel ist der mittlere Fehler einer Einstellung $d\alpha = \pm 0{,}27^0$, demnach der prozentische Fehler einer Einstellung nach (7) 3,2 Proc.; der mittlere prozentische Fehler des Resultates bei 12 Einstellungen etwa $p = 1{,}0$ Proc. Bei den in Tab. 3 zusammengestellten Messungen hatte $\varepsilon d = \log \operatorname{tg} \alpha_1 - \log \operatorname{tg} \alpha_2$ und demnach $\Delta\varepsilon$ folgende Werte:

Schichtdicke	5 cm	1 cm
$\varepsilon d =$	0,78	0,153
$p = 1;\ \Delta\varepsilon =$	± 0,56 %	± 2,9 %

Der große Wert $p = 1$ Proz. dürfte durch die wenn auch geringe, so doch merkliche Unruhe des Gesichtsfeldes verursacht sein. Früher fand der eine von uns den viel kleineren Wert $p = 0{,}30$ Proc.

Es wurden auch Versuche darüber angestellt, ob der Extinktionskoeffizient sich etwa mit der Mittelstellung des Nicols ändert. Als Mittelstellung bezeichnen wir diejenige Stellung des Analysatornicols, welche gleiche Helligkeit der Vergleichsfelder bewirkt, wenn die zu untersuchende absorbierende Substanz nicht eingeschaltet ist. Diese Mittelstellung liegt gewöhnlich 38°. Daß sie nicht bei 45° liegt, rührt daher, daß durch die Reflexion an den beiden Flächen des Flintprismas (*P* in Fig. 1) nur das eine Vergleichsfeld geschwächt wird; die Strahlen

llen nämlich nahezu unter dem Polarisationswinkel auf die ächen ein, so daß das reflektierte Licht fast vollständig iear polarisiert ist. Durch Vorschalten einer stärker oder hwächer geschwärzten photographischen Platte vor den einen ıalt kann man der Mittelstellung einen beliebigen Wert teilen. Tab. 4 gibt die für zwei Lösungen von Dinitro-α-phtolmonosulfosäure erhaltenen Resultate für die Wellenage 508,5 $\mu\mu$. Man bemerkt trotz der bis 83° verlegten ittelstellung eine vorzügliche Übereinstimmung der einzelnen erte von ε.

Tabelle 4.

Dinitro-α-naphtolmonosulfosäure. Wellenlänge 508,5 $\mu\mu$.

	Art des Versuches		Mittelstellung des Nicols	Wert von ε
chwache Lösung	ohne Platte		38,25°	0,327
„ „	schwach	belichtete Platte	59,50°	0,331
„ „	stärker	belichtete Platte	71,43°	0,329
„ „	sehr stark	belichtete Platte	77,84°	0,331
Stärkere Lösung	ohne Platte		38,27°	0,378
„ „	schwach	belichtete Platte	60,52°	0,379
„ „	stärker	belichtete Platte	71,87°	0,376
„ „	sehr stark	belichtete Platte	83,47°	0,377

Schon p. 997 berührten wir die Frage, ob das von dem einen ı uns aufgestellte Prinzip der Beleuchtungsvorrichtung richtig oder zu Fehlern Veranlassung geben kann. Untersucht man r verdünnte Lösungen in der beschriebenen Weise, dann cheint die Vorrichtung von vornherein einwandsfrei. Denn in sem Falle ist der geometrische Verlauf der Lichtstrahlen auf er Seite in der Röhre mit Wasser derselbe wie nach der Verschung in der Röhre mit Lösung; der Unterschied der gessenen Lichtschwächung kann also allein durch Absorption virkt sein. Anders liegen die Verhältnisse, wenn der schungsexponent der Lösung erheblich von dem Brechungsonenten des Lösungsmittels abweicht; dann ist der geotrische Verlauf der Strahlen in beiden Röhren verschieden. läßt sich indes leicht zeigen, daß selbst, wenn in der en Röhre Wasser, in der anderen Luft ist, der veränderte

Strahlengang auf die photometrische Messung ohne Einfluß ist, daß nur die Lichtschwächung durch Absorption und Reflexion gemessen wird. Bezeichnet man mit e die Flächenhelle des am Beleuchtungsspalte S_0 befindlichen Milchglases, mit b und h Breite und Länge des Eintrittsspaltes S_1, mit r die Entfernung des Eintrittsspaltes vom Zwillingsprisma, so ist die auf ein Flächenelement df des letzteren fallende Lichtmenge

$$d L = \frac{e . b . h . d f}{r^2}.$$

Diese Lichtmenge ist dieselbe, als wenn das Milchglas gleich stark beleuchtet unmittelbar vor dem Eintrittsspalt angebracht wäre und ganz unabhängig davon, ob zwischen Beleuchtungssystem und Eintrittsspalt eine planparallele Schicht mit einem von eins verschiedenen Brechungsexponenten eingeschaltet ist.

Demnach kann man die Absorption einer Flüssigkeit absolut, nicht nur die Differenz $\varepsilon - \varepsilon_0$ der Extinktionskoeffizienten von Lösung und Lösungsmittel, mit der Beleuchtungsvorrichtung messen. Um diese Möglichkeit näher zu prüfen, wurden folgende Versuche angestellt. Das 25 cm-Rohr wurde mit destilliertem Wasser gefüllt; die Reflexion wurde durch ein 2 cm-Rohr mit Wasser kompensiert oder durch Rechnung eliminiert (die hindurchgehende Lichtmenge wird durch Reflexion auf 0,909 der einfallenden geschwächt). Nun wurden drei Arten von Versuchen angestellt. Bei den Versuchen I war das Rohr mit Beleuchtungsspalt und Linsensystem ganz entfernt, das System durch eine Milchglasscheibe ersetzt. Bei den Versuchen II war das Milchglas im Beleuchtungsspalt beleuchtet, das Beleuchtungssystem stand so, daß der Beleuchtungsspalt ohne Rohr auf dem Eintrittsspalte scharf abgebildet wurde. Die Versuche III wurden mit einem Straßenphotometer[1]) angestellt, dabei fiel das Licht einer kleinen Glühlampe einmal durch das Wasserrohr, dann ohne das Wasserrohr auf eine Gipsfläche; Lichtschwächung durch Reflexion, Lichtverstärkung durch Näherung der Lichtquelle sind durch Rechnung eliminiert.

---

1) F. F. Martens, Verhandl. d. Deutschen Physik. Gesellsch. 5. p. 149—156. 1903.

Tabelle 5.

I	II	III
J'/J = 0,984	0,902	0,945
0,996	0,921	0,921
0,993	0,925	
0,967	0,915	
	0,900	
Mittel: 0,985	0,913	0,933

Das Spektralphotometer (Versuche I und II) schnitt von m zur Beleuchtung dienenden weißen Lichte ein Intervall a der mittleren Wellenlänge 538 $\mu\mu$ heraus. Die Absorption a Wasser nach den Messungen von Aschkinass, sowie Hüfner d Albrecht vermag nur die Werte I zu erklären. Bei den rsuchen I tritt ein breites Lichtbündel, bei II und III ein gbegrenztes Lichtbündel in die Wasserschicht ein. Daß rch die diffuse Zerstreuung im Wasser — der Tyndallsche chtkegel war deutlich sichtbar — die starke Schwächung r engbegrenzten Lichtbündel bewirkt wird, ist eine Ver-tung, die viel Wahrscheinlichkeit für sich hat, indessen ch näherer Bestätigung bedarf.

Berlin, Physik. Inst. d. Univ., September 1903.

(Eingegangen 29. August 1903.)

5. *Absorptionsmessungen an wässerigen Farbstofflösungen; von F. Grünbaum.*[1])

Mit den in vorstehender Abhandlung beschriebenen, vervollkommneten Apparaten und Methoden hat der Verfasser einige Messungen angestellt.

Untersucht wurden *Kupfersulfat*, *Kaliumchromat*, *Kaliumbichromat* und *Dinitro-α-Naphtolmonosulfosäure*, sämtlich in wässeriger Lösung. Die Lösungen wurden hergestellt, indem eine abgewogene Menge des Farbstoffs mit destilliertem Wasser zu 1000 ccm Lösung vereinigt wurde; bei den drei erstgenannten Salzen ist zur Kontrolle noch das spezifische Gewicht pyknometrisch bestimmt und daraus ihr Gehalt nach den Tabellen von Landolt und Börnstein berechnet worden.

Die fertige Lösung wurde mehrmals filtriert, und sobald sie völlig klar erschien, wurden sämtliche nachher zur Verwendung gelangende Absorptionsröhren unmittelbar nach einander damit gefüllt.

Die Röhren bleiben nach der Füllung zweckmäßig einige Stunden liegen, damit etwa noch vorhandene Reste von Staub sich zu Boden senken. Nach sorgfältigem Filtrieren findet man indessen stets, daß selbst mehrmaliges lebhaftes Umschütteln der Röhren keine Veränderung in der photometrischen Einstellung nach sich zieht, so daß ein Einfluß von Staubteilchen ausgeschlossen erscheint. Zu demselben Resultat ist auch Ewan[2]) gelangt. Ehe man dann die Röhren in die Rinnen der Beleuchtungsvorrichtung legt, muß man sich überzeugen, daß sich an den Verschlußplatten keine Luftbläschen angesetzt haben. — Wenn die Röhren und die Verschlußplatten gut geschliffen sind, halten sie ohne jedes Dichtungsmittel dicht.

Wenn man Röhren mit eingelegtem Glaskörper benutzt, muß man darauf achten, daß sich auf beiden Seiten des Glaskörpers Flüssigkeit befindet; man erreicht das leicht, wenn man die Röhre mit ihrer Achse vertikal stellt, zuerst etwas Lösung hineingießt, dann den Glaskörper darauf bringt, ihn langsam untersinken läßt und endlich das Rohr ganz füllt.

1) Vgl. auch F. Grünbaum, Inaug.-Diss. Berlin 1902.

2) Th. Ewan, Phil. Mag. (5) 33. p. 317—342. 1892.

Zu den im folgenden mitgeteilten Versuchen wurden Röhren von 25 cm, 12 cm, 5 cm und 2 cm benutzt, außerdem wurden mit Hilfe von Glaskörpern Schichtdicken von nahezu 1 cm (0,9980 cm) in den 2 cm-Röhren hergestellt.

Bei sämtlichen Messungen lag in der einen Rinne der Beleuchtungsvorrichtung das Rohr mit der absorbierenden Lösung, in der anderen ein gleich langes Rohr mit Wasser. Das Rohr der Beleuchtungsvorrichtung wurde stets so eingestellt, daß der Beleuchtungsspalt auf den Eintrittsspalten des Photometers sich scharf abbildete.

In jedem Quadranten erfolgten drei Einstellungen des Nicols.[1] So erhielt man den Winkel α_1. Der Winkel α_2 ergab sich ebenso nach Vertauschung der Röhren. Zur Kontrolle wurden dann die Röhren nochmals umgetauscht und α_1 nachgeprüft.

Die Temperatur war stets 20°. Ihre Schwankungen hielten sich innerhalb eines Grades; eine besondere Untersuchung ergab, daß erst Temperaturänderungen von mehreren Graden auf den Wert der gemessenen Extinktionskoeffizienten einen merkbaren Einfluß hatten.

Das Kupfersulfat wurde frisch von Kahlbaum bezogen und eine Lösung davon hergestellt, die in 1000 ccm Lösung 98,34 g wasserfreies $CuSO_4$ enthielt. Die Konzentration war also $c = 0{,}6159$ g-Mol. in 1000 ccm Lösung. (Zur Herstellung wurde frisch kristallisiertes $CuSO_4 + 5H_2O$ benutzt und der Gehalt an wasserfreiem $CuSO_4$ berechnet.)

Zur Prüfung der Sicherheit der Methode wurde stets ein und derselbe Extinktionsindex aus zwei, gelegentlich auch aus mehr Schichtdicken bestimmt.

Dabei konnten dann nicht immer die günstigsten Meßbereiche[2] innegehalten werden; bei sehr kurzen Röhren rückten bisweilen α_2 und α_1 sehr nahe zusammen. Zur Beurteilung der Genauigkeit nach der Formel

$$\Delta \varepsilon = p \cdot \frac{\log e}{\log \operatorname{tg} \alpha_2 - \log \operatorname{tg} \alpha_1} \quad \text{(vgl. die vorhergehende Arbeit)}$$

sind daher die Einstellungen des Nicols, α_1 und α_2, auf $^1/_{10}$ Grad abgerundet, in Tab. 1 mit angegeben, und zwar

1) Vgl. das Beispiel in der vorhergehenden Arbeit.

2) Vgl. hierüber auch F. Grünbaum, l. c.

jedesmal für die kürzere Röhre, für die die Genauigkeit im allgemeinen die geringere war; p ist rund gleich 1 Proz. anzunehmen. Bei sehr großen oder sehr kleinen α (über 85° oder unter 5°) ist wegen der Dunkelheit des ganzen Gesichtsfeldes p, also auch $\Delta \varepsilon$ größer. Tab. 1 enthält in der ersten Kolumne die Wellenlängen, abgerundet auf 1 $\mu\mu$[1]) (bei Doppel-

Tabelle 1.

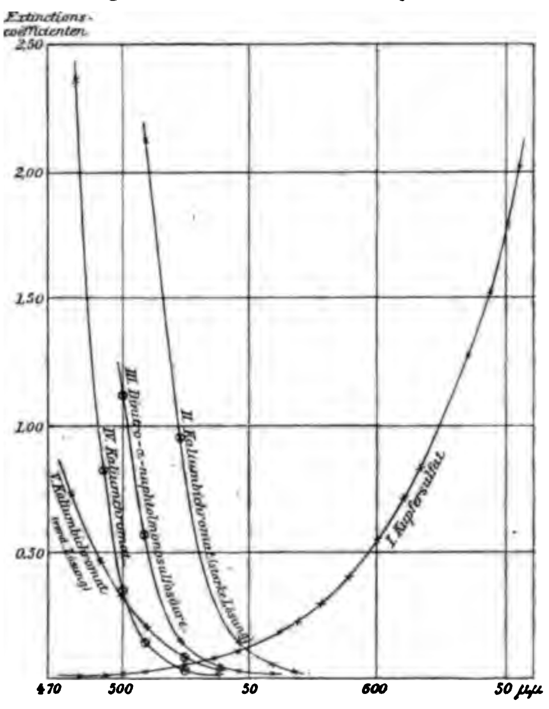
Extinktionskoeffizienten von Kupfersulfat. $c = 0{,}6159$ g-Mol. pro Liter.

Wellenlänge in $\mu\mu$	α_2	α_1	Werte von $\varepsilon - \varepsilon_0$ für Schichtdicken von					Mittelwerte von ε	Molekulare Ext.-Koeffiz. $A_{0,6159}$
	für die kürzeste Röhre		25 cm	12 cm	5 cm	2 cm	1 cm		
480	48,1	33,7	0,0063 0,0058	—	—	—	—	0,0061	0,0098
492	49,2	33,1	0,0100 0,0104	—	—	—	—	0,0102	0,0166
501	45,0	34,1	0,0142 0,0149 0,0152	0,0130 0,0142 —	—	—	—	0,0143	0,0232
509	48,1	31,2	0,0218	0,0222	—	—	—	0,0220	0,0358
521	52,5	23,9	0,0387	0,0391	—	—	—	0,0389	0,0630
534	46,6	26,4	—	0,0644	0,0655	—	—	0,0650	0,1055
546	51,6	38,2	0,105	0,104	0,104	0,102	—	0,103	0,168
561	67,5	19,0	—	0,165	0,169 0,171	—	—	0,168	0,273
568	58,4	30,4	—	—	0,218	0,221	—	0,220	0,358
578	61,5	26,0	—	—	0,292	0,288	—	0,290	0,472
590	59,7	15,0	—	—	0,401	0,403	—	0,402	0,652
601	57,8	24,9	—	—	—	0,552	0,543	0,548	0,890
610	58,6	17,5	—	—	—	0,713	0,714	0,714	1,160
617	64,1	16,9	—	—	—	0,830	0,831	0,831	1,350
625	65,0	13,0	—	—	—	—	1,011 0,970	0,991	1,610
637	73,6	10,0	—	—	—	—	1,283 1,276	1,280	2,800
645	77,0	7,4	—	—	—	—	1,522 1,506	1,514	2,456
656	83,3	5,0	—	—	—	—	1,992 2,031	2,012	3,295

1) Die genauen Werte der Wellenlängen finden sich in der vorhergehenden Arbeit.

m ist ein mittlerer Wert eingesetzt), in Kolumne 2 und 3 Winkel α_2 und α_1, in den folgenden Kolumnen die Werte $\varepsilon - \varepsilon_0$, d. h. die aus den Beobachtungen direkt hervorende Differenz der Extinktionskoeffizienten der Lösung und Wassers. Die letzte Kolumne enthält den molekularen inktionsindex $A = \varepsilon/c$.

Es sei bemerkt, daß diese Zahlen nicht das Mittel aus ıreren Messungen darstellen, sondern jede ist das Resultat



s einzelnen Versuches; man kann also nach ihnen unmittel- die Empfindlichkeit der Methode beurteilen. Die Mittelte sind in der letzten Kolumne angegeben. In der vorenden Figur ist die Absorptionskurve des Kupfersulfats gehnet, indem als Abszissen die Wellenlängen, als Ordinaten $\varepsilon - \varepsilon_0$ aufgetragen sind (Kurve I). Unter Voraussetzung Gültigkeit des Beerschen Gesetzes habe ich die von Ewan[1]) Kupfersulfat [162,04 g in 1000 ccm] gefundenen Werte

1) Th. Ewan, l. c.

auf die von mir benutzte Konzentration umgerechnet, und stelle sie hier mit den meinigen in einer Übersicht zusammen (Tab. 1a).

Unter $\lambda_1 - \lambda_2$ finden sich die von Ewan benutzten Spektralbezirke, unter λ_m deren mittlere Wellenlänge, unter ε_1 die von Ewan, unter ε_2 die von mir gefundenen Werte, letztere erforderlichenfalls durch Interpolation berechnet.

Tabelle 1a.

Absorption von Kupfersulfat. $c = 0,6159$.

$\lambda_1 - \lambda_2$	λ_m	ε_1 (Ewan)	ε_2 (Grünbaum)
488,3 – 474,6	481,5	0,0068	0,0066
502,3 – 488,3	495,5	0,0137	0,0125
518,2 – 502,3	510,0	0,0262	0,0241
534,1 – 518,2	526,0	0,0526	0,050
551,6 – 534,1	542,5	0,093	0,095
574,2 – 551,6	562,5	0,184	0,185
599,4 – 574,2	586,5	0,318	0,380
627,7 – 599,4	613,5	0,648	0,782

Man bemerkt, daß Ewan für die kurzen Wellen etwas höhere, für die mittleren Wellenlängen gleiche, für die längeren Wellen jedoch bedeutend kleinere Werte erhält. Die letztere Abweichung ist, da die Kurve dort steil ansteigt und jeder Zahl von Ewan ein sehr breiter Spektralstreifen entspricht, vielleicht der Anwendung weißen Lichtes zuzuschreiben.

Bemerkenswert ist es darum, daß Müller[1]) mit weißem Licht neuerdings zwischen 512 und 569 $\mu\mu$ mit Ewan sehr nahe übereinstimmende Werte gefunden hat.

Tab. 2 enthält die Werte von $\varepsilon - \varepsilon_0$ für Kaliumbichromat (10,01 g in 1000 ccm Lösung), Tab. 3 die Werte für dieselbe, aber auf $^1/_{10}$ verdünnte Lösung (also 1,001 g in 1000 ccm Lösung), Tab. 4 die für Dinitro-α-naphtolmonosulfosäure (3,859 g in 1000 ccm Lösung), Tab. 5 die für Kaliumchromat (36,07 g in 1000 ccm Lösung). Die Kaliumsalze waren von Kahlbaum bezogen, die Dinitro-α-naphtolmonosulfosäure von der Badischen Anilinfabrik in Ludwigshafen. Die Lösung des Kaliumchromates änderte, wenn sie einige Tage stand, ihre

1) E. Müller, Inaug.-Diss. Berlin 1903.

Lichtabsorption, deshalb wurde für die endgültigen Messungen eine Lösung frisch hergestellt, und innerhalb zweier Tage durchgemessen. Während dieser Zeit blieben die Werte der ε konstant, wie mehrere Prüfungen ergaben. Den Tab. 2, 3, 4, 5 entsprechen in der vorstehenden Figur bez. die Kurven II, V, III, IV.

Tabelle 2.

Extinktionskoeffizienten von Kaliumbichromat. $c = 0{,}03399$ g-Mol. pro Liter.

Wellen-länge in $\mu\mu$	α_2 für die kürzere Röhre	α_1 für die kürzere Röhre	Werte von $\varepsilon - \varepsilon_0$ für Schichtdicken von 25 cm	12 cm	5 cm	2 cm	1 cm	Mittelwerte von ε	Molekulare Ext.-Koeffiz. $A_{0,03399}$
509	83,0	3,5	—	—	—	—	2,12	2,12	62,4
521	68,3	15,0	—	—	—	0,919 0,932 0,939 —	0,978 0,969 0,973 0,976	0,974	28,7
538	53,9	23,8	—	—	0,245	0,246	—	0,246	7,24
546	56,0	21,1	—	0,117	0,116	—	—	0,117	3,44
558	54,8	28,0	0,0356	0,0355	—	—	—	0,0356	1,05
568	50,3	29,8	0,0130	—	—	—	—	0,0130	0,382

Tabelle 3.

Extinktionskoeffizienten von Kaliumbichromat.
(Verdünnte Lösung $c = 0{,}003\,399$ g-Mol. pro Liter.)

Wellen-länge in $\mu\mu$	α_2 für die kürzere Röhre	α_1 für die kürzere Röhre	Werte von $\varepsilon - \varepsilon_0$ für Schichtdicken von 25 cm	12 cm	5 cm	2 cm	1 cm	Mittelwerte von ε	Molekulare Ext.-Koeffiz. $A_{0,003399}$
480	61,2	18,8	—	—	—	0,736 0,735	0,728 0,733	0,733	216
492	51,8	23,8	—	—	—	0,460 0,461	0,460 0,468	0,463	136
501	47,0	27,5	—	—	0,310 0,312	0,312 0,318	0,309 0,314	0,313	92,1
509	49,4	24,8	—	—	0,197 0,198 0,198	0,196 0,197 0,199	—	0,197	58,0
521	48,5	22,3	0,0758 0,0761	0,0818 0,0830	0,0884 0,0897	—	—	0,0891	26,2
538	45,9	29,0	0,021 0,021	0,021 0,022	—	—	—	0,021	6,2

Tabelle 4.

Extinktionskoeffizienten von Dinitro-α-naphtolmonosulfosäure.
$c = 0{,}01229$ g-Mol. pro Liter.

Wellenlänge in $\mu\mu$	α_2 für die kürzere Röhre	α_1 für die kürzere Röhre	Werte von $\varepsilon - \varepsilon_0$ für Schichtdicken von 25 cm	12 cm	5 cm	2 cm	1 cm	Mittelwerte von ε	Molekulare Ext.-Koeffiz. $A_{0,01229}$
						1,11	1,15		
501	71,1	12,7	—	—	—	1,11	1,15	1,15	93,6
						1,09	1,14		
					0,442	0,474	0,484		
					—	0,470	0,483		
509	55,1	25,2	—	—	—	0 473	0,482	0,484	39,4
					—	0,472	0,485		
					0,441	0,471	—		
521	58,4	20,6	—	0,128	0,127	—	—	0,128	10,4
538	48,9	28,3	0,0276	0,0272	-	—	—	0,0274	2,23
546	35,8	26,0	0,0141	0,0141	—	—	—	0,0141	1,15
558	43,3	27,1	0,0106	—	—	—	—	0,0106	0,863

Tabelle 5.

Extinktionskoeffizienten von Kaliumchromat. $c = 0{,}1855$ g-Mol. pro Liter.

Wellenlänge in $\mu\mu$	α_2 für die kürzere Röhre	α_1 für die kürzere Röhre	Werte von $\varepsilon - \varepsilon_0$ für Schichtdicken von 25 cm	12 cm	5 cm	2 cm	1 cm	Mittelwerte von ε	Molekulare Ext.-Koeffiz. $A_{0,1855}$
480	84,1	2,4	—	—	—	—	2,37	2,37	12,8
492	61,2	15,1	—	—	—	0,793	0,827	0,828	4,46
						0,788	0,829		
					0,316	0,326			
501	56,4	18,5	—	—	0,318	0,329	—	0,329	1,77
					0,312	0,331			
				0,119	0,125				
509	54,3	18,4	—	0,120	0,124	—	—	0,124	0,668
				0,121	0,124				
			0,0257	0,0284					
521	43,9	23,7	0,0261	0,0292	—	—	—	0,0283	0,153
			0,0266	0,0274					
538	40,0	35,7	0,0027	—	—	—	—	0,0027	0,0146

Die Tabellen lassen übereinstimmend erkennen, daß für ne Reihe von Wellenlängen die Werte von $\varepsilon - \varepsilon_0$ je nach r Schichtdicke verschieden ausfallen, und zwar gibt immer e kleinere Schichtdicke die größeren Werte[1]; ein Resultat, s dem Grundgesetz der Absorption und der Definition eines n der Schichtdicke *unabhängigen* Extinktionskoeffizienten derspricht. Die auffallende Erscheinung ist an anderer Stelle m Verfasser näher diskutiert.[2])

Berlin, Physik. Institut der Universität, August 1903.

1) Als Mittelwerte in den Tabellen berechnet und dann zur Zeichng der Kurve verwandt sind immer die mit der kürzeren Röhre erltenen Werte; doch sind die Punkte mit für verschiedene Schichtdicken ferierenden Werten durch einen kleinen Kreis kenntlich gemacht.

2) F. Grünbaum, l. c.

(Eingegangen 29. August 1903.)

6. *Über die Wärmewirkungen oszillatorischer Kondensatorentladungen im primären und sekundären Kreise; von R. Lindemann.*

(Aus der gleichnamigen Göttinger Inaugural-Dissertation, 1903.)

Schon oft ist die Joulesche Wärme im Entladungskreise einer Kapazität Gegenstand der Messung gewesen, ehe noch die Natur der Entladung und der sie bewirkenden elektrischen Ströme in ihren Einzelheiten aufgeklärt war. Vor allem sind hier zu nennen die Untersuchungen von Riess[1]), als deren Hauptergebnis der Satz zu bezeichnen ist, daß die gesamte im Schließungskreise entwickelte Wärme sich auf die einzelnen Teile desselben nach dem Maße ihres Widerstandes verteilt. Auch die Energie der durch solche Kondensatorentladungen induzierten Ströme (Nebenströme) ist schon vor langer Zeit studiert worden.[2]) Um jedoch die hier auftretenden, oft sehr komplizierten Verhältnisse klar zu überschauen, war eine rechnerische Verfolgung der Vorgänge nötig, und dazu fehlten noch die theoretischen Vorarbeiten. Alle jene Messungen haben aber nur vergleichenden Charakter, sie geben nicht die absoluten Werte der gemessenen Größen und lassen also vor allem unaufgeklärt, wieviel der entladenen Energie als Joulesche Wärme in den Drähten des Schließungskreises auftritt und wieviel im Funken verbraucht wird.

Die folgenden Untersuchungen sollen einen Beitrag liefern zur Aufklärung der schon genannten, durch die früheren Experimente nicht beantworteten Fragen. Dementsprechend wird einmal bei der einfachen oszillatorischen Kondensatorentladung die gesamte entladene Energie und die nach der Entladung im Schließungskreise befindliche Joulesche Wärme absolut bestimmt, woraus dann die Funkenenergie und ein Mittelwert für den Funkenwiderstand sich berechnen läßt.

---

1) Riess, Reibungselektrizität.

2) Riess, Reibungselektrizität 2. § 807 ff; Knochenhauer, Sitzungsber. d. k. Akad. d. Wissensch. zu Wien 22. p. 338. 1857; Blaserna, Sitzungsber. d. k. Akad. d. Wissensch. zu Wien 33. p. 25. 1858.

Dann aber wird auch die Energie der durch oszillatorische Kondensatorentladungen induzierten Ströme bestimmt und mit der aus der Theorie berechneten verglichen.

Bei der Wahl der Versuchsanordnung waren danach zwei Hauptforderungen entscheidend: einmal sollte die Messung eine absolute sein, und zweitens mußten sich die zur Berechnung nötigen Konstanten entweder genau experimentell bestimmen oder berechnen lassen. Die kalorimetrische Methode erwies sich hierbei als zu unempfindlich selbst dann, wenn bei Benutzung der gewöhnlichen Teslaanordnung sehr viele Entladungen hintereinander stattfanden. Auch war in diesem Falle eine genaue Bestimmung der Entladungspotentiale kaum möglich.[1]) Die bei den eigentlichen Versuchen benutzte bolometrische Meßmethode war dagegen hinreichend präzis und empfindlich.

I. Kapitel. Experimenteller Teil.

§ 1. Die bolometrische Meßmethode.

Das *Prinzip der Methode* ist im wesentlichen gegeben durch die bekannte von Paalzow und Rubens[2]) benutzte Versuchsanordnung. Der eine Zweig einer Wheatstoneschen Brücke wird gebildet von einem aus sehr feinem Drahte bestehenden Viereck, durch dessen eines Paar gegenüberliegender Ecken der Brückenstrom zu- und abgeführt wird, während durch das andere Paar der zu messende Strom ein- und austritt. Das Drahtviereck ist so abgeglichen, daß der zu messende Strom nur in ihm verläuft, daß also die ihn erregende elektromotorische Kraft keine Potentialdifferenz hervorruft zwischen den Ein- und Austrittsstellen des Brückenstromes. Ist zu Anfang die Brücke so eingestellt, daß das Galvanometer keinen Ausschlag zeigt, so wird beim Schließen des zu messenden Stromes durch die Stromwärme der Widerstand des von ihm durchflossenen Brückenzweiges geändert, und das Galvanometer zeigt nunmehr einen der Energie jenes Stromes proportionalen Ausschlag. — Dauert der zu messende Strom nur eine kurze

1) Bezüglich der Voruntersuchungen sei auf die Dissertation verwiesen.

2) A. Paalzow u. H. Rubens, Wied. Ann. 37. p. 529. 1889.

Zeit an, wie in unserem Falle eine einzige Entladung, so entsteht in der Brücke auch nur ein kurzer Stromstoß. Die Bedingung dafür, daß der beobachtete maximale Ausschlag des Galvanometers der Intensität dieses Stromstoßes und damit der Energie des zu messenden kurz andauernden Stromes proportional ist, ist die gewöhnliche für das ballistische Galvanometer: die Dauer des den Galvanometerausschlag erzeugenden Stromstoßes in der Brücke muß klein sein gegenüber der Dauer einer Eigenschwingung des Galvanometers. Diese Bedingung ist offenbar bei den hier zu messenden kurzen Entladungen sicher erfüllt.

Diese Anordnung war direkt zu benutzen bei der Messung der Wärme im Entladungskreise selbst. Um auch die Wärme im sekundären Kreise damit zu bestimmen, wurde einfach der Bolometerdraht so angeordnet, daß er als sekundärer Teslakreis wirkte. Auch für den Fall, daß der Bolometerdraht nicht ganz den oben genannten Bedingungen in Bezug auf die Abgleichung der Widerstände der Quadratseiten genügte, war ein teilweises Hindurchgehen der Teslaschwingungen durch die Brücke und das Galvanometer wegen ihrer großen Frequenz kaum zu befürchten. In der Tat wurde bei direkter Entladung einer Kapazität durch den Bolometerdraht auch nur dann ein Galvanometerausschlag beobachtet, wenn der Brückenstrom geschlossen war. Ein besonderer Brückendraht mit Schleifkontakt zum Ausgleichen der Widerstände, wie ihn Paalzow und Rubens benutzten, konnte in diesem Falle natürlich nicht angebracht werden.[1])

§ 2. Versuchsanordnung.

1. *Der Entladungskreis bei den Induktionsversuchen.* Um zunächst Fehler infolge ungenügender Isolation zu umgehen, wurde die gwöhnliche, nach Tesla benannte Anordnung mit zwei zur Funkenstrecke und zur primären Spule symmetrisch aufgestellten gleich großen Kapazitäten noch vertauscht mit

1) In der Dissertation wird ausführlich nachgewiesen, daß die Proportionalität der Bolometerausschläge mit $\int i^2 \, dt$ (das Integral erstreckt über die Dauer der Entladung) bestehen bleibt, wenn die zu messenden Entladungsströme sehr verschieden verlaufen, und daß auch die Wärmeverluste im Bolometer keine Fehler bedingen.

einer sehr viel einfacheren. Damit nämlich die Erscheinung und ihre theoretische Behandlung bei jener Anordnung nicht unnötig kompliziert wird, ist die Bedingung zu erfüllen, daß unmittelbar vor der Entladung durch den Funken die Potentiale der beiden gleich großen Kapazitäten entgegengesetzt gleich sind. Diese schwer zu erfüllende Bedingung wurde dadurch vermieden, daß die eine der beiden Kapazitäten ganz beseitigt und überdies der eine Pol der Funkenstrecke und damit auch die eine Belegung der Kapazität an Erde gelegt wurde. Daß diese Erdleitung die Entladung in keiner Weise beeinflußt, daß also vor allem nach der Entladung nicht auch ein Teil der entladenen Energie in jener Erdleitung als Joulesche Wärme auftritt, ist ohne weiteres klar. In der Tat konnte auch, falls in die Erdleitung ein empfindliches Galvanometer eingeschaltet war, ein merklicher Ausschlag desselben im Momente der Entladung nicht beobachtet werden. Es entstand so schließlich die folgende Versuchsanordnung (Fig. 1). Die innere Belegung einer aus 1 bis 4 großen Leydener Flaschen von etwa 5 Liter Rauminhalt bestehenden Batterie war verbunden mit der einen Elektrode des Funkenmikrometers, die andere zur Erde abgeleitete Elektrode stand mit der äußeren Belegung der Batterie in Verbindung. In dem letzteren Teile des Schließungskreises befand sich die primäre Teslaspule. Zum Laden der Batterie diente eine kleine Wimshurstmaschine oder, falls diese nicht genügte, eine größere Holtzsche Maschine. Die sämtlichen Leitungsdrähte bestanden aus unbesponnenem Kupferdraht mit dem Radius 0,125 cm, und war bei ihrer Anordnung besonders auf die Berechnung der Induktionskoeffizienten Rücksicht zu nehmen. Die primäre Teslaspule wurde gebildet aus vier quadratischen Windungen desselben Kupferdrahtes, die auf einem Glasgefäß von quadratischem Querschnitte befestigt waren. Der Abstand

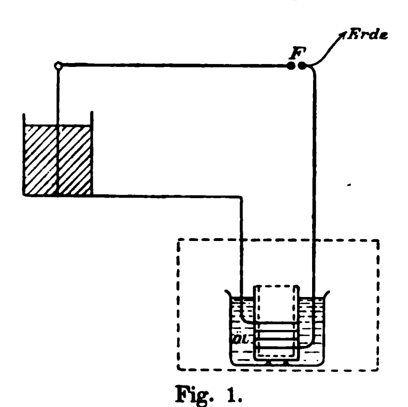


Fig. 1.

je zweier Windungen betrug 0,6 cm und die Länge der Quadratseite 11 cm. Die Gesamtlänge des dicken Kupferdrahtes im Entladungskreise betrug 540 cm, der Koeffizient der Selbstinduktion 879,47 . 10^{-20} statische Einheiten. In das quadratische Glasgefäß paßte ein zweites hinein, von dem ersten getrennt durch einen 0,5 cm breiten Luftspalt. Beide Gefäße zusammen standen in einem großen, mit Paraffinöl gefüllten Glasbehälter.

2. *Der Bolometerdraht.* In dem inneren Glasgefäß war möglichst genau in der Mitte der primären Spule der zu induzierende sekundäre Kreis angebracht, der, wie schon bemerkt, zugleich den einen Zweig einer Wheatstoneschen Brücke bildete. Dieser sekundäre Kreis bestand aus einem blanken Platindraht mit dem Radius 0,003 cm und hatte die Form eines Quadrates mit der Seitenlänge 7 cm. Er war in der Weise festgelegt, daß vier Streber aus 0,25 cm dickem Kupferdraht mit ihren unteren Enden in einem Kreuze aus Hartgummi isoliert befestigt waren und zwar in den Ecken eines Quadrates mit der Seitenlänge 7 cm senkrecht zur Ebene des Quadrates. An diesen Kupferstreben war der feine Platindraht möglichst in einer Ebene festgelötet. Oberhalb desselben waren die dicken Kupferdrähte durch zwei weitere Kreuze aus Holz gegeneinander festgelegt. Dies war aus dem Grunde nötig, weil sonst leicht Spannungen zwischen ihnen auftraten, die den feinen Platindraht zerrissen. Die drei Kreuze aus Hartgummi oder Holz waren so groß, daß sie gerade in das quadratische Glasgefäß hineinpaßten. Auf diese Weise gelang eine wohl hinreichend genaue und sichere Befestigung des Bolometerdrahtes. Der Koeffizient der Selbstinduktion des Bolometerdrahtes wurde berechnet zu 44,99 . 10^{-20} statischen Einheiten, falls jener Draht den sekundären Kreis bildet, zu 25,40 . 10^{-20} statischen Einheiten, falls er in den Entladungskreis eingeschaltet ist.

3. *Die Brücke.* Von zwei gegenüberstehenden Kupferstreben führten nun zwei Kupferdrähte zu dem übrigen Teile der Brücke. Auch dieser Teil des Bolometers weicht etwas von der Anordnung von Paalzow und Rubens ab. Da immer kurze Stromstöße beobachtet wurden, so waren zur Vermeidung von Komplikationen infolge der Selbstinduktion die vier Zweige der Brücke nicht nur ihrem Ohmschen, sondern auch ihrem

nduktiven Widerstande nach möglichst gleich gewählt. Sie bestanden demnach aus je einem dem oben beschriebenen möglichst kongruenten Quadrat desselben feinen Platindrahtes, das gleichfalls auf kleinen Kupferstreben festgelötet war. Diese drei Widerstände waren nebeneinander in einem kleinen Holzkasten untergebracht, auf dessen Deckel außerhalb die beiden Brückendrähte mit Schleifkontakten sich befanden. Der eine derselben, welcher zur roheren Einstellung diente, bestand aus einem 0,02 cm dicken Platindraht von etwa 30 cm Länge, während der andere, zur feineren Einstellung bestimmte von einem 0,1 cm dicken Draht aus Konstantan derselben Länge gebildet wurde. Diese beiden Drähte befanden sich in der Mitte der beiden Teile der Brücke, in welche diese durch die Ein- und Austrittsstelle des Brückenstromes geteilt wird ; es gingen also von den Schleifkontakten, in unserem Falle Quecksilberkontakten, die Leitungsdrähte zu dem Galvanometer aus. Zur Wärmeisolation war die ganze Brücke mit dem primären Teslakreis in einem geräumigen Kasten aus dickem Holze untergebracht, dessen Wände noch mit einer Watteschicht und einem dicken Wollstoffe innen überzogen waren. Der kleinere Kasten mit den drei Brückenwiderständen war natürlich so aufgestellt, und die Zuleitungsdrähte waren so angeordnet, daß eine unerwünschte Induktion seitens der primären Teslaspule möglichst ausgeschlossen war. Das benutzte Galvanometer war ein d'Arsonvalinstrument von Hartmann & Braun und hatte einen Widerstand von ca. 4 Ohm. Es wurde mit Fernrohr und Skala beobachtet. Der Abstand der Skala vom Spiegel betrug 125 cm. — Der Brückenstrom wurde geliefert von Akkumulatoren bei 2 Volt Spannung. Da die Empfindlichkeit des Bolometers der Stärke des Brückenstromes direkt proportional ist, so konnte durch Variation eines vorgeschalteten Widerstandes die Empfindlichkeit geändert werden. Doch war eine obere Grenze der zu erreichenden Empfindlichkeit dadurch gegeben, daß bei einer gewissen Stromstärke Thermoströme auftraten, welche ein ruhiges Einstellen des Galvanometers vereitelten. Um längere Zeit gleiche Empfindlichkeit zu haben, war ein möglichst konstanter Brückenstrom erwünscht.

4. *Der Entladungskreis bei fehlendem induzierten Kreise.* Zur Messung der Energie im Entladungskreise selbst bei

fehlendem induzierten Kreise und zur Eichung führten außer den beiden Zuleitungen zur primären Teslaspule noch zwei weitere 0,125 cm dicke Kupferdrähte aus dem großen Holzkasten heraus, die mit den beiden noch nicht verbundenen, einander gegenüberstehenden Kupferstreben des Bolometerdrahtes Kontakt hatten. Durch diese konnte dann der Bolometerdraht entweder an Stelle der früher beschriebenen primären Teslaspule in den Entladungskreis der Batterie eingeschaltet werden, oder in die noch zu beschreibende Eichvorrichtung. Im ersteren Falle betrug die Länge der 0,125 cm dicken Kupferdrähte im Entladungskreise zusammen 370 cm, der Koeffizient der Selbstinduktion des Entladungskreises $545,07 . 10^{-3}$ statische Einheiten.

§ 3. Eichung.

1. *Methode der Eichung.* Wie wir sahen, ist der beobachtete Galvanometerausschlag proportional der gesuchten Energie. Der Apparat ist geeicht, sobald die Energiemenge bestimmt ist, welche der Einheit des beobachteten Galvanometerausschlages entspricht, natürlich nur für eine bestimmte Empfindlichkeit. Damit das Galvanometer wieder als ballistisches wirkte, konnte nur ein kurz andauernder Strom zur Eichung benutzt werden. Es lag daher der Gedanke am nächsten, wiederum eine Kondensatorentladung zu benutzen, jedoch eine solche ohne Funkenentladung. Nun ist es zwar eine experimentell gesicherte Tatsache, daß z. B. zwischen Platinelektroden eine elektrische Selbstentladung etwa in Funkenform nicht auftreten kann, wenn die Elektrodenspannung weniger als 350 Volt beträgt. Dementsprechend müßte es möglich sein, eine Kapazität, welche auf ein niedrigeres Potential geladen ist, durch einen rein metallischen Schließungskreis zu entladen, ohne daß ein Funken auftritt. Dem widerspricht das Experiment. Selbst wenn die Entladungsspannung sehr viel niedriger war, z. B. nur 220 Volt, wurde ein deutlicher Lichtschein an der Schließungsstelle wahrgenommen, was sich auch deutlich an der großen Unregelmäßigkeit der beobachteten Bolometerausschläge trotz der Gleichheit der entladenen Energie zeigte. Der Grund hierfür kann nur sein, daß die stets vorhandenen feinen Metall- und sonstige Staubteilchen unmittelbar vor der Herstellung

ır genügenden metallischen Verbindung zwischen den beiden rerbindenden Leitern kurze Zeit hindurch allein die Stromang übernehmen. Dabei geraten sie heftig ins Glühen wegen sehr großen momentan entladenen Elektrizitätsmenge. Es lte also möglich sein, durch Verringerung der Stromstärke n Pseudofunken zu verkleinern oder auch ganz zu unterecken. Dies wurde im vorliegenden Falle erreicht durch schaltung von Widerständen. In der Tat konnte, falls der geschaltete Widerstand genügend groß war, ein Lichtschein der Schließungsstelle nicht mehr wahrgenommen werden; h waren die Bolometerausschläge durchaus konstant, so daß mit großer Schärfe bestimmt werden konnten. Hieraus rde geschlossen, daß die gesamte entladene Energie sich Joulesche Wärme auf die Drähte des Schließungskreises teilt oder daß die an der Schließungsstelle etwa noch verwindende Energie gegenüber der gesamten entladenen zu nachlässigen ist. Zwar waren die Ausschläge des Boloters bei dieser Anordnung nicht groß, doch zeigen die bei verschiedenen Vorschaltwiderständen beobachteten Werte e durchaus genügende Übereinstimmung. Wie zu verlangen ist, d die aus ihnen berechneten, dem Ausschlag 1 entsprechende ergiemengen bei den größeren Widerständen einander gleich.

2. *Die Eichvorrichtung* war dann einfach die folgende (Fig. 2). f einer Hartgummiunterlage waren ein Hebel und zwei Metallicke gut voneinander liert befestigt. Der bel wurde für gewöhnh durch eine Feder das eine Metallstück drückt, konnte aber rch Druck auf einen ihm befestigten isorenden Knopf mit m zweiten Metallstück Kontakt gebracht rden. Er war dauernd rbunden mit der einen

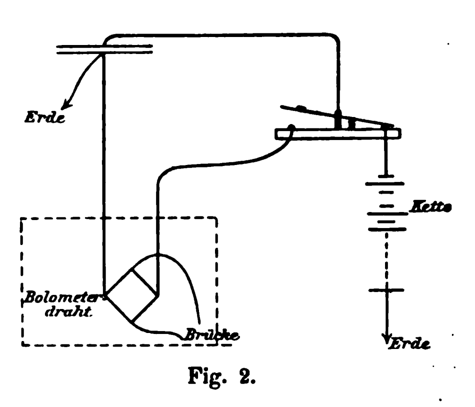


Fig. 2.

legung der Kapazität, das erste Metallstück mit der ladenn Elektrizitätsquelle, während das zweite durch den schon

beschriebenen Entladungskreis mit der anderen an Erde liegenden Belegung der Kapazität in Verbindung stand. Sobald die Kapazität durch einen kurzen Druck auf den Hebel entladen wurde, war am Galvanometer ein Ausschlag zu beobachten. Als Vorschaltwiderstände dienten die später noch benutzten, zwischen kurzen Kupferstiften frei ausgespannten Enden desselben feinen Platindrahtes, aus dem auch der eigentliche Bolometerdraht gebildet wurde. Die benutzte Kapazität war ein von Edelmann in München gelieferter Normalglimmerkondensator von 1 Mikrof. und die zu ihrer Ladung nötige Elektrizität lieferte eine Hochspannungsbatterie, deren konstante Spannung von einem Präzisionsvoltmeter von Siemens & Halske angezeigt wurde.

3. *Beobachtungen.* In der folgenden Tabelle sind einige Beobachtungen mitgeteilt, die in der beschriebenen Weise angestellt wurden. Es bezeichnet w den gesamten Widerstand des Schließungskreises in Ohm, P_0 das Entladungspotential in Volt und α den beobachteten Bolometerausschlag. Hieraus sowie aus dem Widerstande des Bolometerdrahtes $w_B = 4{,}96\,\Omega$ und der Kapazität des Kondensators $c = 1$ Mikrof. berechnet sich die gesuchte dem Bolometerausschlag $\alpha = 1$ entsprechende Energie nach der Gleichung:

$$E_{\alpha=1} = \frac{P_0^2}{2} C \frac{w_B}{w} \cdot \frac{1}{\alpha} \,.$$

In der Tabelle sind diese Werte in Erg angegeben.

w	P_0	α	$E_{\alpha=1}$
39,36	244	35,0	1065 }
34,28	244	40,5	1070 }
29,51	242	46,0	1064 }
24,36	241	54,5	1080
19,96	250	70,0	1100

Bei den größeren Widerständen im Schließungskreise ist also $E_{\alpha=1}$ konstant. Die dort noch auftretenden Abweichungen sind durch die beschränkte Genauigkeit der Ablesungen bedingt. Als Mittelwert wurde angenommen:

$$E_{\alpha=1} = 1065 \text{ Erg.}$$

§ 4. Die Messungen.

1. *Die variierten Größen.* Bei den Messungen selbst sind ...beiden schon oben erwähnten, einander stets parallel laufen... Reihen zu unterscheiden: nämlich die Messungen der ...ergie in einem Teile des primären Kreises bei fehlendem ...ndären Kreise und diejenigen der Energie im sekundären ...ise. Variiert wurden die Anfangsspannung, die Kapazität ... der Widerstand und zwar so, daß bei einem bestimmten ...rte der Kapazität und des Widerstandes jedesmal dem ...fangspotential, von kleinen Werten aufsteigend, immer größere ...rte gegeben wurden. Hierbei wurde die obere Grenze da...rch festgelegt, daß bei den Messungen der Energie im ...mären Kreise nicht größere Bolometerausschläge als etwa ...0 Skt. beobachtet wurden, während bei den Messungen im ...ndären Kreise das Anfangspotential stets unter 10000 Volt ...eb. Auf diese Weise wurde es vermieden, daß die bekannten ...ckungen und Zerstäubungen der feinen Platindrähte im ...ließungskreise eintraten. Mit der Kapazität sollte besonders ... Schwingungsdauer, mit dem Widerstande die Dämpfung ...ndert werden. Die eingeschalteten Widerstände waren aus ...selben feinen Platindraht hergestellt, wie er zu den Brücken...erständen des Bolometers benutzt war. Diese Drähte waren ...ischen kurzen Kupferstiften, die in einem Brette isoliert be...tigt waren, aufgespannt und festgelötet. Durch gute Stich...ntakte konnten sie leicht in den Entladungskreis eingeschaltet ...rden. Die benutzten Widerstände dieser Art betrugen 19,4; ...0; 9,92; 5,15; 2,93 und 1,105 Ohm.

2. *Der Verlauf einer Messung* war der, daß zunächst der ...ndensator mit Hülfe der Influenzmaschine geladen wurde, ...bei die Kugeln des Funkenmikrometers so weit voneinander ...fernt waren, daß ein Funken nicht übergehen konnte. Ein ...trostatisches Voltmeter von Siemens & Halske mit einem ...bereich bis zu 10000 Volt gab während der Ladung nur ...ntierend die Spannung an. Alsdann wurde die Verbindung Elektrisiermaschine und des Hochspannungsvoltmeters mit Kapazität aufgehoben und nunmehr bei belichteter Funken...cke und unter fortwährender Beobachtung des Galvano...ers die Elektroden der Funkenstrecke mit Hülfe der Mikro...erschraube vorsichtig einander genähert, bis der Funken

übersprang. In diesem Momente schlug das Galvanometer aus, um sofort wieder mit wenigen gedämpften Schwingungen in die Ruhelage zurückzukehren. Der erste maximale Ausschlag war zu beobachten, was auch bei einiger Übung und gut beleuchteter Skala bei den größten Ausschlägen bis auf einen Skalenteil genau geschehen konnte. Sobald dieser Ausschlag beobachtet war, wurde die Batterie mit einem zweiten empfindlicheren Braunschen Voltmeter mit einem Meßbereiche bis 3500 Volt verbunden und die zurückgebliebene Spannung gemessen. Die Verbindung der Kapazität mit dem Elektrometer oder auch gleichzeitig mit der Elektrisiermaschine, wie bei der Ladung, wurde einfach dadurch bewerkstelligt, daß das Ende eines mit jenen Apparaten verbundenen Drahtes mit Hülfe einer wohl isolierten Handhabe an die nicht abgeleitete Belegung der Kapazität gehalten wurde. Vor jedem Versuche war der Brückenstrom schon längere Zeit geschlossen, damit der Temperaturausgleich in der Brücke ein möglichst vollkommener war.

3. *Bestimmung der Entladungsspannung.* Die Anfangsspannung der Batterie, d. h. die Spannung, bei welcher der Funken übergeht, wurde aus der Länge der Funken bestimmt. Zu dem Zwecke mußte der Entladeverzug beseitigt werden. Dies geschah durch Belichtung der Funkenstrecke mit dem an ultravioletten Strahlen reichen Lichte eines elektrischen Lichtbogens, der in 20—30 cm Entfernung von der Funkenstrecke brannte. Damit die Kugeln des Funkenmikrometers und die sie umgebende Luft sich nicht zu sehr erwärmten, was ja eine Verminderung der Funkenspannung zur Folge gehabt haben würde, brannte der Lichtbogen immer nur während der kurzen Zeit des Versuches. Die den beobachteten Funkenlängen entsprechenden Potentiale wurden nicht den bekannten Tabellen entnommen, sondern es wurde für die benutzte Funkenstrecke eine besondere Tabelle neu aufgestellt.

4. *Die Beachtungen und ihre Genauigkeit.* In den nachfolgenden Tabellen enthalten die mit F.L. überschriebenen Rubriken die am Funkenmikrometer abgelesenen Funkenlängen in Millimeter. Diese Ablesungen konnten ohne Schwierigkeit so genau gemacht werden, daß die beobachtete Funkenlänge höchstens um 0,01—0,02 mm kleiner waren als die tatsäch-

n. P_0 bedeutet das der beobachteten Funkenlänge ent…hende Anfangspotential in Volt. Bei einer Abschätzung …enauigkeit dieser Zahlen ist zweierlei zu beachten: ein…sind die Ablesungen an dem Elektrometer höchstens auf … Volt genau, und dann entspricht der oben genannten …uigkeit der Ablesungen am Funkenmikrometer eine Genauig…bis auf + 100 Volt. Die in den Tabellen gegebenen …te für P_0 sind also zu klein um Beträge zwischen — 50

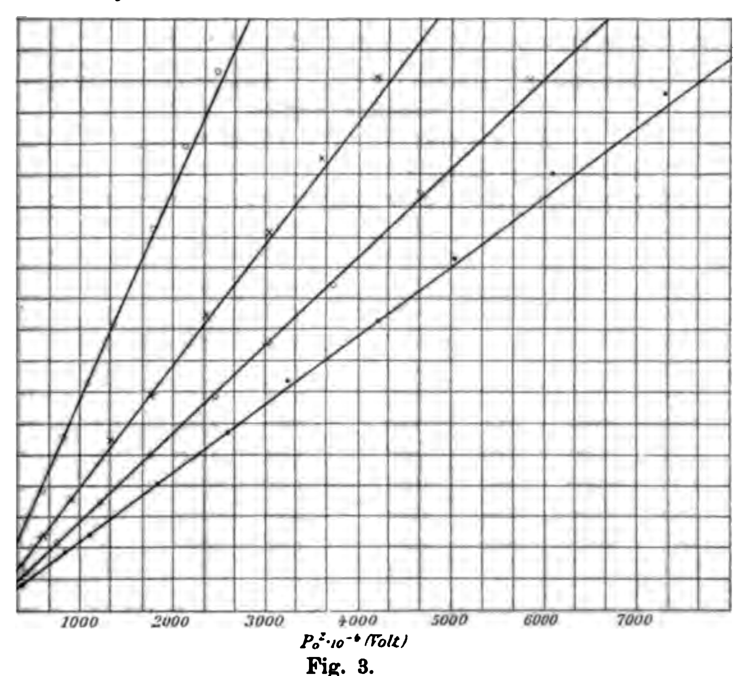


Fig. 3.

I. Kreis. Variation des Widerstandes. Tab. I, 1—4.

+ 150 Volt. Für die kleineren Funken, bei welchen das …ndlichere Braunsche Elektrometer benutzt wurde, be…n diese Fehler etwa nur — 30 bis + 80 Volt. P_∞ be…et die nach beendeter Entladung zurückgebliebene Spannung Batterie in Volt und α den Ausschlag des Galvanometers …alenteilen (Millimeter). Diese letzteren konnten, wie schon …r bemerkt, bei den größten Ausschlägen von 300 Skt. …t auf $\pm$ 1 Skt. genau abgelesen werden, bei den kleineren …chlägen natürlich genauer. Die in den Tabellen mit-

geteilten Werte dieser Bolometerausschläge sind bereits auf den Sinus des halben einseitigen Ausschlages reduziert. Die wegen der ungleichmäßigen Verteilung der schnellen Wechselströme über den Querschnitt der Leitungsdrähte nötige Korrektion der Widerstände ist an den in den Tabellen mitgeteilten Werten noch nicht angebracht. Aus den Tabellen können leicht durch graphische Interpolation auch andere als die beobachteten Werte erhalten werden. So entstanden z. B. die besonders interessanten Tab. I, 5 und III, 6 und einige weitere im folgenden Abschnitte ausführlich diskutierte.

I. Wärme im primären Kreise. Variation des Widerstandes (Fig. 3).

$E_{a=1} = 1195$ Erg. $C = 0{,}00496$ Mikrof.

1. $w = 5{,}25 + 14{,}68\ \Omega$.

F.L.	P_0	α	P_∞
0,18	1200	6	320
0,33	1930	16	420
0,57	2900	37	630
0,67	3300	47	660
0,93	4300	81	840
1,16	5100	114	890
1,34	5700	146	950
1,58	6500	187	1080
1,77	7100	225	1210
1,99	7800	280	1290
2,24	8550	334	1360

2. $w = 5{,}25 + 9{,}75\ \Omega$.

F.L.	P_0	α	P_∞
0,18	1200	8	380
0,26	1600	15	530
0,34	1970	22	360
0,52	2700	42	480
0,73	3500	71	680
0,90	4200	100	840
1,12	4950	138	880
1,28	5500	171	930
1,46	6100	210	1040
1,69	6830	269	1140
1,94	7650	342	1300

3. $w = 5{,}25 + 4{,}85\ \Omega$.

F.L.	P_0	α	P_∞
0,15	1000	8	250
0,20	1300	13	320
0,33	1900	27	260
0,46	2470	46	480
0,60	3000	71	570
0,77	3660	108	660
0,90	4200	139	700
1,09	4850	188	670
1,28	5500	243	870
1,43	6000	291	960
1,58	6500	341	1010

4. $w = 5{,}25\ \Omega$.

F.L.	P_0	α	P_∞
0,12	840	9	0
0,18	1200	19	420
0,31	1830	45	280
0,46	2470	79	470
0,56	2870	110	500
0,67	3300	146	630
0,78	3700	184	600
0,92	4260	244	640
1,03	4660	299	890
1,14	5030	346	820

5. P_0 = konst. ($^1/_2\, P_0^2\, C$ = konst.).

w	α	
	$P_0 = 5030$	$P_0 = 3700$
5,25	346	184
10,10	204	110
15,00	144	78
19,93	112	60

Wärme im primären Kreise. Variation der Kapazität (Fig. 4).

w = 5,25 Ω. $E_{\alpha=1}$ = 1065 Erg.

... = 0,00496 Mikrof. (1 Flasche).

P_0	α	P_∞
1100	18	220
1600	38	250
2000	58	250
2400	86	250
2650	107	570
3000	137	610

2. C = 0,00982 Mikrof. (2 Flaschen).

F.L.	P_0	α	P_∞
0,13	900	26	—
0,18	1200	48	—
0,29	1750	101	250
0,36	2070	144	250
0,45	2430	196	250
0,52	2700	245	250
0,59	3000	299	320

... = 0,0[illegible]594 Mikrof. (3 Flaschen).

P_0	α	P_∞
700	27	280
1000	58	—
1300	92	250
1500	121	—
1800	179	320
2150	258	370
2300	298	390

4. C = 0,02131 Mikrof. (4 Flaschen).

F.L.	P_0	α	P_∞
0,10	700	35	250
0,15	1000	75	320
0,20	1300	119	390
0,24	1500	164	—
0,29	1750	221	—
0,36	2050	303	350
0,38	2150	334	200

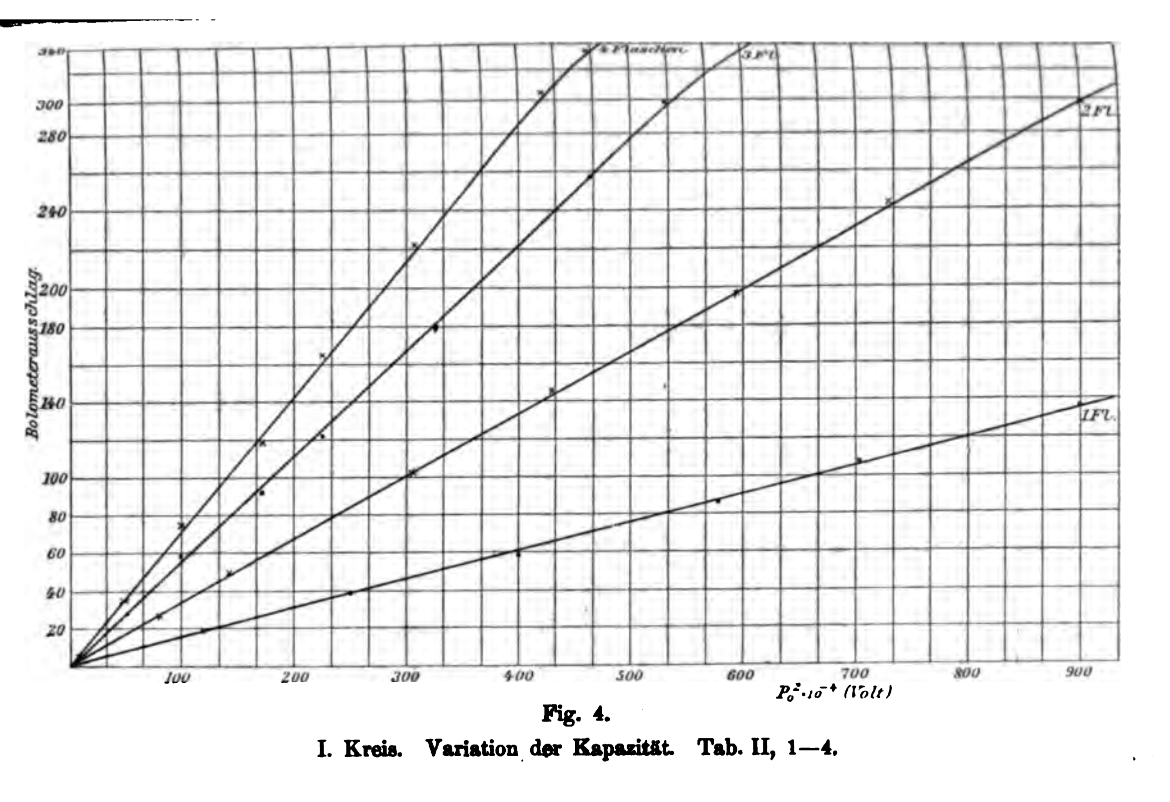
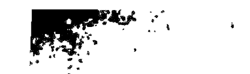


Fig. 4.

I. Kreis. Variation der Kapazität. Tab. II, 1—4.



1000 2000 3000 4000 5000 6000 7000 8000 9000

$P_0^2 \cdot 10^{-4}$ (Volt)

Fig. 5.

II. Kreis. Variation des Widerstandes (w_I). Tab. III, 1—6.

III. Wärme im sekundären Kreise. Variation des Widerstandes im primären Kreise (Fig. 5).

$E_{\alpha=1}$ = 885 Erg. C = 0,00496 Mikrof.

1. w_{I} = 0,29 + 14,68 Ω.

Bolometerausschlag α	Funkenlänge in mm F.L.	Anfangsspannung in Volt P_0	Spannung nach der Entladung in Volt P_∞
1,5	0,79	3750	600
3,0	1,20	5250	810
4,0	1,42	5970	1040
5,0	1,69	6830	1000
6,0	1,90	7500	1090
8,0	2,20	8450	1210
10,5	2,69	9800	1390

2. w_{I} = 0,29 + 9,75 Ω.

F.L.	P_0	α	P_∞
0,76	3650	2,0	480
0,97	4450	3,0	570
1,16	5100	4,0	760
1,41	5930	5,5	960
1,54	6350	6,3	1030
1,96	7700	9,5	1200
2,20	8450	11,0	1180

3. w_{I} = 0,29 + 4,85 Ω.

F.L.	P_0	α	P_∞
0,39	2200	1,5	320
0,61	3050	2,7	640
0,80	3800	4,0	760
0,98	4470	5,4	600
1,20	5250	7,5	650
1,48	6170	10,5	760
1,81	7230	14,0	1010
2,01	7870	16,5	1010
2,32	8780	21,0	1320
2,62	9600	24,0	1320

4. w_{I} = 0,29 + 2,925 Ω.

F.L.	P_0	α	P_∞
0,55	2830	3,0	600
0,73	3530	4,9	460
0,93	4300	7,0	520
1,17	5150	10,0	600
1,40	5900	13,5	960
1,69	6850	18,0	1110
1,83	7300	20,0	1150
2,07	8050	24,0	1270
2,39	9000	30,0	1320

5. w_{I} = 0,29 + 1,105 Ω.

F.L.	P_0	α	P_∞
0,38	1900	2,0	470
0,41	2300	3,2	290
0,56	2880	5,2	620
0,72	3500	7,5	460
0,87	4100	10,0	520
1,00	4550	13,0	620
1,21	5300	17,5	670
1,47	6130	23	1000
1,73	7000	30	920
1,99	7800	37	1050
2,26	8600	45	1130



6. $w_I = 0{,}29\ \Omega$.

.L.	P_0	α	P_∞	F.L.	P_0	α	P_∞
,87	2130	5,0	280	1,26	5450	31	880
,58	2750	8,0	320	1,53	6330	42	780
,68	3150	11,0	410	1,68	6800	47	850
,78	3530	14	410	1,91	7550	60	900
,99	4500	21	730	2,11	8150	70	960
,18	5000	27	810				

7. P_0 = konst. ($^1/_2\, P_0^2\, C$ = konst.). (Fig. 6.)

w_I (Ohm)	α		
	$P_0 = 8150$	$P_0 = 6330$	$P_0 = 4470$ (Volt)
0,29	70,0	42,0	21,0
1,895	40,25	24,25	12,0
3,215	24,75	15,0	7,4
5,14	18,0	10,75	5,25
10,04	10,0	6,0	3,0
14,97	7,4	4,5	2,25

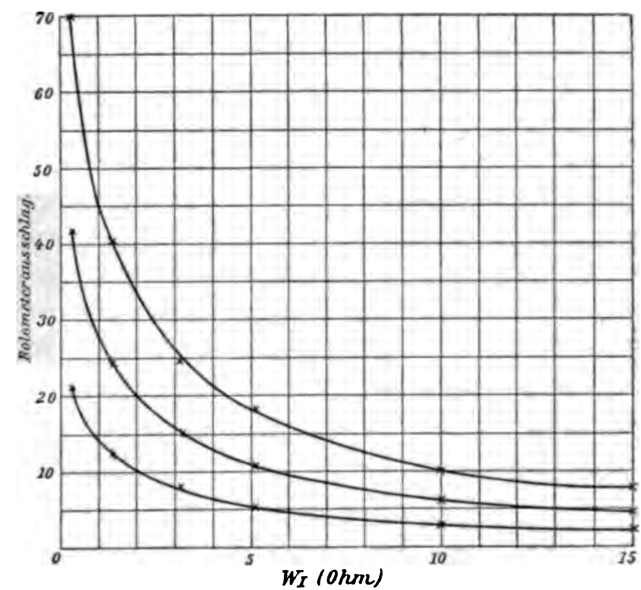


Fig. 6.

. Kreis. Variation des Widerstandes (w_I). P_0 = konst. Tab. III, 7.

IV. Wärme im sekundären Kreise, Variation der Kapazität im primären Kreise. (Fig. 7.)

$w_I = 0,29\ \Omega$. $w_{II} = 19,72\ \Omega$, $E_{\alpha=1} = 1065$ Erg.

1. $C = 0,00496$ Mikrof. (1 Flasche).

F.L.	P_0	α	P_∞
0,40	2250	4,5	250
0,92	4250	16	430
1,32	5650	28	630
1,55	6400	36	980
1,86	7400	48	850
2,27	8630	67	1210
2,64	9700	85	1140

2. $C = 0,00982$ Mikrof. (2 Flaschen).

F.L.	P_0	α	P_∞
0,54	2800	9,0	480
1,01	4600	26	370
1,40	5900	45	480
1,81	7200	69	780
2,08	8100	87	880
2,27	8630	100	920
2,69	9850	132	800

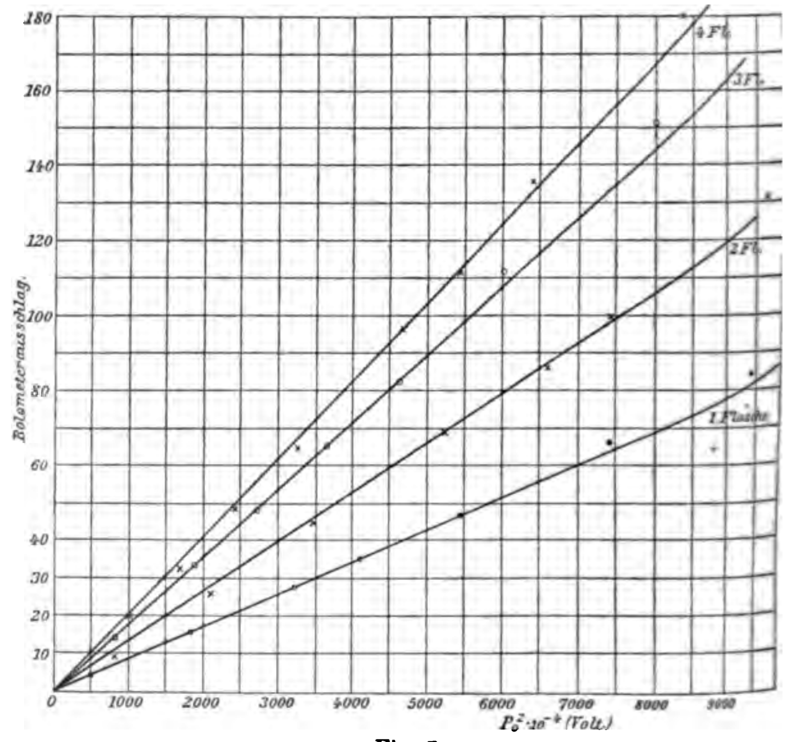


Fig. 7.

II. Kreis. Variation der Kapazität. Tab. IV, 1—4.

...0,01594 Mikrof. (3 Flaschen). 4. $C = 0{,}02131$ Mikrof. (4 Flaschen).

.	P_0	α	P_∞	F.L.	P_0	α	P_∞
	2880	18	250	0,65	3200	20	480
	4300	33	320	0,86	4050	33	320
	5170	48	660	1,10	4900	49	420
	6030	65	760	1,33	5660	65	630
	6770	83	830	1,69	6830	97	520
	7300	98	840	1,85	7350	112	780
	7730	111	900	2,05	8000	136	610
	8950	151	920	2,45	9150	180	890

II. Kapitel. Theoretischer Teil.

§ 1. Diskussion der Messungen im primären Kreise. Funkenenergie und Funkenwiderstand.

l. *Definition des mittleren Funkenwiderstandes.* Die Messungen ...nergie im Entladungskreise selbst bei fehlendem induzierten ...e wurden angestellt, um, wie schon früher gesagt, über ...nergie und den Widerstand des Funkens etwas zu er-...n. Der Plan war die vom Funken absorbierte Energie ...rechnen als Differenz der gesamten entladenen Energie ...$\frac{1}{2} C(P_0^2 - P_\infty^2)$ und der nach der Entladung in den Drähten ...hließungskreises befindlichen Wärmeenergie. Diese letztere ...ich ja nach dem von Riess gefundenen Satze, daß die ...te im metallischen Schließungskreise entwickelte Wärme ...uf die einzelnen Teile des Schließungskreises nach dem ... ihres Widerstandes verteilt, ohne weiteres aus der im ...neterdraht gefundenen Energie berechnen. Die so er-...lte Funkenenergie sollte dann in ihrer Abhängigkeit von ...rei variierten Größen, nämlich der Anfangsspannung, dem ...rstand und der Kapazität studiert und als Funktion dieser ...n dargestellt werden. Ist $E_F(P_0, w, C)$ diese Funktion, ...nnte als ein Mittelwert für den Funkenwiderstand eine ...e x definiert werden durch die Gleichung:

$$E_F(P_0, w, C) = E \frac{x}{w + x},$$

...s folgen würde

$$x = w \cdot \frac{E_F}{E - E_F} = w \cdot \frac{E_F / E}{1 - E_F / E}.$$

Die Gleichung sagt aus, daß die gesamte entladene Energie sich auf die einzelnen Teile des Schließungskreises nach dem Maße ihres Widerstandes verteilt, also im besonderen auch mit auf den Funken nach dem Maße seines Widerstandes. Sie ist somit gleichsam eine Erweiterung des oben benutzten Riessschen Satzes.

Es ist klar, daß der so rein energetisch definierte Funkenwiderstand nur ein Mittelwert sein kann und nie die Einzelheiten der Erscheinung in ihrer noch völlig unbekannten aber sicher großen Kompliziertheit genau wiedergeben wird. Um streng zu verfahren, hätte man ihn zunächst einmal als periodische Funktion der Zeit anzusetzen. Zur Durchführung eines solchen Ansatzes wären jedoch noch alle möglichen hypothetischen Annahmen nötig. Da der Ansatz überdies zu sehr großen mathematischen Schwierigkeiten führt, die sich besonders bei Einführung des induzierten Kreises noch häufen, so wurde hier davon Abstand genommen, das Problem in dieser Strenge durchzuführen. Wie sich später zeigen wird, macht die vom Funken verbrauchte Energie durchaus nicht einen so sehr kleinen Teil der gesamten entladenen Energie aus, und es scheint damit eine Vernachlässigung des Funkenwiderstandes als völlig unzulässig. Trotzdem ist die hier mit der Einführung des letzteren als einer zeitlich konstanten Größe gemachte Annäherung hinreichend genau, um auch die von der Theorie geforderten Einzelheiten der untersuchten Vorgänge wenigstens qualitativ wiederzugeben.

2. *Funkenenergie und Funkenwärme.* Um den mittleren Funkenwiderstand zu erhalten, haben wir vor allem die Funkenenergie E_F zu bestimmen. Wir verstehen unter E_F die Differenz der entladenen Energie und der in den Drähten des Schließungskreises gefundenen Jouleschen Wärme. Schon hier sei auf den Unterschied aufmerksam gemacht, der zwischen der Größe E_F und der schon oft gemessenen Funkenwärme besteht. Je nachdem man die eine oder andere dieser beiden Größen der Definition des mittleren Funkenwiderstandes zu Grunde legt, wird man natürlich auch zwischen zwei verschiedenen Größen x zu unterscheiden haben. In der Tat sind die Unterschiede zwischen dem hier bestimmten E_F und der gewöhnlich im Luftthermometer gemessenen Funkenwärme zum Teil sehr große.

[so] findet Kaufmann[1]) z. B. in dem Falle, daß zwei Leydener [F]laschen von ziemlich derselben Kapazität wie die hier be[n]utzten durch einen Kreis mit dem metallischen Widerstand [w] = 5 Ω entladen wurden, nur etwa 5 Proz. der gesamten ent[la]denen Energie im Funken als Wärme wieder und zwar bei [ei]nem Entladungspotentiale von 15 300 Volt, während die hier [vo]n uns bestimmte Funkenenergie E_F in dem entsprechenden [F]alle mindestens 21 Proz. der entladenen Energie ausmacht. [B]ei kleineren Entladungspotentialen würde der Unterschied [no]ch ein größerer sein. Eine solche Differenz ist aber von [vo]rnherein zu erwarten, wenngleich die oben angegebene [e]twas groß erscheint. Den Vorgang im Funken hat man sich [be]kanntlich so vorzustellen, daß die primär in der Gasstrecke [en]twickelte Wärme für einen kurzen Moment eine ganz be[tr]ächtliche Temperaturerhöhung des Gases hervorruft. Infolge[d]essen wird sich dieses Gas ausdehnen und zwar wegen der [se]hr großen Erhitzung so schnell, daß es kaum Zeit hat, [W]ärme dabei an seine Umgebung abzugeben. Der Vorgang [w]ird nahezu adiabatisch verlaufen; das Gas kühlt sich wieder [a]b. Auf diese Weise entsteht eine Druckwelle, die zum Teil [d]urch das die Funkenstrecke bergende Glasgefäß (Luftthermo[m]eter) hindurchgeht und z. B. als Schall von uns wahr[g]enommen wird, zum Teil zu der bekannten Erschütterung [d]er Elektroden Veranlassung gibt. Nur ein geringer Teil der [E]nergie dieser Welle wird im Glasgefäße selbst in Wärme [z]urückverwandelt werden. Hiernach wird die schließlich im [L]uftthermometer gemessene Wärme zum größten Teil von den [d]urch den Funken gleichfalls erwärmten Elektroden an das [G]las durch Leitung oder Strahlung abgegeben. Aber auch [v]on dieser an den Elektroden entwickelten Wärme muß ein [T]eil notwendig infolge der Fortleitung durch die metallischen [Z]uführungsdrähte für die Messung verloren gehen. Als andere [F]ormen der Funkenenergie, die nicht in der Funkenwärme [e]nthalten sein werden, wären schließlich noch zu nennen die [Z]erstäubungsarbeit, sowie einige chemische Prozesse, z. B. die [O]zonbildung, während andere umgekehrt Wärme freimachen, [z.] B. die Oxydation. Die Größe dieser verschiedenen Energien

1) W. Kaufmann, Wied. Ann. 60. p. 653. 1897.

läßt sich schwer schätzen. Immerhin erscheint wohl die Behauptung gerechtfertigt, daß die Funkenwärme notwendig kleiner sein muß als die Funkenenergie E_F.

Andererseits ist aber auch zu beachten, daß die hier zu bestimmende Größe E_F nicht nur im Funken oder an den Elektroden auftretende thermische oder mechanische Energie zu sein braucht. So ist in jener Differenz der entladenen elektrischen Energie und der nach der Entladung in den Drähten des Schließungskreises gefundenen Jouleschen Wärme doch auch jede andere nicht in diese Joulesche Wärme verwandelte Energie enthalten. Hierher gehört vor allem die zur Erwärmung des Dielektrikums zwischen den Belegungen der Leydener Flaschen verbrauchte Arbeit. Ein Verlust an Energie durch Zerstäubung oder Knickung der als Vorschaltwiderstände und Bolometerdrähte benutzten feinen Platindrähte wurde ja dadurch zu vermeiden gesucht, daß nur mit kleinen Elektrizitätsmengen operiert wurde. Wegen solcher Verluste würde also die Größe E_F kleiner anzunehmen sein, damit sie wirklich die im Funken verbrauchte Energie darstellt. Schließlich darf nicht vergessen werden, daß die Art der Bestimmung von E_F als Differenz zweier größerer Werte die Genauigkeit der für E_F gefundenen Werte herabsetzt trotz der großen Genauigkeit der benutzten bolometrischen Methode.

3. *Mutmaßliche Abhängigkeit der Funkenenergie und des Funkenwiderstandes von den Variabelen des Entladungsvorganges.* Bei einem Versuche, die Resultate der Beobachtung klar und übersichtlich darzustellen, stößt man auf nicht unerhebliche Schwierigkeiten besonders wohl aus dem Grunde, weil bei den Messungen zu gleicher Zeit immer verschiedene Größen geändert wurden. So ändert sich mit dem Anfangspotentiale naturgemäß auch die Funkenlänge, mit der Kapazität bei konstantem Anfangspotentiale und konstantem Widerstande nicht nur die Stromstärke, sondern auch die Schwingungsdauer etc. Es erscheint daher wohl angebracht, schon hier gewisse theoretische Überlegungen und Analogien heranzuziehen, welche zwar stets nur angenähert gelten, aber doch eine gute qualitative Übersicht gestatten.

Duddel[1]) lagerte über einen Gleichstromlichtbogen einen

1) W. Duddel, Proc. Roy. Soc. 68, p. 512. 1901.

hwachen Wechselstrom und untersuchte, welchen Widerstand ser Wechselstrom im Lichtbogen fand. Er stellte fest, daß i großen Perioden des Wechselstromes sich der Lichtbogen sem gegenüber verhält wie ein induktiver Widerstand. Mit nehmender Periode nahm die Induktanz ab, was sich an r algebraischen Zunahme des Arbeitsfaktors zeigte. Bei . 5000 Wechseln pro Sekunde war der Arbeitsfaktor gleich 1: r Lichtbogen verhielt sich also hier dem Wechselstrom gegenüer wie ein induktionsfreier Widerstand. Dies blieb so, wie hr auch darüber hinaus die Wechselzahl des übergelagerten 'echselstromes gesteigert werden mochte (bis 120 000). Mit nehmender Periode des Wechselstromes nahm also der hmsche Widerstand des Lichtbogens den Stromschwankungen genüber dauernd zu, und zwar auf Kosten des induktiven. n einer gewissen Frequenz ab aufwärts war der Widerand des Lichtbogens ein rein Ohmscher; der Strom war it der ihn erzeugenden elektromotorischen Kraft in Phase.

Nun hat man bekanntlich den Funken aufzufassen als ie Form der elektrischen Selbstentladung, welche in kürzester it von dem Spitzenstrom in den Glimm- und Bogenstrom ergeht. Den die oszillatorische Kondensatorentladung berkenden Funken werden wir im besonderen betrachten können s den Lichtbogen eines allmählich verschwindenden Wechseltomes mit sehr großer Amplitude und Wechselzahl. Da n sicher in der kurzer Zeit zwischen zwei aufeinander folgenn Oszillationen der Raum zwischen den Elektroden mit etalldampf und auch freien Ionen erfüllt bleibt, so liegt es he, die Verhältnisse im oszillierenden Funken zu vergleichen it denen im Gleichstromlichtbogen, dem ein schwacher Wechselrom überlagert ist. In beiden Fällen haben wir einen mit hitztem Gas und Metalldampf sowie freien Ionen erfüllten aum, durch den ein Wechselstrom fließt. Der Unterschied t nur der, daß im Funken die Stromschwankungen sehr beächtlich sind. Dementsprechend wird zwar die Elektrodenannung sinken oder doch nahezu konstant bleiben beim nwachsen der Stromstärke, oder das Verhältnis e/i wird abhmen; andererseits wird aber auch eine Abhängigkeit von r Periode der Stromschwankungen zu erwarten sein. Wegen r sehr großen Beträge dieser Stromschwankungen wird näm-

lich erst bei einer sehr viel kleineren Periode derselben der Fall eintreten, daß sich die ionisierte Gasstrecke wie ein Ohmscher Widerstand verhält. Mit abnehmender Periode der Schwingungen wird also beständig der Teil des Widerstandes im Funken wachsen, bei dessen Überwindung der Strom Arbeit leistet. Mit diesem Teil des Widerstandes ist aber offenbar unser oben definiertes x identisch.

Außer von der Stromstärke und ihrer zeitlichen Änderung wird der Funkenwiderstand noch abhängen von der Länge des Funkens. Er wird zunehmen mit wachsender Funkenlänge und umgekehrt.

In ganz entsprechender Weise können wir auch über die mutmaßliche Größe der vom Funken verbrauchten Energie etwas aussagen. — Erzeugt eine wechselnde elektromotorische Kraft von der effektiven Größe e zwischen zwei Punkten des Raumes einen Strom, dessen effektive Größe i sei und der gegen die ihn treibende Kraft in der Phase um den Winkel φ verschoben sei, so wird in der Zeit Δt die Arbeit geleistet:

$$E_F = e \,.\, i \,.\, \cos\varphi \,.\, \Delta t\,.$$

In unserem Falle wird e angenähert proportional der Funkenlänge, also P_0, gesetzt werden können. Die mittlere Stromstärke i ist die im Mittel während der Zeiteinheit durch den Funken hindurchgehende Elektrizitätsmenge oder auch die mittlere während einer Oszillation entladene Elektrizitätsmenge, dividiert durch die Dauer der Oszillation. Diese ist bei konstanter Dämpfung proportional: $P_0 \,.\, C/\sqrt{Q\,C}$; denn die während einer Oszillation entladene mittlere Elektrizitätsmenge ist proportional $P_0 \,.\, C$, und die Oszillationsdauer ist proportional $\sqrt{Q\,C}$. Die Dauer der Entladung Δt haben wir schließlich anzunehmen als ein ganzes Vielfaches der Periode der Schwingungen, also proportional $\sqrt{Q\,C}$, während der Arbeitsfaktor $\cos\varphi$ nach den obigen Überlegungen umgekehrt proportional der Schwingungsdauer angenommen werden kann. Mit Rücksicht hierauf geht die obige Formel über in:

$$E_F = \Gamma \,.\, P_0 \cdot \frac{P_0 \,.\, C}{\sqrt{Q\,C}} \cdot \frac{1}{\sqrt{Q\,C}} \cdot \sqrt{Q \,.\, C}\,,$$

$$= \Gamma \,.\, P_0^2 \sqrt{\frac{C}{Q}}\,.$$

ie Formel gilt nur, wie schon bemerkt, für den Fall konstanter ämpfung. Die Dämpfung hängt ab von dem Widerstande w nd dem Koeffizienten der Selbstinduktion Q des Schließungs-reises, sie nimmt zu mit wachsendem Widerstand w bei nstantem Q und mit abnehmendem Q bei konstantem w. as genaue Gesetz dieser Abhängigkeit läßt sich von vorn-erein nicht angeben. Die aus den Kirchhoffschen Formeln r die oszillatorische Kondensatorentladung folgende logarith-ische Dämpfung scheint durch neuere Versuche nicht bestätigt ι werden (vgl. z. B. Richarz und Ziegler).[1] Demnach erden wir in der letzten Formel Γ als eine Funktion von w nd Q zu betrachten haben, welche umgekehrt zunimmt mit chsendem Q bei konstantem w und mit abnehmendem w i konstantem Q, über deren Verlauf das Experiment auf-klären hat:

$$E_F = \Gamma\left(\frac{Q}{w}\right) . P_0^2 . \sqrt{\frac{C}{Q}} .$$

Nach diesen vorbereitenden Erörterungen erledigt sich die iskussion der Resultate der Beobachtungen in einfachster Weise.

4. *Variation der Anfangsspannung.* Die Abhängigkeit der ınkenenergie und des Funkenwiderstandes von der Anfangs-annung P_0 bei konstantem Widerstande und konstanter ıpazität ist in all den oben angegebenen Tabellen, die sich f die Messungen der Energie im primären Kreise beziehen, eichmäßig gut ausgeprägt. Überall zeigt sich eine gute oportionalität der Bolometerausschläge α mit P_0^2 bis etwa = 5000 Volt. Oberhalb dieses Wertes wachsen dagegen rchweg die Bolometerausschläge etwas schneller an als P_0^2, d dementsprechend muß die vom Funken verbrauchte ıergie etwas langsamer wachsen als P_0^2. Da jedoch die nach r Entladung in der Kapazität zurückbleibende Energie ch etwas langsamer zunimmt als P_0^2, wodurch ebenfalls nes schnellere Anwachsen der Bolometerausschläge bewirkt rden könnte, so ist es bei der Kleinheit des beobachteten fektes nötig, einige Werte der Funkenenergie zu berechnen. 'egen der geringen Genauigkeit der beobachteten Span-ıngen P_∞ kommen unter den so berechneten Werten ziemliche hwankungen vor, doch zeigen die folgenden Zahlen, welche

1) F. Richarz u. W. Ziegler, Ann. d. Phys. 1. p. 468. 1900.

einigen Beobachtungen der Tab. I, 1 entsprechen, deutlich den genannten Verlauf:

Tabelle 1.

$w = 20,03\ \Omega$. $C = 0,00496$ Mikrof.

F L. mm	P_0 Volt	P_∞ Volt	α	E_F (Erg)	E_F/E	$z(\Omega)$
0,67	3300	660	47	31 080	0,120	2,72
1,16	5100	890	114	71 920	0,115	2,59
1,58	6500	1080	187	110 900	0,109	2,44
2,24	8550	1360	334	145 400	0,082	1,78

Bei höheren Entladungspotentialen ($P_0 > 5000$ *Volt*) *wächst also die Funkenenergie etwas langsamer als* P_0^2, *oder* E_F/E *nimmt ab. Daraus folgt, daß mit wachsendem Entladungspotential der Funkenwiderstand abnimmt.*

Dieses Verhalten kann gemäß den obigen Betrachtungen auf folgende Weise erklärt werden. Mit wachsendem Anfangspotentiale wächst bei konstantem Widerstande und konstanter Kapazität nicht nur die Stromstärke, sondern auch die Funkenlänge. Mit wachsender Stromstärke nimmt der Funkenwiderstand ab, mit wachsender Funkenlänge zu. — Nun zeigt zwar die Ayrtonsche Formel für die Abhängigkeit der Elektrodenspannung von der Stromstärke und dem Elektrodenabstand beim Gleichstromlichtbogen, daß bei sehr großen Stromstärken die Abnahme der Elektrodenspannung mit wachsender Stromstärke fast völlig verschwindet und lediglich eine geringe Zunahme derselben mit wachsendem Elektrodenabstand übrig bleibt. In Analogie zu diesen Verhältnissen wurde früher die Elektrodenspannung e des Funkens proportional P_0 gesetzt. Daraus würde folgen, daß der Funkenwiderstand (e/i) unabhängig von P_0 ist. Es ist jedoch zu beachten, daß es sich hier nicht um die zwar sehr großen maximalen Werte, sondern nur um Mittelwerte der Stromstärke handelt. Diese Mittelwerte werden wesentlich abhängen von dem Entladungspotential, dann aber auch von der Dämpfung, also dem Widerstande und der Selbstinduktion, und schließlich von der Kapazität. Insofern wird es also auch von diesen Größen abhängen, ob die Abnahme des Funkenwiderstandes wegen der

nahme der mittleren Stromstärke oder die Zunahme des
nkenwiderstandes wegen der Zunahme der Funkenlänge
erwiegt. So muß das aus der oben mitgeteilten Tabelle
folgerte Gesetz von der Abnahme des Funkenwiderstandes
t wachsendem Entladungspotential eher gelten für große
iderstände im Schließungskreise als für kleine; denn bei
oßen Widerständen, also kleinen mittleren Stromstärken
; die Abnahme der Elektrodenspannung mit wachsender
romstärke größer als bei kleinen Widerständen. Aus dem-
lben Grunde muß der Effekt auch deutlicher sein bei Ent-
lung einer kleinen Kapazität als einer großen. Die Er-
heinung ist jedoch in den oben mitgeteilten Beobachtungen
wenig ausgeprägt, um alle jene von der Theorie geforderten
weichungen von dem oben aufgestellten Gesetze sicher zu
gen. Es genüge also, noch einmal hervorzuheben, daß das
ige Gesetz eine allgemeine Gültigkeit nicht besitzen kann.

Zu einer genaueren Verfolgung dieser Verhältnisse auch
ch der quantitativen Seite hin war die hier benutzte An-
lnung aus dem einfachen Grunde nicht brauchbar, weil die
tladung einer selbst sehr viel kleineren Kapazität bei den
zu nötigen höheren Spannungen durch den feinen Bolometer-
aht natürlich nicht möglich war. Doch mag hier ein anderer
rsuch erwähnt werden, der zwar auch nicht die gewünschte
fklärung gibt und kaum geben kann, aber dennoch Interesse
rdient. Bei den Messungen der Energie im sekundären
eise zeigte sich nämlich dasselbe charakteristische schnellere
wachsen der Bolometerausschläge, welches wieder nur mit
er Abnahme des mittleren Funkenwiderstandes zu erklären
. Natürlich kann der Funkenwiderstand nicht dauernd ab-
hmen; er muß also ein Minimum besitzen, dem in der
rve, welche die Abhängigkeit der im sekundären Kreise
messenen Wärme von dem Quadrat der Anfangsspannung
edergibt, ein Wendepunkt entsprechen wird. Um dieses
inimum zu suchen, wurde eine sehr viel kleinere Kapazität
s die gewöhnlich benutzten eingeschaltet. Diese konnte jetzt,
der Entladungskreis nur aus dicken Kupferdrähten bestand,
f ein sehr viel höheres Anfangspotential geladen werden
s früher. Es zeigte sich, daß die beobachteten Bolometer-
sschläge zunächst nahezu proportional P_0^2 anwachsen bis

zu einer Funkenlänge von 2—3 mm, dann aber immer langsamer, um von 4—5 mm Funkenlänge ab bis hinauf zu 10 mm nur noch proportional P_0 und zwar ziemlich konstant zuzunehmen. In Fig. 8 stellt Kurve I die Abhängigkeit des Bolometerausschlages von der mit P_0 proportionalen Funkenlänge dar, die Kurve II die Abhängigkeit jenes Bolometerausschlages von dem Quadrate der Funkenlänge. Wenn jenes Minimum des

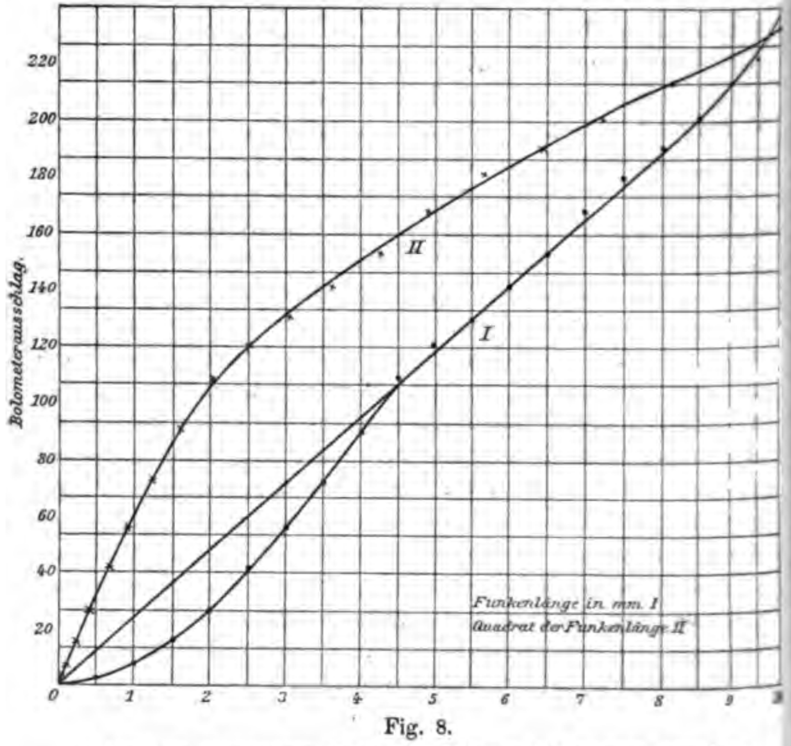


Fig. 8.

Wärme im sekundären Kreise bei höheren Entladungspotentialen.

Funkenwiderstandes also überhaupt vorhanden war, so muß es nur sehr schwach ausgeprägt gewesen sein. Nach den obigen Überlegungen ist es aber auch kaum anders zu erwarten; denn war auch in dem obigen Versuche die entladene Kapazität kaum halb so groß wie bei dem in der Tab. 1 behandelten, so war doch der Widerstand im Entladungskreise auch mehr als 40 mal kleiner. Die Stromstärke im Entladungskreise

also sehr groß und folglich die Zunahme des Funken-
erstandes infolge der Zunahme der Funkenlänge größer
seine Abnahme mit wachsender Stromstärke.

Was bisher gesagt wurde von dem Funkenwiderstande,
sich ohne weiteres auf die Funkenenergie übertragen.
ih ihr Verhalten bei wachsendem Entladungspotential wird
verschiedenes sein, wenn die übrigen Parameter des Vor-
ges, also vor allem Widerstand und Kapazität, verschieden
ählt werden. Praktisch wird man die Funkenenergie bei
nen Funkenlängen proportional dem Quadrat des Ent-
ingspotentials setzen können und entsprechend den Funken-
erstand unabhängig von dem Entladungspotential anzunehmen
en.

5. *Variation des Widerstandes.* Weiter wurden die Funken-
rgie und der Funkenwiderstand in ihrer Abhängigkeit von
metallischen Widerstande w des Schließungskreises bei
stantem Entladungspotentiale und konstanter Kapazität
ersucht. Es ergaben sich z. B. die Werte für

$$\left.\begin{array}{l} C = 0{,}00496 \text{ Mikrof.} \\ P_0 = 3700 \text{ Volt} \\ P_\infty \sim 670 \quad \text{,,} \end{array}\right\} E = 328\,400 \text{ Erg.}$$

Tabelle 2.

w (Ohm)	a	E_F	E_F / E	x (Ohm)
5,35	184	89 770	0,273	2,01
10,20	110	56 420	0,172	2,12
15,10	78	42 890	0,131	2,28
20,03	60	37 070	0,113	2,58

*Mit wachsendem Drahtwiderstande im Schließungskreise nimmt
bei konstantem Entladungspotentiale und konstanter Kapazität
Funkenenergie ab, dagegen der Funkenwiderstand zu.*

Da bei diesen Versuchen nur der Widerstand im Schließungs-
ise, also die Dämpfung, variiert wurden, so ändert sich
h nur die mittlere Stromstärke, sofern man absieht von der
r geringen Änderung der Schwingungsdauer mit dem Wider-
nde. Mit wachsendem Widerstande w nimmt die mittlere
omstärke ab, also der Widerstand x zu, wie die Tabelle zeigt.

Auch die oben gefundene Abnahme der Funkenenergie mit wachsendem w entspricht durchaus der früher aufgestellten Formel. Die dort benutzte Funktion $\Gamma(Q/w)$ nimmt mit wachsendem w ab. Ihr genauerer Verlauf ist noch zu ermitteln aus den in der Tabelle mitgeteilten vier Werten. Diese Interpolation bietet in dem für die späteren Induktionsversuche besonders wichtigen Falle kleiner Widerstände w im Entladungskreise gewisse Schwierigkeiten, weil die zu bestimmende Funktion gerade für kleine Widerstände sehr steil ansteigt. Macht man die wohl zulässige Annahme, daß in dem Grenzfalle $w = 0$ die gesamte entladene Energie im Funken verbraucht wird, so wird dadurch ein fünfter Punkt der gesuchten Kurve festgelegt. Die benutzte Annäherungskurve ist eine gleichseitige Hyperbel mit der Gleichung:

$$(E_F - A)(w + B) = C$$

oder:

$$E_F = A + \frac{C}{w + B},$$

welche für $w = 0$ liefert:

$$E_F = A + \frac{C}{B} = E$$

und für $w = \infty$:

$$E_F = A$$

und die wir daher auch schreiben können in der Form:

$$E_F = E - \frac{C}{B}\,\frac{w}{w + B} = E - a\frac{w}{w + b}.$$

Diese Formel ist aber nur brauchbar für Widerstände, welche größer als etwa 3 Ω sind. Für kleinere Widerstände ist das Ansteigen der durch sie bestimmten Kurve immer noch nicht steil genug, wie sich bei Vergleichung der unter Benutzung jener Formel für den sekundären Kreis berechneten Wärmemengen mit den gemessenen ergab. Bis etwa 0,4 Ω erwies sich bei der hier benutzten Kapazität die folgende erweiterte Interpolationsformel als brauchbar:

$$E_F = E - a\frac{w}{w + b} - \frac{c}{w} \text{ (Fig. 9).}$$

Für die Konstanten a und b ergeben sich aus den in der Tabelle mitgeteilten Werten der Funkenenergie, also für eine Entladungsspannung $P_0 = 3700$ Volt, eine Kapazität von

0,00496 Mikrof., sowie den bei der benutzten Anordnung e konstant gehaltenen Koeffizienten der Selbstinduktion 545 . 10^{-20} bis 585 . 10^{-20} elektrostatische Einheiten:

$a = 317$, $b = 1,75$, während $c = 4,86$ zu setzen ist.

…rbei ist die Energie gerechnet in 10^3 Erg, der Widerstand Ohm.

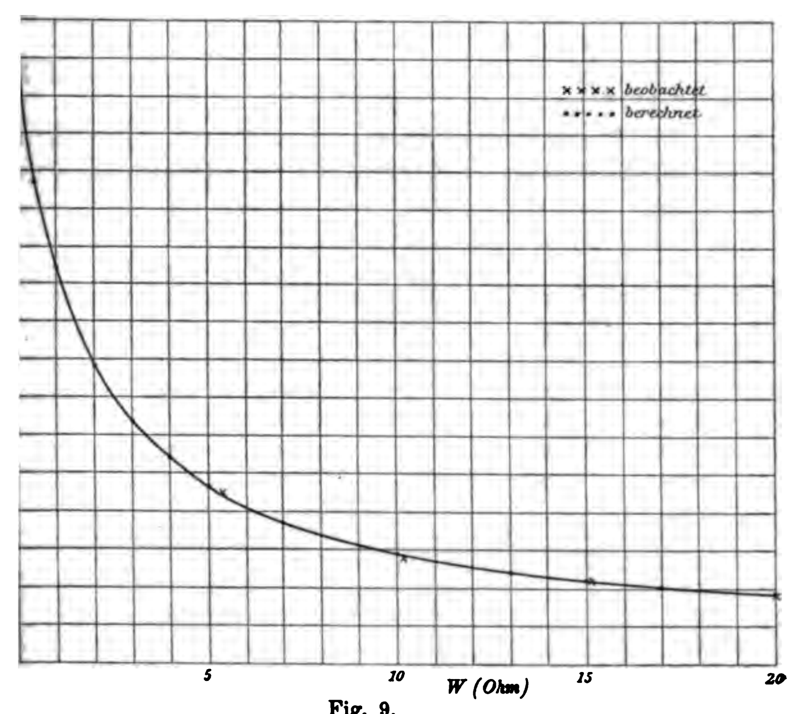


Fig. 9.

$$E_F = E - a \frac{w}{w + b} - \frac{c}{w} . \quad \text{(Tab. 2.)}$$

6. *Variation der Kapazität.* Die Kapazität wurde in vier ver…iedenen Stufen variiert, indem nacheinander eine bis vier große …dener Flaschen eingeschaltet wurden. Es zeigte sich jedoch, … die Werte, welche mit vier Flaschen für Funkenenergie … Funkenwiderstand erhalten wurden, durchaus nicht stimmen … denen bei weniger Flaschen. Diese Abweichung ist bei der … ausgeprägten Gesetzmäßigkeit der zu besprechenden Er…einungen so auffällig, daß sie wohl nur mit einer Änderung

66*

der Entladungsform zu erklären ist. Allerdings zeigen die Formeln selbst für sehr viel größere Widerstände und Kapazitäten im Schließungkreis die aperiodische Entladungsform noch nicht an.

Der Widerstand des bei allen diesen Versuchen ungeändert beibehaltenen Entladungskreises änderte sich, abgesehen von dem Widerstande des Funkens, nur so weit, als er von der mit der Kapazität geänderten Schwingungsdauer abhängt. Doch beträgt diese Änderung im Maximum nur 0,04 Ω und kann vernachlässigt werden, da der Ohmsche Widerstand der Drähte des Schließungskreises 5,35 Ω betrug.

Die Beobachtungen *bei konstantem Entladungspotential* und die daraus berechneten Größen gibt die folgende Tabelle.

Tabelle 3.

$w = 5{,}35\ \Omega$. $P_0^2 = 500 \cdot 10^4$ Volt.

C	P_∞	α	E_F	E_F / E	x (Ohm)
0,00496	250	75	35 600	0,290	2,18
0,00982	300	165	50 000	0,210	1,42
0,01592	380	279	64 000	0,165	1,055
[0,02181	400	359	100 000	0,190	1,255]

Es verhalten sich also, wenn die oberen Striche die entsprechende Flaschenzahl angeben:

$$E_F' : E_F'' : E_F''' = 35{,}6 : 50{,}0 : 64{,}0.$$

Andererseits ist

$$\sqrt{C'} : \sqrt{C''} : \sqrt{C'''} = 22{,}27 : 31{,}3 : 39{,}9$$
$$= 35{,}6 : 50{,}0 : 63{,}8.$$

Bei konstantem Widerstande w und konstantem Entladungspotentiale wachsen demnach die Funkenenergien wie die Wurzeln aus den Kapazitäten; der Funkenwiderstand nimmt ab mit wachsender Kapazität. Der Satz gilt nur für nicht zu große Kapazitäten ($C \leqq 0{,}01592$ Mikrof.).

Bei diesem Versuche wurde mit der Kapazität nicht nur die entladene Elektrizitätsmenge, sondern auch die Schwingungsdauer geändert. Mit wachsender Kapazität wächst bei konstantem Anfangspotentiale P_0 die entladene Elektrizitätsmenge; die mittlere Stromstärke nimmt zu, also der Funken-

...nd ab. Es wächst außerdem die Periode der Schwin-
... was nach den früheren Überlegungen gleichfalls eine
...ne des Funkenwiderstandes zur Folge hat. Dies ent-
... dem oben gefundenen Verhalten von x.

...r die Funkenenergie folgt aus der oben aufgestellten
...ng in dem hier behandelten Falle:

$$P_0 = \text{konst.}, \quad w = \text{konst.}, \quad Q = \text{konst.};$$

$$E_F = \text{konst.}\sqrt{C}$$

...lls in Übereinstimmung mit dem Experimente.

...e zweite hierher gehörende Frage wäre die nach der
...g von Funkenergie und Funkenwiderstand, wenn bei
...tem metallischen Widerstande w des Schließungskreises
...itig P_0 und C so geändert werden, daß $P_0^2 \cdot C$, also die
... in das System hineingesteckte und an den Oszilla-
...eilnehmende Energie, konstant bleibt. Hier ergibt sich
...r:

$$\frac{P_0^2}{2} \cdot C = 228\,400 \text{ Erg}, \quad w = 5{,}35\ \Omega.$$

Tabelle 4.

$P_2^2 \cdot 10^{-4}$	$P_\infty^2 \cdot 10^{-4}$	α	E_F	E_F / E	x (Ohm)
925	4	140	66 600	0,290	2,18
464	6	154	46 600	0,207	1,40
287	9	160	36 300	0,172	1,11
215	11	154	39 100	0,180	1,17]

...o:

$$E_F' : E_F'' : E_F''' = 66{,}6 : 46{,}6 : 36{,}3,$$

$$\frac{1}{\sqrt{C'}} : \frac{1}{\sqrt{C''}} : \frac{1}{\sqrt{C'''}} = 44{,}9 : 31{,}9 : 25{,}1,$$

$$= 66{,}6 : 47{,}4 : 37{,}2.$$

...dert man bei konstantem w gleichzeitig P_0 und C so, daß ...onstant bleibt, so verhalten sich die Funkenenergien um- ...wie die Wurzeln aus den Kapazitäten. Der Funken- ...nd nimmt auch hier ab mit wachsender Kapazität.

Hier bleibt zwar die mittlere Stromstärke konstant entsprechend der schon früher benutzten Formel:

$$i = f\left(\frac{Q}{w}\right)\frac{P_0\,C}{\sqrt{Q\,C}},$$

welche für $P_0^2\,C =$ konst. liefert:

$$i = f\left(\frac{Q}{w}\right)\frac{\text{konst.}}{\sqrt{C}}\cdot\frac{C}{\sqrt{Q\,C}}.$$

Der Funkenwiderstand mußte aber trotzdem abnehmen mit wachsender Kapazität und abnehmendem Anfangspotentiale, weil sowohl die Perioden der Schwingungen zunahm als auch die Funkenlänge abnahm.

Die früher gefundene Formel für die Funkenenergie:

$$E_F = \Gamma \cdot P_0^2\sqrt{\frac{C}{Q}}$$

geht für den vorliegenden Fall:

$$P_0^2\,.\,C = \text{konst.}$$

über in:

$$E_F = \frac{\text{konst.}}{\sqrt{C}},$$

wie das Experiment fordert.

7. *Variation des Koeffizienten der Selbstinduktion.* Schließlich wurde noch ein Versuch angestellt, welcher die Abhängigkeit des Funkenwiderstandes und der Funkenenergie von dem Koeffizienten der Selbstinduktion aufklären sollte. Aus den früheren theoretischen Überlegungen geht ja hervor, daß eine alleinige Änderung dieses Koeffizienten der Selbstinduktion Q einen zweifachen Einfluß hat. Mit wachsendem Q wächst die Schwingungsdauer wie $\sqrt{Q}$, und die Dämpfung nimmt ab. Die Formel für die Funkenenergie:

$$E_F = \Gamma\left(\frac{Q}{w}\right)\cdot P_0^2\cdot\sqrt{\frac{C}{Q}}$$

zeigt weiter, daß diese beiden Wirkungen sich zum Teil kompensieren müssen in Bezug auf die Funkenenergie. In welchem Sinne und wie weit dies geschieht, kann allein das Experiment zeigen. Höchstens könnte man noch aus dem Umstande, daß

der allgemeinen Formel für den Dämpfungsexponenten bei
oszillatorischen Kondensatorentladung $\alpha = w/2Q$ w und Q
derselben Potenz vorkommen und daß ferner, wie aus der
b. 2 folgt, bei konstanter Kapazität und konstantem An-
gspotentiale die Funkenergie etwas schneller abnimmt als
zunimmt, den Schluß ziehen, daß die Funktion $\Gamma(Q/w)$
er höheren Potenz von Q/w proportional zu setzen ist als
$\frac{1}{2}$ten. Hieraus und aus der allgemeinen Formel für E_F
rde dann weiter folgen, daß bei alleiniger Änderung des
effizienten der Selbstinduktion die Funkenenergie etwas zu-
mmt, wenn jener Koeffizient zunimmt. Dementsprechend
ßte auch der Funkenwiderstand etwas zunehmen mit wachsen-
n Q.

Dies bestätigt aber in der Tat das Experiment. Wurde
nlich in den gewöhnlich benutzten Entladungskreis mit
n Koeffizienten der Selbstinduktion $Q = 560 . 10^{-25}$ elektro-
tische Einheiten eine aus 20 quadratischen Windungen ge-
dete Spule mit dem Selbstinduktionskoeffizienten $Q = 1790 . 10^{-20}$
ktrostatische Einheiten eingeschaltet, so daß nunmehr der
tladungskreis einen rund viermal größeren Koeffizienten
Selbstinduktion besaß, so war eine sehr geringe Abnahme
Bolometerausschläge zu beobachten. *Die Funkenenergie
te also etwas zugenommen und damit auch der Funkenwider-
nd.*

8. *Angenäherte Berechnung der Funkenenergie und des
nkenwiderstandes.* Die obigen Untersuchungen haben gezeigt,
ß die beobachteten Tatsachen in befriedigender Weise durch
hier zu Grunde gelegten theoretischen Vorstellungen wieder-
geben werden. Als ihr praktisch wichtiges Resultat ist zu
zeichnen, daß die aufgestellten quantitativen Gesetze für
Funkenenergie es gestatten, die Funkenenergie und den
nkenwiderstand für nicht zu große Entladungspotentiale
d nicht zu kleine Widerstände angenähert zu berechnen,
ls die Funkenenergie in einem bestimmten Falle bekannt ist.
wurde unter 5. gezeigt, daß bei einem Entladungspotentiale:

$$P_0' = 3700 \text{ Volt } (P_\infty' = 670 \text{ Volt})$$

d einer Kapazität:

$$C' = 0{,}00496 \text{ Mikrof.}$$

sich die Funkenenergie als Funktion des Widerstandes w darstellen läßt in der Form:

$$E'_F(w) = E' - 317 \cdot \frac{w}{w + 1,75} \, ,$$

wo

$$E' = \frac{P_0'^2 - P_\infty'^2}{2} \cdot C' = 328,4$$

war und die Energie in 10^8 Erg, der Widerstand in Ohm gerechnet wurde. Hieraus, sowie nach dem allgemeinen Gesetze für konstanten Widerstand:

$$E_F = \text{konst.}\, P_0^2 \sqrt{C}$$

bestimmt sich die Funkenenergie für beliebige Werte der Anfangsspannung P_0, der Kapazität C und des Widerstandes w nach der Gleichung:

$$E_F(w, P_0, C) = E_F(w, P_0', C') \frac{P_0^2 \sqrt{C}}{P_0'^2 \sqrt{C'}} \, .$$

Da sowohl die Proportionalität der Funkenenergie mit P_0^2, als auch ihre Unabhängigkeit von dem Koeffizienten der Selbstinduktion, wie sie in den letzten Formeln angenommen wird, nur angenähert der Wirklichkeit entspricht, so kann diese Berechnung auch nur angenähert gültig sein. Die Abhängigkeit der Funkenenergie von der Kapazität wird offenbar eine andere, als oben angenommen wurde, für sehr kleine Widerstände w im Schließungskreise. Mit w wird ja auch der Koeffizient der Selbstinduktion und damit die Schwingungsdauer unendlich klein. Folglich wird nach unseren früheren Überlegungen der Arbeitsfaktor $\cos\varphi$ den konstanten Wert 1 annehmen, oder die Funkenenergie wird proportional der Kapazität in Übereinstimmung damit, daß für $w = 0$ die gesamte entladene Energie gleich $\frac{1}{2}(P_0^2 - P_\infty^2) \cdot C$ im Funken auftritt. Die Berechnung wird ferner nach dem früheren falsch für Kapazitäten, welche größer als etwa 0,0159 Mikrof. sind. — Der gesuchte Funkenwiderstand ist dann:

$$x = w \, \frac{E_F}{E - E_F} \text{ (Ohm)}.$$



9. *Abhängigkeit der Funkenenergie und des Funkenwider-
ndes von anderen Größen.* Zum Schlusse dieser Betrach-
gen sei noch besonders hervorgehoben, daß auch eine Ab-
igigkeit der Funkenenergie und des Funkenwiderstandes
ı der Form und Substanz der Elektroden, sowie von dem
ucke, der Temperatur und der chemischen Natur des um-
enden Gases vorhanden ist. Bei der hier vertretenen Auf-
sung des oszillierenden Funkens als eines Wechselstrom-
ıtbogens ist eine solche Abhängigkeit besonders von der
bstanz der Elektroden von vornherein zu erwarten, da ja
Lichtbogen der an den Elektroden gebildete Metalldampf
e wichtige Rolle spielt. Kaufmann (l. c.) fand z. B., daß
Funkenwärme 0,54 mal größer ist, wenn die Funken
ischen Messingkugeln, als wenn sie zwischen Zinkkugeln
ergehen, und gelegentlich angestellte, mehr qualitative Ver-
he zeigten deutlich, daß auch die hier gemessene Größe E_F
Benutzung von Kohleelektroden stets größer ist als bei
wendung von Zinkelektroden. Doch wurden die Verhält-
se nicht weiter untersucht, und die obigen Messungen gelten
ıer nur für den Fall, daß die Funken übergehen zwischen
kkugeln von 0,9 cm Radius in Luft von gewöhnlichem
ucke und Zimmertemperatur.

§ 2. Diskussion der Messungen im sekundären Kreise.

1. Die *Theorie der Teslaströme* wurde fast gleichzeitig auf-
tellt von Oberbeck[1]) und Domalip und Koláček.[2])
se Theorie behandelt die in der Praxis gewöhnlich benutzte
ordnung mit großer Selbstinduktion und kleinem Ohm-
en Widerstande und zwar besonders den wichtigen Fall der
sonanz, wo auch im sekundären Kreise eine Kapazität sich
indet. Dabei werden in erster Annäherung die höheren
tenzen des Widerstandes vernachlässigt. W. Wien[3]) gab
ın die allgemeine Theorie der elektrischen Schwingungen.
Quantitative Messungen und eine Vergleichung derselben
der vereinfachten Theorie nahm vor allem Boynton[4]) vor.

1) A. Oberbeck, Wied. Ann. **55.** p. 623. 1895.
2) K. Domalip u. F. Koláček, Wied. Ann. **57.** p. 731. 1896.
3) W. Wien, Wied. Ann. **61.** p. 151. 1897.
4) Boynton, Phil. Mag. (5) **46.** p. 312. 1898.

Er beobachtete die effektiven Stromstärken im primären und sekundären Kreise, die maximalen Spannungen im primären und sekundären Kreise, die effektiven Spannungen im sekundären Kreise und schließlich die Periode der Schwingungen, die er aus den Funkenphotogrammen ermittelte. Doch ist die Genauigkeit dieser Messungen keine sehr große. Die Größenordnung des Funkenwiderstandes wird zu 10—100 Ohm berechnet.

Die erwähnte vereinfachte Theorie war für das hier untersuchte System mit kleiner Selbstinduktion und großem Ohmschen Widerstande besonders im sekundären Kreise nicht mehr brauchbar. Hr. Geh. Reg.-Rat Prof. Dr. Riecke hatte die große Freundlichkeit, mir eine von ihm früher ausgearbeitete, aber nicht veröffentlichte strengere Theorie der Teslaschwingungen zur Verfügung zu stellen, an die ich mich im folgenden eng anschließen konnte.

Ist K die Kapazität der Leydener Flasche, deren äußere Belegung zur Erde abgeleitet ist, während die innere auf das Potential P_i geladen wird, sind e_i und e_a die Ladungen, welche wir als gleich groß annehmen, bezeichnen ferner i_1 und i_2 die Stromstärken im primären und sekundären Kreise, w_1 und w_2 die Widerstände, Q_1 und Q_2 die Koeffizienten der Selbstinduktion und schließlich Q_{12} den Koeffizienten der gegenseitigen Induktion zwischen der primären und sekundären Spirale, so liefert das allgemeine Induktionsgesetz die folgenden beiden Gleichungen:

$$(1\,\mathrm{a})\qquad i_1 w_1 = P_i - Q_1 \frac{d i_1}{d t} - Q_{12} \frac{d i_2}{d t},$$

$$(1\,\mathrm{b})\qquad i_2 w_2 = - Q_{12} \frac{d i_1}{d t} - Q_2 \frac{d i_2}{d t}.$$

Diese gehen bei Benutzung der beiden allgemeinen Beziehungen:

$$e_i = K . P_i = - e_a,$$

$$i_1 = - \frac{d e_i}{d t} = + \frac{d e_a}{d t}, \qquad K \cdot \frac{d P_i}{d t} = - i$$

über in:

$$(2)\qquad \begin{cases} w_1 \dfrac{d i_1}{d t} = - \dfrac{i_1}{K} - Q_1 \dfrac{d^2 i_1}{d t^2} - Q_{12} \dfrac{d^2 i_2}{d t^2}, \\ w_2 i_2 = - Q_{12} \dfrac{d i_1}{d t} - Q_2 \dfrac{d i_2}{d t}. \end{cases}$$



...ihnen folgt bei Elimination von i_1 die Differentialgleichung ...ter Ordnung für i_2:

$$(Q_1 Q_2 - Q_{12}^2)\frac{d^3 i_2}{d t^3} + (w_1 Q_2 + w_2 Q_1)\frac{d^2 i_2}{d t^2}$$
$$+ \left(\frac{Q_2}{K} + w_1 w_2\right)\frac{d i_2}{d t} + \frac{w_2}{K}\cdot i_2 = 0\,.$$

...au dieselbe Gleichung ergibt sich für i_1 bei Elimination ... i_2. Die Ströme im primären und sekundären Teslakreise ...gen also in derselben Weise ab von der Zeit und unter...iden sich nur in Amplitude und Phase. Dividieren wir ...letzte Gleichung mit $Q_1 Q_2$, so ergibt sich:

$$\left(1 - \frac{Q_{12}^2}{Q_1 Q_2}\right)\frac{d^3 i_2}{d t^3} + \left(\frac{w_1}{Q_1} + \frac{w_2}{Q_2}\right)\frac{d^2 i_2}{d t^2}$$
$$+ \left(\frac{1}{Q_1 K} + \frac{w_1}{Q_1}\frac{w_2}{Q_2}\right)\frac{d i_2}{d t} + \frac{1}{Q_1 K}\cdot\frac{w_2}{Q_2}\cdot i_2 = 0.$$

...zen wir $i_2 = F.e^{\varkappa t}$, so ergibt sich zur Bestimmung von $\varkappa$ ... Gleichung dritten Grades:

$$\left.\begin{aligned}&\left(1 - \frac{Q_{12}^2}{Q_1 Q_2}\right)\varkappa^3 + \left(\frac{w_1}{Q_1} + \frac{w_2}{Q_2}\right)\varkappa^2\\ &+ \left(\frac{1}{Q_1 K} + \frac{w_1}{Q_1}\cdot\frac{w_2}{Q_2}\right)\varkappa + \frac{1}{Q_1 K}\cdot\frac{w_2}{Q_2}\end{aligned}\right\} = 0.$$

...r führen endlich noch die Bezeichnungen ein:

$$\frac{w_1}{Q_1} = \alpha, \quad \frac{w_2}{Q_2} = \beta, \quad \frac{1}{Q_1 K} = \gamma,$$
$$1 - \frac{Q_{12}^2}{Q_1 Q_2} = \frac{1}{1+\delta}, \quad \delta = \frac{Q_{12}^2}{Q_1 Q_2 - Q_{12}^2}.$$

... Gleichung für $\varkappa$ wird dann:

$$... + (\alpha + \beta)(1 + \delta)\varkappa^2 + (\alpha\beta + \gamma)(1 + \delta)\varkappa + \beta\gamma(1 + \delta) = 0.$$

...zen wir die Wurzeln dieser Gleichung an in der Form:

$$\varkappa_1 = - a + i b, \quad \varkappa_2 = - a - i b, \quad \varkappa_3 = - c,$$

ist das allgemeine Integral unserer Differentialgleichung:

$$\begin{aligned}i_2 &= \mathsf{A}.e^{\varkappa_1 t} + \mathsf{B}\,e^{\varkappa_2 t} + \Gamma.e^{\varkappa_3 t}\\ &= e^{-a t}(A\cos b t + B\sin b t) + C.e^{-c t},\end{aligned}$$

wo zwischen den A, B, Γ und den A, B, C die Beziehungen gelten:

$$A = \mathsf{A} + \mathsf{B}, \qquad \mathsf{A} = \frac{A - iB}{2},$$

$$B = i(\mathsf{A} - \mathsf{B}), \quad \mathsf{B} = \frac{A + iB}{2},$$

$$C = \Gamma, \qquad \Gamma = C.$$

Während nun die früher erwähnte vereinfachte Theorie bei kleinen Widerständen und großen Selbstinduktionen unter Vernachlässigung der Produkte, Quadrate und höheren Potenzen der Widerstände w_1 und w_2 und der Dämpfungsexponenten a und c leicht mit Hülfe der bekannten Beziehungen zwischen Koeffizienten und Wurzeln der kubischen Gleichung verhältnismäßig einfache Formeln für die Größen a, b, c erhält und damit auch für die Konstanten A, B, C etc., ist dies hier nicht mehr der Fall. Die Formeln werden recht kompliziert und unübersichtlich, und muß auf einen geschlossenen Ausdruck für die zu berechnende Wärme im sekundären Kreise, welcher nur die direkt zu messenden oder zu berechnenden Konstanten des Systems enthält, von vornherein verzichtet werden. — Die strenge Lösung der Bestimmungsgleichung für $\varkappa$ gelingt leicht mit Hülfe der Cardauschen Formeln. Bringen wir die Gleichung durch den Ansatz:

$$\varkappa = x - \frac{(\alpha + \beta)(1 + \delta)}{3}$$

auf die Form:

$$x^3 - 3px + 2q = 0,$$

wo:

$$3p = \left\{\frac{(\alpha + \beta)^2(1 + \delta)}{3} - (\alpha\beta + \gamma)\right\}(1 + \delta),$$

$$2q = \left\{\frac{2(\alpha + \beta)^3(1 + \delta)^2}{27} - \frac{(\alpha + \beta)(\alpha\beta + \gamma)(1 + \delta)}{3} + \beta\gamma\right\}.(1 + \delta)$$

zu setzen ist, und setzen wir ferner:

$$M^3 = -q + \sqrt{q^2 - p^3},$$

$$N^3 = -q - \sqrt{q^2 - p^3},$$

ist, falls die Bedingung $q^2 > p^3$ erfüllt ist:

$$x_1 = -\frac{M+N}{2} + i\sqrt{3}\cdot\frac{M-N}{2},$$

$$x_2 = -\frac{M+N}{2} - i\sqrt{3}\cdot\frac{M-N}{2},$$

$$x_3 = M + N,$$

er auch:

$$_1 = -a + ib = -\frac{M+N}{2} - \frac{(\alpha+\beta)(1+\delta)}{3} + i\sqrt{3}\cdot\frac{M-N}{2},$$

$$_2 = -a - ib = -\frac{M+N}{2} - \frac{(\alpha+\beta)(1+\delta)}{3} - i\sqrt{3}\cdot\frac{M-N}{2},$$

$$_3 = -c = M + N - \frac{(\alpha+\beta)(1+\delta)}{3}.$$

Zur Bestimmung der Konstanten A, B, C oder A, B, Γ ben wir die drei Anfangsbedingungen:

$$t = 0: i_1 = 0, \quad i_2 = 0, \quad P_i = P_0$$

d die drei Gleichungen:

I. das allgemeine Integral:

$$i_2 = e^{-at}(A\cos bt + B\sin bt) + C\,.\,e^{-ct},$$

II. aus den Gleichungen (1) durch Elimination von di_1/dt halten):

$$i_1 w_1 = P_i + \frac{Q_1}{Q_{12}}\left(i_2 w_2 + Q_2\frac{d i_2}{d t}\right) - Q_{12}\cdot\frac{d i_2}{d t},$$

III. die vorige Gleichung nach einmaliger Differentiation ch der Zeit und Elimination von di_1/dt mit Hülfe von (1b):

$$\left.\begin{aligned} &-\frac{w_1}{Q_{12}}\left(i_2 w_2 + Q_2\frac{d i_2}{d t}\right) + \frac{i_1}{K} \\ &-\frac{Q_1}{Q_{12}}\left(w_2\frac{d i_2}{d t} + Q_2\frac{d^2 i_2}{d t^2}\right) + Q_{12}\frac{d^2 i_2}{d t^2}\end{aligned}\right\} = 0.$$

Für $t = 0$ gehen diese Gleichungen über in:

$$A + C = 0,$$

$$\text{)} \qquad \frac{P_0}{Q_{12}} + \frac{1}{\delta}\left(\frac{d i_2}{d t}\right)_{t=0} = 0,$$

$$\text{I)} \qquad (\alpha+\beta)\left(\frac{d i_2}{d t}\right)_{t=0} + \frac{1}{1+\delta}\left(\frac{d^2 i_2}{d t^2}\right)_{t=0} = 0$$

oder, wenn man einsetzt:

$$\left(\frac{d i_2}{d t}\right)_{t=0} = - a A + b B - c C,$$

$$\left(\frac{d^2 i_2}{d t^2}\right)_{t=0} = A(a^2 - b^2) - 2 B a b + C c^2,$$

in:

$$\text{(I'')} \qquad A + C = 0,$$

$$\text{(II'')} \qquad - a A + b B - c C = - \frac{P_0 \delta}{Q_{12}},$$

$$\text{(III'')} \qquad A(a^2 - b^2) - 2 a b B + c^2 C = + \frac{P_0 \delta}{Q_{12}} (\alpha + \beta)(1 + \delta).$$

Hieraus folgt:

$$\text{(3)} \qquad C = - A,$$

$$\text{(2)} \qquad B = - \frac{P_0 \delta}{Q_{12} b} + A \cdot \frac{a - c}{b},$$

$$\text{(1)} \qquad A = - \frac{P_0 \delta}{Q_{12}} \{(\alpha + \beta)(1 + \delta) - 2 a\} \cdot \frac{1}{a^2 + b^2 + c^2 - 2 a c}.$$

Die bei einer Entladung im sekundären Kreise entwickelte Wärme ist gegeben durch den Ausdruck:

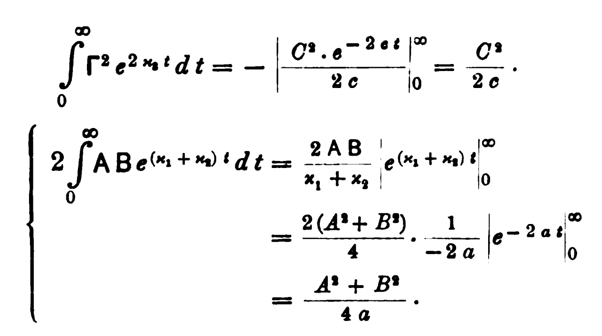
$$T = w_2 \int_0^\infty i_2^2 \, d t$$

$$= w_2 \int_0^\infty \{\mathsf{A}^2 e^{2 \varkappa_1 t} + \mathsf{B}^2 e^{2 \varkappa_2 t} + \Gamma^2 e^{2 \varkappa_3 t} + 2 \mathsf{A} \mathsf{B} . e^{(\varkappa_1 + \varkappa_2) t} + 2 \mathsf{A} \Gamma . e^{(\varkappa_1 + \varkappa_3) t} + 2 \mathsf{B} \Gamma . e^{(\varkappa_2 + \varkappa_3) t}\} d t.$$

Diesen Ausdruck berechnen wir, indem wir die Summanden in folgender Weise zusammenfassen:

$$\text{(1)} \quad \begin{cases} \int (\mathsf{A}^2 e^{2 \varkappa_1 t} + \mathsf{B} e^{2 \varkappa_2 t}) d t \\ = \frac{\mathsf{A}^2 . e^{2 \varkappa_1 t}}{2 \varkappa_1} + \frac{\mathsf{B}^2 . e^{2 \varkappa_2 t}}{2 \varkappa_2} = \frac{\mathsf{A}^2 \varkappa_2 e^{2 \varkappa_1 t} + \mathsf{B}^2 \varkappa_1 e^{2 \varkappa_2 t}}{2 \varkappa_1 \varkappa_2} \\ = \frac{e^{-2 a t}}{2 (a^2 + b^2)} \left\{ \begin{array}{l} [\mathsf{A}^2 (-a - i b) + \mathsf{B}^2 (-a + i b)] \cos 2 b t \\ + i [\mathsf{A}^2 (-a - i b) - \mathsf{B}^2 (-a + i b)] \sin 2 b t \end{array} \right\} \\ = \frac{e^{-2 a t}}{4 (a^2 + b^2)} \left\{ \begin{array}{l} [(B^2 - A^2) a - 2 A B b] \cos 2 b t \\ + [(A^2 - B^2) b - 2 A B a] \sin 2 b t \end{array} \right\} \\ \int_0^\infty (\mathsf{A}^2 e^{2 \varkappa_1 t} + \mathsf{B}^2 e^{2 \varkappa_2 t}) d t = \frac{(A^2 - B^2) a + 2 A B b}{4 (a^2 + b^2)}. \end{cases}$$





$$\int_0^\infty \Gamma^2 e^{2\varkappa_3 t}\,dt = -\left|\frac{C^2 . e^{-2ct}}{2c}\right|_0^\infty = \frac{C^2}{2c}.$$

$$\left\{\begin{aligned} 2\int_0^\infty \mathsf{A}\,\mathsf{B}\,e^{(\varkappa_1+\varkappa_2)t}\,dt &= \frac{2\,\mathsf{A}\,\mathsf{B}}{\varkappa_1+\varkappa_2}\left|e^{(\varkappa_1+\varkappa_2)t}\right|_0^\infty \\ &= \frac{2(A^2+B^2)}{4}\cdot\frac{1}{-2a}\left|e^{-2at}\right|_0^\infty \\ &= \frac{A^2+B^2}{4a}. \end{aligned}\right.$$

$$\mathsf{A}\,\Gamma e^{(\varkappa_1+\varkappa_3)t} + \mathsf{B}\,\Gamma e^{(\varkappa_2+\varkappa_3)t})\,dt$$

$$\Gamma\left(\mathsf{A}\frac{e^{(\varkappa_1+\varkappa_3)t}}{\varkappa_1+\varkappa_3} + \mathsf{B}\frac{e^{(\varkappa_2+\varkappa_3)t}}{\varkappa_2+\varkappa_3}\right)$$

$$C\frac{e^{-(a+c)t}}{(a+c)^2+b^2}\left\{\begin{aligned} &[\mathsf{A}(-a-ib-c)+\mathsf{B}(-a+ib-c]\cos bt \\ +\,&i[\mathsf{A}(-a-ib-c)-\mathsf{B}(-a+ib-c]\sin bt \end{aligned}\right\}$$

$$C\frac{e^{-(a+c)t}}{(a+c)^2+b^2}\left\{\begin{aligned} &-(aA+bB+cA)\cos bt \\ &+\big(bA-B(a+c)\big)\sin bt \end{aligned}\right\}$$

$$\mathsf{A}\,\Gamma e^{(\varkappa_1+\varkappa_3)t} + \mathsf{B}\,\Gamma e^{(\varkappa_2+\varkappa_3)t})\,dt$$

$$C\cdot\frac{(a+c)A+bB}{(a+c)^2+b^2}.$$

t:

$$T = w_2\left\{\frac{(A^2-B^2)a+2ABb}{4(a^2+b^2)} + \frac{C^2}{2c} + \frac{A^2+B^2}{4a} + 2C\cdot\frac{(a+c)A+bB}{(a+c)^2+b^2}\right\}.$$

ese Berechnung setzt zunächst einen zeitlich konstanten tand im Entladungskreise voraus. Bei der geringen rkung der Ströme im sekundären Kreise auf die im n in dem hier untersuchten Systeme wird es erlaubt en im vorigen Abschnitte definierten mittleren Funken- and direkt zu benutzen, d. h. den nach den dort ge- n Gesetzen, ohne Rücksicht auf den induzierten Kreis teten mittleren Funkenwiderstand der Berechnung der im sekundären Kreise zu Grunde zu legen.

Eine Voraussetzung der entwickelten Theorie, die nach unseren Messungen nicht erfüllt ist, ist die, daß die Oszillationen solange andauern, bis die Entladung beendet ist, bis also die Potentialdifferenz zwischen den Belegen der Kapazität den Wert Null erreicht hat. Hierbei ist zu beachten, daß die unmittelbar nach einer jeden Entladung beobachteten Spannungen P_∞ mit der gewöhnlichen Rückstandsbildung nicht zu erklären sind; denn ein allmähliches Anwachsen dieser Spannungen nach der Entladung war nicht wahrzunehmen. Läge die gewöhnliche Rückstandsbildung vor, so nähme die den Rückstand bildende Elektrizität nicht an den Oszillationen teil, und man hätte als Anfangsspannung P_0 einfach die Differenz der aus der Länge des Entladungsfunkens bestimmten Entladungsspannung und der nach der Entladung beobachteten Spannung P_∞ in Rechnung zu bringen. Im vorliegenden Falle wäre es dagegen nötig, zur Vermeidung eines Fehlers die Integration über $i_2^2 w_2$ nicht bis $t = \infty$ zu erstrecken, sondern bis zu einer Zeit ϑ gleich dem ganzen Vielfachen einer Periode, zu welcher die Potentialdifferenz zwischen den Belegen der Leydener Flasche gleich der nach der Entladung beobachteten ist. Diese Zeit ϑ wäre aus den für jene Potentialdifferenz geltenden Gleichungen, die den oben benutzten für die Ströme ganz ähnlich sind, zu berechnen. Hierbei wäre die Annahme gemacht, daß jede einzelne Schwingung zu ihrer Entstehung eine der beobachteten Anfangsspannung P_0 durchaus entsprechende Minimalspannung nötig hat und daß also die nach der Entladung beobachtete Spannung P_∞ nicht mehr genügt hat, einer weiteren Oszillation durch die sich abkühlende Luftstrecke den Weg zu bahnen. Da jedoch die beobachteten Werte für P_∞ oft recht große, völlig unaufgeklärte Abweichungen voneinander zeigen, die sich in den entsprechenden Kurven für die α durchaus nicht bemerklich machen, so wird hier davon Abstand genommen, jene Korrektion anzubringen. In der Tat beträgt auch die in dem Kondensator zurückbleibende Energie höchstens 3 Proz. der anfänglichen. Mit wachsendem P_0 nimmt sie etwas langsamer zu als P_0^2.

2. *Die Konstanten des untersuchten Systems.* Ehe wir zur Berechnung der im sekundären Kreise entwickelten Wärme nach den oben hergeleiteten Formeln übergehen, ist es nötig,



ber die experimentelle oder rechnerische Bestimmung der nstanten des untersuchten Systems einige Worte zu sagen. perimentell bestimmt wurden die Anfangs- und Endspanng P_0 und P_∞, die Kapazität und der Widerstand. Die estimmungen der Spannungen ist schon früher genau erörtert. ie Bestimmung der Kapazität geschah durch Vergleichung it einer Normalkapazität, indem beide, die zu eichende und e Normalkapazität, nacheinander unter denselben Umständen it Hülfe eines elektrisch erregten Stimmgabelunterbrechers wechselnd schnell geladen und durch ein Galvanometer entlan wurden. Der am Galvanometer beobachtete dauernde sschlag ist der Kapazität proportional. Die Bestimmung s Widerstandes endlich geschah nach der bei kleinen Widernden gewöhnlich benutzten Methode durch Vertauschung. s Element war kurz geschlossen durch ein Galvanometer, d parallel zum Galvanometer war entweder der zu messende er ein bekannter Vergleichswiderstand eingeschaltet. Die iden Widerstände sind gleich, wenn bei ihrer Vertauschung r Ausschlag des Galvanometers sich nicht ändert.

Die sehr schnellen Schwingungen, wie sie bei Kondensatortladungen auftreten, machen eine *Korrektion* an dem mit eichstrom oder langsamen Wechselströmen bestimmten Widernde nötig. Nach den Formeln von W. Thomson und efan ist der Widerstand eines geraden Drahtes mit dem dius α, der magnetischen Permeabilität μ und der elektrognetisch gemessenen Leitfähigkeit λ, der für Gleichstrom n Widerstand w besitzt, für schnelle Schwingungen mit der riode $1/n$:

$$w' = w \,.\, \pi \alpha \sqrt{n \,.\, \lambda \,.\, \mu}\,.$$

s ist jedoch zu beachten, daß diese Formel nur dann anndbar ist, wenn das Produkt $\lambda \mu n \alpha^2$ eine große Zahl ist. n Maß für die Verteilung der Strömung über den Quernitt des Leitungsdrahtes ist der Ausdruck:

$$1 + \pi^4 \mu^2 n^2 \lambda^2 \,.\, \varrho^4\,,$$

o ϱ den Abstand einer Schicht von der Mittellinie des Drahtes, o im Maximum den Radius α desselben bedeutet.[1] Ist dieser sdruck gleich Eins, so ist die Strömung gleichförmig über

1) Vgl. z. B. E. Cohn, Das elektromagnetische Feld p. 355 ff.

den Querschnitt des Drahtes verbreitet, und der Widerstand für schnelle Schwingungen ist gleich dem für langsame. Dieser Fall tritt ein bei den hier als Bolometerdraht und Vorschaltwiderstand benutzten feinen Platindrähten mit dem Radius 0,003 cm. Für $n = 10^6$ und $1/\lambda = \sigma = 14\,000$ ($\mu = 1$) ist nämlich

$$1 + \pi^4 \mu^2 \lambda^2 n^2 . \alpha^4 = 1 + \frac{\pi^4 . 10^{12} . 81 . 10^{-12}}{14\,000^2}$$

sehr nahe $= 1$.

Die *Berechnung der Induktionskoeffizienten* geschah nach den von Kirchhoff[1]) zuerst angegebenen Formeln. Eine Korrektion der so gefundenen Werte wegen der sehr schnellen elektrischen Schwingungen nach der Thomson-Stefanschen Formel konnte vernachlässigt werden.

3. In der nachfolgenden Tabelle sind einige der nach den aufgestellten Formeln berechneten Werte der im sekundären Kreise entwickelten Wärme mitgeteilt und den entsprechenden beobachteten Werten gegenübergestellt. Es sind ferner angegeben die bei der Berechnung benutzten mittleren Funkenwiderstände x. Die Vergleichung der berechneten und beobachteten Energien zeigt eine wohl durchaus befriedigende Übereinstimmung.

$w_1 = w' + x$				T (Erg)	
K Mikrof.	w' (Ω)	x (Ω)	P_0 Volt	berechnet	beobachtet
0,00496	0,43	1,483	3700	12 170	12 400
0,00496	1,535	1,74	5000	13 380	13 450
0,00496	5,28	2,01	8780	17 790	18 600
0,00496	15,11	2,30	9800	9 360	9 300

1) G. Kirchhoff, Gesammelte Abhandl. p. 177.

(Eingegangen 23. September 1903.)

7. *Ein neues Galvanometer;*
von W. Einthoven.

(Hierzu Taf. III, Figg. 1—5.)

(Aus dem physiologischen Laboratorium der Universität Leyden.)

I. Prinzip und Theorie.

Das in diesem Aufsatze zu beschreibende Instrument, das *Saitengalvanometer* heißen mag, beruht auf dem bekannten Prinzip des beweglichen Stromträgers in einem festen magnetischen Felde. Der bewegliche Stromträger besteht aus einem versilberten Quarzfaden, der wie eine Saite auf zweckentsprechende Weise zwischen den Polen eines Elektromagnetes ausgespannt ist. Wird ein elektrischer Strom durch die Saite geführt, so weicht dieselbe senkrecht zu den magnetischen Kraftlinien ab, während die Abweichung in der Mitte der Saite mit Hilfe eines Mikroskopes mit Okularmikrometer unmittelbar gemessen werden kann.

Die Überlegungen, die zur Konstruktion des Saitengalvanometers geführt haben, können am besten auseinandergesetzt werden, wenn man von einer bestehenden Form des Deprez-d'Arsonval-Galvanometers ausgeht, und sich die Frage vorlegt, welche Änderungen zugunsten dieses Werkzeuges angebracht werden können.

An erster Stelle muß die Normalempfindlichkeit in Betracht gezogen werden. Unter Normalempfindlichkeit[1]) versteht man den Ausschlag in Millimetern auf einer Skala, die 1000 mm vom Spiegel entfernt ist. Für die Stromstärke wird 10^{-6} Amp. und für den inneren Widerstand des Galvanometers 1 Ohm in Rechnung gebracht, während für die volle (~) Schwingungsperiode eine Dauer von 10 Sek. genommen wird.

Die Ausschläge werden proportional den Stromstärken berechnet. Weiter nimmt man an, daß in einem gegebenen

---

1) Vgl. W. E. Ayrton u. F. Mather, Phil. Mag. (5) 46. p. 349. 1898. Ferner auch H. du Bois u. H. Rubens, Zeitschr. f. Instrumentenk. 20. p. 74. 1900 und F. Kohlrausch, Lehrb. d. prakt. Phys. 9. Aufl. p. 361. 1901.

Instrumente der Ausschlag für eine bestimmte Stromstärke proportional der Potenz $^1/_2$ (oder in den meisten Umständen genauer wie die $^3/_5$ Potenz) des inneren Widerstandes und dem Quadrate der Schwingungsperiode zunimmt.

Zeigt ein Galvanometer bei einem Skalenabstand von d mm für einen Strom von J Amp. einen Ausschlag von a mm, wird für eine ganze Schwingung ($\sim$) t Sek. in Anspruch genommen, und beträgt der innere Widerstand w Ohm, so wird die Normalempfindlichkeit E_1 des Instrumentes ausgedrückt durch

$$E_1 = \frac{a}{10\, d\, t^2 J \sqrt{w}}. \tag{1}$$

Die Normalempfindlichkeit E_1 kann nie durch eine Veränderung der Direktionskraft des Aufhängedrahtes erhöht oder verringert werden, denn hierdurch werden aus obenstehender Formel (1) nur a und t beeinflußt, und zwar so, daß a/t^2 konstant bleibt. Ebensowenig kann die Normalempfindlichkeit geändert werden, indem man *bei gleichbleibendem Gewichte und gleichbleibenden Dimensionen der beweglichen Spule* die Zahl der Windungen vermehrt oder verringert, denn hierdurch werden aus der Formel (1) nur a und w beeinflußt, und zwar derart, daß jetzt $a/\sqrt{w}$ konstant bleibt. Dahingegen wird der Ausschlag a und damit die Normalempfindlichkeit proportional der Stärke des magnetischen Feldes vermehrt, und werden auch Veränderungen in den Dimensionen der Spule einen bestimmten Einfluß ausüben können. Nur dieser letztere Einfluß verdient näher in Betracht gezogen zu werden.

Die Form der Spule bleibe vorläufig unverändert, und als erste Frage wird gestellt: „Welchen Erfolg hat das Wegnehmen einiger Windungen, *wenn man nicht zugleich durch die Anwendung eines dickeren Drahtes die Änderung des Gewichtes und der Dimensionen der Spule kompensiert?*"

Wenn so viele Windungen weggenommen werden, daß ihre Zahl m mal verkleinert wird, so wird die Spule m mal leichter, wodurch das Trägheitsmoment auch m mal abnimmt. Hierdurch wird die Schwingungsperiode $\sqrt{m}$ mal kürzer. Der Widerstand wird m mal und der Ausschhlag für eine gleiche Stromstärke gleichfalls m mal verringert.

Aus den oben genannten Veränderungen der Schwingungsperiode t, des Widerstandes w und des Ausschlages a geht hervor, daß der Ausdruck $a / t^2 \sqrt{w}$ und damit die Normalempfindlichkeit $\sqrt{m}$ mal zunimmt. Um diese letztere so viel wie möglich zu vergrößern, muß man also **möglichst wenige** Windungen auf der Spule lassen. Wenn keine praktischen Schwierigkeiten vorhanden wären, so wäre eine aus einer einzigen Drahtwindung bestehende Spule am vorteilhaftesten.

Als zweite Frage muß in Erwägung gezogen werden, „auf welche Weise ändert sich die Normalempfindlichkeit durch Änderung der Drahtdicke in der Spule?“ Wenn der Durchmesser des Drahtes n mal kleiner wird, so nimmt das Trägheitsmoment n^2 mal ab. Hierdurch wird die Schwingungsperiode n mal kürzer. Der Ausschlag für eine bestimmte Stromstärke bleibt unverändert, aber der Widerstand des Drahtes wird n^2 mal größer. Aus der Veränderung der Schwingungsperiode t und des Widerstandes w geht hervor, daß der Ausdruck $1 / t^2 \sqrt{w}$ und damit wieder die Normalempfindlichkeit n mal zunimmt. Es ist darum wünschenswert, einen Draht anzuwenden, der *möglichst dünn* ist.

Die beiden oben genannten Veränderungen nötigen uns, das Gewicht der Spule und damit ihr Trägheitsmoment möglichst zu verringern. Selbstverständlich kann dies nur dann Nutzen haben, wenn das Gewicht des Spiegels vernachlässigt werden darf. Man kann den Spiegel auch ganz weglassen und die Bewegungen des Drahtes unmittelbar mit dem Mikroskop beobachten. Und schließlich ist es nur ein kleiner Schritt, von der aus einer einzigen, äußerst dünnen Drahtwindung bestehenden Spule zur gespannten Saite überzugehen.[1])

Außer der Dicke beeinflußt auch die Länge der Saite die Normalempfindlichkeit des Galvanometers. Wird die Saite p mal kürzer, so wird die Normalempfindlichkeit $\sqrt{p}$ mal vergrößert.

Das Material, aus welchem die Saite angefertigt wird, muß bei einem geringen spezifischen Gewicht S ein großes

---

1) Als Empfangsapparat zum Gebrauche bei der Telegraphie konstruierte schon Ader ein Instrument mit einer zwischen den Polen eines Magnetes gespannten Saite. Mit Hilfe eines Federkieles wurde die Saite in ihrer Mitte, d. h. auf der Stelle, wo ihre Bewegungen photographiert wurden, dicker gemacht (Compt. rend. 124. p. 1440. 1897).

Leitvermögen L besitzen. Wenn S^2/L ein Minimum ist, so sind hinsichtlich des Materiales die günstigsten Bedingungen erfüllt.

Aber wie sollen wir bei einem Galvanometer ohne Spiegel, dessen beweglicher Teil mit dem Mikroskope beobachtet wird, die Normalempfindlichkeit messen? Der Ausdruck „Normalempfindlichkeit“ ist bis jetzt nur für Instrumente mit Spiegelablesung benutzt worden, wobei man merkwürdigerweise die Größe des angewendeten Spiegels ganz außer Rechnung gelassen hat. Ein vielfach gebräuchlicher Spiegel ist z. B. einer von 3 mm Durchmesser. Dieser erzeugt bei einem Skalenabstand von 2,5 m von jedem Punkt der Skala einen ungefähr 1 mm Durchmesser haltenden Diffraktionskreis, so daß es — noch ganz abgesehen von der geringen Lichtmenge — schwierig sein wird, eine Skalenabweichung eines kleinen Bruchteiles eines Millimeters wahrzunehmen. Beim Gebrauch eines größeren Spiegels wird der Diffraktionskreis umgekehrt proportional dem Spiegeldurchmesser verändert werden, so daß es rationell erscheint, den Spiegeldurchmesser bei der Angabe der Normalempfindlichkeit eines Werkzeuges in Rechnung zu bringen.

Man kann zur Basis der Berechnung einen Spiegelradius von 1 mm nehmen. Die Formel (1) wird dann verändert in

$$E_2 = \frac{a\,r}{10\,d\,t^2 J \sqrt{w}}, \tag{2}$$

worin r den Spiegelradius in Millimetern bedeutet.

Eine nach dieser Formel (2) ausgedrückte Normalempfindlichkeit behält ihre Bedeutung bei, wenn die Beobachtung im Spiegelbilde durch die mikroskopische Wahrnehmung ersetzt wird. Denn die mit dem Mikroskope zu erreichende zweckentsprechende Vergrößerung wird durch dieselbe Diffraktion des Lichtes eingeschränkt wie die Verkleinerung des Spiegelradius oder die Verlängerung des Skalenabstandes. Und es empfiehlt sich zur Vergleichung der Empfindlichkeit eine solche mikroskopische Vergrößerung in Rechnung zu bringen, daß die Diffraktionskreise des mikroskopischen Bildes und diejenigen des Spiegelbildes einander gleich sind. Ist dieser Bedingung Genüge geleistet, so wird der Wert der mikroskopischen Vergrößerung v ausgedrückt durch

$$v = N \times \frac{d}{r}. \tag{3}$$

›rin N die numerische Apertur des gebrauchten Objektives, den Spiegelradius und d den Skalenabstand bedeutet.

Die numerische Apertur der besten Trockensysteme beägt 0,95. Setzen wir dafür eine runde Zahl 1, so können ir für Formel (3)

$$v = \frac{d}{r}$$

:hreiben, woraus hervorgeht, daß

$$) \qquad \frac{r}{d} = \frac{1}{v}.$$

ragen wir den Wert für r/d in Formel (2) ein, so finden wir ır die Normalempfindlichkeit eines Instrumentes ohne Spiegel

$$) \qquad E_3 = \frac{a}{10\, t^2 J v \sqrt{w}},$$

orin die Buchstaben ihre oben schon erwähnte Bedeutung ›eibehalten.

Wenn der Spiegelradius $r = 1$ ist und der Skalenabstand gleich 1000, so wird ein gleich großer Diffraktionskreis gebildet, wie wenn mit einem Objektive, dessen numerische Apertur 0,95, eine Vergrößerung $v = 950$ erzielt wird.

II. Die praktische Anwendung.

Bei der praktischen Anwendung des Saitengalvanometers müssen außer der Frage nach der erreichbaren Normalempfindlichkeit noch verschiedene andere Fragen in Betracht gezogen werden. Wie stark ist der schwächste Strom, der noch gemessen werden kann? Wie steht es mit der Dämpfung der Saitenbewegung? Sind die Ausschläge proportional den Stromstärken? Wie stark beeinträchtigen die Erschütterungen der Umgebung und die Luftströmungen die Brauchbarkeit des Instrumentes etc.

In dem von mir konstruierten Instrumente haben die Polschuhe eine Höhe von 12,5 cm und schließen ein spaltförmiges, nahezu homogenes magnetisches Feld ein, dessen Stärke gewöhnlich auf 20000—23000 C.G.S. reguliert wird.[1])

1) Bei einer früheren Gelegenheit — vgl. Bosschas Festschrift, Archives Néerlandaises des sciences exactes et naturelles (II) 6. p. 625. 1901 — hatte ich die Feldstärke auf 30000 C.G.S. geschätzt, aber das

Jeder der beiden Polschuhe ist in seiner Mitte durchbohrt. Im Bohrloch des einen Polschuhes befinden sich die Belichtungslinsen, im Bohrloche des anderen ist das Projektionsmikroskop angebracht, während die Saite in der Mitte des spaltförmigen Raumes zwischen den beiden Schuhen ausgespannt ist.

Wie oben auseinandergesetzt, ist der Durchmesser der Saite einer der wichtigsten Faktoren, welche die Empfindlichkeit des Galvanometers bestimmen. Im Handel bestehen zwar dünne metallene Drähte oder Bänder, die man als Saite benutzen könnte, aber begnügt man sich hiermit nicht, so kann man auch selber eine Saite anfertigen und dazu z. B. Aluminium in Blattform verwenden. Ein aus einem Buche genommenes Aluminiumblatt, das, wie leicht durch Wägung konstatiert werden kann, nur 0,75 μ dick ist, wird, ähnlich wie ein Buchbinder das Blattgold schneidet, in Streifen geteilt. Ein Streifen von einigen Millimetern Breite wird mittels Firnis auf eine Glasplatte geklebt und danach mit einem scharfen Messer in feinere Bänder geteilt. Es gelang uns nicht, schmälere Bänder als 0,3 oder 0,4 mm zu erhalten und als Saite im Galvanometer auszuspannen, aber mit solchen von 0,4 mm — welche doch nur einen Querschnitt gleich 300 qμ hatten — wurden schon ziemlich befriedigende Resultate erzielt.

Eine große Verbesserung wurde erreicht, als durch Versilberung leitend gemachte Quarzfäden versucht wurden. Von den verschiedenen Quarzfäden, womit wir Messungen angestellt haben, ist früher schon einer erwähnt worden[1]), nämlich ein Faden von 2,1 μ Durchmesser und 20300 Ohm Widerstand. Dieser Faden konnte als Saite im magnetischen Felde wegen seiner paramagnetischen Eigenschaften nicht genügend entspannt werden. Jetzt wird ein anderer Faden von 2,4 μ Durchmesser und 10000 Ohm Widerstand benutzt. Er ist zwar etwas dicker als der frühere, aber er hat den Vorteil, daß er einen zweifach geringeren Widerstand besitzt und in genügendem Maße entspannt werden kann. Außerdem sind

Eisen, aus welchem der Elektromagnet angefertigt ist, entspricht den gehegten Erwartungen nicht. Die unmittelbare Messung zeigte mir, daß die Feldstärke schwerlich auf mehr als 26000 C.G.S. gebracht werden kann.

1) Archives Néerlandaises l. c.

› Anzahl nicht unwesentlicher Verbesserungen an dem schon liegenden Werkzeuge angebracht, wodurch man schließlich len Stand gesetzt wird, sehr schwache Ströme zu messen.

Welche Empfindlichkeit kann jetzt erreicht werden?

Reguliert man die Spannung der Saite derart, daß ein ›schlag je nach der Größe in ungefähr 10 oder 15 Sek. ttfindet, so entspricht bei der Anwendung einer 660fachen rgrößerung jeder Millimeter Verschiebung des Saitenbildes em Strome von 10^{-11} Amp. Weil in diesen Umständen, › bei der Besprechung der beigegebenen Taf. III, Figg. 1—5 ch näher gezeigt werden wird, eine Verschiebung von 0,1 mm ch beobachtet werden kann, so kann man noch Ströme von $^{-12}$ Amp. wahrnehmen.

Sogar die empfindlichsten Galvanometer anderer Konuktion, wie diejenigen von Thomson und die Panzergalvanoter von du Bois und Rubens, sind kaum oder nicht im nde, mit Sicherheit das Vorhandensein von ebenso schwachen ömen wahrnehmbar zu machen. Das Saitengalvanometer umt also in der praktischen Anwendung eine Stelle neben sen ein und muß von den sogenannten, nur auf viel stärkere öme reagierenden Oszillographen unterschieden werden.

Die Kraft, welche die Saite zur Abweichung bringt, wenn sich in einem Felde von 20000 C.G.S. befindet, und von em Strome von 10^{-12} Amp. durchströmt wird, ist sehr klein l läßt sich für eine Länge von 12,5 cm auf $2{,}5 \times 10^{-11}$ g ır noch viermal weniger als ein zehnmillionstel Milligramm echnen.

Indem man die Saite stärker spannt, wird ihre Bewegung neller, aber der Ausschlag für dieselbe Stromstärke kleiner. hat keine Schwierigkeit, die Saite genau so zu spannen, ß ein Strom von gegebener Stärke einen im voraus beumten Ausschlag erzielt, wie man aus den Photogrammen › Taf. III ersehen kann. Diese Photogramme sind auf ähnie Weise hergestellt wie die früher beschriebenen[1]) kapillarktrometrischen Kurven. Das 660fach vergrößerte Bild von › Mitte der Saite wird auf einen senkrecht auf dem Saiten-

---

1) Vgl. verschiedene Aufsätze in Pflügers Archiv f. d. gesamte 'siol. und in „Onderzoekingen" Physiol. Laborat. Leiden, 2. Reihe.

bilde stehenden Spalt geworfen. Vor dem Spalte befindet sich eine Zylinderlinse, deren Achse der Spaltrichtung parallel verläuft, während hinter ihr eine photographische Platte in der Richtung des Saitenbildes bewegt wird. Zur selben Zeit, wo die Bewegungen der Saite registriert werden, wird nach der vorzüglichen Methode Gartens[1]) ein Koordinatensystem auf der photographischen Platte entworfen. Die horizontalen Linien dieses Systems erhält man, indem man eine gläserne Millimeterskala dicht vor die empfindliche Platte hinstellt, so daß die scharfen Schatten der Skalenteilung auf die Platte fallen, während die vertikalen Linien durch eine gleichmäßig drehende Scheibe mit Speichen hervorgerufen werden, welche das auf dem Spalt fallende Licht intermittierend unterbrechen. Die gegenseitige Distanz der vertikalen Linien ist in unseren Photogrammen ebenso wie die gegenseitige Distanz der horizontalen ungefähr gleich 1 mm genommen, während jede fünfte Linie etwas dicker ist. Diese letztere Eigentümlichkeit kann leicht in dem Koordinatensysteme angebracht werden, indem man in der gläsernen Millimeterskala vor der empfindlichen Platte jeden fünften Strich etwas dicker macht, während gleichfalls jede fünfte Speiche der drehenden Scheibe breiter gemacht werden muß.

Das erste Photogramm (Taf. III, Fig. 1) stellt die Ausschläge der Saite dar, während durch das Galvanometer hintereinander Ströme von 1, 2 und 3×10^{-9} Amp. geschickt werden. Im Koordinatensystem hat eine Abszissenlänge von 1 mm den Wert von 0,1 Sek., während eine Ordinatenlänge von 1 mm gleich 10^{-10} Amp. ist. Obgleich das Saitenbild eine große Breite hat, und — wie bei der angewendeten 660fachen Vergrößerung auch zu erwarten ist — keine vollkommen scharfen Ränder besitzt, kann doch seine Verschiebung im Koordinatensystem leicht auf 0,1 mm genau bestimmt werden. Man vergleiche dazu nur einen der Ränder des Bildes vor und nach dem Ausschlage, und kann sich dann entweder bei unmittelbarer Beobachtung mit dem unbewaffneten Auge oder mit Hilfe einer Lupe überzeugen, daß der gemachte Ausschlag

---

1) S. Garten, Abhandl. d. k. sächs. Gesellsch. d. Wissensch. zu Leipzig, Mathem.-phys. Klasse 26. Nr. 5. p. 331. 1901.

weniger als 0,1 mm vom angegebenen Betrage verschieden ist. Die Stromstärken werden also im Photogramm bis auf einen Wert von 10^{-11} Amp. genau gemessen.

Man sieht, daß die Ausschläge genau proportional den Stromstärken sind, daß sie aperiodisch sind und daß sie je nach ihrer Größe in ungefähr 1—2 Sek. ablaufen. Die starke Dämpfung der Bewegung muß dem Luftwiderstande zugeschrieben werden, denn während der Registrierung der Kurven war in den Galvanometerkreis ein Widerstand von 1 Megohm eingeschaltet, wodurch die gewöhnliche elektromagnetische Dämpfung nahezu ganz aufgehoben war.

Spannt man die Saite 10mal schwächer an, so wird das Galvanometer auch 10mal empfindlicher und können, wie schon oben erwähnt, noch Ströme von 10^{-12} Amp. wahrgenommen werden. Aber bei dieser großen Empfindlichkeit bleiben die Ausschläge nicht mehr proportional den Stromstärken, und kann die Saitenbewegung nur schwierig registriert werden, weil der Quarzfaden sich nicht mehr vollkommen in einer flachen Ebene bewegt. Doch ist das Instrument dann für unmittelbare mikroskopische Beobachtung noch brauchbar.

Aus Taf. III, Fig. 2 ist ersichtlich, daß die Ausschläge nach rechts und links — die in der Figur den Ausschlägen nach oben und unten entsprechen — gleich groß sind. Die Bewegungsgeschwindigkeit der photographischen Platte ist unverändert geblieben, also entspricht wieder eine Abszisse von 1 mm einer Zeit von 0,1 Sek. Aber die Saite ist 200mal stärker gespannt, so daß 1 mm einer Ordinate 2×10^{-8} Amp. vorstellt. Ein Strom von 4×10^{-7} Amp. wird wechselweise in der einen und in der anderen Richtung durch das Galvanometer geschickt und erzielt also Ausschläge von 20 mm nach rechts und ebensoviel nach links. Man überzeugt sich leicht, daß diese Ausschläge bis auf 0,1 mm genau einander gleich sind.

Die Saitenbewegung ist sehr schnell, so daß die Saite während ihres Ausschlages nur einen geringen Schatten auf die photographische Platte werfen kann. Die aufsteigenden und die absteigenden, so gut wie vertikale Linien, welche im ursprünglichen Negativ noch als sehr dünne Striche sichtbar sind, sind im reproduzierten Photogramm weggefallen.

In Taf. III, Fig. 3 ist eine Saitenbewegung beim plötzlichen

Ein- und Ausschalten eines Stromes von 3×10^{-8} Amp. abgebildet. Die photographische Platte ist mit einer 10 mal größeren Geschwindigkeit fortbewegt und die Saite ist 10 mal stärker gespannt als in Fig. 1, also Abszisse 1 mm = 0,01 Sek. und Ordinate 1 mm = 10^{-9} Amp. Der Galvanometerkreis enthält wieder 1 Megohm, so daß dieselben Ursachen für die Dämpfung wirksam sind wie in Fig. 1. Während die Bewegung noch aperiodisch ist, geschieht sie jedoch wegen der 10 mal größeren Kraft, womit ein Ausschlag vollzogen wird, auch 10 mal schneller, was man leicht beurteilen kann, wenn man die große absteigende Kurve der Fig. 1 mit einer der Kurven der Fig. 3 vergleicht, oder besser noch die Kurven beider Figuren in Diapositivbildern aufeinander legt. Man wird dann sehen, daß sie einander vollkommen bedecken, und weil bei der einen Figur die Bewegungsgeschwindigkeit der photographischen Platte 10 mal größer ist als bei der anderen, so wird hierdurch bewiesen, daß auch der Ausschlag der Saite im einen Falle 10 mal schneller stattfindet als im anderen. Zugleich wird hierdurch gezeigt, daß unter unseren Bedingungen der durch die Saite empfundene Luftwiderstand proportional ihrer Bewegungsgeschwindigkeit zunimmt.

Beim Registrieren der Kurven der Figg. 4 u. 5, Taf. III ist die Bewegungsgeschwindigkeit der photographischen Platte bis auf 250 mm pro Sek. erhöht, also ist Abszisse 1 mm = 0,004 Sek. Die Platte fängt ihre Bewegung langsam an und erreicht die genannte Geschwindigkeit erst, nachdem sie einen Weg von 4—5 cm zurückgelegt hat, während die Speichen der drehenden Scheibe immer genau jede 0,004 Sek. ihre Schatten auf die Platte werfen. Daher ist das Koordinatensystem auf dem ersten Sechstel des Photogramms in der Richtung der Abszissen zusammengedrückt.

In Fig. 4 ist Ordinate 1 mm = 2×10^{-8} Amp., während in Fig. 5, Ordinate 1 mm 3×10^{-8} Amp. beträgt. Aus beiden Figuren zusammen lernt man den Grenzwert der Empfindlichkeit kennen, bei welcher die Saitenbewegung noch gerade aperiodisch ist. In Fig. 4 ist plötzlich ein Strom von 4×10^{-7} Amp., in Fig. 5 ein Strom von 6×10^{-7} Amp. durch das Galvanometer geschickt und wieder unterbrochen worden. Bei oberflächlicher Betrachtung scheint der Ausschlag in Fig. 4

noch aperiodisch, während er in ungefähr 0,009 Sek. abläuft. Dahingegen fängt die Bewegung in Fig. 5 an deutlich oszillierend zu werden und nimmt für eine halbe Schwingung 0,006 Sek. in Anspruch.

Beim Schreiben der beiden Figuren ist im Galvanometerkreis nur ein unbedeutender Widerstand eingeschaltet, so daß sich hier nebst der Reibung der Luft noch die gewöhnliche elektromagnetische Dämpfung auf die Bewegung geltend macht. Das Ein- und Ausschalten des Stromes wurde mittels eines Stromschlüssels erzielt, der sich in der Hauptleitung befand, während der Galvanometerkreis, der eine Nebenleitung darstellte, dabei dauernd geschlossen blieb. Unter diesen Umständen bleibt die elektromagnetische Dämpfung im Galvanometerkreis bei der Stromöffnung gleich derjenigen bei der Stromschließung, man würde daher erwarten, daß die absteigenden Kurven in der Figur vollkommen gleich den aufsteigenden wären. Aber dieser Erwartung entsprechen die Figuren, besonders Fig. 4 nicht. Betrachtet man die Kurven dieser letzteren Figur genauer, so kann man sehen, daß schon eine Spur von Periodizität bei den absteigenden Kurven, d. h. bei Stromöffnung vorhanden ist, während die aufsteigenden Kurven, welche bei Stromschließung registriert, noch vollkommen aperiodisch sind. Bei den absteigenden Kurven überschreitet die Saite den Nullstand mit ungefähr 0,3 mm.

Die Erklärung dieser Erscheinung könnte darin gesucht werden, daß der Schlüsselkontakt nicht plötzlich zustande kommt, aber die Ungleichmäßigkeiten der Kurven, welche davon die notwendige Folge sein müßten, fehlen ganz. Wahrscheinlicher kommt mir der Einfluß der Kapazität der Hauptleitung vor, weil diese einen induktionslosen Rheostaten von 100000 Ohm enthielt. Jedenfalls zeigen die Kurven die außergewöhnliche Genauigkeit, womit die Beobachtungen mit dem Saitengalvanometer stattfinden können.

Jetzt mögen noch einige Einzelheiten erwähnt werden, die sich auf die sämtlichen fünf oben genannten Photogramme Taf. III, Figg. 1—5 beziehen.

Um das Saitenbild auf alle Stellen des Gesichtsfeldes gleich scharf zu erhalten, muß sich die Saite in einer flachen, senkrecht auf der optischen Achse des Projektionsmikroskopes

stehenden Ebene bewegen. Eine Verschiebung der Saite von 0,5 μ in der Richtung dieser optischen Achse genügt, um bei der von uns angewendeten Vergrößerung die Schärfe des Bildes merklich zu beeinträchtigen. Die Photogramme zeigen, daß diese Verschiebung nicht stattfindet. Man beachte weiter die große Konstanz des Nullpunktes und die Gleichheit der Ausschläge. Die Beobachtung mit unbewaffnetem Auge oder mit der Lupe hebt diese Eigenschaften nicht genügend hervor. Vielleicht daß eine Ortsbestimmung der Kurve mittels des Mikroskopes — ungefähr nach der in der Astronomie benutzten Methode in Himmelphotogrammen den Ort der Gestirne genau kennen zu lernen — zu schärferen Ergebnissen führen würde. Aber für die gewöhnlichen, am meisten gebräuchlichen Zwecke wären solche Messungen wohl zu weitläufig.

Für die praktische Anwendung des Werkzeuges wird es unter vielen Umständen, besonders bei elektro-physiologischen Messungen von Bedeutung sein, daß es möglich ist, dem Instrumente genau eine im voraus bestimmte Empfindlichkeit zu erteilen. Schon mit unbewaffnetem Auge kann an nahezu allen Figuren beobachtet werden, daß dies mit weniger als 0,1 mm Abweichung gelingt, was für Ausschläge von 40 und 30 mm einen geringeren Fehler als 2,5 oder 3 promille bedeutet. Nur in Fig. 5 sieht man ein merkliches Defizit von ungefähr 0,1 mm, das jedoch auch mit etwas größerer Sorge hätte vermieden werden können.

Es braucht kaum erwähnt zu werden, daß das Galvanometer für Änderungen im magnetischen Felde der Umgebung unempfindlich ist. Ferner haben weder Erschütterungen des Bodens noch Luftströmungen großen Einfluß auf dasselbe. Wir haben keine Juliussche Aufhängung[1]) und auch nicht die Methode vom Schwimmen auf Quecksilber[2]) angewendet. Das Instrument steht auf demselben steinernen Pfeiler, auf welchem eine große Blechscheibe mit Speichen durch einen Elektromotor schnell herumgedreht wird. Dieser Elektromotor steht nur einige Zentimeter vom Galvanometer entfernt, während ein zweiter ähnliche Motor, der mit einem

1) W. H. Julius, Wied. Ann. **56.** p. 151. 1895.

2) W. Einthoven, Wied. Ann. **56.** p. 161. 1895.

schweren Schwungrade verbunden ist und die Bewegung der photographischen Platte bewirkt, etwas weiter entfernt auf demselben Pfeiler befestigt ist. Nichtsdestoweniger merkt man an den Photogrammen keine Spur des Einflußes von mechanischen Erschütterungen.

Die Normalempfindlichkeit des Galvanometers kann aus Photogrammen berechnet werden, die bei stark oszillierender Saite angefertigt worden sind. Bei einer Saitenspannung, wobei ein Ausschlag von $a = 1$ mm durch einen Strom von $I = 10^{-7}$ Amp. hervorgerufen wird, findet eine ganze Schwingung $\sim$ in $t = 0{,}004$ Sek. statt. Der Ausschlag ist bei einer Vergrößerung $v = 660$ gemessen, während der Widerstand w der Saite gleich 10000 Ohm ist. Nach Formel (5) wird hieraus die Normalempfindlichkeit auf $9{,}5 \times 10^5$ berechnet, oder, wenn man für $\sqrt{w}$ besser $w^{3/4}$ setzt, auf

$$2{,}38 \times 10^6.$$

Zum Vergleich mag das hochempfindliche astatische Panzergalvanometer mit leichtem Magnetgehänge von du Bois und Rubens[1]) erwähnt werden. Der von den Autoren selbst nach Formel (1) berechnete Betrag für die Normalempfindlichkeit ihres Instrumentes ist 1000. Weil sie einen Spiegel mit einem Radius $r = 1{,}5$ mm anwenden, muß diese Zahl jedoch nach Formel (2) bis auf 1500 vergrößert werden.

Schließlich erinnern wir daran, daß man den Quarzfaden im Galvanometer durch einen Platin- oder Phosphorbronzedraht, dessen Widerstand sehr viel geringer ist, ersetzen kann. Bei der Anwendung einer gröberen Saite mit geringem Widerstande ist das Galvanometer auch noch brauchbar, obgleich bemerkt werden muß, daß es nur dann zu seinem vollen Rechte kommt, wenn die Saite dünn ist und der innere Widerstand groß sein darf. Der oben beschriebene Quarzfaden von 10000 Ohm Widerstand kann noch mit einem merklichen Ausschlag auf einen Thermostrom reagieren, dessen elektromotorische Kraft 10^{-8} Volt beträgt.

1) H. du Bois u. H. Rubens, l. c.

(Eingegangen 26. Juli 1903.)

8. *Kapillarelektrische Bewegungen;* *von C. Christiansen.*

Die elektrischen Doppelschichten spielen jetzt in der Physik eine nicht unbedeutende Rolle. So mag es auch gerechtfertigt erscheinen, wenn ich hier einige diesbezügliche Versuche mitteile. Sie beziehen sich auf Quecksilber- bez. Amalgamtropfen in Elektrolyten, durch welche ein elektrischer Strom geführt wird. Die Untersuchung zerfällt in zwei Teile, nachdem der Tropfen entweder ruht oder aus einer engen Öffnung ausfällt. Wir betrachten zuerst den ersten Fall.

I. Ruhende Tropfen.

Deformationen. Man nehme einen parallelepipedischen Glaskasten *A A* (Fig. 1), 10 cm lang, 4,5 cm breit und 4 cm hoch. In diesen tauchen zwei Platinplatten *B B*, welche durch die Kupferfedern *C C* mit den Klemmschrauben *D D* verbunden sind. Am Boden des Gefäßes befindet sich ein gewöhnliches Uhrglas *E* zur Aufnahme des Quecksilbertropfens.

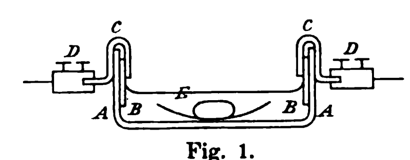


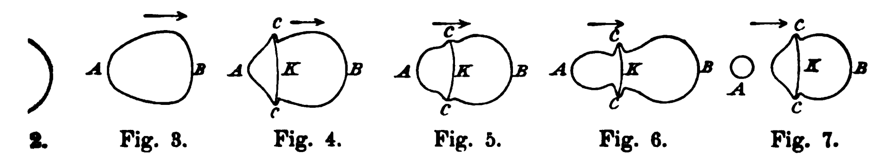
Fig. 1.

Gießt man nun etwa 45 cm³ einer $^1/_{100}$ normalen Lösung von KNO_3 in dasselbe und sendet einen Strom durch die Flüssigkeit, bemerken wir folgendes.

Der Tropfen, Fig. 2, ist ursprünglich, von oben gesehen, rund und sein Durchmesser etwa 11 mm. Ist die Stromstärke 0,010 Amp., wird der Tropfen eiförmig, Fig. 3, wo die Stromrichtung durch den Pfeil angedeutet ist. Es ist dies in folgender Weise zu verstehen. Nach Lippmann und v. Helmholtz bildet sich an der Oberfläche Quecksilber–Elektrolyt eine elektrische Doppelschicht aus, deren positive Seite gewöhnlich

im Quecksilber liegt. Es ist als ob das Quecksilber den positiven Pol bildete, dasselbe ist deshalb, um mit Warburg zu reden, anodisch polarisiert. Da diese Polarisation sich von selbst ausbildet, nennen wir sie Selbstpolarisation; wir haben also hier positive Selbstpolarisation des Quecksilbers. Hierzu kommt nun, unter dem Einfluß des Stromes bei *A*, eine elektrolytische Polarisation der Art, daß an der äußeren Oberfläche des Quecksilbers positive, an der inneren negative Elektrizität auftritt; die Selbstpolarisation wird dadurch vermindert, die Oberflächenspannung bei *A* dadurch vergrößert. Bei *B* wird in derselben Weise die Oberflächenspannung vermindert. Deshalb strömt das Quecksilber an der Oberfläche von *B* nach *A* hin und im Innern des Tropfens wieder von *A* nach *B* zurück.

Indem das Quecksilber an der Oberfläche des Tropfens von *B* nach *A* strömt, wird die angrenzende Schicht des



2. Fig. 3. Fig. 4. Fig. 5. Fig. 6. Fig. 7.

Elektrolyten mitgerissen, es findet somit in diesem eine Strömung statt, die dem elektrischen Strome entgegengesetzt ist. Sie zeigt sich sehr leicht an kleinen Staubteilen, die sich in der Flüssigkeit befinden. Der Tropfen selbst bewegt sich, wie aus dem Satze von der Gleichheit der Aktion und Reaktion folgt, nach dem negativen Pole hin.

Nun lassen wir den Strom auf 0,020 Amp. wachsen. Es bildet sich dann bei *CC* (Fig. 4) eine schwach hervortretende Kante *K*. Die elektrolytische Polarisation ist nämlich bei *A* größer als die Selbstpolarisation geworden, bei *CC* aber sind beide gleich groß, sie heben sich folglich auf und die Oberflächenspannung hat bei *CC* ein Maximum. Deshalb strömt das Quecksilber an der Oberfläche sowohl von *A* als von *B* nach *CC* hin, und indem diese Ströme hier gegeneinander stoßen, bilden sie die erwähnte Kante.

Bei 0,030 Amp. hat der Tropfen das Aussehen Fig. 5. Zwischen *A* und *B* findet eine Einbiegung statt, auf welcher die Kante *CC* scharf hervortritt.

Bei 0,033 Amp. wird der Tropfen bedeutend verlängert (Fig. 6) und hat nun einen deutlich hervortretenden Hals; bei *CC* ist ja die Oberflächenspannung ein Maximum, deshalb ist der Tropfen wie von einem elastischen Gürtel umgeben und dieser strebt, den Tropfen in zwei kleinere zu teilen. Diese Tendenz wird jedoch teilweise durch die Strömungen an der Oberfläche aufgehoben. Mit noch größeren Stromstärken zerreißt aber der Tropfen und teilt sich, wie Fig. 7 zeigt, zu einem kleineren *A* und dem größeren *B*, die oft mit großer Gewalt auseinander fliehen.

Hat der Tropfen die in Fig. 6 angedeutete Gestalt, finden starke Strömungen im Elektrolyten von *A* und *B* nach *CC* hin statt. Ist der Tropfen nur eben mit Flüssigkeit bedeckt, hebt die Oberfläche derselben sich deutlich über *CC*.

Translationen. Um von der Größe der bewegenden Kräfte eine Vorstellung zu erhalten, verfuhr ich folgenderweise. *AB*, Fig. 8, ist ein Maßstab, 50 cm lang. Daran wurde das um-

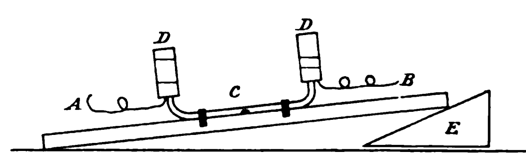


Fig. 8.

gebogene Glasrohr *C* mit dem inneren Durchmesser von 6 mm befestigt. *C* trägt zwei weitere Röhren *DD*, die zur Aufnahme des Elektrolyten dienen, mittelst des keilförmigen Klotzes *E* kann *AB* in verschiedene Stellungen gebracht werden.

Befand sich nun ein Quecksilbertropfen von 0,5 g Gewicht im Rohre in $^1/_{10}$ normaler KNO_3, so war er im Gleichgewicht unter dem Einfluß eines Stromes von 0,0035 Amp., wenn *B* 1,6 cm höher als *A* lag.

In Cyankaliumlösung ist die Selbstpolarisation des Quecksilbers wie bekannt negativ, unter dem Einfluß des elektrischen Stromes bewegt sich der Tropfen deshalb zum positiven Pole hin. In $^1/_{10}$ normalem CyK war derselbe Tropfen im Gleichgewicht mit der Stromstärke von 0,0080 Amp., wenn *A* 1,6 cm höher als *B* lag.

Bei $^1/_{10}$ normaler NaOH ist die bewegende Kraft immer

sehr schwach. Ist *AB* horizontal und ist die Stromstärke 0,011 Amp., bewegt sich derselbe Tropfen langsam nach dem negativen Pole hin. Wächst die Stromstärke, so wird die bewegende Kraft zuerst kleiner, verändert dann ihre Richtung und bei 0,015 Amp. geht der Tropfen nach dem positiven Pole. Zu derselben Zeit verlängert er sich und teilt sich bei 0,018 Amp. in zwei Tropfen, die beide nach dem positiven Pole wandern.

Die Erklärung dieses sonderbaren Verhaltens liegt in dem Umstande, daß die Selbstpolarisation des Quecksilbers in Kalilösung positiv, aber sehr gering ist. Deshalb geht der Tropfen zuerst nach dem positiven Pole hin; ist aber an einem Umkreise des Tropfens die Selbstpolarisation Null geworden, treten Kräfte auf, die den Tropfen nach entgegengesetzten Seiten zu bewegen suchen. Welche von diesen das Übergewicht erhält, hängt von Umständen ab, die schwer anzugeben sind.

Übrigens läßt die bewegende Kraft sich nicht in dieser Weise genau messen. In verdünnter Salpetersäure, die eine starke Selbstpolarisation ergibt, ist die Kraft zuerst der Stromstärke proportional; sie wächst auch mit der Größe des Tropfens, aber nur innerhalb gewisser Grenzen.

Chemische Wirkungen. Wir betrachten den in Fig. 5 dargestellten Fall und nehmen an, daß der Elektrolyt Salpetersäure sei. Nach der gewöhnlichen Auffassung scheiden sich dann auf *AC* Wasserstoffionen, an *BC* NO_3-Ionen ab. Wegen der variablen Oberflächenspannung bewegen sich diese Ionen nach *CC* hin; hier vereinigen sie sich dann wieder zu HNO_3. Diese Vereinigung findet jedoch nicht immer vollständig statt, erst zeigen sich sehr oft, besonders in Schwefelsäure und Salpetersäure, kleine Luftblasen an *CC*, die sich entweder ruhig verhalten, auch oft in Schwingungen geraten, anwachsen und zuletzt sich frei machen. Dasselbe findet bisweilen in Lösungen von Ammoniaksalzen statt.

Die Ausscheidung und Wiedervereinigung der Ionen sieht man sehr gut, wenn man einer Lösung von Salpeter etwas Phenolphtalein zusetzt. Es bildet sich dann bei *CC* ein roter Gürtel, der von den Strömen in Flüssigkeit weggeführt wird, indem er nach und nach seine Farbe verliert, und die Ionen sich wieder verbinden.

II. Fallende Tropfen.

Reines Quecksilber. Zu diesen Versuchen benutzte ich einen parallelepipedischen Glaskasten *AB* (Fig. 8), 8 cm hoch, 5,5 cm breit und 1 cm weit. Zwei Platinplatten *E* und *F*, 1 cm breit, dienen als Elektroden. *D* ist ein sehr enges Glasrohr, aus welchem Quecksilber tropfenweise ausströmt; der Durchmesser der Tropfen war etwa 1 mm. *GH* ist ein an der Außenseite angebrachter Maßstab mit Millimeterteilung. Der senkrechte Abstand von der Spitze *D* zum Maßstab war 5 cm. In den Boden des Kastens war ein Loch gebohrt für das einzukittende Rohr *C* zur Ableitung des fallenden Quecksilbers. Füllen wir nun den Kasten mit verdünnter Schwefelsäure, so fallen die Tropfen senkrecht hinab, leiten wir aber von *F* zu *E* einen elektrischen Strom, dann bewegen sich die Tropfen zum negativen Pol, wir lesen den entsprechenden Ort am Maßstab ab und bezeichnen ihn mit *a*. Wechseln wir nun die Pole, so bewegen sich die Tropfen nach *F* hin und die Ablesung gibt dann *b*. Den Unterschied $b - a = u$ cm nennen wir den doppelten Ausschlag.

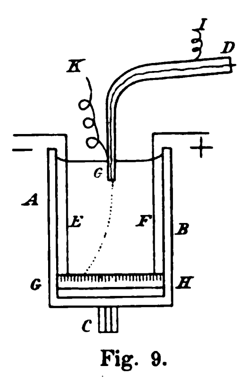


Fig. 9.

Als Beispiel gebe ich hier die Resultate einiger Versuche mit Lösungen von Zinksulfat.

Stromstärke in Amp.	Doppeltausschlag in $^1/_2\,ZnSO_4$				
	$^1/_1$ normal	$^1/_{10}$ normal	$\frac{1}{10^2}$ normal	$\frac{1}{10^3}$ normal	$\frac{1}{10^4}$ normal
0,005	3	7	9	11	10
0,010	6	13	18	20	—
0,015	8	19	26	28	—
0,020	10	25	33	—	—
0.030	15	34	—	—	—
0,040	20	—	—	—	—

Wie man sieht, sind die Ausschläge annähernd der Stromstärke proportional; mit abnehmender Konzentration nähern sie sich einem Grenzwerte.

Versuche mit verschiedenen Elektrolyten gaben die folgenden Resultate. Die Stromstärke war in allen Versuchen 0,02 Amp.

Elektrolyt	1/1 normal	1/10 normal	$\frac{1}{10^2}$ normal	$\frac{1}{10^3}$ normal
$\frac{1}{2}CuSO_4$	12	24	30,5	—
$\frac{1}{2}Cu(NO_3)_2$	5	20	85	—
$\frac{1}{2}K_2SO_4$	8	24	34	—
KNO_3	3	13	34	—
HNO_3	—	6	24	36
$\frac{1}{2}H_2SO_4$	2	8	24,5	86
HCl	2,5	6,5	21,5	29
KOH	—	6	27	—

Auch diese Versuche deuten darauf hin, daß der Ausschlag sich mit wachsender Verdünnung einem konstanten Grenzwerte nähert. Ob dies auch für unendliche Verdünnung gilt, mag dahingestellt sein.

Diese Bewegungen sind den bei ruhenden Tropfen wahrgenommenen Bewegungen ganz analog. In Berührung mit dem Elektrolyt bildet die Selbstpolarisation sich nach und nach aus, unter Einfluß des elektrischen Stromes entstehen dann Bewegungen an der Oberfläche des Tropfens. Wenn die Selbstpolarisation sich augenblicklich ausbildete, mußte die ablenkende Kraft konstant und der Weg des Tropfens eine Gerade sein; in Wirklichkeit bedarf sie aber einer gewissen Zeit, um sich völlig auszubilden, deshalb ist die Bahn des Tropfens gekrümmt, wie es die Figur zeigt.

Besonderes Interesse haben Versuche mit Cyankaliumlösungen, bei welchen man erwarten muß, daß die Tropfen sich nach dem positiven Pole hin bewegen werden.

Doppeltausschläge in Cyankaliumlösung.

i	1/1 normal	1/10 normal	1/100 normal	1/300 normal	1/600 normal	1/1000 normal
0,005	—	—	—	—	—	+13
0,010	—	—	—	—	—	+24
0,020	−1	−1,5	−3	—	+22	—
0,040	−2	−3	−19	−21	—	—
0,080	−4	−8	−40	—	—	—
0,150	−8	−20	—	—	—	—

Die Ausschläge sind als positiv oder negativ bezeichnet, je nachdem die Tropfen von den negativen oder positiven Polen angezogen werden. Bei schwachen Strömen und in sehr verdünnter Lösung gehen die Tropfen zum negativen Pol, die Selbstpolarisation ist folglich negativ wie in den meisten Elektrolyten. Bei konzentrierteren Lösungen kehrt die Bewegungsrichtung sich um, weil die Selbstpolarisation nun negativ geworden. In dieser Weise lassen sich doch nicht alle Wahrnehmungen erklären. Es zeigt sich nämlich, daß dieselbe Lösung bei wachsender Stromstärke Bewegungen nach entgegengesetzten Seiten geben kann, wie die folgende Tabelle zeigt.

Cyankaliumlösung $^4/_{1000}$ normal.

Stromstärke i	0,005	0,010	0,020	0,030	0,040	0,050
Doppeltausschlag	+4	+6	+2	−9	−21	−26

In diesem Fall ist die Selbstpolarisation i positiv, bei schwachen Strömen gehen die Tropfen wie gewöhnlich nach dem negativen Pol hin. Wenn die Bewegungsrichtung bei größerer Stromstärke die entgegengesetzte wird, kann es wohl nur daran liegen, daß die Lippmannsche Kurve asymmetrisch ist.

Amalgame. Statt des reinen Quecksilbers setzen wir nun ein Amalgam, z. B. Zinkamalgam. Wir brauchen nur eine amalgamierte Zinkstange einen Augenblick in den Quecksilberbehälter zu tauchen; das Gefäß *A B* ist mit verdünnter Schwefelsäure gefüllt. Die Quecksilbertropfen gehen dann nach dem negativen Pol hin. Nach kurzer Zeit, wenn nämlich das Amalgam zur Ausströmungsöffnung gelangt ist, fallen die Tropfen erst gerade herab, dann biegen sie sich ein wenig nach der Anode hin, um wieder nach der Kathode zu gehen; bald gehen sie jedoch ganz nach der Anode. Die ersten Amalgamtropfen sind nämlich so arm an Zink, daß es im Falle von Schwefelsäure aufgenommen wird, später kann das nicht mehr geschehen und die Bewegung geht entschieden nach der Anode.

Es begreift sich dies leicht, wenn man sich erinnert, daß das Zinkamalgam nach Nernst positive Ionen zur Lösung abgibt und sich selbst negativ ladet, die Selbstpolarisation des Amalgams wird deshalb negativ.

In verdünnten Lösungen von Salzsäure, Salpetersäure und

, erhalten wir dieselben Resultate wie mit Schwefelsäure. gegen ist keine oder nur sehr kleine Bewegung in Lösung n Zinksulfat zu konstatieren, was leicht begreiflich ist, weil diesem Falle keine Polarisation eintreten kann.

Es ist leicht, mittels der Elektrolyse andere Amalgame bilden, ich habe dadurch gefunden, daß Amalgame von

K, Na, Ba, Mg, Mn, Cd

sh wie Zinkamalgam verhalten.

Noch sei folgendes erwähnt. Um die Spitze des Ausrömungsrohres G (Fig. 8) wickelte ich eine Platinplatte, welche it dem Platindraht K verbunden ist. J ist ein anderer Platinaht, welcher im Glasrohre G selbst eingeschmolzen ist. Nehmen ir H als Anode und senden einen elektrischen Strom mit einer pannung von einigen Volt von der Platinplatte zum Quecklber im Rohre G, so können wir, wenn das Gefäß AB eine etallische Lösung enthält, das Quecksilber mit Metall laden. adurch ändert der Strahl seine Bewegung in einer Weise, die is dem Vorhergehenden zu ersehen ist. Doch treten bisweilen igentümlichkeiten auf, die dadurch bedingt sind, daß man cht ohne weiteres annehmen kann, daß ein Metall in seinen alzen unpolarisierbar ist.

Kopenhagen, September 1903.

(Eingegangen 5. September 1903.)

9. *Über Versuchsfehler beim Messen der Rotationspolarisation absorbierender Substanzen;*
von Fred. J. Bates.

Beim Halbschattenpolariskop werden die Einstellungen mit den beiden Hälften des Feldes gleicher Intensität bewirkt. Wenn *MO* und *MO* (Fig. 1) die Richtungen der Schwingungen bei den drei ähnlichen Strahlen darstellen, die von einer durchsichtigen Substanz in einem Magnetfeld ausgehen, und *A* die

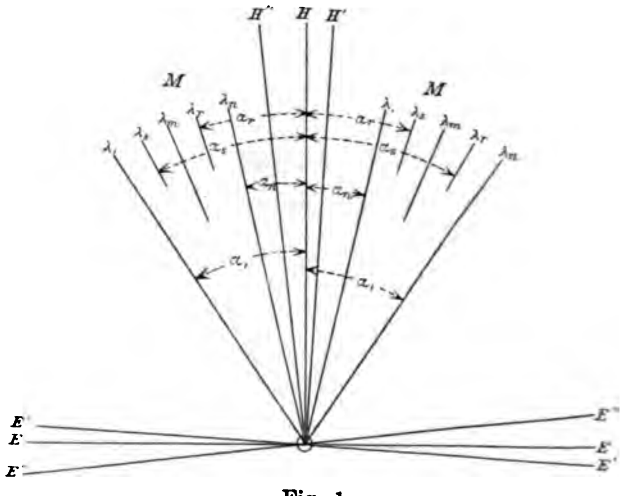
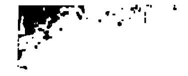


Fig. 1.

Amplitude und λ_1 bis λ_n die Wellenlängen, und zwar λ_n die kürzere Wellenlänge, bedeutet, ferner *EE* die Schwingungsrichtung nach dem Durchgang durch den Analysatornicol und α_1 bis α_n die Winkel darstellen, welche die Schwingungen in jeder Hälfte des Feldes mit der Normale *OH* bilden, so haben



wir als Bedingung für gleiche Beleuchtung der beiden Hälften des Feldes

$$
\text{(I)}\quad \left\{\begin{aligned}
&(A_1 \sin \alpha_1)^2 + (A_2 \sin \alpha_2)^2 + \ldots \\
&\qquad + (A_{n-1} \sin \alpha_{n-1})^2 + (A_n \sin \alpha_n)^2 \\
&= (A_1 \sin \alpha_n)^2 + (A_2 \sin \alpha_{n-1})^2 + \ldots \\
&\qquad + (A_{n-1} \sin \alpha_2)^2 + (A_n \sin \alpha_1)^2,
\end{aligned}\right.
$$

worin jedes Glied die Intensität der Wellenlänge, die das Auge trifft, darstellt.

Wir wollen irgendwelche zwei Wellenlängen λ_s und λ_r (Fig. 1) betrachten; wenn dieselben die Amplituden A_s und A_r besitzen, dann ist

$$
\text{(II)}\qquad (A_s \sin \alpha_s)^2 + (A_r \sin \alpha_r)^2 = (A_s \sin \alpha_r)^2 + (A_r \sin \alpha_s)^2 .
$$

Es sei

$$
\text{(III)}\qquad A_r^2 = K A_s^2 \ (\text{wo } K \mp 1) \text{ und } \alpha_s \mp \alpha_r,
$$

dann ist

$$
\text{(IV)}\qquad \frac{\sin^2 \alpha_s}{K} + \sin^2 \alpha_r = \frac{\sin^2 \alpha_r}{K} + \frac{\sin^2 \alpha_r}{K} + \sin^2 \frac{\alpha}{s},
$$

was nur dann der Fall sein kann, wenn $K = 1$ ist. Infolgedessen kann (V) bei gleichzeitiger Gültigkeit von Bedingung (III) nur dann gelten, wenn man die Winkel zwischen der Schwingungsrichtung und der Normalen ändert, d. h. OH nimmt die Stellung OH' an.

Infolgedessen nimmt für Licht irgendwelcher Amplitude Gleichung (I) folgende Form an:

$$
\text{(V)}\quad \left\{\begin{aligned}
&(A_1 \sin [\alpha_1 \pm \delta_a])^2 + (A_2 \sin [\alpha_2 \pm \delta_a])^2 + \ldots \\
&\qquad + (A_{n-1} \sin [\alpha_{n-1} \pm \delta_a])^2 + (A_n \sin [\alpha_n \pm \delta_a])^2 \\
&= (A_1 \sin [\alpha_n \mp \delta_a])^2 + (A_2 \sin [\alpha_{n-1} \mp \delta_a])^2 + \ldots \\
&\qquad + (A_{n-1} \sin [\alpha_2 \mp \delta_a])^2 + (A_n \sin [\alpha_1 + \delta_a])^2 .
\end{aligned}\right.
$$

Wenn wir ein besonderes Beispiel betrachten und für δ_a auflösen wollen, so erhalten wir, da die Lichtquelle die Wellenlängen von 566—580 $\mu\mu$, die aus dem Sonnenspektrum isoliert sind, umfaßt (Fig. 1), $(\alpha_1 + \alpha_n)$, den Winkel zwischen der Schwingungsrichtung in den Nicols des Polarisationssystems,

durch direkte Messung, wenn keine Rotation des Lichtes[1] vorhanden ist. Wir finden auf diese Weise

$$(\alpha_1 + \alpha_n) = 20{,}4',$$

und ferner für

λ (in $\mu\mu$)	Rotation
566	4,77°
580	4,53

Das heißt:

$$(\alpha_1 - \alpha_n) = 14{,}4',$$
$$\alpha_1 = 17{,}4',$$
$$\alpha_n = 3'.$$

Wenn wir nunmehr die Helligkeitskurve S der Sonne[2] und die Transmissionskurve einer Fuchsinlösung[3] F in Fig. 2 betrachten und $n = 5$ annehmen, so haben wir:

Tabelle 1.

λ (in $\mu\mu$)	α	Relative Intensität der Sonnenstrahlung	Transmission in Fuchsinlösung
580	17,4′	86	21,7
576	13,3′	94	10,5
573	10,2′	99	5
570	7,1′	103	2,3
560	3,0′	104,5	1

worin $\lambda = 573\,\mu\mu$ z. B. als Wellenlänge der mittleren Intensität für das Bereich von 571,5—574,5 $\mu\mu$ angenommen ist.

Durch fortgesetzte Annäherung kann man (V) mit genügender Genauigkeit auflösen; wir erhalten dann bei alleiniger Berücksichtigung der Sonnenhelligkeitskurve:

$$\text{(VI)} \left\{ \begin{aligned} & 86 \sin^2(17{,}4' + 0{,}4') + 94 \sin^2(13{,}3' + 0{,}4') \\ & \quad + 99 \sin^2(10{,}2' + 0{,}4') + 103 \sin^2(7{,}1' + 0{,}4') \\ & \quad + 104{,}5 \sin^2(3' + 0{,}4') \\ = {} & 86 \sin^2(3' - 0{,}4') + 94 \sin^2(7{,}1' - 0{,}4') \\ & \quad + 99 \sin^2(10{,}2' - 0{,}4') + 103 \sin^2(13{,}3' - 0{,}4') \\ & \quad + 104{,}5 \sin^2(17{,}4 - 0{,}4). \end{aligned} \right.$$

1) Der Analysator wurde auf Dunkelheit der einen Feldhälfte eingestellt und hierauf auf eine ähnliche Stellung für die andere Hälfte gedreht. Der Drehungswinkel betrug $(\alpha_1 + \alpha_n)$.

2) E. Mascart, Optique 1. p. 104. Taf. 1.

3) Hr. Prof. B. E. Moore hat diese Kurve freundlichst bestimmt. Die Konzentration in Gewichtsteilen war 0,000024.

Daher wird bei einer durchsichtigen Substanz, die eine ›tation von ungefähr 4,770 bei 566 $\mu\mu$ ergibt, die Normale r Hauptachse des Analysatornicols bei der betreffenden chtquelle von der Mittelstellung OH aus um einen Winkel = 4′ (= 0,006°) nach der Stellung OH' gedreht.

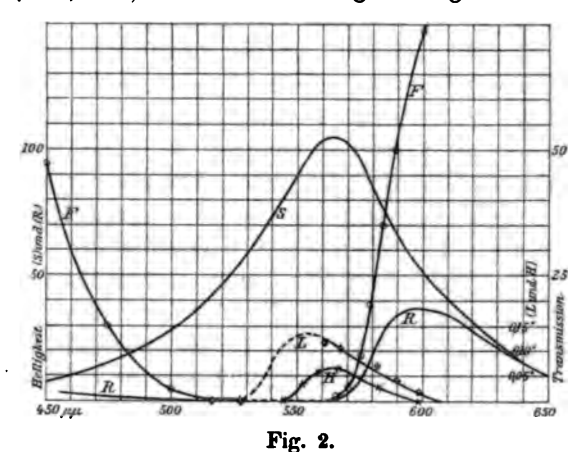


Fig. 2.

In ähnlicher Weise wollen wir nunmehr die Koeffizienten n Gleichung (VI) derartig abändern, daß sie der Helligkeits-rve entsprechen, die man beim Durchgang von Sonnenlicht rch eine Fuchsinlösung (vgl. Tab. 1) erhält; dies ergibt an-nähert:

$$86 \times 21{,}7 \sin^2(17{,}8' - 4{,}1') + 94 \times 10{,}5 \sin^2(13{,}7' - 4{,}1')$$
$$+ 99 \times 5 \sin^2(10{,}6' - 4{,}1') + 103 \times 2{,}3 \sin^2(7{,}5 - 4{,}1')$$
$$+ 104{,}5 \times 1 \sin^2(3{,}4' - 4{,}1')$$
$$86 \times 21{,}7 \sin^2(2{,}6' + 4{,}1') + 94 \times 10{,}5 \sin^2(6{,}7' + 4{,}1')$$
$$+ 99 \times 5 \sin^2(9{,}8' + 4{,}1') + 103 \times 2{,}3 \sin^2(12{,}9 + 4{,}1')$$
$$+ 104{,}5 \times 1 \sin^2(17' + 4{,}1').$$

ıher bewegt sich die Normale über einen Winkel von 4,1° n OH' nach OH''. Auf diese Weise wird es klar, daß die ›ränderung der Helligkeitskurve des das Auge erreichenden chtes, soweit diese von der Absorption der Fuchsinlösung rrührt, mit dem Halbschattensystem eine anscheinende Ro-tion der Polarisationsebene von angenähert 4,1′ (= 0,056°) ter den oben angenommenen Bedingungen ergibt. Unter

denselben Bedingungen war die Größe dieser Wirkung, wie sie durch den Versuch beobachtet wurde, 0,0555°.

Fehler, ähnlich wie der eben besprochene, die von der Veränderung der Helligkeitskurve herrühren, machten sich auch in entsprechend größerem Maße bei der Wiedemannschen[1]) und ähnlichen Methoden zur Messung der Rotation von eben polarisiertem Lichte in und in der Nähe eines Absorptionsstreifens geltend. Bei diesen Methoden wird als Maß der Rotation die Verschiebung entweder eines dunklen oder eines hellen Fleckes im Spektrum benutzt. Ersterer wird durch eine Quarzplatte hervorgerufen, die rechtwinklig zur optischen Achse und einem Analysatornicol ausgeschnitten ist; letztere, welche zuerst von A. Schmauss[2]) benutzt wurde, durch eine Zusatzplatte von Selenit, welche ein gestreiftes Spektrum gibt, in dem die Interferenzstreifen für die Wellenlängen fehlen, deren Schwingungsebenen mit einer der Hauptachsen zusammenfallen. Von einem Fleck zum andern beträgt bei diesen Methoden die Rotation 180°, und die größte Empfindlichkeit scheint dann erreicht zu sein, wenn ungefähr 1,5 mm Quarz zwischen den Nicols eingeschaltet ist. Die wirksame Breite des so erhaltenen Fleckes hängt von dem Beobachter ab; sie ist jedoch ungefähr gleich 40 $\mu\mu$ zu setzen. Beide Methoden sind im wesentlichen photometrisch, da die Lage des Fleckes bestimmt ist durch die Bedingung, daß das Licht in gleicher Entfernung auf beiden Seiten des mittleren Bereiches dieselbe Stärke hat. Selbst wenn der helle Fleck so liegt, daß man eine gleiche Zahl Interferenzstreifen auf beiden Seiten des mittleren Bereiches hat, so ist das Verfahren doch photometrisch, da die Streifen in keinem Teile des Raumes vollständig verschwinden und da die Streifen, bei denen der Beobachter zu zählen aufhört, gleiche Intensität haben müssen.

Wenn eine von diesen Methoden zur Messung der Rotation am Rande eines Absorptionsstreifens benutzt wird, so verschiebt sich der betreffende Raum und tritt infolgedessen eine anscheinende Rotation des Lichtes durch die absorbierende Substanz ein. Betrachten wir z. B. die Dunkelfleckmethode:

1) G. Wiedemann, Pogg. Ann. 82. p. 215. 1851.

2) A. Schmauss, Ann. d. Phys. 2. p. 280. 1900.

enn der dunkle Fleck durch 4,5 mm Quarz erzeugt wird d die Schwingungsrichtung der Wellenlänge 589,6 $\mu\mu$ genau :htwinklig zu ihrer Richtung im Analysatornicol liegt, so ist ig. 3) die Helligkeitskurve der Sonne, wenn deren Licht das ige trifft, durch S' dargestellt, und F' ist dieselbe Kurve, nn sie dadurch modifiziert ist, daß in den Weg 1 cm Länge r alkoholischen Fuchsinlösung 0,000024 gebracht wird. Die dinaten von F' werden dadurch erhalten, daß man die hwingungsrichtung auflöst und ihr ihre relative Intensität ch Kurve S, Fig. 2, in r Richtung der Schwingungsrichtung im Analytor gibt. F' wird erlten indem man jeder rdinate von S' ihre relare durchgelassene Intentät nach Kurve F, Fig. 2, bt. Aus dem Umstande, ß die Helligkeitskurve r Sonne keine horizonle gerade Linie ist, wird an entnehmen, daß selbst f Kurve F der Mittelnkt des Fleckes unabngig von seiner Breite icht auf der Wellenlänge 89,6 $\mu\mu$ liegt, was der unkt wäre, der einer Inensität gleich Null entsprechen würde, sondern vielmehr in iniger Entfernung nach links. In Wirklichkeit ist dies die inzige vollständig fehlende Wellenlänge, jedoch kann das Auge r verschiedene $\mu\mu$ auf beiden Seiten davon keine Veränderung a der Intensität der Schwärze wahrnehmen und ist auf diese Veise gezwungen, vermittelst der Punkte gleicher Intensität uf beiden Seiten des mittleren Bereiches zu urteilen. Der Fleck liegt auf diese Weise mit einem anscheinenden Mittelunkte links von 589,6 $\mu\mu$. Wenn wir annehmen, daß die Grenze des schwarzen Raumes durch die Wellenlängen 582 $\mu\mu$ nd 594 $\mu\mu$ definiert ist, die gleiche Intensität besitzen und

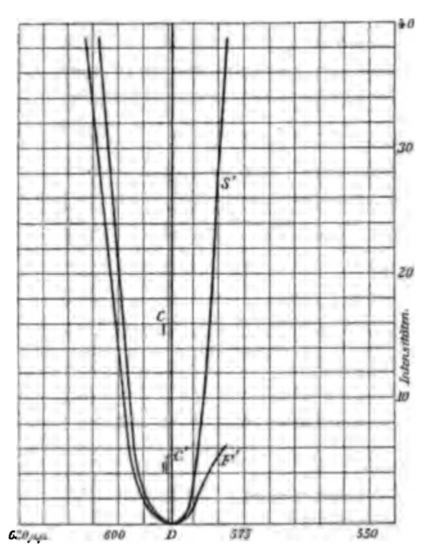


Fig. 3.

daher einen Raum mit wirksamer Breite 12 $\mu\mu$ ergibt, so ist es augenscheinlich, daß wenn der durchsichtige Körper sich im Felde befindet, die Lage des schwarzen Fleckes so bestimmt ist, als ob sein Mittelpunkt bei *C* (Fig. 3) läge. Wenn die Fuchsinlösung an die Stelle des Lösungsmittels kommt, so verändert der Mittelpunkt seine Lage beim Übergang auf Kurve *F* und liegt nunmehr bei *C'*, was einer Lagenveränderung von 0,7 $\mu\mu$ entspricht. Dies ergibt eine Rotation von 0,6°, wenn die Polarisationsebenen ihre Lage nicht verändert haben.

Da die oben angenommenen Bedingungen den von mehreren Forschern benutzten sehr ähnlich sind, so wurden sie durch den Versuch leicht verwirklicht. Eine Hilfszelle mit der Fuchsinlösung wurde in den Weg des Lichtes gebracht und der Analysatornicol gedreht, bis der schwarze Raum in seiner ursprünglichen Lage sich befand. Auf diese Weise wurden für diesen Teil des Spektrums folgende Daten erhalten.

Fuchsinlösung.

Ausgeschaltet	Eingeschaltet	Unterschied
16,00°	16,60°	0,60°
15,95	16,48	0,53

Berechnete Drehung	Beobachtete Drehung
0,62°	0,56°

Dies alles bezieht sich auch ganz ebenso auf die Methode des hellen Fleckes. Eine derartige genaue Übereinstimmung ist natürlich zum Teil zufällig, da nach der Wiedemannschen Methode keine aufeinander folgenden Messungen ausgeführt werden können, die näher aneinander liegen als 0,10°. Die Größe des Fehlers hängt von der Breite des vom Beobachter benutzten Fleckes ab.

Da der Fleck sich nach dem Rot verschob, was einer anscheinenden positiven Rotation entspricht, so liegt es auf der Hand, daß wenn der Fleck sich weiter in den Absorptionsstreifen des Fuchsins hineinbewegt, diese positive Rotation zunahm, bis sie am Rande des Streifens ein Maximum erreichte. Von dort aus nahm sie allmählich ab und wurde gleich Null in einem Punkte innerhalb, wo die Absorption für beide Ränder des Fleckes dieselbe ist. Wenn der Raum sich

r anderen Kante des Streifens vom Innern aus nähert, beobhtete man eine allmählich zunehmende Rotation, die ein aximum am Rande des Streifens erreichte und dann auf ıll abnahm, wenn der Fleck den Streifen verließ. Dieses aximum liegt jedoch in entgegengesetzter Richtung wie das üher erwähnte. Da das frühere einer positiven Rotation tspricht, so haben wir es hier mit einer negativen Rotation ı tun, d. h. bei Lösungen sinkt die Kurve für die Rotationspersion unter die Kurve des Lösungsmittels.

Wenn der Halbschatten benutzt wird, so nimmt die von m Fehler herrührende anscheinende Rotation sehr merklich it einer Zunahme der Stärke des Magnetfeldes zu, ohne zu eser jedoch direkt proportional zu sein, da eine Verdoppeng des Feldes eine entsprechende Zunahme des Winkels $_{ı} - \alpha_{w})$ ergibt, wenn alle anderen Bedingungen unverändert eiben. Bei den Methoden des dunklen und des hellen leckes verändert sich jedoch der Maximalwert des Fehlers i kleinen Rotationen mit der Feldstärke nur sehr wenig, ı die Rotation der untersuchten Substanz nur einen kleinen ruchteil der gesamten Rotation darstellt. Die Quarzdicke, e erforderlich ist, um den gewünschten Fleck im Spektrum . ergeben, beträgt mindestens 1,5 mm. Dies ergibt eine Anngsrotation von 32,5° bei der *D*-Linie, wozu die Rotation n z. B. 1 cm Wasserlänge bei einem Feld von 8000 Linien nzukommt, was zusammen 34,2° ergibt. Wenn das Feld ıf das Doppelte erhöht wird, so erhält man im ganzen nur)°, eine Veränderung, welche den Maximalfehler nur sehr enig beeinflußt. Bei den drei erwähnten Methoden ist der aximalwert der störenden Rotation angenähert direkt prortional zu der Konzentration verdünnter Lösungen, und je härfer der Absorptionsstreifen ist, um so augenfälliger ist s Anomalie.

Diese anscheinenden Rotationen kommen jedoch nicht llständig von einer Verringerung der Amplitude gewisser ellenlängen durch die absorbierende Substanz. Dazu kommt mlich noch der Purkinjesche Effekt oder die Veränderung r Helligkeitskurve für verschiedene Intensität. Dieser Effekt ı gewöhnlich zu vernachlässigen, kann jedoch unter gewissen dingungen sehr beträchtlich werden. Zu dieser Vermutung

kommen wir durch eine Untersuchung der Königsschen[1]) Helligkeitskurven für Gaslicht verschiedener Intensität. Ähnliche Kurven für Sonnenlicht fehlen anscheinend, so daß keine Berechnung hinsichtlich dieses Punktes möglich war. Bei den Wellenlängen von 573—587 $\mu\mu$ als Lichtquelle und einer Rotation von 4° differierte die Einstellung des Analysators um 0,02°, wenn die Lichtintensität durch den Rotationssektor auf den 44. Teil ihres Wertes reduziert wurde. Der Winkel zwischen den Hauptachsen der Nicols im Polarisationssystem betrug mehrere Bogenminuten.

In Fig. 2 ist R die Helligkeitskurve, die man erhält, wenn man Sonnenlicht durch eine 1 cm betragende Dicke alkoholischer Fuchsinlösung (Konzentration 0,000024) hindurchgehen läßt. Man erhält sie dadurch, daß man die Ordinaten der Helligkeitskurve S durch die Transmissionskurve F modifiziert. Wenn der Unterschied der Rotation zweier Substanzen gemessen wird, oder entweder der optische Schwerpunkt der Lichtquelle für absolute Messung mit dem Halbschattensystem oder die Stellung des Beobachtungsfernrohres nach Wellenlängen für die Methode des hellen oder die des dunklen Fleckes kalibriert wird, so gehen die von der Benutzung zweier Helligkeitskurven, von denen R und S spezifische Beispiele sind, herrührenden Fehler in die Messungen ein, wenn nicht eine entsprechende Kompensation vorgenommen wird. Diese Kurven können für durchsichtige Substanzen fast identisch sein und hingegen bei absorbierenden Substanzen große Verschiedenheiten aufweisen. Im ersteren Falle sind die Fehler gewöhnlich zu vernachlässigen, im letzteren können sie sehr groß werden. Nach der Theorie liegt es auf der Hand, daß der Winkel ein Maximum an den Stellen des Spektrums wird, wo der verhältnismäßige Abfall der beiden Kurven derartig ist, daß man die größte Differenz der Intensität der das Auge erreichenden längsten und kürzesten Wellenlängen erhält. Wir wollen die Kurven S und R mit dem Halbschattensystem betrachten. Bei 600 $\mu\mu$ würde der Fehler annähernd derselbe sein, wie er sich nach Gleichung (VI) berechnen läßt, nämlich 0,006°, da die Bedingungen ungefähr dieselben sind. Bei

1) A. König, Beiträge zur Psychologie und Physiologie.

ngefähr 567 $\mu\mu$ würde man ein Maximum annehmen können, dort die Veränderung der Intensität der äußersten Wellenngen am größten ist. In einem Punkt innerhalb des Streifens rd er zu Null. Beim Austritt aus dem Absorptionsstreifen der Fehler nicht entfernt so ausgeprägt als beim Eintritt denselben. Die Kurven L und H, Fig. 2, die durch den ersuch erhalten worden sind, sind deswegen gegeben, um die eränderung des Fehlers in dieser speziellen Hinsicht zu igen. Ihre Ordinaten sind Rotationsunterschiede: ein kleiner ilstrich stellt 0,005° dar. Kurve L bezieht sich auf die koholische Fuchsinlösung 0,000024, H auf die mit der Konntration 0,000012. Eine Wasserzelle, die 4,5° Drehung bei r D-Linie ergab, wurde zwischen die Pole des Magneten ngeschaltet. Der Winkel zwischen den Elementen des Halbhattensystems betrug 1,10°, die Intensität der Lichtquelle 14 K. ine 1 cm betragende Länge Lösung wurde außerhalb des agnetfeldes angebracht, abwechselnd in den Weg des Lichtes ngeführt und herausgenommen und die Unterschiede der Rotion des Wassers beobachtet. Gegen Bleichwirkungen muß an sich sorgfältig hüten. Nachdem Sonnenlicht 5 Min. lang rch Lösungen von Substanzen wie Fuchsin und Cyanin hinrchgegangen war, nahm die Absorption bedeutend ab.

Zur Bestimmung des optischen Schwerpunktes verschieener Strahlenfilter für verschiedene Teile des Spektrums sind ele sorgfältige Untersuchungen angestellt worden, und die alibrierung wurde mit Substanzen ohne sonderliche selektive bsorption ausgeführt. Diese Filter ließen Licht hindurch, essen Wellenlänge nicht weniger als um 34—40 $\mu\mu$ differierte. aher gibt eine kleine Veränderung der Helligkeitskurven beim albschattensystem einen verhältnismäßig großen Fehler für e Rotation.

Wenn die nicht absorbierende Substanz sich im Felde fand, so wurde mit einem Rotationssektor gearbeitet, um e Intensität des Lichtes gleich zu machen; da aber derselbe e Amplitude aller Wellen gleichmäßig verkleinert, und die elligkeitskurve nur dem Purkinjeschen Effekt entsprechend rändert, so wurden falsche Rotationen nicht eliminiert. Wenn n in den Weg des Lichtes außerhalb des Magnetfeldes eine tische Dicke der Substanz hineinbrachte, die der im Felde

befindlichen gleich war, so daß der nicht absorbierte Strahl kompensiert wurde, so war dies anscheinend die einfachste Methode, um die Helligkeitskurve unverändert zu erhalten. Eine Eliminierung dieser Erscheinungen dürfte in vielen Fällen zu vollkommener Übereinstimmung führen, besonders um die Messungen verschiedener Beobachter betreffs der Rotation eben polarisierten Lichtes zu verwerten.

Ich möchte diese Gelegenheit benutzen, um Hrn. Prof. D. B. Brace für seine nützlichen Anregungen meinen Dank auszusprechen.

Nebraska, Lincoln, Nebr., Physik. Inst. der Universität,
Mai 1903.

(Eingegangen 19. Juli 1903.)

10. *Die magnetische Rotationsdispersion von Lösungen von Substanzen mit anomaler Dispersion*[1]; *von Fred. J. Bates.*

Becquerel[2]) hat im Jahre 1880 anomale Rotations-
spersion beim Sauerstoff beobachtet. Andere Forscher haben
loch diese Resultate nicht bestätigen können. Macaluso
d Corbino[3]) haben die Erscheinung beim Natriumdampf
obachtet und gefunden, daß die Rotation sehr schnell zu-
hm, wenn man sich dem Absorptionsstreifen näherte, an
r Kante des Streifens ein Maximum erreichte und im Innern
einer geringen positiven Rotation abnahm. Zeeman[4]) hat
e Erscheinung gleichfalls untersucht und findet für nicht
dichten Natriumdampf eine negative Rotation im Innern
s Streifens.

Biot[5]), Arndtsen[6]), Landolt[7]), Nasini und Gennari[8]),
otton[9]) und andere haben bei optisch aktiven Flüssigkeiten
omale Rotationsdispersion beobachtet, und im Jahre 1896
t Cotton[10]) eine Neigung zu einer anscheinenden Anomalie bei
rrichlorid, Kupferacetat und verschiedenen anderen Flüssig-
iten wahrgenommen, wenn diese in ein Magnetfeld gebracht
rden.

Er fand beim Annähern von rot nach violett an einen
bsorptionsstreifen einer gewissen Lösung ein Anwachsen der

---

1) Vor der *American Association for the Advancement of Science* deren Sitzung zu Washington 1902—1903 vorgetragen.

2) H. Becquerel, Compt. rend. **90.** p. 1407. 1880.

3) D. Macaluso u. O. M. Corbino, Compt. rend. **127.** p. 548. 1898.

4) P. Zeeman, Proc. Roy. Acad. of Amsterdam 1902.

5) M. Biot, Ann. de chim. et phys. (3) **10.** p. 5. 1844.

6) M. A. Arndtsen, Ann. de chim. et phys. (3) **54.** p. 403. 1858.

7) H. Landolt, Beibl. **5.** p. 298. 1881.

8) R. Nasini u. H. Gennari, Zeitschr. f. phys. Chem. **19.** 113. 1896.

9) A. Cotton, Ann. de chim. et phys. (7) **8.** p. 347. 1876.

10) A. Cotton, L'élair. électr. **8.** p. 162 u. 199. p. 1896.

Rotation, die größer wurde als der Betrag, der bei durchsichtiger Lösung beobachtet worden wäre. Bei der Lösung einer anderen Substanz, bei der er von violett nach rot an einen Streifen herangehen konnte, fand er, daß die Rotation unter den normalen Wert sank. Dies legte er so aus, als ob damit das Vorhandensein zweier Inflektionspunkte in der Kurve für die Rotationsdispersion bei beiden Streifen erwiesen wäre. Es glückte ihm jedoch nicht, eine Kurve für beide Seiten desselben Streifens, auch nicht für das Innere des Streifens, aufzustellen. Im Jahre 1900 beobachtete Schmauss[1]) eine anscheinende Anomalie bei Fuchsin, Cyanin, Naphtalinrot, Eosin und Didymglas. Er untersuchte die ersten vier Substanzen in sehr verdünnten alkoholischen Lösungen; die größte Konzentration nach Gewicht betrug für diese Substanzen bez. 0,000024, 0,000039, 0,000005, 0,000004. Die Kurven für die Rotationsdispersion bei diesen Flüssigkeiten zeigen alle vier Beugungspunkte und ein sehr erhebliches Ansteigen über die Kurve des Lösungsmittels beim Annähern an das Violett. Die Fuchsinlösung (0,000024) gab eine Rotation von 2,81° für die Wellenlänge 544 $\mu\mu$ und 2,34° für 545 $\mu\mu$. Erstere ist 0,44° größer als die des Lösungsmittels, letztere hingegen 0,13° kleiner. Für die Wellenlänge 450 $\mu\mu$ ergab die Lösung eine Rotation, die 0,58° größer war als die des Lösungsmittels. In späteren Arbeiten[2]) untersuchte er Didymglas, flüssigen Sauerstoff und Lösungen von Lakmus, Anilinblau und drei seltenen Erden.

Schmauss' Ergebnisse weisen darauf hin, daß die anomalen Erscheinungen mit zunehmender Konzentration gleichfalls eine Zunahme erfahren, daß die maximale Rotation von der Feldstärke unabhängig ist und daß die negative Rotation im Innern des Streifens mit zunehmender Feldstärke abnimmt. Zeemans Beobachtungen an mäßig dichtem Natriumdampf sowohl wie alle Schmaussschen Ergebnisse scheinen die theoretischen Schlußfolgerungen von Voigt zu bestätigen.

Verfasser hat Lösungen von anomal dispergierenden Substanzen untersucht und bisher eine Anomalie nicht beobachten können. Diese Substanzen waren Fuchsin, Cyanin,

---

1) A. Schmauss, Ann. d. Phys. **2.** p. 280. 1900.

2) A. Schmauss, Ann. d. Phys. **8.** p. 842. 1902; **10.** p. 853. 1903.

linblau und Lakmus. Die ersten beiden befanden sich in oholischer, die beiden letzteren in wässeriger Lösung.

Die angewandte Methode bestand darin, daß man eine ıre mit der Lösung zwischen den durchbohrten Polen eines ktromagneten anbrachte. Zu den Kraftlinien paralleles ht wurde nacheinander durch ein Halbschattenpolarisations-stem, die Röhre und einen Analysatornicol hindurchgelassen. ıch Messung der Rotation wurde die Röhre entfernt und die ıtation eines ähnlichen, mit Lösungsmitteln gefüllten Rohres obachtet. Da die beiden Röhren gleiche Länge haben, so bt die Differenz der beiden Rotationen die von der An-ısenheit der gelösten Substanz herrührende Rotation für die nutzte Wellenlänge.

Als Lichtquelle wurde die Sonne benutzt; die gewünschten ellenlängen von genügender Homogenität wurden vermittelst ıes dem von Doubt[1]) beschriebenen ähnlichen Spektralsystems halten. Das bei den Messungen benutzte Instrument war ı Spektropolariskop mit empfindlichem Streifen.[2]) Das Pola-ationssystem bestand aus zwei dünnen Stücken Feldspat, ı in einer Zelle aus α-Monobromonaphtalin angebracht waren d den ordinären Strahl durchließen. Das kleinere von den iden Stücken bedeckte nur das halbe Feld des größeren d der Winkel zwischen den beiden Polarisationsebenen nnte beliebig variiert werden. Sowohl das Farbsystem als s Polarisationssystem sollen in einer demnächst erscheinen-n Arbeit von dem Verfasser genau beschrieben werden.

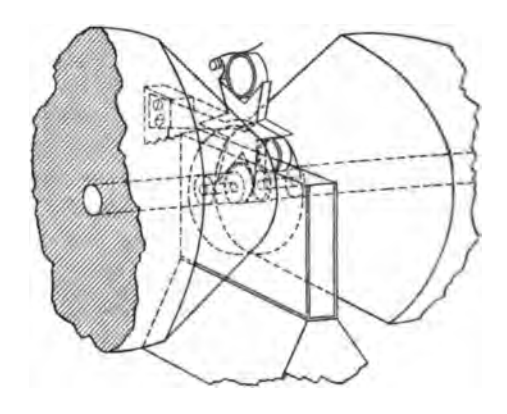
Die konischen Polstücke des Elektromagneten variierten n 20 cm bis 15 cm im Durchmesser. Bei 23 Amp. und 0 Volt und einer 17 mm betragenden Entfernung der Pol-icke wurde ein Feld von über 18000 Linien pro Quadrat-ntimeter erzielt. Diese Intensität wurde bei der Lakmus-d Anilinblaulösung benutzt, während bei der Untersuchung r Fuchsin- und Cyaninlösung eine Intensität von 15000 Linien reichte. Dies kam der Sättigung nahe genug, um einen nfluß der leichten Stromschwankungen auf die Einstellung s Polariskops zu verhindern.

1) Doubt, Phil. Mag. 46. p. 216. 1898.

2) D. B. Brace, Phil. Mag. (6) 5. p. 161. 1903.

Ein sternförmiger Messingrahmen (vgl. Figur) rotiert in Zapfenlagern und ruht fest zwischen den Polen des Magneten. Die Röhren ruhen in den v-förmigen Spalten und werden mit Sprungfedern festgehalten. Eine kleine Rotation entfernte die eine Röhre aus dem Wege der Lichtstrahlen und setzte die andere an ihre Stelle. Die Röhren hatten 1 cm Länge und waren mit je 0,2 mm dicken Deckgläsern geschlossen.

Da wir die eine Röhre mit der anderen vergleichen, so müssen die optischen Wege dieselben sein. Faktoren, die diese Gleichheit zu stören suchen, können zunächst durch eine eventuelle Ungleichheit der Röhrenlänge, zweitens durch



mangelhaften Parallelismus der Achsen des Messingrahmens und drittens durch ungleiche Dicke der Deckgläser eingeführt werden. Diese Schwierigkeiten wurden sämtlich dadurch eliminiert, daß man den Rahmen mit einer stationären Glaszelle (100 mm × 50 mm × 12 mm), (vgl. Figur), umgab, die mit Lösungsmittel gefüllt war. Wenn jetzt die die Lösung enthaltende Röhre im Wege des Lichtstrahles eine Rotation erfährt, so verdrängt sie eine ihrer eigenen Länge entsprechende Menge Lösungsmittel. Die das Lösungsmittel enthaltende Röhre dient nur als Träger der Deckgläser, welche die die Lösungsröhre schließenden Gläser kompensiert. Wenn die Deckgläser nicht von derselben Dicke sind, so kann die einzige Veränderung in der Länge des optischen Weges daher kommen, daß beim Eintauchen der nächsten Röhre ein Teil der Glasdicke durch das Lösungsmittel verdrängt wird. Ein Unterschied von 0,2 mm

der Dicke der Deckgläser würde einem Fehler von 0,004°
der Rotation entsprechen. Es liegt daher auf der Hand,
s keinerlei mechanische Fehler auf die Messungen einen
nenswerten Einfluß haben können.

Bei den gewöhnlichen Methoden zur Messung der Rotation
ı gewöhnlich polarisiertem Licht erscheinen im Beobach-
ngsfernrohr bei Erregung des Magneten verschiedene Feld-
lder, die zum Teil übereinander gelagert sind. Dies kommt
n den aufeinanderfolgenden inneren Spiegelungen des Licht-
rahles innerhalb der Röhren. Wenn der Analysatornicol auf
ıslöschung des Streifens eingestellt ist, der die Flüssigkeit
ır einmal passiert hat, so werden die von den Strahlen, die
5 etc. Durchgänge erfahren haben, erzeugten Bilder ver-
ltnismäßig hell, da die Rotation zu der Längeflüssigkeit
oportional ist. Jedoch macht sich eine Ungewißheit geltend;
ese reflektierten Strahlen wurden aus dem Felde des Beob-
htungsfernrohres dadurch eliminiert, daß man die Enden der
ationären Zelle leicht prismatisch machte. Mit einem derar-
gen empfindlichen Polarisationssystem zeigt jedes Glas auch in
nz dünnen Schichten mehr oder weniger Doppelbrechung,
d die Elimination dieser Erscheinung ist eine schwierige
ıfgabe. Durch Prüfen einer großen Anzahl mikroskopischer
ckgläser konnte ich mir eine genügende Anzahl optisch
ter Gläser verschaffen. Je dünner das Glas ist, um so eher
es von Streifen frei; doch wenn die Dicke weniger als
mm beträgt, so erzeugt der Flüssigkeitsdruck gegen dasselbe
cht nur einen Linseneffekt und zerstört die Einstellung des
tischen Systems, sondern macht auch das Glas doppel-
echend.

Bei der Konstruktion der Röhren wurde ein Deckglas,
ssen Durchmesser 2 mm grösser war als der Röhrendurch-
sser, auf eine Niveaufläche gelegt und die Röhre darauf
etzt. Ohne Röhre und Deckglas zu berühren wurde ent-
der Wachs oder eine Mischung von Fischleim und Glyzerin
nach dem Lösungsmittel um sie herum gegossen. Auf diese
eise erhielt man schließlich Röhren, deren Endplatten prak-
ch keine Doppelbrechung zeigten.

Das Glas an den Seiten der die Röhren enthaltenden
lle war 1,5 mm dick; es wurden Löcher hineingebohrt und

in eben beschriebener Weise Fenster aus Deckglas darauf angebracht. Der Analysatornicol honnte, wenn nötig, in schnelle Rotation versetzt werden. Die Einstellung wurde jedoch vermittelst einer genauen Schraube besorgt, welche eine auf 0,005 ° eingeteilte Trommel trug. Der zehnte Teil einer diesen Betrag darstellenden Teilung der Skala konnte mit bloßem Auge bequem abgeschätzt werden.

Mit dem im obigen beschriebenen Apparat und erregtem Elektromagneten konnten in wenigen Sekunden aufeinanderfolgende Einstellungen für verschiedene Röhren gemacht werden, und war das Feld weder verzerrt, noch enthielt es irgend welche fremden Lichtstrahlen. Es konnten aufeinanderfolgende Einstellungen mit nichtabsorbierender Lösung angestellt werden wobei die äußersten Werte voneinander um weniger als 0,007° differierten, und bei verminderter Empfindlichkeit derart, daß man genug Licht erhielt, um durch den Absorptionsstreifen der Flüssigkeiten selbst hindurch abzulesen, betrug der Fehler weniger als 0,01 °.

Beim Vergleich einer nicht absorbierenden mit einer stark absorbierenden Lösung ist der Unterschied der das Auge erreichenden Lichtstärke sehr bedeutend. Das Auge ist auf diese Weise ungeeignet für schnelles Einstellen von der nicht absorbierenden auf die absorbierende Substanz, und doch ist es nicht wünschenswert, zwischen solchen Beobachtungen eine beträchtliche Zeit verstreichen zu lassen. Um diese Schwierigkeit zu überwinden, und auch um unechte Rotation zu eliminieren, wie diese in einer früheren Arbeit untersucht worden sind, wurde eine Hilfszelle mit Lösung von gleichem Absorptionsvermögen wie die Lösungsröhre vor den Kollimatorspalt außerhalb des magnetischen Feldes gesetzt. Vermittelst des Hebels konnte der Beobachter diese Zelle in den Weg der Lichtstrahlen zugleich mit der Lösungsröhre bringen. Die Helligkeitskurve, sowie die Kurve für die das Auge erreichende Lichtstärke war daher für beide Röhren dieselbe. Die Röhren, von denen die eine mit Lösungsmittel, die andere mit Lösung gefüllt war, wurden in den sternförmigen Rahmen gesetzt, dessen unterer Teil in die mit Lösungsmittel gefüllte Zelle eingetaucht war (vgl. Figur). Nunmehr wurde eine Einstellung mit der Lösung z. B. im Magnetfeld vorgenommen. Diese

hre wurde dann heraus- und die Lösungsmittel enthaltende
hre hineingebracht und eine neue Einstellung vorgenommen.
e nächsten Einstellungen gingen vom Lösungsmittel zur
sung; die zum Auswechseln der Röhre erforderliche Zeit
trug einen Bruchteil einer Sekunde.

Die Messungen sind in nachstehender Tabelle wieder-
geben. Die einer Wellenlänge gegenüberliegenden Zahlen
d die Unterschiede der Rotationen pro Zentimeter Länge
n Lösungsmittel und Lösung in tausendstel Graden. Das
nuszeichen vor einer Zahl zeigt an, daß die Rotation der
sung kleiner war als die des Lösungsmittels. Die Konzen-
tionen sind in Gewichtsteilen gegeben.

Cyanin: Alkoholische Lösung, Konzentration 0,000019	Fuchsin: Alkoholische Lösung, Konzentration 0,000025	Fuchsin: Alkoholische Lösung, Konzentration 0,000012	Wellenlänge	Lakmus: Wässerige Lösung, Konzentration 0,0013	Anilinblau: Wässerige Lösung, Konzentration 0,00008
Tausendstel Grade			$\lambda = \mu\mu$	Tausendstel Grade	
—	—	—	710	5	—
—	—	—		0	—
5	− 2,5	− 7,5		0	5
−2,5	−12,5	−10	674	10	− 5
20	7,5	− 2,5		—	—
2,5	2,5	−12,5		5	− 2
5	− 5	− 5		0	0
0	—	0	646	20	—
—	—	—		15	—
—	—	—		5	—
0	0	0		30	− 5
−5	− 1	0		80	7,5
10	—	—	622	15	0
—	—	—		20	—
—	—	—		0	—
−12,5	12,5	−10		0	0
5	−10	− 2,5	602	−15	10
10	—	—		10	5
—	—	—		0	—

Wellenlänge	Cyanin: Alkoholische Lösung, Konzentration 0,000019	Fuchsin: Alkoholische Lösung, Konzentration 0,000025	Fuchsin: Alkoholische Lösung, Konzentration 0,000012
λ = μμ	Tausendstel Grade		
606	–15	5	12,5
	–10	5	15
	– 2,5	—	5
	2,5	—	2,5
589	– 7,5 –15	—	—
	– 2,5 12,5	–10	–17,5
	–12,5 – 5	2,5	12,5
	— 0	—	5
	— —	—	—
573	– 2,5 –20	—	—
	0 0	–27,5	–12,5
	— –25	–7,5 25	– 5
	— – 5	— –5	—
	— —	— 7,5	—
	— —	— —	—
558	7,5	10	– 5
	8	25	–10
	12,5	–22,5	5
	– 7,5	7,5	—
543	–10	–15	7,5
	15	–15	5
	5	—	0
531	– 7,5	—	–20
	– 2,5	10	– 2,5
	– 2,5	15	– 2,5
	—	—	—
520	0	– 2,5	0
	– 7,5	20	20
	12,5	7,5	2,5
	—	—	—
509	–15	– 2,5	12,5
	– 7,5	0	12,5
	7,5	—	7,5

Wellenlänge	Lakmus: Wässerige Lösung, Konzentration 0,0013	Anilinblau: Wässerige Lösung, Konzentration 0,00008
λ = μμ	Tausendstel Grade	
593	—	—
	—	0
	—	10
	—	—
585	10	—
	25	5
	25	–10
	10	—
	10	—
570	0	—
	15	25
	0	15
	0	—
	10	—
	15	—
555	—	—
	10	5
	15	5
	–5	—
541	—	—
	—	0
	—	–1
528	—	15
	—	0
	—	20
	—	10
517	—	0
	—	15
	—	10
	—	5
510	—	—
	—	–5
	—	10

yanin: coholische Lösung, ncentration ,000019	Fuchsin: Alkoholische Lösung, Konzentration 0,000025	Fuchsin: Alkoholische Lösung, Konzentration 0,000012	Wellenlänge	Lakmus: Wässerige Lösung, Konzentration 0,0018	Anilinblau: Wässerige Lösung, Konzentration 0,00008
Tausendstel Grade			$\lambda = \mu\mu$	Tausendstel Grade	
5	10	−20		—	—
0	5	− 7,5		—	—
0	5	− 2,5	506	—	−5
—	—	10		—	15
—	—	0		—	0
12,5	−15	—		—	10
17,5	25	—	496	—	5
10	35	—		—	0
−20	17,5	—		—	—
−15	5	10		—	10
− 5	32,5	−10		—	0
0	−10	−20	494	—	15 5
0	—	− 2,5		—	20
—	—	20		-	5
5	− 5	—		—	5
17,5	2,5	—	485	—	10
2,5	−10	—		—	15
5	—	—		—	—
—	−35	−15			
—	—	20			
—	−20	0			
—	—	−40			
—	—	35			
—	—	30			

Außer obigen Wellenlängen wurden die Lösungen noch viele andere Stellen des Spektrums untersucht. Da die thode eine Differentialmethode ist, und nicht von einer einanderfolgenden Ablesung der absoluten Rotation von sungsmittel und Lösung abhängt, so konnte die gesuchte scheinung, wenn sie vorhanden war, direkt beobachtet werden. mnach konnte eine Lösung in sehr kurzer Zeit untersucht rden. Die Unterschiede zwischen Lösungsmittel und Lösung Wellenlängen, die von letzterer nicht bedeutend absorbiert

wurden, hätten viel kleiner gemacht werden können, wenn dies wünschenswert gewesen wäre. In diesem Falle hätte die Empfindlichkeit des Polarisationssystems erhöht werden müssen.

Die beobachteten Unterschiede sind unregelmäßig und beruhen offenbar nur auf Versuchsfehlern. Mit einem Polariskop, das aufeinanderfolgende Einstellungen innerhalb von 0,005° gab, würde beträchtliche Schwierigkeit natürlich zu erwarten gewesen sein, wenn man die verschiedenen Fehlerquellen hätte so weit eliminieren sollen, daß man diese Empfindlichkeit benützen könnte. Selbst nach Elimination der Doppelbrechung und mechanischen Fehler bleiben noch die Wirkungen des Bleichens und die vollkommene Kompensation für die absorbierende Lösung. Wenn die Flüssigkeit in der Lösungsröhre und in der Kompensationszelle nicht vollständig frisch ist, so beobachtet man einen Unterschied der Rotation von vielleicht 0,01°. Zur Zeit, als die Daten für die Anilinblau-Lösung bei der Wellenlänge 517 gewonnen wurden, bestand z. B. zwischen Lösung und Lösungsmittel ein Unterschied von 0,01°. Wenn man später wieder beobachtet hätte, so würde er wahrscheinlich verschwunden sein. Aus obigen Daten scheint hervorzugehen, daß bei den untersuchten Lösungen keine anomale magnetische Rotationsdispersion besteht, die hinreichend groß wäre, um mit dem verfügbaren Mittel gemessen werden zu können. Hr. Williams, Dozent der Physik, hat in einer jetzt erscheinenden Arbeit die Dispersion von alkoholischen Fuchsinlösungen vermittelst Rippenspektren untersucht. Er findet keine Anomalie an der Dispersionskurve einer Fuchsinlösung, deren Konzentration 36 mal 0,000024 beträgt. Wenn wir daher die verschiedenen Formeln als gültig annehmen $\left(\text{z. B. die Becquerelsche, bei der } W = \frac{2\pi e}{V_0} \lambda \frac{d n}{d \lambda}\right)$, die bisher als Kriterium für die Größe der anomalen Rotation vorgeschlagen worden sind, so liegt es auf der Hand, daß wir in den verdünnten Lösungen keine Anomalie erwarten können. Verfasser möchte noch Hrn. Prof. D. B. Brace für seine Unterstützung, durch die vorliegende Untersuchung möglich wurde, seinen Dank bezeugen.

Nebraska, Lincoln, Nebr., Physik. Laborat. d. Univ., Mai 1903.

(Eingegangen 19. Juli 1903.)

Photometrische Messungen an Gasspektren[1]; von G. Berndt.

Einleitung.

Photometrische Messungen über die Abhängigkeit der tensität von Spektrallinien von verschiedenen Einflüssen, e Stromstärke, Druck, Temperatur etc. (in Geisslerröhren) ıd zuerst von Lagarde[2]) angestellt. Er findet, daß die tensität einer Spektrallinie bei konstantem Druck pro- ortional dem Logarithmus der Stromstärke ist, wobei die Basis r Logarithmen nahe gleich eins. Gegen diese Resultate gen jedoch insofern Bedenken vor, als er zur Stromerzeugung nen Induktionsapparat verwendet, bei dem es infolge der nzelnen aufeinanderfolgenden Partialentladungen unmöglich , die Stromstärke genau zu bestimmen; dazu kommt noch, ß Änderungen in der Unterbrechungszahl, welche nie aus- eiben, Schwankungen der Stromstärke verursachen.

Abweichend von ihm findet Ferry[3]), daß beim Stickstoff d Wasserstoff innerhalb der Versuchsgrenzen (Druck 0,25 s 4 mm; Stromstärke 1—6 Milliamp.) bei konstantem Druck e Intensität proportional der Stromstärke ist, und daß bei nstanter Stromstärke die Intensität mit abnehmendem Druck ächst, zunächst langsamer und dann schneller, und zwar r verschiedene Linien verschieden.

Gelegentlich von Untersuchungen darüber, unter welchen dingungen in Geisslerröhren das Verbindungsspektrum des nmoniaks auftritt (welche insofern ergebnislos verliefen, als ter den obwaltenden Versuchsverhältnissen immer nur die ektra des Stickstoffs und Wasserstoffs beobachtet wurden), hm ich auch photometrische Messungen an diesen beiden ektren vor.

1) Auszug aus den in den „Abhandlungen der Naturforschenden sellschaft zu Halle" 26. 1903 erschienenen „Beiträge zur Kenntnis Gasspektra".

2) Lagarde, Ann. d. chim. et phys. (6) 4. p. 248. 1885.

3) Ferry, Phys. Rev. 7. p. 1. 1898.

Apparat.

Der Wasserstoff wurde hergestellt durch Elektrolyse von Phosphorsäure, der Stickstoff durch Überleiten eines langsamen Luftstromes über glühende Kupferspäne, da sich eine Herstellung aus Glyzerin und Ammonnitrat nicht bewährte.

Da es darauf ankam, möglichst reine Gase zu erhalten, mußten an dem Apparat sämtliche Hähne und Schliffe (mit

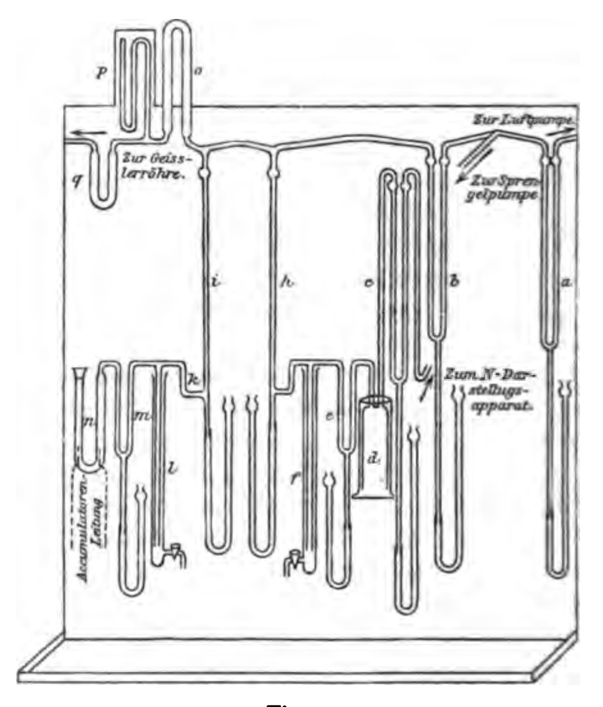


Fig. 1.

Fettdichtung) vermieden werden. Es wurde deshalb zum Einleiten der Gase die Cornusche Anordnung[1]) und zum Abschließen der einzelnen Teile voneinander U-Röhren gewählt. Fig. 1 gibt eine Skizze der Anordnung.

Nachdem durch eine Luftpumpe vorgepumpt war, wurde diese durch das U-Rohr *a* abgesperrt und die Evakuierung

1) A. Cornu, Journ. de phys. **5.** p. 100 u. 341. 1886.

ɡesetzt mit der Sprengelpumpe. Beide waren durch Kundt-
ı Federn mit dem Apparat verbunden. An die Sprengel-
ɒpe war eine Trockenröhre mittels zweier mit Phosphor-
ɒtoxyd eingeriebenen Schliffe mit Quecksilberdichtung an-
ıetzt. Um aber noch hiervon unabhängig zu sein, sowie
ı bei einem eventuellen Undichtwerden der Pumpe nicht die
isslerröhre mit Luft füllen zu müssen, konnte jene von dem
rigen Apparat durch das U-Rohr *b* abgesperrt werden. Die
iden U-Rohre bestanden — der Quecksilberersparnis halber —
ı 2 mm weiten Kapillaren, jeder Schenkel, sowie der untere
rtsatz 80 cm lang. Mittels Gummischlauchs waren sie ver-
nden mit Quecksilberreservoiren in kleinen Konsolen, die
jeder gewünschten Höhe befestigt werden konnten. *h* und *i*
d die beiden Cornuschen Anordnungen, etwa 1 cm weite
hren, welche in 80 cm Abstand von den Kugeln (die beim
fsteigen der Gasblasen ein Heraufschleudern des Queck-
ɔers vermeiden sollten) kapillare, 2 mm weite, seitliche An-
ɀe tragen. Diese setzen sich fort in die vertikalen, etwa
cm langen Ansätze *f* und *l* aus etwa 7 mm weiten Röhren,
ɡeben von einem weiteren Rohr mit unten angesetztem
ɒhn; ich will sie als Hilfsgasometer bezeichnen. Die kurzen,
ra 25 cm langen, 2 mm weiten U-Rohre *e* und *m*, mit Queck-
berreservoiren verbunden, dienen zur Absperrung des Stick-
ffgasometers *d* und des Zersetzungsapparates *n* von den
lfsgasometern. Das in denselben Dimensionen wie *a* und *b*
haltene U-Rohr *c* schließt den Gasometer von dem Stick-
ffdarstellungsapparat ab. An die Cornuschen Anordnungen
ɩließen sich die mit Phosphorpentoxyd und Natronkalk ge-
lte Trockenröhre *o*, das Quecksilbermanometer *p* mit Spiegel-
ala und die Röhre *q* mit Schwefelpulver zur Abhaltung der
ıecksilber- und mit im Wasserstoffstrom ausgeglühten Kupfer-
tnen zur Abhaltung der Schwefeldämpfe. Zwei Kundtsche
dern verbinden diesen Apparat mit einer 2 m langen Spirale,
lche verhindern soll, daß die bei hohem Vakuum sich weit
sdehnenden elektrischen Entladungen die Kupfer–Schwefel-
ar die Trockenröhre treffen, wodurch leicht Verunreinigungen
r Gase eintreten können. An diese schließt sich die Geissler-
ıre mit Längssicht an. Da bei äußeren Elektroden eine
ɔssung der Stromstärke ausgeschlossen, fanden sorgfältig

gereinigte Aluminiumhohlzylinder (1 cm Durchmesser, 3 cm lang) an Platindrähten Verwendung. Die Geisslerröhre selbst war aus Jenaer Glas, der kapillare Teil etwa 4 mm weit und 10 cm lang. Sämtliche Teile wurden vor und nach dem Zusammenschmelzen sorgfältig gereinigt.

Der Wasserstoff wurde durch Elektrolyse aus 15 proz. Phosphorsäure gewonnen, hergestellt aus Phosphorpentoxyd und frisch ausgekochtem destillierten Wasser. Auf die Vermeidung jedweder Absorption von Zimmerluft während der ganzen Zeit wurde besonders geachtet. Mit einiger Geschicklichkeit gelingt es, die ganze Anordnung *k*, *l*, *m*, *n* mit Quecksilber und Phosphorsäure zu füllen, und so die Luft völlig daraus zu verdrängen.

Für die Herstellung des Stickstoffs wurde das im Physikalischen Institut der Universität Halle gebräuchliche Verfahren eingeschlagen. Aus einem mit Hahn versehenen Gasometer wird ein langsamer Luftstrom durch eine Trockenröhre mit Phosphorpentoxyd und Natronkalk über glühende, im Wasserstoffstrom reduzierte Kupferspäne (zur Entfernung des Sauerstoffs) und über glühendes Kupferoxyd (zur Entfernung etwa vorhandenen Wasserstoffs) in den Gasometer *d* gedrückt. Mit Ausnahme des ersten Gasometers sind sämtliche Teile evakuiert. Aus dem Gasometer *d* wird der Stickstoff zurückgedrückt, und zwar erst wieder über das Kupfer, dann über das Kupferoxyd (was mit Hilfe eines Kreuzrohres mit vier Hähnen leicht ausführbar) in den ersten Gasometer und dies Verfahren so lange wiederholt, bis sämtlicher Sauerstoff gebunden ist. Die einzelnen Teile waren untereinander und das Ganze mit dem U-Rohr *c* mit dickwandigem Gummischlauch und Gummischnur verbunden, die Hähne mit einem Fett aus 5 Teilen weißem Wachs und 3 Teilen Vaselin eingerieben, das Hr. Prof. Dr. Dorn so freundlich war, mir mitzuteilen, und das selbst im Vakuum keine Dämpfe abgibt. Auch hier gelingt es mit einiger Geschicklichkeit, die Anordnung *d*, *e*, *f*, *g* mit Quecksilber zu füllen und so jedwede Luft daraus zu verdrängen. Nach der Darstellung wurde der Gasometer vom Darstellungsapparat abgesperrt, um sicher vor etwaigen Verunreinigungen und Undichtwerden der Gummischläuche und Hähne und Schliffe zu sein.

Der so dargestellte Stickstoff enthält natürlich noch Argon, ıen Einfluß auf das Stickstoffspektrum in so geringen ıgen nach Untersuchungen von Collie und Ramsay[1]) ein ərordentlich kleiner ist.

Bei den ersten Versuchen, bevor die Teile *e* und *f* zwischenschaltet waren, stellte es sich heraus, daß man, obwohl e Quecksilberreservoire der Cornuschen Anordnungen mit ikrometerschrauben versehen waren, doch nie die Gase in ır gewünschten Weise in den Apparat leiten konnte. Dies schah meist mit solcher Heftigkeit, daß das Quecksilber otz der kugelförmigen Erweiterungen emporgeschleudert wurde ıd an nach unten gebogenen Stellen (die daraufhin vermieden ırden) die Verbindung absperrte. Gleichzeitig traten durch ıs Emporschleudern plötzliche Druckverminderungen ein, die ner weiteren Masse des Gases den Eintritt in den Apparat statteten. Da bei der Weite des Gasometers (5 cm Durchesser) diese Masse ziemlich bedeutend war, wurde der Hilfssometer *f* eingefügt und durch diesen die Gasmasse reduziert. h füllte jetzt, nachdem das Quecksilber im U-Rohr *e* so weit senkt war, daß der Gasometer *d* und der Hilfsgasometer *f* ımmunizierten, durch Ablassen des Quecksilbers letzteren it Stickstoff, sperrte dann den Gasometer durch das U-Rohr ı und senkte mit Hilfe der Mikrometerschraube das Reservoir ır Cornuschen Anordnung *h*, so daß bei der geringsten ruckvermehrung im Hilfsgasometer das Gas in den Apparat eten mußte. Aus einem Scheidetrichter ließ ich Quecksilber opfenweise in denselben fallen, und sobald sich der nötige berdruck hergestellt hatte, ging das Gas in einem langsamen trom in den Apparat, dessen Schnelligkeit nach Belieben guliert werden konnte. Da sich diese Anordnung gut beährte, wurde auch beim Wasserstoff die entsprechende einfügt. Durch vorhergehende Kalibrierung der Hilfsgasometer ar es auch möglich gemacht, die eingelassene Gasmenge ɜnau zu berechnen, was für Versuche mit Gasgemischen ichtig ist.

Nachdem der Apparat mit Luft genügend vorgespült war, urde er scharf evakuiert; gleichzeitig wurde die Geisslerröhre

---

1) N. Collie u. W. Ramsay, Proc. Roy. Soc. 59. p. 257. 1896.

in einem mit Asbest gefütterten eisernen Ofen bis auf etwa 200° erhitzt und starke Entladungen durch dieselbe gesandt. Dann wurde das zu untersuchende Gas bis zu einem Druck von einigen Zentimetern hineingelassen und in derselben Weise verfahren. Dies wurde so oft wiederholt, als sich irgendwelche Verunreinigungen zeigten, zum mindesten jedoch dreimal. Man wird so befreit von den okkludierten Gasen der Elektroden und den adsorbierten der Glaswände. Unangenehm ist bei dieser Methode, daß die Geisslerröhre sehr leicht springt, und zwar geschah dies stets an der Einschmelzstelle der Kathode.

Zur Erzeugung des elektrischen Stromes wurde eine 20plattige Influenzmaschine (angetrieben durch einen Elektromotor) verwendet, welche eine maximale Stromstärke von 1 Milliamp. lieferte. Dieselbe wurde gemessen durch ein in Nebenschluß gelegtes d'Arsonval-Galvanometer, dessen Reduktionsfaktor vor und nach jeder Messung bestimmt wurde.

Das Potential wurde mit Hilfe eines genauen Funkenmikrometers beobachtet, welches parallel zur Geisslerröhre geschaltet war. Abhängigkeit von Luftdruck und Temperatur wurde berücksichtigt.

Bei der geringen Lichtstärke des Spektrums (infolge der geringen Stromstärke) war die Benutzung des Glanschen Spektrophotometers ausgeschlossen; es wurde deshalb ein solches mit Vierordtschem Doppelspalt und geringer Dispersion gewählt. Das Vergleichsspektrum lieferte eine Glühlampe hinter Seidenpapierschirm.

Photometrische Messungen.

Es wurden photometrische Messungen ausgeführt bei 200 bis 1.000 Milliamp. und Drucken von 0,8 bis 0,01 cm. Wegen Inkonstanz des Stromes der Influenzmaschine bei geringer Tourenzahl waren Messungen bei kleiner Stromstärke sehr schwierig; durch allmähliche Übung gelang es jedoch, brauchbare Resultate zu erhalten. Bei den ganz hohen Drucken stimmen die Messungen nicht so gut überein, da hier die Entladung nicht den ganzen Querschnitt der Röhre ausfüllt, sondern von einzelnen Punkten der Elektroden dünne Fäden durch die Geisslerröhre laufen. Eine Reduktion der Intensitätsmessungen auf absolutes Maß wurde nicht vorgenommen.

a) Stickstoff.

Es wurden die Messungen in der Weise angestellt, daß Röhre bis zu 1 cm Druck mit Stickstoff gefüllt wurde; r wurde für die folgenden Messungen durch Abpumpen zum gewünschten Grade reduziert. Nach einigen Tagen den dann die Messungen an einer frischen Portion Stickff wiederholt. Beide Serien zeigen im allgemeinen recht te Übereinstimmung. Gemessen wurden die beiden Banden 069 und 5214 Å.-E.

Bei den Beobachtungen bei Zimmertemperatur wurden ine Quecksilberlinien, selbst bei geringem Druck und großer omstärke, gefunden. Bei Beobachtungen bei 200° trat die ine Quecksilberlinie, allerdings sehr schwach, auf, ein Zeichen für, daß Schwefel die Quecksilberdämpfe nicht völlig fernhält. Da bei den hauptsächlichsten Messungen bei Zimmernperatur sich keine Quecksilberlinien zeigten und auch bei nen bei höherer Temperatur die vom Schwefel doch noch rchgelassenen minimalen Mengen bei Verwendung von inneren ektroden nach Lewis[1]) fast keinen Einfluß ausüben, so rden keine weiteren Mittel verwendet, den Quecksilberdampf n zu halten.

Es ergibt sich, daß bei konstantem Druck die Helligkeit ier Spektrallinie proportional der Stromstärke ist. Zum weise greife ich aus den gesamten Beobachtungen einige liebig heraus. Es bedeutet in der folgenden Tab. 1 i die romstärke in Milliamp., I die Helligkeit, bezogen auf die s Vergleichsspektrums, I/i den Quotienten beider, noch ltipliziert mit einem konstanten Faktor.

Tabelle 1.

i	I	I/i	i	I	I/i
221	100	4,52	241	229	9,51
471	200	4,25	443	413	9,31
593	264	4,45	650	604	9,29
873	377	4,32	832	783	9,41

Man sieht, daß diese Beziehung innerhalb der Beobhtungsfehler sehr gut erfüllt ist.

1) P. Lewis, Wied. Ann. 69. p. 398. 1889; Ann. d. Phys. 2. 447. 1900.

Für die Abhängigkeit der Helligkeit vom Druck (bei konstanter Stromstärke) stelle ich in der folgenden Tab. 2 die Werte zusammen. Ich gebe in der ersten Kolumne die Nummer der Beobachtungsserie, in der zweiten den Druck p in Millimetern und in der dritten die Mittelwerte der I/i für jeden Druck.

Tabelle 2.

Serie	λ 6069 p	λ 6069 M	λ 5214 M	Serie	λ 6069 p	λ 6069 M	λ 5214 M
1	7,90	zu schwach	4,47	2	1,45	5,26	8,02
2	7,50	zu schwach	4,62	1	0,95	5,60	8,79
2	6,15	2,11	5,04	2	0,925	5,81	8,60
1	5,95	2,22	5,04	1	0,70	6,10	9,38
2	4,00	3,43	5,95	2	0,60	6,30	9,62
1	3,85	3,47	5,97	1	0,40	6,74	10,07
2	3,00	4,39	6,32	2	0,275	7,08	10,35
1	2,85	4,43	6,42	1	0,175	7,71	10,74
1	1,95	5,09	7,27	1	0,10	8,46	11,63
2	1,90	5,09	7,18	2	0,075	8,58	11,91
1	1,45	5,22	7,96				

Man ersieht daraus, daß bei konstanter Stromstärke die Helligkeit mit abnehmendem Druck wächst, und zwar für beide Banden verschieden. Fig. 2 zeigt den Zusammenhang zwischen M, der Helligkeit bei konstanter Stromstärke, und dem Druck p, wobei letzterer als Abszisse, M als Ordinate aufgetragen ist.

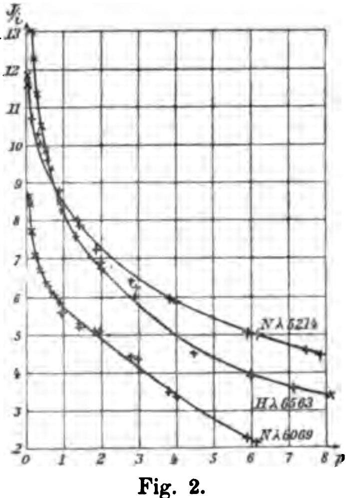


Fig. 2.

Für beide Banden verlaufen die Kurven (von hohem Druck ausgehend) zunächst mit ziemlicher Annäherung geradlinig und gehen dann in einen gebogenen Teil über, welcher sich asymptotisch der Ordinatenachse nähert. Die Helligkeit wächst also mit abnehmendem Druck zunächst langsam und dann schneller.

Versuche bei 200°, welche nur in geringer Anzahl angestellt wurden, ergaben innerhalb der Beobachtungsfehler

selben Werte für I/i, woraus folgt, daß die Temperatur des ses innerhalb der Versuchsgrenzen ohne Einfluß auf die tensität ist, wie auch leicht erklärlich, da wir es hier nicht t Temperaturstrahlung zu tun haben.

b) Wasserstoff.

Beim Reinigen der Röhre behufs der Füllung mit Wasserff platzte dieselbe an der Einschmelzstelle der Kathode. Es rde ein möglichst kongruenter Teil unter Verwendung der en Elektrode angeschmolzen. Immerhin war hierzu eine rschiebung des Photometers notwendig, so daß die Intenlten des Wasserstoff- und Stickstoffspektrums in bezug auf s Vergleichsspektrum nur innerhalb gewisser Grenzen mitander verglichen werden können.

Beim Wasserstoff tritt stets, allerdings sehr schwach, grüne Quecksilberlinie auf, bei 200° daneben auch die be und violette, was die Beobachtung von Lewis[1]) betigt, daß Wasserstoff stets die Lichtemission etwa vorndenen Quecksilbers hervorruft. Da die Versuche bei 200° n geringerer fundamentaler Bedeutung sind und bei denen Zimmertemperatur die Quecksilbermenge eine außerordenth geringe gewesen sein muß, welche, wie oben erwähnt, fast ne Einwirkung auf das Spektrum ausübt, wurde auch hier n weiteren Mitteln zur Fernhaltung der letzten Spuren des ecksilbers abgesehen.

Das sogenannte zweite Spektrum des Wasserstoffs trat ts auf. Nach den hier getroffenen Vorsichtsmaßregeln für Reinheit der Gase wird man es nicht gut Verunreinigungen chreiben dürfen, wie es neuerdings Ferry[2]) noch wieder . Ich kann nur die Beobachtungen und Schlüsse von Lewis tätigen, wonach dasselbe wegen seiner geringen Helligkeit engem Spalt und großer Dispersion so schwach werden rfte, daß es nicht mehr zu erkennen ist.

Gemessen wurde die rote Linie (λ 6563); die Resultate d etwas konstanter wie beim Stickstoff.

Auch beim Wasserstoff ist bei konstantem Druck die ensität proportional der Stromstärke, wie die Tab. 3 lehrt,

1) P. Lewis, l. c.
2) E. S. Ferry, l. c.

in der ich wieder zwei willkürlich herausgegriffene Beobachtungen zusammenstelle (Bezeichnungen wie bei 1).

Tabelle 3.

i	I	M	i	I	M
211	141	6,70	270	281	10,39
359	240	6,69	380	404	10,63
633	430	6,81	685	707	10,32
802	535	6,67	908	961	10,59

Die Abhängigkeit der Intensität bei konstanter Stromstärke vom Druck ergibt sich aus der Tab. 4 und Fig. 2 (Bezeichnungen wie vorher).

Tabelle 4.

Serie	p	M	Serie	p	M
1	8,2	3,41	2	1,00	8,29
2	7,15	3,66	1	0,95	8,41
1	6,05	3,98	1	0,625	9,87
2	4,50	4,54	2	0,45	10,48
1	2,95	6,05	1	0,325	11,38
1	2,05	6,72	2	0,225	12,23
2	2,00	6,89	1	0,15	13,06
1	1,35	7,59			

Die Kurve zeigt einen ähnlichen Verlauf wie die entsprechenden für die Stickstoffbanden. Sie verläuft bei hohem Druck zunächst angenähert geradlinig und geht dann in einen gebogenen Teil über, der sich asymptotisch der Ordinatenachse nähert. Auch hier wächst also bei konstanter Stromstärke die Intensität zunächst langsam mit abnehmendem Druck und dann schneller.

c) Weitere Diskussion der Resultate.

Es ist von Interesse zu verfolgen, inwieweit obige Resultate mit den Anschauungen der Ionentheorie in Einklang zu bringen sind.[1])

Unter sonst gleichen Versuchsbedingungen hängt die Intensität des ausgestrahlten Lichtes von der kinetischen Energie oder der absoluten Temperatur der Ionen ab. Diese ist im nicht stromdurchflossenen Zustande gleich der der neutralen

1) Vgl. für das Folgende: J. Stark, Die Elektrizität in Gasen. Leipzig 1901.

Moleküle, also bei Zimmertemperatur etwa 300°. Nun durchlaufen die negativen Ionen in der positiven Lichtsäule frei ein Potentialgefälle von 40 Volt (für Luft in weiten Röhren), was einer absoluten Temperatur von $1{,}2 \, . \, 10^6$ Grad entspricht; für andere Gase ergibt sich dieselbe Größenordnung. Daraus folgt, daß die durch Erwärmung der Geisslerröhre auf 500° (absolut) erhaltene kinetische Energie noch nicht $^1/_3$ Proz. der durch den elektrischen Strom erzeugten ausmacht, also innerhalb der Beobachtungsfehler zu vernachlässigen ist.

Ferner ist — unter sonst gleichen Versuchsbedingungen — die Anzahl der Ionen proportional der Stromstärke; andererseits ist die Intensität des ausgestrahlten Lichtes proportional der Zahl der Zusammenstöße der negativen Ionen mit den neutralen Molekülen, und diese ist wieder proportional der Zahl der Ionen. Es muß somit die Intensität einer Spektrallinie proportional der Stromstärke sein.

Diese beiden Resultate stimmen mit den Beobachtungen überein.

Schwieriger ist es, den Einfluß des Druckes auf die Intensität zu verfolgen. Diese hängt einmal ab von der kinetischen Energie der Ionen (darunter sei immer die Energie eines einzelnen Ions verstanden), das ist von der frei durchlaufenen Spannungsdifferenz, und ferner davon, welcher Betrag der Energie durch das Gas absorbiert und zur Erregung der Atome zur Lichtemission verwendet wird. Dieser Betrag ist um so größer, je kleiner die Geschwindigkeit der Ionen.

Bei Druckerniedrigung ändert sich nun das Potentialgefälle und die freie Weglänge der Ionen und damit die davon abhängigen Größen, kinetische Energie und absorbierte Energie. Ferner nimmt mit dem Druck die Anzahl der Ionen ab. Das Gesamtresultat ist, daß die Intensität wächst mit abnehmendem Druck (in der durch die Kurven der Fig. 2 dargestellten Weise).

Ich habe es nun versucht, diese Wirkungen im einzelnen anzusetzen. Man muß sich dazu freilich vielfach auf unbewiesene Voraussetzungen stützen und insofern haben die folgenden Ausführungen nur hypothetischen Charakter.

Obwohl wir es mit einem Gasgemisch aus neutralen Molekülen, positiven und negativen Ionen und Molionen zu tun haben, will ich die freie Weglänge der Ionen — was in erster

Annäherung gestattet sein dürfte — umgekehrt proportional dem Druck p setzen. Es ist die kinetische Energie proportional dem frei durchlaufenen Potentialgefälle, also wenn ich dieses V nenne, proportional V/p. Die Absorption der Energie ist um so größer, je kleiner die Geschwindigkeit v; ich will sie deshalb proportional $v^{-1/2}$ setzen. Nun ist v proportional $\sqrt{V/p}$, also die Absorption proportional $I/\sqrt[4]{V/p}$, und folglich der Betrag absorbierter Ionenenergie proportional $V/p \,.\, I/\sqrt[4]{V/p} = \sqrt[4]{(V/p)^3}$. Dieser Größe wird die Amplitude A der Ionenschwingungen im Atom proportional sein. Da nun die Intensität I proportional A^2, so ist bei konstanter Stromstärke I proportional $\sqrt{(V/p)^3}$. Vereinigen wir dies mit dem Resultat, daß die Intensität proportional der Stromstärke, so folgt I proportional $i \,.\, \sqrt{(V/p)^3}$. Nicht berücksichtigt ist bis jetzt die Abnahme der Ionenzahl mit dem Druck; diese wird angenähert proportional dem Druck sein. Also wird sein I proportional $i \,.\, \sqrt{V^3/p}$. Da I jetzt reduziert ist auf durchweg gleiche Ionenenergie und Ionenzahl, so muß I eine Konstante sein. Statt dies zu prüfen, will ich untersuchen, ob die Beziehung erfüllt ist $I/(i \,.\, \sqrt{(V/p)^3})$ proportional p (d. h., ob die Ionenzahl proportional mit dem Druck abnimmt).

In der folgenden Tab. 5 sind die aus den Beobachtungen (durch Interpolation) berechneten Werte von

$$I/(i \,.\, \sqrt{(V/p)^3}) \,.\, 10^{-5} = C$$

für verschiedene Drucke zusammengestellt.

Tabelle 5.

Druck	$N\,\lambda$ 6069	$N\,\lambda$ 5214	$H\,\lambda$ 6563
8,0	—	10,00	12,41
7,0	—	10,92	12,00
6,0	5,01	11,40	11,63
5,0	6,04	11,33	10,98
4,0	6,36	10,34	10,37
3,0	5,77	8,70	9,68
2,0	4,48	6,60	8,47
1,5	3,58	5,33	7,45
1,0	2,54	3,86	6,01
0,50	1,44	2,18	3,80
0,25	0,82	1,21	1,94
0,10	0,36	0,50	0,67

In Fig. 3 sind die Resultate graphisch dargestellt; es ist p als Abszisse, C als Ordinate aufgetragen.

Die beiden Kurven für die Intensität der Stickstoffbanden steigen mit abnehmendem Druck zunächst etwas an, biegen dann um und fallen zum Schluß ziemlich geradlinig ab; sie gehen ungezwungen durch den Nullpunkt des Koordinatensystems. Die Kurve für die Wasserstofflinie fällt von vornherein mit abnehmendem Druck, aber in anderer Weise als bei geringeren Drucken, zum Schluß jedoch ziemlich geradlinig; auch sie geht ungezwungen durch den Nullpunkt des Koordinatensystems, dadurch andeutend, daß bei dem Druck Null auch die Anzahl der Ionen Null ist, wie es selbstverständlich sein muß.

Fig. 3.

Es war bisher stillschweigend vorausgesetzt, daß es stets dasselbe Volumen oder, da die Länge ja konstant ist, derselbe Querschnitt sei, welcher Licht emittiere. Für verschieden große Querschnitte ist die Intensität des ausgestrahlten Lichtes proportional denselben. Nun war für Stickstoff z. B. bis zu Drucken von etwa 3 mm herab nicht der ganze Querschnitt der Röhre mit Licht erfüllt. Infolge des Anwachsens desselben wird also anfangs mit abnehmendem Druck die Intensität zunehmen, gleichzeitig infolge Abnahme der Ionenzahl abnehmen (sonstige Konstanz der in Betracht kommenden Größen vorausgesetzt). Wenn der Querschnitt nicht weiter wachsen kann, wird nur die Intensität abnehmen infolge der abnehmenden Ionenzahl. Beim Stickstoff überwiegt nun zunächst das Anwachsen des Querschnittes, beim Wasserstoff sofort die Abnahme der Ionenzahl, da dieselbe hier beträchtlicher mit dem Druck fällt wie beim Stickstoff. Dadurch erklärt sich der Verlauf der Kurven.

Daß die beiden Kurven für den Stickstoff nicht zusammen-

fallen, findet seine Erklärung in der Nichtberücksichtigung mehrerer Umstände. Die mitgeteilte Theorie gibt uns z. B. keinen Aufschluß darüber, daß mit wachsender Temperatur die Teile kürzerer Wellenlänge eines Spektrums im allgemeinen immer lichtstärker werden (einzelne Teile können sich auch anders verhalten, wie die Messungen an den beiden Stickstoffbanden beweisen). Wir müssen uns deshalb damit begnügen, einen ähnlichen Verlauf der Kurven konstatieren zu können. Da auch bei allen drei Kurven sich für den Druck Null die Ionenzahl Null ergibt, scheint mir dies ein Beweis für die Richtigkeit meiner Voraussetzungen zu sein.

Aus den Kurven folgt, daß die Ionenzahl nicht genau proportional dem Druck wächst, sondern — wie von vornherein zu erwarten stand — etwas hinter demselben zurückbleibt.

Hrn. cand. phil. Waetzmann bin ich für seine Hilfe bei den Untersuchungen zu Dank verpflichtet.

Zum Schluß sei es mir noch gestattet, Hrn. Geh. Rat Prof. Dr. O. E. Meyer auch an dieser Stelle für die freundliche Beschaffung der nötigen Hilfsmittel meinen Dank auszudrücken.

Breslau, Physikalisches Institut.

(Eingegangen 18. August 1908.)

---

12. *Das ultraviolette Funkenspektrum des Selen; von G. Berndt.*

Der sichtbare Teil des Selenspektrums ist beobachtet worden von Salet[1]) (Banden- und Linienspektrum), Plücker und Hittorf[2]), de Gramont[3]) (Linienspektrum), und Runge und Paschen[4]) (Bandenspektrum). Exner und Haschek[5]) haben mit einem Hochspannungstransformator keine Funken zwischen Selenelektroden erhalten können. Der ultraviolette Teil ist bis jetzt nicht Gegenstand der Beobachtung gewesen.

Es handelte sich bei vorliegender Untersuchung hauptsächlich darum, die im käuflichen Selen vorkommenden Verunreinigungen festzustellen. Man erhält nun das Linienspektrum des Selen, indem man entweder Flaschenentladungen durch eine mit Selendämpfen beschickte Geisslerröhre (eine Methode, die für obigen Zweck nicht geeignet ist), oder indem man stark kondensierte Entladungen zwischen Platindrähten übergehen läßt, auf welche Selen aufgeschmolzen ist. Es ist hierbei zu beachten, daß man die Platindrähte von geeigneter Stärke wählt; zu dünne Drähte erhitzen sich zu stark, und das Selen schmilzt sofort ab; zu starke werden nicht warm genug, und es bildet sich kein Selendampf. Am geeignetsten fand ich Platindrähte von 1,2 mm Durchmesser bei einem Induktionsapparat, welcher, mit dem Strom von 5 Akkumulatoren gespeist, etwa 20 cm Funken gibt, und einer parallel geschalteten Kapazität von ungefähr 0,013 Mikrof.

Die photographischen Aufnahmen erfolgten mit einem großen Quarzspektrograph, der mir von Hrn. Hauswaldt-

1) Salet, Ann. de chim. et phys. (4) **28.** p. 47. 1878.
2) Plücker u. W. Hittorf, Phil. Trans. **155.** p. 5. 1865.
3) A. de Gramont, Compt. rend. **120.** p. 778. 1895; **127.** p. 866. 1898.
4) C. Runge u. F. Paschen, Wied. Ann. **61.** p. 641. 1897.
5) F. Exner u. E. Haschek, Sitzungsber. d. k. Akad. d. Wissensch. zu Wien **110.** p. 964. 1901.

Magdeburg in liebenswürdigster Weise zur Verfügung gestellt war. Es sei mir gestattet, ihm auch an dieser Stelle meinen verbindlichsten Dank dafür auszusprechen. Das Selen war als chemisch rein in Stangen von Merck bezogen und enthielt nur Spuren von den gewöhnlich im Selen vorkommenden Verunreinigungen, die ich hoffe, sämtlich aus der folgenden Tabelle ausgemerzt zu haben. (Für Schwefel liegen noch keine Wellenlängenbestimmungen im Ultraviolett vor, so daß hier eine Vergleichung nicht möglich war.) Wo mir Bedenken aufstiegen, habe ich es in der letzten Kolumne bemerkt.

Mit einem Prismenapparat ist natürlich eine sehr genaue Wellenlängenbestimmung nicht möglich. Im äußersten Ultraviolett dürfte der Fehler 0,1 bis 0,2 A.-E., im sichtbaren Spektrum bis zu 0,5 A.-E. betragen (es kommen hier auf 0,01 mm 0,4 A.-E.). Die Wellenlängen der Selenlinien wurden durch die Cornusche[1]) Formel, die immer nur in Intervallen von 50 bis höchstens 250 A.-E. benutzt wurde, an die von Kayser[2]) gemessenen Platinlinien angeschlossen, die man stets mit den ersteren zusammen auf den Photogrammen erhält.

Wenn ich trotz der nicht allzu großen Genauigkeit die Wellenlängen hier mitteile, so geschieht dies, um späteren Bearbeitern einen Anhalt zu geben, und ferner aus dem Grunde, weil sich die Genauigkeit bei den Selenlinien nicht allzu weit wird steigern lassen, da sie meist ein unscharf diffuses Aussehen haben.

In der folgenden Tabelle gebe ich in der ersten Kolumne die Intensitäten, geschätzt von 6 bis 1 (6 die stärkste) und den Charakter der Linien (*r* umgekehrt, *u* unscharf, *u R* unscharf hauptsächlich nach der Seite der größeren, *u V* nach der der kleineren Wellenlängen), in der zweiten die Wellenlängen in A.-E., in der dritten die von de Gramont und anderen beobachteten; ersterer hat seine Messungen an die von Thalén angeschlossen, was die Differenzen zwischen den Beobachtungen erklärt.

---

1) H. Kayser, Hanndbuch der Spektroskopie **1.** p. 327. 1901.

2) H. Kayser, Sitzungsber. d. k. Akad. d. Wissensch. zu Berlin 1897.

Wellenlängen	Beobachtet von	Bemerkungen	Int.	Wellenlängen	Beobachtet von	Bemerkungen
4844,6	5,2 0,4 de Gramont		3	3763,2		
4762,0	4,6 „		3	3754,3		
4740,2	2,0 „		*r* 6	3738,6		
4731,4	1,04 Runge u. Paschen		3	3728,1		
			r 6	3711,7		
4647,6	8	Landauer, Spektralanalyse	*u* 4	3653,9		
4637,1	40 Salet		*u* 6	3658,0		
4618,0	20 „		3	3611,0		
4603,0	4,0 de Gramont		4	3578,2		
4563,9	3,0 „		5	3570,7		
4400,4	1,0 „		*r* 6	3544,4		
4382,9			5	3515,9		
4321,3	1,0 de Gramont		*u R* 6	3458,2		
4292,0			4	3444,6		
4281,7	70 Salet		6	3428,6		
4249,9			*r* 6	3414,0		
4215,2	6,0 de Gramont		3	3392,7		
4197,0			*r* 6	3387,4		
4183,2			2	3384,7		
4176,8	5,0 de Gramont		4	3379,9		
4169,6			2	3376,0		
4153,2	—	4153,269 S	*u* 1	3353,7		
4139,0	34,0 de Gramont		2	3847,0		
4129,2			2	3326,3		
4109,6			4	3323,5		
4100,8	—	4100,82 Fe	*u* 3	3243,4		
4092,8	—	4092,8 Fe	*u* 3	3238,7		
4083,0	—	4083,03 Fe	*u* 3	3226,8		
4072,6			4	3215,3		
4047,5			4	3185,6		
4031,5			*u* 4	3178,9		
4021,8			3	3094,6		
4010,4			3	3070,0		
4003,5			*u* 4	3046,7		
3876,8			3	3038,9		
3857,0			*u* 6	2972,0		
3849,2			5	2964,3		
3836,1			6	2952,1		
3800,9			*u* 4	2948,9		
3793,5			4	2941,3		

Int.	Wellenlängen	Beobachtet von	Bemerkungen	Int.	Wellenlängen	Beobachtet von	Be- merk
4	2915,2			*u* 4	2643,6	—	2643
4	2881,8			2	2633,4		
4	2880,2			6	2631,1		
u 5	2866,5			5	2617,4		
u 5	2864,2			5	2616,5		
5	2837,3			*u* 6	2591,6		
2	2820,4			*u* 4	2585,2		
5	2817,1			*u* 3	2582,9		
6	2777,8			*u* 2	2566,7		
u 6	2767,6	—	2767,6 Ag	*u* 6	2561,9		
4	2749,9	—	2750,21 Fe	*u* 5	2554,7	—	2554,
8	2742,5	—	2742,45 Fe	5	2548,0		
u 3	2689,9	—	2689,92 Fe	5	2528,7	—	2528,
u 6	2688,3			4	2519,4		
u 6	2686,1			3	2473,0	—	2473,
u 5	2665,6			5	2459,5		
u 5	2662,3			6	2413,7		
5	2654,4			4	2372,9		
5	2649,5			5	2354,5		

Breslau, Physik. Inst, den 7. September 1903.

(Eingegangen 9. September 1903.)

Über die durch Wasserfälle erzeugte Leitfähigkeit der Luft; von Karl Kaehler.

(Auszug aus der Kieler Inaugural-Dissertation.)[1])

Durch Beobachtungen am Fuße von Wasserfällen und ...ch künstliche Versuche ist von Lenard[2]) gezeigt worden, ...ß durch ein Gas fallende Tropfen immer bei ihrem Aufprall ...ktrisierung des Gases hervorrufen. Daraus folgt unmittel-...r, daß dieses auch elektrisch leitend werden muß, denn, in ... elektrisches Feld versetzt, werden die in ihm vorhandenen ...dungen wandern, was einen elektrischen Strom repräsentiert. ... im Gas nur einerlei Elektrizität vorhanden, z. B. negative ... Luft, die durch destilliertes Wasser elektrisiert ist, so ...d die Leitung nur unipolar sein können; sind beide Arten ...n Elektrizität vorhanden, so wird die Luft sowohl + als − ...adene Körper entladen müssen. Es war das Ziel der hier beschreibenden Versuche, die Elektrisierung in der durch ...endes Wasser und Kochsalzlösung erregten Luft zu unter-...chen und besonders durch Bestimmung der Wanderungs-...chwindigkeit der Elektrizitätsträger in ihr einen Aufschluß ...er die Natur dieser durch die Bewegung der Flüssigkeits-...erfläche erzeugten Träger zu erhalten.

Resultate.

Die erhaltenen Resultate seien kurz voraufgeschickt:

Für die durch destilliertes Wasser elektrisierte Luft wurde ...der Tat reine unipolare Leitung nachgewiesen. Die Wanderungs-...schwindigkeit der negativen Elektrizitätsträger in ihr ent-

1) Der Fakultät eingereicht im Juni 1903.

2) P. Lenard, Wied. Ann. 46. p. 584. 1892. Literatur über die ...sserfallelektrizität: J. Elster u. H. Geitel, Wied. Ann. 47. p. 496. ...92; K. Wesendonck, Wied. Ann. 51. p. 353. 1894; J. J. Thomson, ...il. Mag. (5) 37. p. 341. 1894; K. A. Holmgren, Mémoires de la ...c. Phys. de Lund 6. 1895; H. Usener, Bonner Inaug.-Diss. Juli ...95; Lord Kelvin, Magnus Maclean, Alex. Galt, Phil. Trans. ...1. A. p. 195. 1898. Die Umkehrung der Versuche bei denselben Autoren: ...oc. Roy. Soc. 57. p. 335. 1895; Phil. Trans. 191. p. 203. 1898; W. Kösters, ...aug.-Diss. Bonn 1899; Wied. Ann. 69. p. 12. 1899.

sprach ihrer Größenordnung nach den früheren in anderen Fällen der Luftleitfähigkeit gemachten Messungen. Dagegen wurden in der durch Kochsalzlösung elektrisierten Luft beide Trägersorten nachgewiesen. Die positiven wandern außerordentlich langsam, die negativen ebenso schnell wie die durch destilliertes Wasser erzeugten. Andere Versuche zwingen zu der Annahme, daß die in der durch NaCl-Lösung elektrisierten Luft enthaltenen negativen Träger erst sekundär entstehen und in der Luft fortwährend neu erzeugt werden.

Versuchsanordnung.

Die Elektrisierung der Luft geschah in einem kugelförmigen Glaskolben von ca. 20 cm Durchmesser, in den die Ausflußöffnung (durch gleichmäßiges Zuschmelzen einer Glasröhre erzeugt) eingesetzt war. Als Ausflußgefäß diente ein ca. 80 cm höher gelegener Glastrichter (Volumen $1^1/_2$ *l*). Nach Öffnung eines zwischen diesem Trichter und der Ausflußröhre befindlichen Glashahnes trat in den Kolben ein feiner Strahl ein, der dann im unteren Teile je nach den Versuchen entweder auf eine verzinnte runde Messingscheibe, auf eine Glaskugel, eine Glasplatte (bei allen $d = 2$ cm) oder auf Flüssigkeit selbst fiel. Diese floß bei allen Versuchen mit Hilfe eines Heberrohres so ab, daß ihr Niveau im Kolben konstant blieb. Die so elektrisierte Luft wurde an einer seitlichen Öffnung mit einer Wasserstrahlluftpumpe abgesaugt. In die obere Kolbenöffnung trat dann durch ein Wattefilter neue Luft ein; oder es wurde durch dieses Filter hindurch mit einem Gasometer ein Luftstrom hineingetrieben, der die elektrisierte Luft durch die seitliche Kolbenöffnung mit sich fortriß. Im ersteren Falle wurde die Windgeschwindigkeit mit einer eingeschalteten Gasuhr abgelesen, im zweiten aus dem Einsinken des Gasometers berechnet.

I. Teil. Destilliertes Wasser.

I. Einleitende Versuche mit dem Wattefilter.

Zunächst wurde die Stärke der mit destilliertem Wasser erhaltenen Luftelektrisierung bestimmt. Hinter die seitliche Kolbenöffnung wurde ein Wattefilter geschaltet, ein mit Watte gefüllter Blechhohlzylinder (Höhe 10 cm, Durchmesser 2,5 cm),

n dessen beide Deckel durch Schellacküberzug isolierte Glasöhren gesetzt waren. Wurde dieses Filter, das an zwei Seidenäden in einer weiteren zur Erde geleiteten Büchse hing, nit dem Elektrometer verbunden und die elektrisierte Luft lurchgetrieben, so trat negativer Elektrometergang ein. Wenn ler Strahl des destillierten Wassers auf die benetzte Metallplatte fiel, so wurden folgende Ausschläge erhalten:

Tabelle 1.

Strahl auf Metall.

Windgeschwindigkeit $\frac{l}{\text{Min.}}$	Elektrom. Ausschlag $\frac{\text{Daniell}}{\text{Min.}}$
0,9 l	−0,18 Daniell
1,6 l	−0,35 "
2,8 l	−0,49 "
3,4 l	−0,66 "
4,4 l	−0,77 "
5,0 l	−0,85 "
7,4 l	−1,02 "
10,0 l	−1,14 "
12,1 l	−1,20 "

Die negativen Ausschläge nahmen zu, wenn die Metallplatte durch die Flüssigkeit im Grunde des Kolbens bespült wurde, was sich durch Höherschieben des Heberrohres bewirken ließ. Sie erreichten einen Maximalwert — für die Geschwindigkeit 7,4 l/Min. −1,84 Daniell, also beinahe das Doppelte der Tab. I —, wenn eine dünne Schicht destillierten Wassers über der Platte lag, nahmen aber, wenn diese Wasserschicht höher wurde, rasch wieder ab, und betrugen, wenn die Platte ganz herausgenommen wurde, nur ungefähr die Hälfte der Werte von Tab. I (für 7,4 l: −0,58 Daniell). Es entspricht dies dem von Lenard[1]) bei Untersuchung der +Elektrisierung der Flüssigkeit gefundenen.

Die negativen Träger diffundieren sehr schnell.[2]) Fiel der Strahl 1 Min. lang auf Metall und wurde dann die Luft erst nach 1 Min. abgesaugt, so fand man bei 7,4 l Geschwindigkeit statt −1,02 Daniell nur 0,32, bei 5 Min. Pause nur −0,11 Daniell.

1) P. Lenard, l. c. p. 600.
2) P. Lenard, l. c. p. 594.

II. Untersuchung auf positive Träger.

Statt des Filters wurde dazu eine ca. 15 cm lange Metallröhre eingeschaltet, in welcher zwei Messingdrahtnetze in 0,8 cm Entfernung einander gegenüber standen, so daß sie ungefähr den Querschnitt der Röhre (7—8 cm²) ausfüllten. Die Zuleitungsdrähte der beiden Netze, dicke Messingdrähte, waren mit Siegellack isoliert und luftdicht durch die Röhrenwand geführt. Das Netz, auf das die durchgeblasene Luft zuerst stieß, war anfangs ebenso wie die ganze Röhre zur Erde geleitet, das zweite Netz + oder — geladen und zugleich mit dem Elektrometer und dem inneren Belege einer Leydener Flasche verbunden (äußerer Beleg zur Erde). So wurde gefunden:

Tabelle II.

Strahl auf Metall.

Geschwindigkeit, reduziert auf Röhre	Netzpotential	Ausschlag pro Min.
12 $\frac{cm}{sec}$	0	— 2,8 mm
5,2	+10 Volt	—17,0
12	+10	—36,2
5,2	—10	— 2,2
12	—10	— 1,2

1 Daniell = 65 mm.

Wenn also beide Netze nicht geladen sind, das Elektrometernetz aber isoliert ist, so erhielt man infolge der Diffusion der negativen Träger einen deutlichen negativen Ausschlag. Wurde das Elektrometernetz positiv geladen, so entlud sich die negative Elektrizität, die dann in Richtung der Kraftlinien mit dem Luftstrome wandert, stark an diesem Netz; wurde dieses dagegen negativ geladen, so war überhaupt keine Abnahme der Ladung zu bemerken: es waren also in der untersuchten Luft keine leicht beweglichen +Träger (vgl. p. 1123, 1124 u. 1126). Vielmehr trat immer noch negativer Elektrometergang ein, aber schwächer wie bei ungeladenem Netz, weil die Diffusion der negativen Elektrizität infolge der abstoßenden Kräfte schwächer ist.

Jetzt wurde hinter den Netzkondensator das Wattefilter schaltet und dieses wieder mit dem Elektrometer verbunden. as erste Netz und die Röhre waren durch eine Akkumulatoren- atterie geladen (anderer Pol zur Erde); das zweite Netz hatte rdleitung. Die so im Filter pro Minute erhaltenen Aus- hläge sind in Tab. III verzeichnet.

Tabelle III.

Strahl auf Metall.

Geschwindigkeit, reduziert auf die Röhre	1. ungeladen ohne Feld	2. geladen [1]) ohne Feld	3. +64	4. +16	5. +8 Volt
			mit Feld		
4 cm/sec	−28 mm	−25	− 3	—	−19
10	−52	—	− 8	−23	—
15—16	−62	−54	−10	−32	−47
24—25	−69	—	−12	—	−54

1 Daniell = 65 mm.

Die Differenz der Kolumnen 3—5 gegen 2 gibt die An- ahl Träger, die im Feld verblieben ist. Da aber vor dem Vordernetz keine Kraftlinien verlaufen, so kann dies nur adurch geschehen sein, daß die negativen Ladungen, nach- lem sie schon über das Netz hinaus waren, gegen den Luft- trom an das Netz zurückgewandert sind. Es ist somit im Prinzip die Möglichkeit einer Messung der Wanderungsge- chwindigkeit gegeben. Später (p. 1127) wurde sie in der Tat nach dieser Methode bestimmt.

Wenn Röhre und Vordernetz statt positiv negativ geladen waren, so gelangte ebenfalls nur ein Teil der negativen Träger ns Filter: sie können sich dann am Erdnetz entladen.

Zu beachten ist, daß niemals, auch nicht bei stärkster elektrischer Kraft und geringster Luftgeschwindigkeit, + Elek- trizität im Filter erhalten wurde.

Statt durch ein der Luftströmung paralleles wurde die elektrisierte Luft nun ebenso durch ein zur Luftströmung senk- rechtes Feld untersucht. Es war dies ein hohler Messingzylinder (innerer Durchmesser 2,86 cm) mit dünnem axialen Messing-

1) Röhre und beide Netze auf +64 Volt geladen.

draht (0,111 cm Durchmesser, Länge in der Achse $l = 6{,}5$ cm), der durch Siegellack isoliert durch die Röhre geführt war (Fig. 1). Dieses Feld konnte in die seitliche Kolbenöffnung geschoben werden. Wurde, während die Röhre zur Erde geleitet war, die Achse auf ± 64 Volt geladen, so erhielt man im hintergeschalteten Filter nur ganz minimale Spuren von Ausschlägen, manchmal negativ, manchmal positiv, für Geschwindigkeit 12 cm/sec (reduziert auf die Röhre) im Mittel + 0,03 mm/Min. (vgl. dagegen den großen positiven Ausschlag bei Kochsalz p. 1133, Tab. VI). Die negativen Träger gehen also alle bei + Ladung an die Achse, bei − Ladung an die innere Röhrenwand. Von positiven sind, wenn überhaupt, nur Spuren vorhanden.

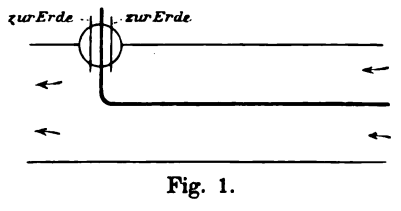


Fig. 1.

Das Herangehen an die Achse ließ sich auch direkt nachweisen, wenn die Röhre geladen wurde und die Achse selbst mit dem Elektrometer verbunden war. Es wurde aber dazu, um Störungen durch überfließende Elektrizität zu vermeiden, an der Stelle, wo die Achse durch die Röhre ging, zwischen beide noch ein zur Erde geleitetes Messingröhrchen in den Siegellack geschoben (Fig. 1). Bei einem Potential nun der Röhre bis zu + 1000 Volt wurden an der Achse niemals + Ausschläge bemerkt, sondern immer nur weniger −, als bei ungeladenem Kondensator infolge Diffusion an die Achse geht. Der Strahl fiel bei diesen Versuchen auf destilliertes Wasser selber. Bei einem Potential der Röhre von − 600 Volt gelangten bei der Geschwindigkeit 12 cm/sec an die Achse − 16,3 mm/Min., bei − 64 Volt: − 16,1, − 16 Volt: − 16,3, − 8 Volt: − 16,5 mm/Min. Also schon bei schwacher elektrischer Kraft gehen alle − Träger an die Achse. Aus dem Potential und der zugehörigen Geschwindigkeit, bei denen zuerst eine Abnahme der an die Achse gehenden − Ladungen eintritt, würde sich die Wanderungsgeschwindigkeit berechnen lassen (vgl. p. 1133 u. 1134).

Das Resultat der vorhergehenden Versuche ist demnach die Unipolarität der Leitfähigkeit für Luft, die durch fallende Tropfen von destilliertem Wasser elektrisiert ist. Nun findet

ber J. J. Thomson[1]) in Luft, die durch Wasser gesprudelt t, beide Trägersorten, und ähnlich wurden später von Him-;edt[2]) Versuche gemacht, wo durch Wasser gestrichene Luft ıwohl + als — geladene Körper entlud. Ich habe daher ıchträglich noch Versuche mit sehr kräftigen Strahlen aus-ıführt, ohne jedoch in bezug auf reines Wasser die Resultate ır genannten Beobachter bestätigen zu können. Es wurde

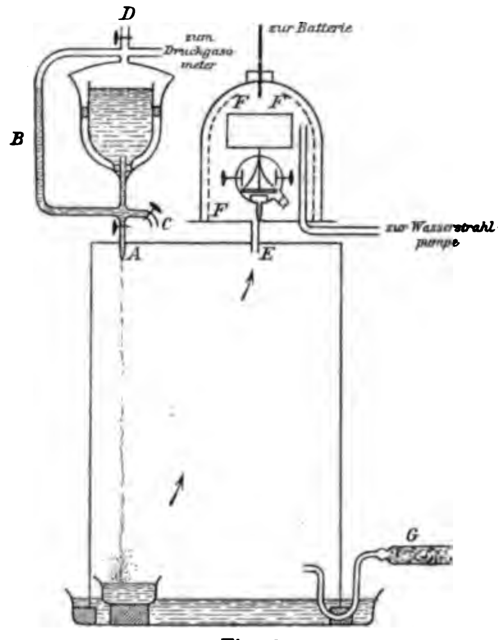


Fig. 2.

ie Zerstreuung gemessen in Luft, die durch einen starken trahl destillierten Wassers elektrisiert war. Die Anordnung ı diesem Zweck war folgende (Fig. 2). Eine Metallgasometer-ıocke von 80 cm Höhe und 45 cm Durchmesser war auf ein it Wasser gefülltes Gefäß gestülpt, so daß die Gasometerluft ɔgeschlossen war. In dieses Gasometer war oben (bei *A*, Fig. 2) ie Ausflußöffnung eingesetzt. Als Ausflußgefäß diente ein lasgefäß von $1^1/_2$ *l* Volumen, dessen Boden abgesprengt war

1) J. J. Thomson, Phil. Mag. (6) 4. p. 352. 1902.

2) F. Himstedt, Ber. d. Naturf. Gesellsch. Freiburg i. B. April 1903.

und in dessen Hals eine in Verbindung mit der Ausflußöffnung stehende Glasröhre gesetzt war. Das Glasgefäß ruhte in einem verschlossenen Eisenkolben, der durch Druckschlauch mit einem Druckgasometer verbunden war, so daß die Luft in ihm, auf 3 Atm. komprimiert, den Wasserstrahl unter starkem Druck austrieb. Wenn das Wasser ausgelaufen war, was etwa 3 Min. dauerte und an einem seitlich angebrachten Wasserstandsglas *B* beobachtet werden konnte, so wurde bei *C* nach Öffnung des dort angebrachten Quetschhahnes neues destilliertes Wasser mit der bei *D* angesetzten Wasserstrahlluftpumpe in das Gefäß gesaugt. Der Strahl fiel auf destilliertes Wasser selber, das in einer im Gasometer stehenden Glasschale stand. Die Gasometerluft war durch eine zweite Öffnung *E* in Verbindung mit dem Innenraum einer Glasglocke, aus deren oberen Teil die Luft abgesaugt wurde, so daß die elektrisierte Luft in die Glocke treten mußte, während durch das Wattefilter *G* neue Luft in das Gasometer drang. Unter der Glasglocke nun stand ein Exnersches Elektroskop mit Zerstreuungskörper und Bernsteinisolation.[1]) Die Beobachtung der Blätter geschah durch ein Loch eines engmaschigen Drahtnetzes *FF* hindurch, das die Glasglocke innen bekleidete und ebenso wie die äußere Hülle des Elektroskops zur Erde geleitet war. Mit einer Hochspannungsbatterie wurde der Zerstreuungskörper auf 270 Volt geladen mittels eines dicken Drahtes, der luftdicht durch die Glocke ging und nach dem Laden hochgezogen wurde.

Wenn nun Zimmerluft durch Gasometer und Glocke gesaugt wurde, so wurde am Elektroskop ein Spannungsverlust bemerkt, der niemals den Wert 12 Volt pro Stunde überstieg. Ließ man aber den Strahl 3 Min. laufen, so ergab sich am positiv geladenen Zerstreuungskörper in den ersten 6 Min. nach Beginn des Versuches eine Abnahme der Ladung von 91 Volt, auf die Stunde reduziert. Dagegen erhielt man bei negativ geladenem Elektroskop einen Spannungsverlust, immer nahe gleich dem Wert für unelektrische durchgesaugte Luft. Es waren also auch hier keine + Träger in merklicher Menge nachweisbar. Die entsprechenden Versuche mit NaCl fielen anders aus (vgl. p. 1136, Anm.).

---

1) Die Natriumtrocknung wurde nicht benutzt.

III. Messung der Wanderungsgeschwindigkeit.

Die Messung der Wanderungsgeschwindigkeit der negativen Träger wurde mit größerer Windgeschwindigkeit ausgeführt am Netzkondensator (p. 1122). Um aber Störungen durch die der Röhrenachse nicht parallelen Kraftlinien zu vermeiden, wurde das Elektrometernetz desselben in zwei Netze geteilt, ein kleineres kreisförmiges (7 cm² Fläche, die ganze Röhrenweite betrug 18—19 cm²) und einen dieses umgebenden Netzring (Schutzring), der durch eine etwas engere Röhre hineingeschoben wurde (Fig. 3), und nur das innere Netz war mit dem Elektrometer verbunden. Die ganze Röhre wurde an einen von einem Elektromotor getriebenen Ventilator geschlossen, dessen Geschwindigkeit durch Variation des eingeschalteten Widerstandes reguliert werden konnte. Der erzeugte Luftstrom stieß zuerst auf das Elektrometernetz nebst Schutzring und trat hinter dem Erdnetz wieder aus der Röhre. Die Luft wurde wie früher durch Auffallen auf Metall elektrisiert und mit dem Gasometerluftstrom aus dem Kolben getrieben, dann aber durch eine Öffnung der Versuchsröhre mitten in den Ventilatorluftstrom hineingeleitet, und zwar wurde eine konstante Gasometergeschwindigkeit angewandt (10 cm/sec reduziert auf die Versuchsröhre), so daß bei allen Geschwindigkeiten des Ventilatorluftstromes stets dieselbe Menge Träger in das Feld gelangen mußte. Dieses nun wurde erzeugt dadurch, daß die ganze Versuchsröhre (nebst Schutzring) und mit ihr verbunden das eine Quadrantenpaar sowie äußere Hüllen positiv geladen waren. Wenn beobachtet wurde, waren das zweite Quadrantenpaar und mit ihm verbunden das kleinere Netz, die ebenfalls geladen waren, isoliert, und das Elektrometer zeigte nun die durch die zurückwandernden negativen Träger entstandene Abnahme der + Ladung an. Die Geschwindigkeit des Luftstromes wurde gemessen durch den Ausschlag eines bifilar aufgehängten Pendels, dessen Kugel im Luftstrome war und dessen Ausschlag mit dem Mikroskop gemessen wurde.

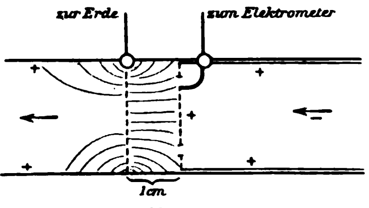


Fig. 3.

Länge des Pendels 128 cm, Gewicht der Kugel 17,40 g). Die so bei Ladung auf + 128, + 64, + 32 Volt gefundenen Ausschläge sind:

Tabelle IV.

Geschwindigkeit (Ausschlag des Pendels nach Skalenteilen im Okularmikrometer)	Elektrometerausschlag bei		
	+ 32 Volt	+ 64 Volt	+ 128 Volt
3	− 8,2 $\frac{\text{mm}}{\text{Min.}}$	− 13,4	− 14,0
9	− 3,7	− 7,4	− 9,9
23	− 2,0	—	—
26	—	− 4,1	—
30	—	—	− 5,7
39	− 0,5	—	—
51	− 0,15	—	—
54	—	− 3,0	—
73	0	—	− 4,2
96	—	− 1,8	2,8
120	—	− 1,6	—

100 Skalenteile des Okularmikrometers = 3 mm.

Die verzeichneten Ausschläge sind immer die Differenzen der im Elektrometer bei derselben Geschwindigkeit erhaltenen Ausschläge mit Feld und ohne Feld, wobei aber im letzteren Falle doch Röhre und beide Netze geladen sein konnten. Es wird so der Fehler vermieden, der durch Diffusion der Träger entsteht. Die Ablesung des Pendels geschah, weil dieses, trotzdem eine Glimmerscheibe die Schwingungen in Wasser dämpfte, nie ganz in Ruhe war, durch Bestimmen der Umkehrpunkte. Bei sehr großer Geschwindigkeit nahm dies Schwanken zu und machte die Ablesung unsicher; es wurde daher die Geschwindigkeit nicht mehr wie nötig gesteigert. Kurve 128 und 64, die man erhält, wenn man die Ausschläge der Tab. IV als Ordinaten zu den Geschwindigkeiten aufträgt, schneiden daher die Nulllinie erst jenseits der Versuche, Kurve 32 aber bei Skalenteil 55. Das Pendel wurde nachher mit einem Schalenkreuzanemometer verglichen, indem beide abwechselnd an derselben Stelle in den Luftstrom des Ventilators gebracht wurden. Für Skalenteil 55 des Okularmikrometers wurde so

[ge]funden 130 cm/sec.[1]) Zur Berechnung derselben Geschwindig[ke]it aus dem Pendelausschlag wurde die Newtonsche Formel [fü]r den Luftwiderstand angewandt, welche geeigneter erschien [fü]r kleinere Geschwindigkeiten als die von Borda und Hutton [fü]r großen Geschwindigkeiten experimentell gefundene.[2]) Der [W]iderstand der Luft ist nach Newton

$$K = \frac{1}{2} \pi r^2 \varrho v^2,$$

[wo] r der Radius, v die Geschwindigkeit der bewegten Kugel, [ϱ] die Dichte der Luft ist. Nun ergibt sich beim Pendel durch [Ze]rlegen des Gewichtes P der Kugel K außerdem als

$$P \operatorname{tg} \varphi = P \frac{a}{l},$$

[wo] a die horizontale Verrückung des Kugelmittelpunktes, l die [Pe]ndellänge ist.

Es ist daher, weil $\varrho = s/g$ ($s = 0{,}00121$)

$$v^2 = 2\,a \cdot \frac{P g}{\pi r^2 . s . l}.$$

Für Skalenteil 55 ($a = 0{,}165$ cm, $2r = 1{,}571$ cm, $l = 128$ cm) [er]gibt sich so

$$v = 137 \frac{\text{cm}}{\text{sec}},$$

[ei]n Wert, der mit dem empirisch gefundenen ganz gut über[ein]stimmt.[3]) Für die Wanderungsgeschwindigkeit ergibt sich [da]her:

$$\omega = \frac{130 \times 137}{2 . 32} . 1 = 4{,}17 \frac{\text{cm}}{\text{sec}} \text{ für 1 Volt/cm},$$

[we]nn die Geschwindigkeit der Träger der Feldstärke propor[tio]nal genommen wird.[4]) ω stimmt der Größenordnung nach [üb]erein mit den in anderen Fällen der Elektrizitätsleitung der [Lu]ft gefundenen Geschwindigkeiten negativer Träger.[5]) Aus [die]ser Wanderungsgeschwindigkeit kann man nun auf die Natur

1) Unter Benutzung der Korrektionstabelle des Anemometers, die [bei] früheren Versuchen von Prof. P. Lenard für richtig befunden wurde, [vgl]. Ann. d. Phys. 3. p. 311. 1900.

2) J. S. T. Gehler, Wörterbuch der Physik, Artikel Widerstand, 1782.

3) Für zwei weitere Geschwindigkeiten, Skalenteil 93 und 110, [wu]rde empirisch gefunden 173, 201 cm/sec, durch Rechnung 178, 194 cm/sec. [Die]se Übereinstimmung rechtfertigt auch die Anwendung des Newton[sch]en Koeffizienten des Luftwiderstandes.

4) E. Rutherford, Proc. Cambr. Phil. Soc. (8) 9. p. 413. 1898.

5) l. c. p. 416; P. Lenard, Ann. d. Phys. 3. p. 312. 1900.

der Träger schließen.[1]) Nimmt man nämlich an, daß die Masse der negativen Träger gleich der Masse der Luftmoleküle ist, welche Annahme durch den mit ihrer Hilfe herausgerechneten Wert gerechtfertigt wird, so erhält man für die Summe der mittleren Radien von Träger und Molekül

$$s = 0{,}57 \times 10^{-6} \text{ mm}.$$

Als Träger der negativen Elektrizität wären also einzelne Atome oder Moleküle anzusehen, da das s von derselben Größe ist wie der Durchmesser eines Luftmoleküles.[2])

II. Teil. Kochsalzlösung.

I. Einleitende Versuche mit dem Wattefilter.

Durch fallende Tropfen von Kochsalzlösung wird im Gegensatz zu destilliertem Wasser die Lösung negativ und die Luft positiv elektrisiert.[3]) Ließ man aber eine 6,5 proz. Lösung, von der Lenard[4]) gefunden hat, daß sie sich unter gleichen Bedingungen ebenso stark negativ lädt wie destilliertes Wasser positiv, durchfließen, so betrug der Ausschlag im Filter nur ungefähr den zehnten Teil des zu erwartenden. Dieser kleine positive Ausschlag verschwand ganz bei Bespülung der Platte mit Lösung und sprang sogar ins Negative um; am stärksten negativ war er bei der der Maximalwirkung des destillierten Wassers (p. 1121) entsprechenden Höhe der NaCl-Schicht über dem Metall. Wurde diese Schicht noch größer, wobei dann sofort an Stelle des Zerstiebens der Maximalwirkung Blasenbildung tritt, so nahm der —Ausschlag rasch wieder ab, um, wenn der Strahl auf Lösung allein fiel, wieder schwach positiv zu werden (Tab. V). Dies Verhalten zeigte sich bei allen angewandten Luftgeschwindigkeiten. Nur traten bei den kleineren verhältnismäßig mehr + als — auf. Eine weitere Ausflußöffnung (II) gab bedeutend stärkere +Ausschläge, auch bei der Maximalwirkung noch positiv; es trat dabei wieder Blasenbildung auf, weil die auf die Platte fallenden Lösungsmengen

1) Vgl. P. Lenard, l. c. p. 312—315.

2) $0{,}80 \times 10^{-6}$. O. E. Meyer, Kin. Theorie der Gase p. 327. 1899.

3) P. Lenard, Wied. Ann. **46**. p. 597 u. 628. 1892; Lord Kelvin, Magnus Maclean, Al. Galt, Phil. Trans. **191**. p. 198. 1898.

4) P. Lenard, l. c. p. 628.

zu groß sind, um die feine zerstiebende Wirkung aufrecht zu erhalten.

Tabelle V.

Flüssigkeit	Öffnung	Geschwindigkeit	Elektrometerausschlag a) Strahl auf fest. Körp.	b) Maximalwirkung	c) auf Flüssigk.	
Destilliertes Wasser	I	24 $\frac{cm}{sec}$	−82	−149	−43 $\frac{mm}{Min.}$	auf Metall
6,5 % NaCl	I	24	+ 5,4	− 26,7	+ 0,7	auf Metall
6,5 % NaCl	I	12	+ 4,7	− 16,6	+ 1,0	auf Metall
6,5 % NaCl	I	7	+ 5,6	− 12,0	—	auf Metall
6,5 % NaCl, Nach 4 Tagen	I	7	+ 7,6	− 4,5	—	auf Metall
6,5 % NaCl	I	24	− 3,7	− 39,0	—	auf Glaskugel
6,5 % NaCl	I	24	− 7,6	− 16,0	—	auf Glasplatte
6,5 % NaCl	II	24	+21,5	+ 5,2	+ 1,7	auf Metall
6,5 % Kristalle	I	24	+ 2,8	− 13,0	—	auf Metall
6,5 % chem. reine	I	24	+ 8,9	− 10,1	—	auf Metall
0,011 % NaCl	I	24	− 0,25	− 7,6	− 0,9	auf Metall
do. nach 5 Tagen	I	24	+ 1,6	− 4,2	—	auf Metall
6,5 % chem. rein	I	24	—	—	− 2,8	
" "	III	24	—	—	+ 4,0	
0,011 % chem. rein	III	24	—	—	+ 0,6	
20 % " "	III	24	—	—	+ 2,5	

Es ist nicht unmöglich, daß durch die Metallplatte eine allmähliche Verunreinigung der Lösung sich vollzieht. Wenigstens wurde bemerkt (vgl. Tab. V), daß, nachdem die Lösung mehrere Tage durchgeflossen war, die +Ausschläge deutlich zu-, die −Ausschläge abnahmen. Es wurde daher auch einmal die Metallplatte ersetzt durch eine Glaskugel und Glasplatte; jedoch ließen sich so im Filter überhaupt keine positiven Ausschläge erreichen. Die Elektrisierung ist also abhängig vom Material, auf das die Lösung fällt. Eine 6,5 proz. Lösung von Kochsalzkristallen und eine 6,5 proz. Lösung chemisch reinen Salzes (von Merck-Darmstadt) verhielten sich ebenso wie gewöhnliche Lösung. Eine 0,011 proz. Lösung war bei der Maximalwirkung ebenfalls wirksam.

Es wurde dann auch einmal die Strahlfallhöhe dadurch vergrößert, daß man in die obere Kolbenöffnung eine weite Glasröhre einsetzte und die Ausflußöffnung oben in diese Röhre einführte. Die Röhre wurde innen zur Vermeidung der Tropfeninfluenzierung mit zur Erde geleitetem Stanniol belegt. Mittels Platindrähten war auch die Lösung in der Ausflußöffnung und am Grunde des Kolbens zur Erde geleitet. Fiel nun der Strahl auf diese Lösung, so wurden im Wattefilter wieder nur schwache Ausschläge gefunden. Die bisherige, für die größere Fallhöhe wohl etwas zu enge Ausflußöffnung (I) gab schwach negative, eine weitere (III), die einen sehr kräftigen Strahl lieferte, schwache positive Ausschläge (Tab. V).

Diese hielten sich aber im Gegensatz zu den negativen des destillierten Wassers sehr lange in der Kolbenluft. Wurde, nachdem der Strahl 1 Min. gelaufen war, die Luft erst nach 1, 5, 20 Min. abgesaugt, so fand man pro Minute +5,2, +3,8, +1,2 mm Ausschlag für 6,5 proz. Lösung.

Eine Erklärung für die schwankenden + und − Ausschläge bei der Kochsalzlösung, die sich übrigens auch schon bei Lenards Versuchen bei Untersuchung der Luft manchmal ergeben hatten[1]), wird sich im folgenden dadurch ergeben, daß NaCl im Gegensatz zu reinem Wasser sowohl + als −Träger in der Luft entstehen läßt.

II. Bestimmung der Wanderungsgeschwindigkeit.

Zur Bestimmung der Wanderungsgeschwindigkeit der durch Fallen auf Metall (Fallhöhe 16 cm) erzeugten positiven Träger wurde zwischen Filter und Kolben der axiale Kondensator geschaltet (p. 1124, Fig. 1), dessen Mantel zur Erde geleitet, dessen Achse aber mit einer Elektrisiermaschine (anderer Pol zur Erde) geladen werden konnte. Damit das Achsenpotential sich konstant hielt, war die Achse außerdem mit den inneren Belegen zweier Leydener Flaschen verbunden (äußere Belege zur Erde) und zur Messung der Potentialdifferenz zwischen Mantel und Achse noch mit der größeren (unteren) Platte eines W. Thomsonschen transportfähigen Elektrometers. Die obere Platte dieses Instrumentes, worin das ausgeschnittene

1) P. Lenard, l. c. p. 608.

ewegliche Stück, das zur Messung dient, und die äußere [ülle waren zur Erde geleitet. Es zeigte sich nun, daß selbst ei Spannungen bis 5000 Volt noch positive Ladungen durch en Kondensator ins Filter gelangten. Erst bei den kleinsten eschwindigkeiten, 3—7 cm/sec, reduziert auf die Kondensatorlhre, bei denen also auch sehr viel weniger +Träger mitsführt werden, ließ sich ein Nullwerden der Ausschläge erichen.

Tabelle VI.

Strahl auf Metall (Öffnung II). 6,5 proz. Lösung.

Potential der Achse	Elektrometerausschlag bei			
	12 $\frac{cm}{sec}$	7,2 $\frac{cm}{sec}$	5,16 $\frac{cm}{sec}$	3,9 $\frac{cm}{sec}$ Geschw.
0	+6,2	+4,3	+3,2	+1,8 $\frac{mm}{Min.}$
−1350 Volt	—	—	—	+0,8
−1916	+4,5	—	+1,15	+0,25
+1916	—	—	+1,4	—
−2490	—	—	—	0
−2860	—	+1,5	—	—
+2860	—	—	+0,3	—
−2920	—	—	+0,05	—
+3490	—	—	+0,05	—
−3810	+3,2	+0,75	0	0
+3810	—	+1,1	—	—
−4000	—	+0,4	—	—
+4150	—	+0,6	—	—
+4720	—	+0,2	—	—
−4720	—	0	0	0

Zur Kontrolle wurde auch stets der Ausschlag gemessen, n unelektrische durchstreichende Luft im Filter hervorrief. war aber meistens zu vernachlässigen. Die Schnittpunkte r Kurven, die man erhält, wenn man die Ausschläge der b. VI als Ordinaten zu den Spannungen aufträgt, mit der Achse geben Werte des Potentiales, aus denen sich mit lfe der für jede Kurve konstanten Luftgeschwindigkeit v Wanderungsgeschwindigkeit berechnen läßt. Nehmen wir Mitte der Zylinderachse als X-Achse, die Y-Achse an der Stelle, wo die Träger ins Feld treten, senkrecht nach oben, erhalten wir bei anziehender Kraft der Achse als Ge-

schwindigkeitskomponenten, die einem Träger im Kondensator erteilt werden:

$$x' = v,$$
$$-y' = F . \omega,$$

wo ω die Wanderungsgeschwindigkeit ist, denn für Feldstärke $F = 1$ wird $y' = \omega$. Nun ist die Feldstärke in einem zylindrischen Kondensator mit den Radien r_1 und r_2

$$F = \frac{V}{y \log \frac{r_1}{r_2}},$$

wo V das Potential der einen Röhre ist, während die andere Erdleitung hat. Somit ergibt sich, wenn man ein Teilchen betrachtet, das an der äußeren Zylinderfläche in das Feld tritt, d. h. für $t = 0$ $x = 0$, $y = r_1$ setzt, durch Integration und Elimination von t als Bahn des Trägers die Parabel:

$$\frac{y^2 - r_1^2}{2} = - \frac{V \omega}{\log \frac{r_1}{r_2}} . \frac{x}{v} .$$

Der Schnittpunkt der Kurven gibt dasjenige v und V, bei dem die Parabel am Ende des Feldes die Achse erreicht, bei dem also $y = r_2$, $x = l$ wird. Es wird daher

$$\omega = \frac{r_1^2 - r_2^2}{2\, l} . \log \frac{r_1}{r_2} . \frac{v}{V} .$$

Bei abstoßender Kraft der Achse erhält man infolge des entgegengesetzten Vorzeichens von y' und der anderen Anfangs- und Grenzbedingungen denselben Wert für ω. Es gilt also für + und —Ladung der Achse

$$\omega = \text{konst.} \cdot \frac{v}{V} = 0{,}507 \cdot \frac{v}{V} .$$

Setzt man die nach den Versuchen gefundenen Werte von v und V ein, für letzteres das Mittel aus dem Werte bei + und —Ladung, so ergibt dies im Mittel

$$\omega = 8{,}33 \times 10^{-4} \frac{\text{cm}}{\text{sec}} \text{ für 1 Volt/cm},$$

also einen außerordentlich kleinen Wert, ungefähr halb so groß wie der, den Lenard[1]) für die durch ultraviolettes Licht in

1) P. Lenard, Ann. d. Phys. 3. p. 315. 1900.

Luft erzeugten + Träger fand, und 100 mal kleiner wie der von demselben Forscher für leuchtende Lithiumträger in Flammen gefundene.[1]) Setzt man voraus, daß die Träger fortdauernd positiv geladen sind[2]), so würde man die Masse des Luftmoleküles gegen die des Trägers vernachlässigen können und so für s erhalten[3])

$$s = 39 \times 10^{-6} \text{ mm}.$$

Der Durchmesser eines Trägers $2s$ wäre also gerade gleich dem 100fachen eines Luftmoleküldurchmessers, und als Träger der positiven Elektrizität wären daher ganze Komplexe von Molekülen anzusehen.

Wenn der Kochsalzstrahl auf Glas fiel, so war der Ausschlag im Filter negativ (Tab. V). Schiebt man nun ebenso wie oben zwischen Filter und Kolben das starke Feld, so gelangten auch die negativen Ausschläge noch bei hohen Spannungen ins Filter, wie Tab. VII zeigt.

Tabelle VII.

6,5 proz. NaCl-Strahl auf Glasplatte.

Achsenpotential	Geschwindigkeit	Ausschlag
0 Volt	12 $\frac{\text{cm}}{\text{sec}}$	−16 $\frac{\text{mm}}{\text{Min.}}$
+2000	12	−10
Strahl auf NaCl-Schicht über dem Metall.		
0	12	−10,1
+3800	12	− 5,5
0	7,2	− 6,1
+3000	7,2	0

Es wäre dies der erste jemals beobachtete Fall, daß negative Ladungen so langsam wandern; es ist jedoch nicht notwendig so zu denken, wie das Folgende zeigt.

1) P. Lenard, Ann. d. Phys. 9. p. 647. 1902.

2) Vgl. die entgegengesetzte Annahme, P. Lenard, Ann. d. Phys. 9. p. 649. 1902.

3) P. Lenard, Ann. d. Phys. 3. p. 312—315. 1900.

III. Positive und negative Träger.

Schon der wechselnde + und − Ausschlag im Filter mußte zur Vermutung führen, daß in der durch Kochsalz elektrisierten Luft gleichzeitig + und − Träger vorhanden sind. Dies läßt sich direkt zeigen. Läßt man z. B. den Strahl auf Metall fallen, wo also der Überschuß im Filter + ist, und saugt dann die Luft in den Netzkondensator (Röhre und erstes Netz zur Erde, zweites Netz + geladen und mit dem Elektrometer verbunden), so tritt am + geladenen Netz Entladung ein. Für 24 cm/sec Luftgeschwindigkeit, Öffnung I, 16 cm Fallhöhe und 64 Volt Feldstärke: −3,1 mm/Min., d. h. in der + elektrischen Luft sind auch negative Träger.[1])

Es wurde nun versucht, beide Trägersorten auch mit der p. 1132 beschriebenen Versuchsanordnung (Fallhöhe 60 cm auf Lösung) nachzuweisen. Wenn aber dann der zylindrische Kondensator ungeladen eingeschaltet wurde, so erhielt man im hintergeschalteten Filter ganz andere Ausschläge wie früher (Tab. V, p. 1131), nämlich stärkere − statt der schwachen + (vgl. Tab. VIII).

Tabelle VIII.

Luftgeschwindigkeit 24 $\frac{cm}{sec}$	6,5 %	chem. rein	−10,4 $\frac{mm}{Min.}$
	0,011 %	„ „	− 9,7
	2,1 %	„ „	− 3,9
	20 %	„ „	−17,0

Wurde das Filter wieder direkt an den Kolben geschlossen, so erschienen die früheren Ausschläge wieder. Erklärlich würde der Versuch durch die Annahme, daß die −Ladungen im Kondensator neu erzeugt sind, eine Annahme, die durch die später (p. 1140) gefundene schnellere Wanderungsgeschwin-

1) Dasselbe wurde gefunden durch Messung der Zerstreuung mit dem Exnerschen Elektroskop und der p. 1125 u. 1126 beschriebenen Versuchsanordnung. Die Zerstreuung für unelektrische durchgesaugte Luft betrug im Mittel 9,6 Volt pro Stunde. Wurde aber Luft durchgesaugt, die durch den starken Strahl von 6,5 proz. NaCl-Lösung elektrisiert war, so betrug in den 6 Min. nach Beginn des Versuches (der Strahl lief wie früher 3 Min.) die Zerstreuung bei Ladung auf −270 Volt: 73 Volt pro Stunde, +270 Volt: 64 Volt pro Stunde.

digkeit der negativen Träger bestätigt wird. Untersuchungen von Lenard[1]) über die Wanderung von Elektrizitätsträgern in Flammen machen es wahrscheinlich, daß dort positive Träger fortwährend negative aussenden. Macht man in unserem Falle die gleiche Annahme, so würden sich die anscheinend regellosen Erscheinungen wohl erklären. Es sind hier aber nicht, wie in der zitierten Flammenuntersuchung, Anzeichen dafür vorhanden, daß die ausgesandten Ladungen durch Neuaufnahme ergänzt werden, denn eine zweite Sorte + Träger, die in der Luft durch Wegnahme der — bleiben würden, ist nirgends nachgewiesen.

Wenn die positiven Träger große Molekülkomplexe sind, so wäre es denkbar, daß sie erhitzt ähnlich wie der Staub heißer Luft an die kälteren Wände gehen.[2]) Dies tritt jedoch nicht ein; denn, wenn man den ungeladenen Kondensator mit Eis umgab oder ihn in kochendes Wasser brachte, so änderten sich dadurch die negativen Ausschläge im Filter gar nicht.

Wurde nun die Achse des Kondensators geladen, so gelangten die negativen Träger ebenso wie in Tab. VII, p. 1135 noch bei starken Spannungen durch das Feld, wie Tab. IX zeigt.

Tabelle IX.

Strahl auf 6,5 proz. NaCl.

Geschwindigkeit	Achsenpotential	Ausschlag
24 $\frac{cm}{sec}$	0 Volt	−10,4 $\frac{mm}{Min.}$
24	+ 500	−12,2
24	+1000	− 8,0
7,2	0	− 5,2
7,2	+4700	0

Wurde die Kondensatorachse mit dem Elektrometer verbunden und der Mantel mit einer Hochspannungsbatterie geladen, so fand man für die Geschwindigkeit 12 cm/sec die Ausschläge der Tab. X.

1) P. Lenard, Ann. d. Phys. 9. p. 642. 1902.

2) Vgl. J. Aitken, Proc. Edinb. Roy. Soc. 12. p. 440. 1884.

Tabelle X.

Strahl auf 6,5 proz. NaCl.

Pot. des Mantels	Ausschlag	Pot. des Mantels	Ausschlag
0	0	+ 32 Volt	0
− 16 Volt	−0,6 mm/Min.	+ 128	+0,8 mm/Min.
− 64	−2,3	+1000	+2,1
− 200	−2,7		
−1000	−4,2		

Beide Trägersorten gehen an die Achse, die negativen aber schon bei schwächerer Kraft stärker. Bei größerer Kraft erhält man für sie keinen Grenzwert wie bei destilliertem Wasser (p. 1124). Nach der p. 1137 gegebenen Erklärung wird dies verständlich. Solange positive Träger da sind, werden sich auch stets negative zeigen, und wenn bei wachsender Spannung die positiven ihre Bahn ändern, werden die eben erzeugten negativen leichter an die Achse gehen können. Die herangehende Menge ist also mit wachsender Kraft größer.

Außer dem Wattefilter wurde jetzt zum Auffangen der Elektrizität noch eine zweite Vorrichtung zu Hilfe genommen. Es war dies ein Zinkblechhohlzylinder von ca. 25 cm Höhe und 10 cm Durchmesser, in dessen einen Deckel ein kurzes und ein langes Flintglasrohr, beide außerdem zur Isolation innen und außen mit Schellack überzogen, eingesetzt waren. Dieser Hohlzylinder stand seitlich auf drei Siegellackfüßen in einem größeren Metallkasten, der zur Erde geleitet war. Die Luft trat im kurzen Rohr ein, durchstrich den Zylinder der Länge nach und trat durch das lange Rohr wieder aus. Wurde diese Vorrichtung statt des Wattefilters an den Kolben geschlossen und der isolierte Zylinder mit dem Elektrometer verbunden, so wurde für 6,5 proz. Lösung und die frühere Geschwindigkeit 24 cm/sec erhalten: −7,2 cm/sec, also kein positiver Ausschlag wie im Filter: Die negativen Träger gehen leichter an den Zylinder wie die positiven, und außerdem wird sich, weil der Weg für die Luft im Zylinder größer ist wie der bis zum Filter, das Mengenverhältnis der + und − ändern.

Wurde zwischen Hohlzylinder und Kolben der axiale Kondensator geschaltet, so fand man bei ungeladenem Kondensator −9,5 mm/Min., also wie p. 1136 einen größeren negativen Aus-

chlag, bei geladener Achse gelangten wie früher ins Filter p. 1135, Tab. VII und p. 1137, Tab. IX) die negativen Ausschläge noch bei starken Spannungen in den Hohlzylinder.

Wenn das zur Erde geleitete Wattefilter zwischen Kolben und Hohlzylinder geschaltet wurde, so fand man für die frühere eschwindigkeit 24 cm/sec im Hohlzylinder einen Ausschlag on −1,6 mm/Min. Es gelangten also negative Träger durch las Filter, was aber nicht zu verwundern ist, weil das Filter a nur kurz ist und auch nicht fest gestopft war. Wurde iber umgekehrt zuerst der Hohlzylinder an den Kolben gechlossen und hinterher das Filter, mit dem Elektrometer verunden, so fand man im Filter +1,8 mm/Min., also einen posiiven Ausschlag. Hieraus läßt sich schließen auf größere Beweglichkeit der negativen Ladungen, die leichter wie die posiiven an die innere Wand des Hohlzylinders gehen.

Eine größere Wanderungsgeschwindigkeit der − Träger lirekt nachzuweisen, war das Ziel der folgenden Versuche. Zuerst wurde gezeigt, daß die elektrisierte Luft nach Passieren ines starken Feldes noch leitfähig ist, also noch beide Trägerorten enthält. Dazu wurde hinter den axialen Kondensator, ler bei allen Versuchen eine Potentialdifferenz von 1200 Volt atte, der Netzkondensator geschaltet und zwar so, daß das rste Netz wie die ganze Röhre zur Erde geleitet, das weite Netz aber geladen und zugleich mit dem Elektrometer erbunden war. So erhielt man die Ausschläge der Tab. XI.

Tabelle XI.

Strahl auf 6,5 proz. Lösung.

Geschwindigkeit	Pot. des 2. Netzes	Ausschlag
12 $\frac{cm}{sec}$	0	−0,4 $\frac{mm}{Min.}$
12	+ 64 Volt	−4,2
12	+128	−4,0
12	− 64	+0,9
12	−128	+1,6

Dann wurde das erste Netz mit dem Elektrometer verbunden und ebenso wie die ganze Röhre geladen und das zweite Netz zur Erde geleitet.

Tabelle XII.

Strahl auf 6,5 proz. Lösung.

Geschwindigkeit	Pot. des 1. Netzes	Ausschlag
12 $\frac{cm}{sec}$	0	−0,6 $\frac{mm}{Min.}$
12	− 64 Volt	−0,45
12	−128	−0,65
12	+ 64	−3,8
12	+128	−4,0

Ein Zurückwandern positiver Träger findet also nicht statt; dagegen haben die negativen eine Wanderungsgeschwindigkeit von derselben Größenordnung wie die durch destilliertes Wasser erzeugten. Wenn sie nun trotzdem durch ein starkes Feld gelangen, so ist dies nur möglich dadurch, daß sie im Feld und hinter dem Feld neu erzeugt worden sind.

Ich habe als Erzeugungszentren die durch Zerreißen der Doppelschicht zwischen Kochsalztropfen und Luft ursprünglich allein erzeugten positiven Träger der Luft angesehen (p. 1137). Diese Annahme findet darin eine wesentliche Stütze, daß, wie gezeigt, bei reinem destillierten Wasser, wo nur negative Träger vorhanden sind, nichts von nachträglicher Entstehung neuer Träger zu bemerken ist. Daß J. J. Thomson und Himstedt (p. 1125) bei gewöhnlichem Wasser das Gegenteil finden, wird nicht wundernehmen, da man weiß, daß schon geringe Verunreinigung des destillierten Wassers ganz andere Wirkungen gibt.[1]) Hr. Himstedt erklärt seine Versuche durch eine zersetzende Wirkung des Wassers auf die Gasmoleküle infolge bloßer Berührung.[2]) Eine solche Berührung tritt auch bei den in dieser Arbeit gemachten Versuchen, besonders bei dem starken Strahl p. 1126 in ausgedehntem Maße ein. Trotzdem sind keine +Träger nachweisbar. Es muß daher gesagt werden, daß die hier beschriebenen, unter günstigen Bedingungen und

1) P. Lenard, Wied. Ann. **46.** p. 589, 596 u. 629. 1892. Hrn. J. J. Thomsons Versuche mit destilliertem Wasser im Sprayer (J. J. Thomson, Phil. Mag. (6) **4.** p. 360. 1902) scheinen unzweifelhaft eine Wirkung anderer Art zu betreffen, ohne daß man jedoch sagen könnte, der Sitz dieser Wirkung sei gefunden.

2) F. Himstedt, l. c. p. 12.

möglichst reinen Verhältnissen angestellten Versuche in Widerspruch zu jener Hypothese der zersetzenden Wirkung des Wassers auf die Luft stehen.[1] Zu bemerken dürfte auch sein, daß Versuche mit ruhigen Flüssigkeitsoberflächen, an welchen Wirkungen solcher Art rein sich zeigen könnten, bisher noch nicht vorliegen. Ein Versuch mit den Wolken eines Dampfstrahles gab J. J. Thomson ein negatives Resultat.[2] Hrn. Himstedts Versuche mit benetztem Koaks, Sand dürften lebhafte innere Bewegungen der Flüssigkeit nicht ausgeschlossen haben, denn solche verraten sich als Geräusch dem Ohr an den benetzten porösen Körpern.

Vorstehende Arbeit wurde im Physikalischen Institut zu Kiel ausgeführt. Dem Leiter desselben, Hrn. Prof. Lenard, bin ich für die Anregung und für stete Ratschläge im ganzen Verlauf der Versuche zu dauerndem Dank verpflichtet.

1) Hrn. Himstedts Versuche, daß destilliertes Wasser, Leitungswasser und viele Lösungen dieselbe Leitfähigkeit der Luft geben (l. c. p. 5), scheinen in noch unaufgeklärtem Widerspruch zu stehen zu den Resultaten, die anscheinend gleiche Versuche früherer Beobachter ergaben. Lord Kelvin, Magnus Maclean u. Al. Galt, Proc. Roy. Soc. **57**. p. 343. 1895; Phil. Trans. **191**. p. 203. 1898.

2) J. J. Thomson, l. c. p. 366.

(Eingegangen 6. August 1908.)

14. *Über Präzisionsnormale der Selbstinduktion; von F. Dolezalek.*

Die Messung der für den Verlauf von Wechselströmen maßgebenden Konstanten der Selbstinduktion, der Kapazität und der gegenseitigen Induktion kann geschehen durch Vergleich gegen einen Normalkondensator oder gegen ein Normal der Selbstinduktion. Der Kondensator ist, wie bereits mehrfach[1]) hervorgehoben, wegen seiner großen Veränderlichkeit mit der Zeit erheblich weniger geeignet ein Präzisionsnormal zu bilden, als die von den genannten Einflüssen fast unabhängige Selbstinduktionsspule; Präzisionsmessungen der Induktionskonstanten führt man daher am zweckmäßigsten durch Vergleich gegen ein Selbstinduktionsnormal aus. Die Selbstinduktionsnormalien haben mithin für Wechselstrommessungen eine gleich große Bedeutung, wie Widerstandsnormalien für Gleichstrommessungen. Man muß an dieselben daher die gleichen Anforderungen der Präzision stellen wie an Widerstandsnormalien.

Der Umstand, daß die Siemens & Halske A.-G. jetzt die Herstellung von Präzisionsnormalien der Selbstinduktion in ihre Fabrikation aufgenommen hat, gab mir Veranlassung zu der nachstehenden Untersuchung.

Die Spannungsdifferenz an den Polen einer Drahtspule mit dem Selbstinduktionskoeffizienten L und dem Widerstande R beträgt bei Durchgang eines mit der Zeit t veränderlichen Stromes J bekanntlich:

$$V = R J + L \frac{\partial J}{\partial t}. \tag{1}$$

Für einen periodischen Strom von der Form

$$J = e^{ipt} \qquad \begin{matrix} (i = \sqrt{-1}) \\ (p = \text{Perioden in } 2\pi \text{ Sekunden}) \end{matrix}$$

ist daher

$$V = R e^{ipt} + ip L e^{ipt} = (R + ip L) . J. \tag{2}$$

1) Vgl. z. B. E. Orlich, Elektrotechn. Zeitschr. 24. p. 502. 1903.

Die Induktionsspule verhält sich dem Strom e^{ipt} gegenüber wie eine induktionsfreie Spule mit dem Widerstand $(R + ipL)$.

Von einem Selbstinduktionsnormal muß man daher verlangen, daß die den „Widerstandsoperator" $(R + ipL)$ zusammensetzenden Größen, nämlich Widerstand R und Selbstinduktion L möglichst unabhängig sind von Zeit und Temperatur sowie besonders von der Frequenzgröße p des Wechselstromes. Es ist bekanntlich das große Verdienst von M. Wien[1]), derartige Normalien zuerst hergestellt und Methoden zu ihrer genauen absoluten Bestimmung[2]) ausgebildet zu haben. Bei der Prüfung dieser von W. Siedentopf in Würzburg angefertigten Normalien auf die erwähnten Bedingungen zeigte es sich, daß bei niedrigen Periodenzahlen Selbstinduktion und Widerstand vorzüglich konstant und der gemessene Widerstandsoperator für verschiedene Periodenzahlen mit den berechneten übereinstimmt. Als ich jedoch diese Prüfung auf Frequenzen von über 300 Perioden ausdehnte, ergaben sich mit zunehmender Frequenz steigende Abweichungen. Wurden in der Wechselstrombrücke zwei Normalien mit verschieden starkem Draht verglichen, so wies das Normal mit dickerem Draht eine deutliche Zunahme des Widerstandes mit der Frequenz auf und ergab etwas schwankende Werte der Selbstinduktion. Eine Berechnung lehrte, daß diese Abhängigkeit auch nicht annähernd durch die Kapazität der Spulen zu erklären war. Es blieb daher zur Erklärung nur die Annahme einer bei höheren Frequenzen auftretenden ungleichmäßigen Verteilung der Stromlinien im Leiterquerschnitt oder die Entstehung von Wirbelströmen in benachbarten Metallmassen übrig. Die Vermutung, daß hieran wesentlich die auf den Steinrollen befindlichen Klemmschrauben beteiligt sind, erwies sich insofern als richtig, als nach Entfernung derselben die Abweichungen geringer wurden. Es blieb jedoch eine starke Abhängigkeit des Widerstandes von der Periodenzahl bestehen und dieselbe verschwand erst, nachdem an Stelle des massiven Drahtes ein Seil aus dünnen, voneinander isolierten Drähten gesetzt wurde, wodurch dem Auftreten von Wirbelströmen und der ungleich-

---

1) M. Wien, Wied. Ann. **58**. p. 553. 1896.
2) M. Wien, Wied. Ann. **44**. p. 689. 1891.

mäßigen Verteilung der Stromlinien im Kupferdraht selbst vorgebeugt wurde.

1. Einfluß der Periodenzahl auf den Widerstand.

Nachdem die Ursache der Abweichungen erkannt war, konnte eine quantitative Prüfung leicht vorgenommen werden. Zu diesem Zwecke wurde in der Wechselstrombrücke (Fig. 1) eine Selbstinduktionsspule mit massivem Kupferleiter (L_1) gegen eine Spule mit unterteiltem Leiter bei verschiedenen Periodenzahlen gemessen. Zweig 1 enthielt außerdem noch einen induktionsfreien Widerstandskasten W_1. Die Verbindung zwischen Zweig 1 und 2 war durch einen dicken Manganindraht D mit Schleifkontakt hergestellt, um die Widerstandseinstellung bis auf 0,01 Ohm ausführen zu können. Als Nullinstrument diente ein Hörtelephon und als Stromgenerator eine Wechselstrommaschine für hohe Frequenzen in der Form, wie ich sie kürzlich beschrieben habe.[1]) Die Ausführung der Messung geschah in der Weise, daß zunächst durch Verstellen am Schleifkontakt, sowie durch Ziehen von Widerstand in W_1 und Verschiebung des Widerstandskontaktes in bekannter Weise ein scharfes Telephonminimum eingestellt wurde. Aus dem Brückenverhältnis, den Widerständen der Brückenzweige und dem Selbstinduktionswert der Litzenspule ergibt sich der Wechselstromwiderstand R_1 und die Selbstinduktion L_1 der Drahtspule. Wird alsdann die Wechselstromquelle mit einer Gleichstromquelle, das Telephon mit einem Galvanoskop vertauscht und durch Verschieben am Widerstandskontakt wieder auf Stromlosigkeit in der Brücke eingestellt, so erhält man auch den Gleichstromwiderstand R

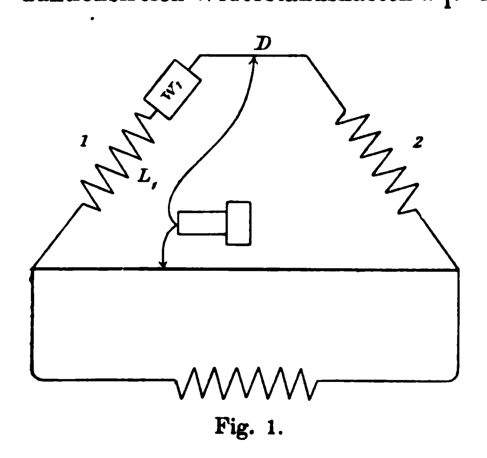


Fig. 1.

1) F. Dolezalek, Zeitschr. f. Instrumentenk. **23.** p. 240. 1903.

Drahtspule. Die Differenz $R_1 - R$ ergibt die Zunahme
Widerstandes infolge von ungleichförmiger Verteilung der
nlinien im massiven Draht und Wirbelströmen. Der Leiter
/ergleichsspule bestand aus einer Kupferlitze von 72 iso-
n Drähten von je 0,1 mm Stärke. Wie aus der nach-
nden Untersuchung hervorgeht, konnte der Widerstand
die Selbstinduktion dieser Spule als hinreichend unabhängig
der Frequenz angenommen werden. Messungen wurden
pulen von ca. 0,03 Henry aus 1,1 und 0,85 mm starkem
t ausgeführt. Die Resultate enthält nachstehende Tabelle.

	Perioden pro Sekunde	Selbstinduktion Henry	Gleichstromwiderstand Ohm	Wechselstromwiderstand gemessen	Wechselstromwiderstand berechnet
mal aus ,1 mm m Draht	591	0,0325	4,83	5,43	5,45
	917	0,0325	4,83	6,32	6,32
	1452	0,0325	4,83	8,54	8,56
	2286	0,0325	4,83	14,13	14,08
mal aus 35 mm m Draht	643	0,0330	6,96	7,84	7,83
	1000	0,0330	6,96	7,86	7,87
	1433	0,0330	6,96	8,83	8,82
	1893	0,0330	6,96	10,21	10,20
	2272	0,0330	6,96	11,63	11,63

Die Widerstandszunahme steigt mit dem Quadrat der
uenz an, so daß für den Wechselstromwiderstand R' die
hung gilt:

$$R' = R + k n^2,$$

k eine Konstante, R den Gleichstromwiderstand und n
Frequenz bedeutet. Die letzte Kolumne obiger Tabelle
ilt die nach dieser Gleichung berechneten Werte des
iselstromwiderstandes. Bei der Spule aus 1,1 mm starkem
t wurde $k = 1,77 . 10^{-6}$, bei derjenigen aus 0,85 mm starkem
t $k = 0,905 . 10^{-6}$ eingesetzt. Die Widerstandszunahme
iernach selbst bei einer Spule von 0,85 mm starkem Draht
nur 0,03 Henry ganz bedeutend, so daß der Wechselstrom-
rstand bei 2773 Perioden doppelt so groß ist wie der
hstromwiderstand. Bei der Spule aus 1,1 mm starkem
t wird die Verdoppelung des Widerstandes bereits bei

1652 Perioden erreicht. Bei größeren Selbstinduktionswerten sind die Widerstandszunahmen natürlich gleichfalls beträchtlicher.

2. Einfluß der Drahtstärke.

Um den Einfluß der Drahtstärke genauer kennen zu lernen, wurden auch noch Messungen an Spulen von 0,55 und 2,0 mm starkem Kupferdraht vorgenommen. Reduziert man die erhaltenen k-Werte auf gleiche Selbstinduktion, so ergibt sich folgendes:

0,55 mm starker Draht	$k = 0{,}37 \,.\, 10^{-6}$	für 0,03 Henry.
0,85 „ „ „	$k = 0{,}82 \,.\, 10^{-6}$	
1,10 „ „ „	$k = 1{,}64 \,.\, 10^{-6}$	
2,00 „ „ „	$k = 6{,}5 \,.\, 10^{-6}$	

Hiernach würde die Widerstandszunahme noch etwas schneller als mit dem Quadrat der Drahtstärke ansteigen. Vermutlich ist jedoch auch die Gestalt der Spule von Einfluß, so daß einfache genaue Gesetzmäßigkeiten in dieser Beziehung nicht zu erwarten sind. Aus den obigen k-Werten ist jedoch zu erkennen, daß der Einfluß der Frequenz auf den Widerstand bei Verwendung von 0,1 mm starkem Draht bereits nur noch von der gleichen Größenordnung ist, wie der Einfluß geringer Temperaturschwankungen. Eine weitere Unterteilung des Leiters hätte erst Zweck, wenn es gelänge, eine gut leitende Metalllegierung mit geringem Temperaturkoeffizienten des Widerstandes herzustellen. Infolgedessen werden die neuen Präzisionsnormalien der Siemens & Halske A.-G. aus einem Seil von 0,1 mm starken Drähten angefertigt.

3. Einfluß der Frequenz auf die Selbstinduktion.

Die starke Veränderung, welche der Widerstand einer Spule mit massivem Leiter bei steigender Frequenz aufweist, ließ auch eine Beeinflussung des Selbstinduktionswertes vermuten. Die Messung gegen ein Normal mit Litzenbewickelung ergab an einer Spule aus 2,0 mm starkem Draht folgende Werte:

825 Perioden	0,03194 Henry
1650 „	0,03176 „

Die Selbstinduktion fällt also mit zunehmender Frequenz ein wenig ab. Der Einfluß der Frequenz ist jedoch sehr gering

und macht sich erst bei sehr starken Leitern oder hohen Werten der Selbstinduktion störend bemerkbar.

Wie in Abschnitt 5 abgeleitet, bewirkt die Kapazität der Spule ein geringes Ansteigen der Selbstinduktion mit zunehmender Frequenz. Die Abnahme der Selbstinduktion würde also ohne den Kapazitätseinfluß noch etwas größer sein.

Die Abnahme der Selbstinduktion ist höchst wahrscheinlich durch das Zusammendrängen der Stromlinien innerhalb des Leiterquerschnittes nach der Spulenachse hin zu erklären. Setzt man den Leiter aus einzelnen sehr dünnen Drähten zusammen und verseilt diese mit hinreichend kurzem Drall, so ist die von den einzelnen Drähten innerhalb jeder Windung umschlossene Kraftlinienzahl dieselbe und daher eine unsymmetrische Verteilung der Stromlinien ausgeschlossen.

4. Absolute Messungen.

Wie soeben erörtert, ist die Veränderung der Selbstinduktion einer Spule mit massivem Leiter bei steigender Frequenz relativ gering. Dies ändert sich jedoch, sobald auch der Widerstand der Spule auf den zu messenden Selbstinduktionswert von Einfluß ist. Dies tritt z. B. ein, wenn man die Messung an einem Normal mit parallel geschaltetem induktionsfreien Widerstand auszuführen hat, wie es bei der absoluten Bestimmung von Selbstinduktionen nach der Wienschen Methode der Fall ist.

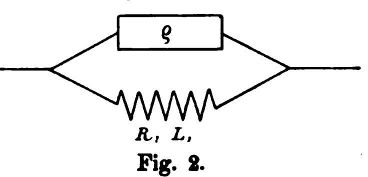


Fig. 2.

Der Widerstandsoperator a einer derartigen Stromverzweigung (Fig. 2) ergibt sich aus den Widerstandsoperatoren der Zweige:

$$a_1' = \varrho, \quad a_1 = R_1 + i p L_1 \text{ (vgl. oben)}$$

zu

$$a = \frac{a_1 \cdot a_1'}{a_1 + a_1'} = \frac{\varrho (R_1 + i p L_1)}{R_1 + \varrho + i p L_1} = R' + i p L'. \tag{4}$$

R' ist der wirksame Widerstand und L' die wirksame Selbstinduktion der Verzweigung. Letztere berechnet sich zu:

$$L' = \frac{\varrho^2 \cdot L_1}{(R_1 + \varrho)^2 + p^2 L_1^2}. \tag{5}$$

Dieser Ausdruck enthält den Spulenw
also nur bei Verwendung von unterteil
geben.

Auf Anwendung der Beziehunger
Methode von Wien zu absoluten Be
induktionen. Dieselbe wird in der W
dem Schema Fig. 3 ausgeführt. AB
ausgespannter Meßdraht. Die Zweig
eine Induktionsspule mit den Koeffi
den Widerständen R_1 und R_2 und a
tionsfreien Widerstandssatz. Der le

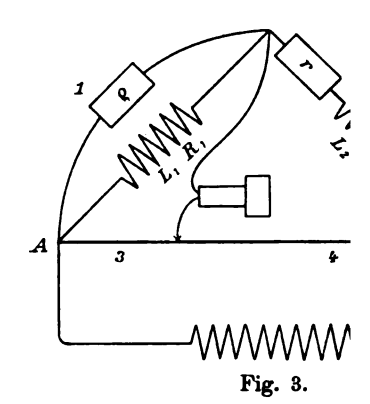


Fig. 3.

Zweig 1 in Parallelschaltung, in Zwe
einanderschaltung mit der Spule.

Hat man durch Verschieben d
Ziehen von Widerstand in beiden Zwe
gemacht, so gilt die Gleichung

$$a_1 \cdot a_4 - a_2 \cdot a_3 =$$

wenn a_1 bis a_4 die Widerstandsopera
zweige bedeuten. Bezeichnet man d
drahtabschnitte mit e, so ist $a_3 / a_4 = e$

(6) $$a_1 - a_2 e = 0.$$

Der Widerstandsoperator a_1 wurd
chung (4)), derjenige von Zweig 2 bet
wenn im Zweig 2 ein Widerstand von
stituiert man diese Werte in Gleichun

imaginären Teil und setzt dieselben einzeln gleich Null, so erhält man als Nullbedingung die beiden Gleichungen

$$p^2 L_1 L_2 = (r + R_2) - \frac{R_1 \varrho}{e}, \tag{7}$$

$$\frac{L_1}{L_2} = \frac{\varrho + R_1}{\varrho / e - (r + R_2)}, \tag{8}$$

aus welchen sich L_1 und L_2 einzeln berechnen lassen. Diese Gleichungen enthalten die Spulenwiderstände und müssen daher fehlerhafte Werte ergeben, wenn sich der Wechselstromwiderstand von dem der Berechnung zu Grunde gelegten Gleichstromwiderstand unterscheidet, wie es bei Verwendung von Spulen mit massivem Leiter der Fall ist.

Um diese Fehlerquelle experimentell zu prüfen, habe ich gemeinsam mit den Herren Bartels und Kaspareck an der oben erwähnten Spule aus 1,1 mm starkem Draht (0,0325 Henry) absolute Messungen bei verschiedenen Periodenzahlen ausgeführt.

Als Stromquelle diente die oben erwähnte Wechselstrommaschine, Nullinstrument war ein gewöhnliches Hörtelephon. Der Brückendraht war sorgfältig kalibriert worden. In Ermangelung geeigneter Stimmgabeln mußte die Bestimmung der Frequenz durch Tourenzählen der Maschine ausgeführt werden. Hierdurch kann ein Fehler von etwa 0,3 Proz. im Resultat herbeigeführt werden. Nachstehend sind Ergebnisse der Messung bei zwei verschiedenen Frequenzen wiedergegeben.

	953 Perioden	1484 Perioden
R_1	= 4,833	4,747 Ohm
$r + R_2$	= 100,7	82,54 "
ϱ	= 500,0	1570 "
e	= 0,6949	0,7806
L_1	= 0,0328	0,0336 Henry
L_2	= 0,0402	0,0412 "

Die Unterschiede in den R_1-Werten sind durch Veränderung der Zimmertemperatur verursacht. Die berechneten Selbstinduktionskoeffizienten unterscheiden sich um mehr als 2 Proz. voneinander und zwar steigen sie mit zunehmender Frequenz an.

Es ist nun leicht zu erweisen, daß dieser Anstieg nur durch die Verwendung eines massiven Leiters in der Spule L_1

herbeigeführt ist. Setzt man nämlich
und (8) nicht den Gleichstromwidersta
mittels Gleichung (3) für die betreffen
neten Wechselstromwiderstand, so eli
und muß für alle Frequenzen richtige

Die Berechnung des wirksamen W
nach der Gleichung

$$R_1' = R_1 + 1{,}77 . 10$$

ergibt für 953 Perioden 6,44 Ohm, für 1

Nachstehend sind die mit und oh
Widerstandszunahme der Drahtspule
sammengestellt.

	953 Perioden	14
Mit R_1 berechnet	L_1 = 0,0328	0.
	L_2 = 0,0402	0.
Mit R_1' berechnet	L_1 = 0,0325	0
	L_2 = 0,0397	0

Die gute Übereinstimmung der letzt
klar, daß die erhaltenen Abweichunge
standszunahme in der Spule mit massive
Hieraus geht wiederum die Notwendig
normalien nicht wie bisher aus mas
sondern hierzu ein Seil dünner und
isolierter Drähte zu verwenden.

5. Einfluß der Kapazität

Bei größeren Werten des Selbstpot
hoher Frequenzen wirkt die Kapazität
auf die Messung ein, wie M. Wien theo
erwiesen hat. Die hierdurch entstehe
so bemerkenswerter, als es unmöglich
geeignete Anordnung der Wickelung
Durch Verwendung einer starken Is
Draht und namentlich zwischen den V
die Kapazität merklich vermindern,
beseitigen. Man ist daher gezwungen

zu korrigieren und muß verlangen, daß auf jedem größeren Normal neben dem Eichwert auch die Größe der Kapazität angegeben ist.

Berechnet man den Widerstandsoperator einer mit Kapazität behafteten Spule, so erhält man für die effektive Selbstinduktion L' und für den effektiven Widerstand R' die nachstehenden Werte:

$$L' = \frac{L - p^2 c L^2 - c R^2}{(1 - p^2 c L)^2 + p^2 c^2 R^2}, \tag{9}$$

$$R' = \frac{R}{(1 - p^2 c L)^2 + p^2 c^2 R^2}, \tag{10}$$

worin L und R Selbstinduktion und Widerstand für sehr geringe Frequenzen, c die Spulenkapazität und p die mit 2π multiplizierte Periodenzahl des Meßstromes bedeutet.

Bei Frequenzen unter 3000 kommt bei den vorliegenden Verhältnissen nur das Glied $p^2 c L$ neben 1 in Betracht, so daß man mit den Näherungsgleichungen

$$L' = L(1 + p^2 c L), \tag{11}$$

$$R' = R(1 + 2 p^2 c L) \tag{12}$$

rechnen kann. Die Kapazität bewirkt also eine Vermehrung von Selbstinduktion und Widerstand und zwar steigt der Einfluß der Kapazität mit dem Quadrat der Frequenz und mit der ersten Potenz des Selbstpotentiales an.

Von den verschiedenen Methoden, welche zur Messung der Kapazität von Normalrollen prinzipiell anwendbar erscheinen, habe ich die nachfolgende als am einfachsten und zuverlässigsten gefunden. In Zweig 1 der Wechselstrombrücke (Fig. 1) wird die zu messende Spule, in Zweig 2 ein Normal von etwa zehnfach kleinerem Wert und vergleichsweise verschwindender Kapazität eingeschaltet. Man stellt alsdann mit einem Wechselstrom von geringer Frequenz p_1 (z. B. $p_1 = 2\pi . 200$) das Telephonminimum ein, wobei man zur Widerstandsabgleichung nicht bifilare Drahtwiderstände, sondern einen Satz geeigneter Glühlampen und den in der Figur gezeichneten Schleifdraht verwendet. Man erhält so einen Selbstinduktionswert L_1. Alsdann legt man an die Brücke einen etwa zehnfach schnelleren Wechselstrom von der Frequenz p_2 (z. B. $p_2 = 2\pi . 2000$) und erhält einen etwas größeren Wert L_2.

Da L_1 nahe gleich L, so folgt aus Gleichung (11) für die Kapazität der Normalrolle der Ausdruck

$$c = \frac{L_2 - L_1}{L_1^2 (p_2^2 - p_1^2)}.$$

Die Vergleichsmessungen von L_2 und L_1 kann man leicht auf Bruchteile eines Promille ausführen. Für die Kapazitätsbestimmung ergibt sich hieraus bei Normalien von 1 Henry und darüber eine Genauigkeit von einigen Prozenten, was für Korrektionszwecke völlig ausreicht.

Um einen Anhalt über die Größenordnung der Kapazität zu geben, sind nachstehend die Meßresultate an einem größeren Normal wiedergegeben. Dasselbe war aus einem gut unterteilten Leiter gewickelt und besaß einen Widerstand von 73 Ohm:

$$p_1 = 2\pi . 500, \quad L_1 = 0{,}9365 \text{ Henry},$$
$$p_2 = 2\pi . 2520, \quad L_2 = 0{,}9713 \quad ,, \; ,$$

hieraus folgt $c = 0{,}00016$ Mikrof.

Der Einfluß der Kapazität ist also bei hohen Frequenzen ganz beträchtlich und kann durchaus nicht vernachlässigt werden.

Auf den neuen Präzisionsnormalien der Siemens & Halske A.-G. ist daher neben dem Widerstands- und Selbstinduktionswert auch die Kapazität angegeben, so daß man mittels Gleichung (11) und (12) auch für hohe Frequenzen Widerstand und Selbstinduktion, d. h. den Widerstandsoperator, genau berechnen kann.

(Eingegangen 11. September 1903.)

15. *Über Beziehungen zwischen natürlicher und elektromagnetischer Rotationsdispersion*[1]); *von J. Disch.*

Die vorliegenden Untersuchungen hatten vornehmlich den Zweck, an der Hand genauer Messungsergebnisse zu prüfen, ob das von G. Wiedemann[2]) ausgesprochene Gesetz, wonach die magnetische Drehung der Polarisationsebene des Lichtes der bereits vorhandenen natürlichen Drehung proportional ist, strenge Gültigkeit besitzt. Zu diesem Zwecke bestimmte Verfasser für einige geeignete Substanzen sowohl die natürliche als auch die magnetische Drehung für verschiedene Farben des sichtbaren Spektrums.

Als Versuchsmaterial wurden nur klar durchsichtige aktive Substanzen gewählt, welche im Gebiete des sichtbaren Spektrums keine Absorption zeigen und optisch gut definiert sind, d. h. die nicht etwa eines inaktiven Lösungsmittels bedürfen. Um dieselben zu charakterisieren, bestimmte Verfasser deren Dichte und deren Brechungsexponent für dieselben Linien, für welche auch die Drehung gemessen wurde. Die Substanzen, welche zur Untersuchung gelangten, sind: deutsches, französisches und amerikanisches Terpentinöl, Zitronenöl, Paraffinöl, Valeriansäureäthyl, Diäthyltartrat und Quarz.

Als Meßmethode wurde diejenige gewählt, bei welcher man homogenes Licht in das Polaristrobometer fallen läßt, also inhomogenes Licht vorher reinigt. Diese Methode ist zwar umständlicher, gibt aber dafür zuverlässigere Resultate als die ältere von Broch ausgebildete Methode.

1) Auszug aus der gleichnamigen Inaugural-Dissertation von J. Disch, Freiburg i. B. 1903.

2) G. Wiedemann, Pogg. Ann. 82. p. 215. 1851; Die Lehre von der Elektrizität 3. p. 1054. 1895.

Um sich homogenes Licht zu ver
intensive Licht der Aronsschen Quecks
zerlegt und die erforderliche Linie
Weise wurden die Linien 578, 546,
großer Reinheit verwendet. Um die
wurde eine Natriumflamme mit Ka
Filter angewendet. Endlich ließ Ve
funken durch eine mit Wasserstoff gefü
schlagen, befreite das so erhaltene Lich
lösung und Rubinglas von seinen bla
teilen und erhielt auf diese Weise di

Als Polaristrobometer wurde e
schattenapparat mit drei photometr
verwendet, mit Hilfe dessen noch Ta
waren.

Die Flüssigkeiten wurden in eine
gegossen, die mit einer Kühlvorrichtu
Röhre wurde in eine Spule geste
1546 Windungen zählte und bei 12 A
von ca. 600—700 C.G.S.-Einheiten lie
in einer geeigneten Reguliervorrichtun
durchbohrten Ruhmkorffschen El
wie sich aus der Drehung in Schwe
betrug bei 10 Amp. Stromstärke da
Einheiten.

Jede Flüssigkeit wurde vor ihrer
kohle gereinigt, jede Lichtquelle mit
skopes auf ihre Homogenität hin ge
strenge auf Erzielung konstanter Te
natürlichen und magnetischen Drehun
Einstellungen bei leerem Apparat, mi
Substanz ohne Magnetfeld und im Fe
sität der Lichtquelle betrug die G
3—30° und die Zahl der Einstellung

Seine Messungsergebnisse hat Ve
zusammengestellt als auch durch Kurv
licht. Der Kürze halber seien als Bei
säureäthyl und Quarz angeführt. U
natürlichen bez. magnetischen Drehung

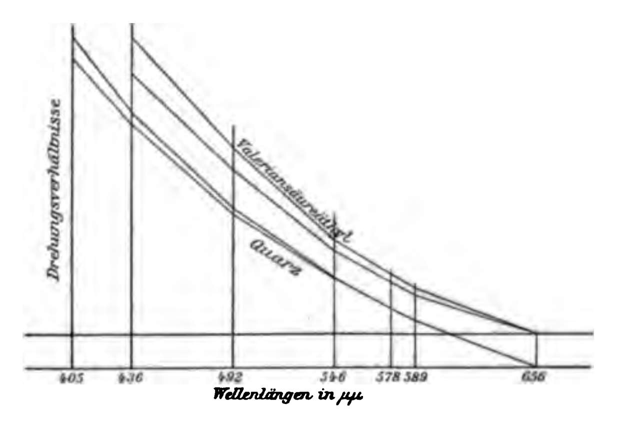
angeführt. n/n_{656} und m/m_{656} bezeichnen die Drehungsverhältnisse, wenn die Drehung für 656 $\mu\mu$ gleich 1 gesetzt wird. Bei der graphischen Darstellung sind als Abszissen die Wellenlängen, als Ordinaten die Drehungsverhältnisse aufgetragen; es gibt dann die Divergenz je zweier entsprechender Kurven direkt ein Maß für die Abweichung vom Wiedemannschen Gesetz.

Valeriansäureäthyl.

λ	n	m	n/m	n/n_{656}	m/m_{656}
656	13,367	3,825	3,495	1,000	1,000
589	16,814	4,462	3,768	1,258	1,167
546	20,045	5,278	3,798	1,500	1,380
492	25,717	6,677	3,852	1,924	1,746
436	34,393	8,671	3,966	2,573	2,267

Quarz.

λ	n	m	n/m	n/n_{656}	m/m_{656}
656	17,313	2,933	5,903	1,000	1,000
589	21,720	3,668	5,921	1,254	1,251
578	22,632	3,817	5,929	1,307	1,301
546	25,582	4,295	5,945	1,475	1,464
492	31,967	5,340	5,986	1,846	1,821
436	41,548	6,792	6,117	2,400	2,316
405	48,930	7,838	6,243	2,826	2,672



Sowohl die Tabellen als auch die graphische Darstellung ergeben, daß das Wiedemannsche Gesetz mit großer Annäherung gilt; der Quotient n/m ist so gut wie konstant, die Verhältnisse für die natürlichen und magnetischen Drehungen

sind einander nahezu gleich und dementsprechend fallen je zwei Kurven fast zusammen. Ebenso wie Valeriansäureäthyl verhalten sich deutsches und französisches Terpentinöl, Paraffinöl, Zitronenöl. Die Abweichungen, welche zweifelsohne regelmäßiger Natur sind, wie auch die Berücksichtigung der Beobachtungsfehler ergibt[1]), sind am geringsten für Quarz, ja dieselben verschwinden ganz, wenn man die Kurve der natürlichen Drehungen vergleicht mit der Mittelkurve aus den Messungen über magnetische Drehung von Borel und von mir.[2]) Die Tatsache nun, daß der Quarz bezüglich seiner Aktivität sehr einheitlich ist, d. h. daß rechtsdrehender Quarz keine Spur von linksdrehendem enthält und umgekehrt, führte den Verfasser zu der Ansicht, daß überhaupt alle reinen aktiven Substanzen dasselbe Verhalten wie Quarz aufweisen und daß die jeweils zu beobachtenden Abweichungen von aktiven Beimengungen herrühren. Ob diese letzteren für die drehenden organischen Flüssigkeiten im Racemat oder in aktiven Molekülaggregaten zu suchen seien, ist schwer zu entscheiden. Verfasser schließt sich der letzteren Ansicht an; danach müßten bei einer Substanz, die nur drehende Moleküle enthält, natürliche und magnetische Rotationsdispersion genau zusammenfallen, durch die aktiven Molekülkomplexe würde die natürliche Drehungsdispersion modifiziert und dadurch die Abweichungen entstehen, welche je nach der Anzahl der Aggregate gering oder bedeutend sein können, wie dies letztere bei Diäthyltartrat und amerikanischem Terpentinöl der Fall ist.

Was die Theorie der Erscheinung anbelangt, so hat Verfasser die drei Gleichungen von Boltzmann[3]), Carvallo[4]) und Drude[5]), welche die natürliche Drehung als Funktion der Wellenlänge darstellen, untersucht und gefunden, daß dieselben auch die magnetische Drehung in befriedigender Weise darstellen, d. h. die Unterschiede zwischen den beobachteten und den nach den betreffenden Gleichungen berechneten magnetischen Drehungen liegen innerhalb der Grenzen der Versuchsfehler.

---

1) Vgl. ausführliches hierüber in der Dissertation, Abschnitt X.

2) l. c.

3) 4) 5) Vgl. hierüber in Abschnitt XI der Dissertation.

Verfasser kommt also durch seine Untersuchungen zu folgenden Resultaten:

1. Die von G. Wiedemann gefundene Gesetzmäßigkeit wird nur von solchen Substanzen streng befolgt, welche hinsichtlich ihrer Aktivität einheitlich sind.

2. Je strenger eine Substanz jenem Gesetze gehorcht, desto reiner ist sie bezüglich ihrer optischen Aktivität.

3. Die für die natürliche Rotationsdispersion aufgestellten Gleichungen können auch zur Darstellung der magnetischen Drehungsdispersion dienen.

Freiburg i. B., Physik. Institut, im Juli 1903.

(Eingegangen 21. August 1903.)

16. *Rotation im Magnetfeld;*
von K. Düsing.

E. Hoppe[1]) sowie E. Lecher[2]) und Hagenbach[3]) haben Versuche über rotierende Magnetfelder angestellt. Hoppe fand, daß die Kraftlinien eines um seine Achse rotierenden Magneten im Sinne der Rotation um einen kleinen, aber deutlichen Betrag mitgerissen werden.

Ähnliches zeigt sich, wenn man umgekehrt in einem Magnetfeld einen Leiter, also Eisen rotieren läßt. Ich legte zwischen entgegengesetzte Magnetpole einen flachen Eisenring und über das Ganze ein Stück Papier, das mit Eisenfeilspänen bestreut wurde. Es entstand das bekannte Bild von Kraftlinien.

Im Innern des Ringes ist infolge seiner Schirmwirkung meist keinerlei Richtung der Späne zu sehen. Bei geeigneter Stärke des Feldes sieht man jedoch Linien, die von Pol zu Pol gehen. Sie entstehen durch Streulinien, die sich in den von Kraftlinien leeren Raum des Innern des Ringes hineinbiegen und einen Verlauf haben dürften, wie ihn Fig. 1 andeutet.

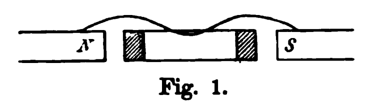


Fig. 1.

Wenn man den Ring in Rotation versetzt, so weichen diese Linien von der Richtung der Verbindungslinie der Pole ab und zwar nach einer dem Sinn der Drehung entgegengesetzten Richtung. Die Abbildung (Fig. 2) wurde in der Weise gewonnen, daß statt des Papieres eine photographische Platte mit der Schicht nach oben über den Ring gelegt wurde. Letzteren versetzte man in Rotation und streute vorher oder während derselben Eisenfeilspäne auf. Während oder nach der Rotation wurde oberhalb der Platte ein Streichholz entzündet und die Entwickelung lieferte ein Bild der Kraftlinien. Ihre dichten Bündel zeigen die Lage der Magnetpole und die leeren

1) E. Hoppe, Mitt. d. Math. Ges. in Hamburg 4; Ann. d. Phys. 8. p. 663. 1902.

2) E. Lecher, Wied. Ann. 54. 1895.

3) A. Hagenbach, Ann. d. Phys. 4. p. 233. 1901.

Stellen die Teile des Ringes an, durch welche die Kraftlinien aus- oder eintraten. Die Abweichung der Streulinien gegen

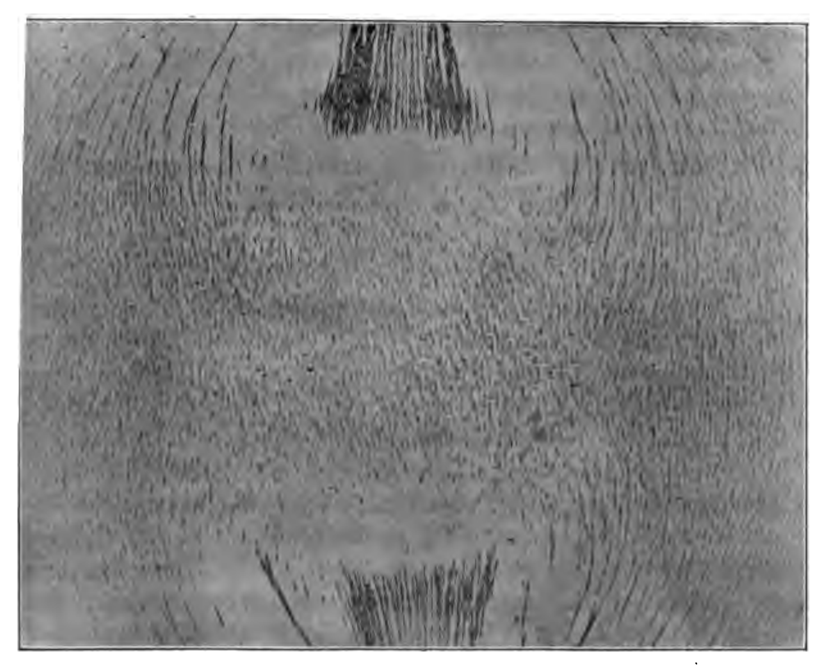


Fig. 2.

den Sinn der Drehung ist nicht groß, aber deutlich.

Um die Abweichung zu erklären, ist sie in Fig. 3 übertrieben dargestellt. Die Streulinien müssen dieselbe Hauptrichtung wie die in den Ring eintretenden Linien haben. Die Pole des Ringes sind in der Drehrichtung verschoben, die äußeren Kraftlinien werden mitgerissen und die Streulinien folgen ihnen. Hieraus geht hervor, daß auch in einem *feststehenden Magnetfelde die Kraftlinien durch die Rotation ihres Leiters von ihrer Richtung und zwar im Sinne der Rotation abgelenkt werden.*

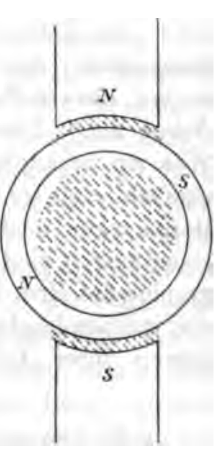


Fig. 3.

(Eingegangen 16. August 1903.)

17. *Über die Trübung kritischer Lösungen; von D. Konowalow.*

Meine diesem Gegenstande gewidmete Arbeit [1]) veranlaßte die Bemerkungen von Hrn. Bredig [2]), begründet teils auf den Angaben seiner älteren Monographie. [3]) Diese Monographie, in welcher von der Trübung kolloidaler Lösungen die Rede ist, wurde von mir nicht nur zitiert, sondern auch mit den Worten charakterisiert: „Bredig gibt eine fast vollständige Zusammenstellung der Tatsachen, welche die Vermutung bestätigen, daß die in Frage stehenden Lösungen nichts anderes als außerordentlich feine suspendierte mechanische Teilchen der kolloidalen Substanz enthalten.“ Hr. Bredig findet das nicht genügend. Als Beweis des Zusammenfallens unserer Resultate führt er einen Passus aus seiner Monographie an, wo er das Kennzeichen der kolloidalen Lösungen angibt, nämlich: „die Tatsache, *daß die Arbeit, welche nötig ist, um ihre Komponenten, also ‚Lösungsmittel‘ und ‚Gelöstes‘ voneinander zu trennen, einen im Vergleich zu Kristalloidlösungen auffallend kleinen Betrag hat.*“ Diese Tatsache ist längst und allgemein bekannt. Was ich behaupte und was meine Arbeit enthält ist aber neu, nämlich: daß in der Nähe vom kritischen Punkte die analogen Beziehungen auch für homogene Lösungen von Flüssigkeiten eigentümlich sind. Dieser Satz findet sich nicht in der Monographie des Hrn. Bredig und spricht gegen seine Ansicht, daß die entsprechende Eigenschaft der kolloidalen Lösungen als Beweis ihrer Inhomogenität dienen kann. Ich ergreife die

1) D. Konowalow, Ann. d. Phys. 10. p. 360. 1903.

2) G. Bredig, Ann. d. Phys. 11. p. 218. 1903.

3) G. Bredig, Anorganische Fermente. Leipzig, Engelmann 1901.

Gelegenheit, diesen Satz durch neue Tatsachen und Überlegungen zu beweisen. Ich will ein neues Beispiel der eigentümlichen Verhältnisse der Dampfspannungsgrößen in der Nähe des kritischen Punktes, nämlich für Lösungen von Dichloressigsäure und Isopentan, anführen. Es bedeuten: *M* den Gehalt der Lösung an Dichloressigsäure in Molenprozenten, *S* Teildruck des Pentans in Millimeter-Quecksilber, nach der von mir (l. c.) beschriebenen Methode gemessen.

$t = 0°$			$t = 18{,}1°$		
Nr.	*M*	*S*	Nr.	*M*	*S*
1	0	264,9	1	0	532,3
2	25,05	247,5	2	32,8	505,3
3	48,82	246,0	3	49,04	496,3
4	65,34	243,6	4	65,6	484,3
5	78,71	233,6	5	78,7	454,0

Wie man sieht, ändert sich die Dampfspannung des Isopentans in Lösungen mittlerer Konzentration wenig mit der Zusammensetzung der Lösung bei 18,1° und fast gar nicht bei 0°. Wenn bei 0° die Menge der zu 100 Molekülen Pentan zugesetzten Menge Dichloressigsäure von 25—200 Molekülen, d. h. acht Mal, wächst, fällt der Dampfdruck nur von 247,5—243,6, d. h. um 1,5 Proz. seines Wertes. Diese Lösungen, mit bloßem Auge betrachtet, erscheinen vollkommen klar und durchsichtig auch bei 0°, zeigen aber nach Tyndalls Methode sehr schönes bläuliches Lichtbündel, welches bei 0° sehr deutlich hervortritt. Die Eigentümlichkeit der Dampfspannungsgrößen der Lösungen mittlerer Konzentration zeigt, daß diese Lösungen nahe dem kritischen Punkte sind. In der Tat bilden sie beim Abkühlen unter 0° zwei Schichten. Die kritische Temperatur liegt bei — 7,5°, die kritische Lösung enthält etwas mehr als 50 Molenproz. Pentan und zeigt in der Nähe der kritischen Temperatur mit bloßem Auge sichtbare Opaleszenz.

Die Notwendigkeit des von mir aufgestellten Satzes, daß im kritischen Gebiete die Dampfspannung der Lösungen verschiedener Zusammensetzung fast gar keine Unterschiede zeigt, erhellt auch aus folgenden Überlegungen. Wie ich gezeigt habe, müssen die Lösungen, welche zwei Schichten im Gleich-

gewichte bilden, die gleiche Dampfspannung haben.[1] Zwei solche Schichten zeigen auch sehr nahe der kritischen Temperatur eine bedeutende Differenz der Zusammensetzung, da gerade in der Nähe der kritischen Temperatur der Unterschied in der Zusammensetzung der zwei Schichten sehr rasch mit der Entfernung von der kritischen Temperatur wächst. Überschreitet man die kritische Temperatur um einen kleinen Betrag, so ergeben diese zwei Schichten verschiedener Zusammensetzung vollkommen mischbare Lösungen, deren Dampfdruck sehr wenig differieren muß. Die früher von mir untersuchten Flüssigkeiten, Anilin und Amylen, geben z. B. bei 12,5° zwei Schichten mit dem Gehalt von 28 und 60 Molenproz. Anilin. Man braucht diese zwei Lösungen nur um 2° höher zu erwärmen, um die kritische Temperatur (14,5°) zu erreichen. Die Dampfspannung von Amylen in diesen Lösungen wächst dabei um etwa 8 Proz. ihres Wertes, und wenn auch diese Größe für beide Lösungen verschieden ist, kann dieser Unterschied nur eine unbedeutende Differenz der Dampfspannung hervorrufen.

Der oben angeführte Satz bildet den Ausgangspunkt meiner Erklärung der Opaleszenz der Lösungen, indem ich die Wirkung des in reinen Flüssigkeiten enthaltenden feinen Staubes zu Hilfe nehme. Hr. Bredig will die Rolle dieses Staubes nicht anerkennen, da diese Ursache ihm zufällig erscheint und nicht mit der von Friedländer konstatierten Stabilität der kritischen Trübung im elektrischen Potentialgefälle und ihrer quantitativen Reproduzierbarkeit stimmt. Die Stabilität der kritischen Trübung im elektrischen Potentialgefälle könnte noch gegen die Annahme der zweiphasigen Gebilde, nicht aber gegen meine Ansicht sprechen. Die Staubpartikeln mit spezifischen Hüllen, welche sich um dieselben in der Lösung bilden, brauchen nicht immer eine scharf begrenzte Phase darzustellen und durch das elektrische Potentialgefälle fortgeführt zu werden. Das elektrische Potentialgefälle hat ja sich auch bis jetzt bei Bereitung von staubfreien optisch leeren Flüssigkeiten wirkungslos gezeigt. Anders verhalten sich die Staubpartikeln, wenn sie sich mit einem festen Niederschlag umhüllen. Wir müssen jetzt die Wirkung des feinen, überall

1) D. Konowalow, Wied. Ann. **14.** p. 219. 1881.

verbreiteten Staubes schon bei sehr vielen Naturerscheinungen berücksichtigen. Wie wenig dieses Agens auch im gegebenen Falle als zufällig betrachtet werden kann, zeigen namentlich die großen Schwierigkeiten, von Staub freie, optisch leere Flüssigkeiten darzustellen. Die Menge dieses feinen Staubes und seine Wirkung auf gelöste Körper müssen sich wohl ändern. Die Opaleszenz in verschiedenen Lösungen ist auch sehr verschieden. Warum aber in einem gegebenen Falle die Opaleszenz nicht reproduzierbar sein soll, ist nicht klar. Auch jetzt habe ich nicht die Absicht, das Entstehen feiner Trübungen und Niederschläge im ganzen Umfange zu analysieren. Wie mannigfaltig diese Erscheinungen sind, ist speziell aus einer langen Reihe der Arbeiten von Quincke ersichtlich. Ich will auch nicht die Existenz echter Suspensionen und Emulsionen in Abrede stellen. Ich wollte nur zeigen, daß weder die fast mit der Konzentration unveränderliche Dampfspannung, noch das in einer Lösung sichtbare Lichtbündel als Grundlage dienen kann, kolloidale Lösungen im allgemeinen als mechanische Gemenge zu betrachten. Meine Schlußfolgerungen können in dem umgekehrten Satze zusammengefaßt werden: *kolloidale Lösungen sind echte Lösungen, welche eine fast von der Konzentration unabhängige Dampfspannung haben, infolgedessen sehr leicht mechanische Gemenge bilden können und oft stark opalisieren.*

Zum Schluß kann ich nicht umhin die Ansprüche, welche Hr. Bredig in Friedländers Namen macht, zu beantworten. Die Arbeit von Friedländer habe ich zweimal zitiert. Nun macht mir Hr. Bredig den Vorwurf, vergessen zu haben anzugeben, daß die Polarisation des von kritischer Trübung reflektierten Lichtes von Hrn. Friedländer auf seine Veranlassung vor mir konstatiert wurde. Der Inhalt meiner Beobachtungen mit dem Lichtbündel ist aber nicht der Nachweis der Polarisation, und diese Eigenschaft des reflektierten Lichtes habe ich überhaupt nicht als etwas Neues betrachtet. Ich habe die Tyndallsche Methode benützt, um die kontinuierlichen Änderungen der Stärke und Färbung des reflektierten Lichtes zu konstatieren. Der Schluß, welchen ich aus diesen Beobachtungen gezogen habe, enthält nur diese für die Theorie der Erscheinung wichtige Korrektion der früheren Angabe betreffend die kritische Opaleszenz. Während in früheren

Arbeiten nur von der mit bloßem Auge sichtbaren Opaleszenz des kritischen Gebietes und darum von ihrem Eintreten und Verschwinden die Rede ist, habe ich gezeigt, daß in der Wirklichkeit die Erscheinung schon bei ungemischten Flüssigkeiten ihren Anfang hat und im kritischen Gebiete sich nur in der Weise entwickelt, daß sie sich mit bloßem Auge beobachten läßt. Diesen Schluß sowie die Beschreibung der Versuche mit Lichtbündel enthält die Abhandlung von Friedländer nicht.

St. Petersburg, Universität, 20. Mai/2. Juni 1903.

(Eingegangen 6. Juni 1903.)

18. *Über kolloidale Lösungen;*
von G. Quincke.

Auf die Mitteilung des Hrn. Bredig über die Heterogenität der kolloidalen Sole[1]) erlaube ich mir folgendes zu erwidern.

a) Hr. Bredig glaubt den Nachweis, daß kolloidale Lösungen zweiphasige Gebilde sind, durch die optische Inhomogenität der kolloidalen Gele und Sole geführt zu haben, da das von denselben diffus zerstreute Licht polarisiert war. Aber Polarisation und Eigenschaften des diffus reflektierten Lichtes wechseln bei demselben Kolloid mit Herstellung und Alter der Lösung.

Polarisation und Intensität des von kleinen in einem Gas oder einer Flüssigkeit schwebenden Teilchen diffus reflektierten Lichtes hängen von Größe, Form und Substanz dieser Teilchen ab. Die Gesetze dieser Abhängigkeit sind unbekannt, sobald die Teilchen kleiner als eine Lichtwelle sind. Mit diffus reflektiertem Licht lassen sich also auch nicht Aggregatzustand oder Größe der schwebenden Teilchen bestimmen. Außerdem bleibt es unentschieden, wie weit das diffus reflektierte Licht von Verunreinigungen oder Staubteilchen herrührt: die zufällig in der kolloidalen Lösung enthalten sind.

b) Daß die von Hrn. Bredig durch elektrische Kathodenzerstäubung von Metalldrähten unter Wasser hergestellten höchst interessanten kolloidalen Metallösungen mechanische Suspensionen sind, habe ich nie bestritten. Aber ob diese kolloidalen Metallösungen wirklich den wässerigen Lösungen der gewöhnlichen anorganischen und organischen Kolloide entsprechen, scheint mir zweifelhaft, ebenso wie die chemische Zusammensetzung der schwebenden Teilchen, da das bei ihrer Bildung benutzte Wasser alkalihaltig sein muß.

Oberflächenspannung und elektrische Potentialdifferenz an der Grenze zweier Flüssigkeiten wechseln mit der Natur der Flüssigkeiten, die sich berühren. Einschieben einer Zwischen-

1) G. Bredig, Ann. d. Phys. 11. p. 218. 1903.

schicht an der Grenze beider Flüssigkeiten ändert die ursprüngliche Oberflächenspannung und Potentialdifferenz. Aber ich bestreite, wie früher[1]) die Abhängigkeit der Oberflächenspannung und Potentialdifferenz voneinander, welche Lippmann und v. Helmholtz angenommen haben. Dieselbe ist nicht bewiesen und nicht vorhanden. Die elektrische Potentialdifferenz bestimmt nicht die Oberflächenspannung an der Oberfläche der schwebenden Teilchen. Durch elektrische Fortführung können Teilchen mit fester oder flüssiger Oberfläche bewegt werden. Aber nur die letzteren bilden Flocken oder koagulieren. Ein Zusammenhang der Koagulation mit den kapillar-elektrischen Eigenschaften einer kolloidalen Lösung, den Hr. Bredig annimmt, ist nicht nachgewiesen und besteht meiner Meinung nach nicht.

Die von Hrn. Bredig erwähnten Änderungen der elektrischen Fortführung durch Zusatz von Alkalien zu einer Kolloidlösung erklären sich durch auswählende Absorption des Zusatzes an der Oberfläche der schwebenden Teilchen nach dem von mir früher aufgestellten Verdrängungsgesetz.[2]) Für die Oberflächenspannung an der Oberfläche der schwebenden Teilchen beweisen sie nichts.

Übrigens kann der für elektrische Fortführung benutzte Strom die feste oder flüssige Oberfläche der schwebenden Teilchen (wie bei der sogenannten inneren Polarisation) ändern und dadurch auch die elektrische Fortführung oder elektrische Potentialdifferenz ändern oder umkehren. Aus diesem Grunde habe ich zunächst auf dieses Mittel der Flockenbildung oder Koagulation bei der Untersuchung kolloidaler Lösungen verzichtet.

c) Hr. Bredig schließt seine Entgegnung mit der mich überraschenden Bemerkung, daß er in „meinen ausgedehnten Arbeiten bisher keine Entscheidung der Frage gefunden habe, ob die mikroskopisch *unsichtbaren* suspendierten Teilchen eines Soles flüssig oder fest sind“.

Ich habe nachgewiesen, daß die Eigenschaften trüber Lösungen (Suspensionen) und kolloidaler Lösungen kontinuierlich

---

1) G. Quincke, Pogg. Ann. 153. p. 203. 1874.

2) G. Quincke, Wied. Ann. 2. p. 174. 1877.

ıander übergehen können. Beide unterscheiden sich dann :h die Größe der schwebenden Teilchen.

Ich habe ferner gefunden:

1. Alle kolloidalen Lösungen bilden Flocken mit Kugeln, ‹sen oder aneinander hängenden Schaumkammern, indem e kleinen suspendierten Teilchen zusammenfließen.

2. Die Flocken haften (adhärieren) aneinander und an den ›fäßwänden.

3. Die Bildung von Flocken, Blasen und Schaumkammern mmt zu mit abnehmendem Wassergehalt der kolloidalen isungen.

4. Drei Schaumwände stoßen häufig unter gleichen Winkeln n 120° aneinander, auch wenn sie selbst unsichtbar und r durch die in ihnen oder an ihnen hängenden sichtbaren ilchen indirekt nachgewiesen sind.

5. Die flüssigen aneinander hängenden Schaumwände lloidaler Lösungen lassen sich zu langen Fäden ausziehen, ne zu reißen.

6. Die Schaumkammern nehmen durch Diffusion Wasser f, und vergrößern ihr Volumen, ohne daß die Wände der haumkammern brechen. Die Wände können dabei wieder sichtbar und nur durch die in ihnen hängenden sichtbaren ilchen indirekt nachgewiesen sein.

7. Kolloidale Lösungen bilden bei Wasserabgabe Brocken n flüssiger Gallerte, die zusammenfließen und sich zu größeren ıllertebrocken vereinigen können.

Die sichtbaren und unsichtbaren Wände der Flocken, asen und Schaumkammern sind also flüssig, aus zusammenflossenen, unsichtbaren flüssigen suspendierten Teilchen entınden, wenn man nicht die unwahrscheinliche und unnötige ınahme machen will, daß die unsichtbaren schwebenden ilchen fest waren und erst im Augenblicke ihrer Berührung t anderen Teilchen oder der Gefäßwand flüssig geworden sind.

Ferner habe ich gezeigt:

8. Die schwebenden Teilchen vereinigen sich zu unsichtren Lamellen, an deren Stelle bei weiterem Eintrocknen : Kolloidmasse Risse oder Sprünge auftreten, welche dadurch :htträglich die vorher bestandenen unsichtbaren Schaumwände htbar machen. Drei unsichtbare Lamellen oder Risse stoßen

zuweilen im Innern der eingetrockneten Masse unter Winkeln von 120° zusammen. Gleichzeitig trifft eine unsichtbare Lamelle oder ein Riß den Rand der erstarrten Kolloidmasse normal.

9. Die unsichtbaren (durch Zusammenfließen der kleinen unsichtbaren schwebenden Teilchen entstandenen) Lamellen oder Sprünge bilden Spiralen, deren Form von der größeren Oberflächenspannung auf der konkaven und kleineren Oberflächenspannung auf der konvexen Seite der Lamelle abhängt.

Alle unter 1. bis 8. beschriebenen an kolloidalen Lösungen beobachteten Erscheinungen erklären sich ungezwungen durch die Annahme, daß die *unsichtbaren* schwebenden Teilchen ganz oder an der Oberfläche flüssig sind.

Hält Hr. Bredig diese Annahmen für unrichtig, so müßte er die unter 1. bis 8. aufgeführten Erscheinungen unter der entgegengesetzten Annahme erklären, daß die unsichtbaren schwebenden Teilchen fest sind.

Bis dies geschehen ist, halte ich durch meine Versuche den flüssigen Zustand der in einer kolloidalen Lösung schwebenden sichtbaren und unsichtbaren Teilchen für erwiesen.

Heidelberg, den 25. September 1903.

(Eingegangen 2. Oktober 1903.)

19. *Zur sprechenden Flamme; Antwort an Hrn. Ruhmer;* *von V. Gabritschewski und A. Batschinski.*

Vor kurzem hat Hr. Ruhmer in diesen Annalen[1]) eine Bemerkung wegen unserer Notiz „Die sprechende Flamme“ veröffentlicht. Hr. Ruhmer schreibt: „Im Anschluß an die Notiz der Herren V. Gabritschewski und A. Batschinski erlaube ich mir die Bemerkung, daß es mir im Gegensatz zu analogen früheren Versuchen des Hrn. Simon bereits im Anfang des Jahres 1901 gelungen ist, die Flamme des Bunsenbrenners, überhaupt jede Flamme, nach Art der sprechenden Bogenflamme zum Sprechen zu bringen. Meine Versuchsanordnung . . . ist im wesentlichen mit der in Band 11, p. 223, 1903 dieser Annalen angegebenen Anordnung der Herren Gabritschewski und Batschinski identisch.“ In Erwiderung auf Hrn. Ruhmers Worte (die uns leider erst vor einigen Tagen bekannt geworden sind) gestatten wir uns folgendes zu sagen.

Die *wesentliche Identität* zwischen unserer Versuchsanordnung und der des Hrn. Ruhmer ist erstens eine zufällige und zweitens eine scheinbare.

Zufällig ist sie, weil wir von einem völlig verschiedenen Prinzip zu unserem Schema gelangt sind (der Unterschied zwischen beiden Prinzipien wird unten gezeigt); scheinbar ist sie, weil die wesentliche Bedingung in der Anordnung des Hrn. Ruhmer der geschlossene sekundäre Stromkreis und in unserem Schema ein offener ist.

1) E. Ruhmer, Ann. d. Phys. **11.** p. 872. 1903.

Hr. Ruhmer benutzt einen geschlossenen[1]) sekundären Stromkreis, weil er seine Erscheinung als einen speziellen Fall des Simonschen Phänomens betrachtet, wo die Lautwirkung des Lichtbogens bez. der Bunsenflamme durch die thermischen Wirkungen des pulsierenden *Stromes* bedingt sind. Dagegen hängt in unserem Falle die Lautwirkung (die noch größer ist, als die des Simonschen Lichtbogens, im Gegensatz zu dem von Hrn. Ruhmer Gesagten: „daß ... auch andere Flammen als der elektrische Flammenbogen auf periodische Stromschwankungen, wenn auch mit sehr viel schwächeren Schallwirkungen, ansprechen“)[2]) von Änderungen *des Potentiales* an der Flammenelektrode ab, wobei selbstverständlich die Leitung offen sein muß, wie groß auch der Widerstand der singenden Flamme sein mag. — Hr. Ruhmer gibt in seiner oben zitierten Mitteilung Berechnungen an, nach denen das Verhältnis der beiden Windungszahlen bei den gegebenen Widerständen der beiden Stromkreise für die beste Lautwirkung festgestellt werden kann. Er schreibt weiter: „Nach dem Mitgeteilten ist ohne weiteres ersichtlich, daß bei dem Experiment mit dem Bunsenbrenner, wo bedeutendere Widerstände in Frage kommen, die sekundäre Wickelung des Transformators eine entsprechend hohe Windungszahl besitzen muß. Da also bei gegebener Netzspannung und bestimmter Betriebsstromstärke ein bestimmtes Übersetzungsverhältnis die besten Wirkungen erzielen läßt, so ist es vorteilhaft, einen Transformator mit variabler Übersetzung zu verwenden.“[3]) Es ist leicht zu ersehen, daß die oben angeführten Worte selbst noch einmal den Unterschied zwischen beiden Prinzipien bestätigen, denn unsere Anordnung hat nichts mit diesen Berechnungen zu tun.

Wir können noch auf eine andere höchst anschauliche Weise den Unterschied zwischen beiden Versuchen feststellen.

In unserem Versuche können, wie wir bemerkt haben[4]),

---

1) „Die Mikrophonstromimpulse werden ... der leuchtenden Bunsenflamme einerseits durch den Fuß des Bunsenbrenners, andererseits durch ein in die Flamme hineinragendes Platinblech zugeführt.“ E. Ruhmer, Physik. Zeitschr. 2. p. 325. 1901.

2) l. c.

3) l. c. p. 326.

4) V. Gabritschewski u. A. Batschinski, Sitzungsber. d. Kais. Gesellsch. d. Naturforscher zu Moskau [russ.] 11. 1902.

ein dünnes Metallblatt, ein Draht, überhaupt jeder metallische Gegenstand, der an die Elektrode der Spule gebunden ist, sogar die Spule selbst, die Rolle der Flamme mit Erfolg übernehmen. Daraus ist jedoch nicht zu schließen, daß die physikalische Grundlage unserer sprechenden Flamme mit den soeben besprochenen Erscheinungen identisch ist.

Unserer Meinung nach folgt aus dem oben Gesagten, daß der prinzipielle Unterschied zwischen Hrn. Ruhmers „sprechendem Lichte“ und unserer „sprechenden Flamme“ von derselben Ordnung ist, wie z. B. zwischen dem Bellschen Telephon und Simons singender Bogenlampe.

Moskau, Universität.

(Eingegangen 27. September 1908.)

20. *Über eine einfache Form des Wehnelt-unterbrechers; von W. van Dam.*

Die Beschreibung[1]) einer einfachen Form des Wehneltunterbrechers gibt mir Veranlassung zur Mitteilung, daß von mir seit zwei Jahren ein Apparat von noch einfacherer Konstruktion gebraucht wird. Die Schwierigkeit, den Platinstift so anzubringen, daß keine Flüssigkeit an ihm vorbeidringen kann, wurde überwunden durch den Gebrauch von Kautschuk statt des härteren Materiales, welches für diesen Zweck meistens Verwendung findet. Es hat sich gezeigt, daß guter Paragummi nur äußerst langsam verzehrt wird[2]); beim Apparat, den ich vor zwei Jahren konstruierte und wiederholt benutzte zu Demonstrationen, Radiographie etc., wurde nur ein einziges Mal der Gummi erneuert, eine übrigens äußerst einfache Operation, welche in ein paar Minuten ausgeführt werden kann.

Beim Gebrauch eines so elastischen Materiales ist es ganz überflüssig, die Messingstange S (vgl. Fig. 2 p. 418) in das Messingrohr M einzuführen, welches dann in der von Zehnder angegebenen Weise durch übergezogenen Gummischlauch und Glasrohr isoliert werden muß. Die Stange S mit eingelötetem Platindraht (Hartlot ist nicht notwendig, weil die Lötstelle nicht mit Säure in Berührung kommt) kann direkt in ein Glasrohr eingeführt werden; die Erschütterungen des Apparates werden vom Kautschuk in der Weise gedämpft, daß dadurch erfahrungsgemäß keine Gefahr für Zerbrechen besteht. Will man ganz sicher gehen, so kann das Glasrohr mit Gummischlauch überzogen oder mittels ein paar perforierter Kautschukstopfen in einem weiteren Glasrohr befestigt werden.

Ich benutze ein Rohr von $\pm$ 8 mm innerer Weite, an dessen einem Ende ein etwa 3 cm langes Röhrchen von 4,5 mm

1) L. Zehnder, Ann. d. Phys. 12. p. 417. 1903.

2) Dies gilt allerdings für eine Stromdichte von etwa 0,6 Amp. pro Quadratmillimeter, wie ich sie mit den hiesigen Apparaten höchstens erreichen konnte.

innerer Weite angeschmolzen ist. Die Messingstange mit Platindraht (1 mm dick) wird in das Rohr hineingeführt und über die aus dem verjüngten Teile des Rohres hinausragende Platinspitze ein Stückchen ausgezeichneter Paragummischlauch (1 cm lang, 6 mm dick und noch nicht 1 mm weit) geschoben und nach vorheriger Befeuchtung mit Wasser in das enge Röhrchen hineingepreßt. Auf das andere Ende des Glasrohres ist eine kupferne Reguliervorrichtung aufgekittet, wie sie von Zehnder angegeben wird, oder besser (und nur wenig teurer) mit Schraubenwindung und Mutter.

Wageningen, Holland, 2. Oktober 1903.

(Eingegangen 4. Oktober 1903.)

21. *Bemerkung zu meiner Mitteilung über eine einfache Form des Wehneltunterbrechers; von L. Zehnder.*

Vor kurzem habe ich in diesen Annalen[1]) einen Wehneltunterbrecher beschrieben, in einer „von jedem Mechaniker leicht herstellbaren Form“. Solche Unterbrecher hat unser Institutsmechaniker für unseren eigenen Bedarf angefertigt. Hr. Ferdinand Ernecke in Berlin teilt mir nun brieflich mit, daß jede Form des elektrolytischen Wehneltunterbrechers, bei dem eine kleine Anode einer größeren Kathode gegenübersteht, in Deutschland, Österreich, Ungarn und Amerika patentiert und daß er der rechtmäßige Besitzer der betreffenden Patente sei. Daher möchten sich nicht etwa kleinere Mechaniker verleiten lassen, die von mir angegebene Form des Wehneltunterbrechers herzustellen und in den Handel zu bringen. Ferner bittet Hr. Ernecke, ich möchte zugleich hier mitteilen, daß die von mir vereinfachte Konstruktion des Wehneltunterbrechers von ihm geliefert werde.

München, Physik. Inst. d. Univ., September 1903.

1) L. Zehnder, Ann. d. Phys. 12. p. 417. 1903.

(Eingegangen 17. September 1903.)

22. *Über den Energieumsatz in der Mechanik; Berichtigung;*
von Hans Januschke.

Die Bemerkungen des Hrn. Zemplén Győző[1]) über meine elementar-mathematische Formulierung des Ostwaldschen Maximumprinzipes[2]) entsprechen nicht meiner Auffassung und auch nicht meiner Darstellung. In meinem Ausdrucke für den Energieumsatz bei einer Zentralbewegung

$$P.dr/ds.ds + \tfrac{1}{2} m v^2 \cos^2 \beta - \tfrac{1}{2} m v^2 = \text{Maxm.},$$

wobei P die Zentralkraft in der Richtung r, ds ein Bahnelement, v die Geschwindigkeit und β den Winkel zweier aufeinander folgenden Wegelemente bedeuten, betrachtet Hr. Zemplén die Differenz $(\tfrac{1}{2} m v^2 \cos^2 \beta - \tfrac{1}{2} m v^2)$ als Energieunterschied im Sinne des Wertes $\tfrac{1}{2} m (\bar{v}^2 - v^2)$ und knüpft daran Folgerungen, die sich natürlich als unmöglich herausstellen müssen. Ich habe für die angegebene Differenz der lebendigen Kräfte neben einer ausdrücklichen Worterklärung auch die Form $\tfrac{1}{2} m v^2 . \sin^2 \beta$ hinzugefügt und bemerkt, daß diese der Wert für die lebendige Kraft ist, welcher der Arbeit der Fliehkraft längs eines Wegelementes entspricht. Der aufgestellte Ausdruck für die Maximalarbeit besagt alsdann, daß die Arbeiten der Zentralkraft und der Fliehkraft sich zu einem Maximum, nämlich zur Arbeit einer Resultierenden, zusammensetzen und entspricht so den Tatsachen vollkommen.

Ich habe ferner das Ostwaldsche Prinzip noch in der Form ausgedrückt:

$$d(\tfrac{1}{2} m v^2) = m . v \cdot \left(\frac{dv}{ds}\right) \cdot ds + m . v \cdot \left(\frac{dv}{dn}\right) \cdot dn = \text{Maxm.}$$

Hierin ist $m . v . (dv/ds)$ die Kraft in der Wegrichtung s, also $= P . \cos \alpha$, und $m . v (dv/dn) = F$ die Fliehkraft längs der

1) Vgl. Zemplén Győző, Ann. d. Phys. 12. p. 371. 1903.

2) H. Januschke, Ann. d. Phys. 11. p. 446. 1903.

Bahnnormalen n. Setzt man für $dn = ds \,.\, \sin\beta$, so erhält man den Ausdruck

$$P \,.\, \cos\alpha \,.\, ds + F \,.\, \sin\beta \,.\, ds = \text{Maxm.},$$

welcher mit dem ersten Ansatze für das Maximum übereinstimmt. Eine Differenzierung nach den Winkeln gibt für den Grenzwert $\beta = 0$ die richtige Beziehung

$$P \,.\, \sin\alpha = F.$$

In der vorstehenden Formulierung wird das Differential der lebendigen Kraft als Energieumsatz aufgefaßt, der ein Maximum sein soll. Hr. Zemplén setzt das erste Differential Null, indem er schreibt:

$$m(n \,.\, \delta n + v \,.\, \delta v + w \,.\, \delta w) = 0.$$

Diese Bedingung gibt keine Übereinstimmung mit Ostwalds Prinzip; sie kann aber trotz ihrer Einkleidung in die Variationsrechnung nicht als Beweis gegen das Prinzip gelten; denn dieses muß vom physikalischen Standpunkte aus formuliert werden.

Wien, im Oktober 1903.

(Eingegangen 9. Oktober 1903.)

(Die Redaktion schließt hiermit die Diskussion über diesen Gegenstand.)

Namenregister zum Jahrgang 1903.

C.

D.

E.

F.

G.

H.

J.

K.

V.

W.

Z.



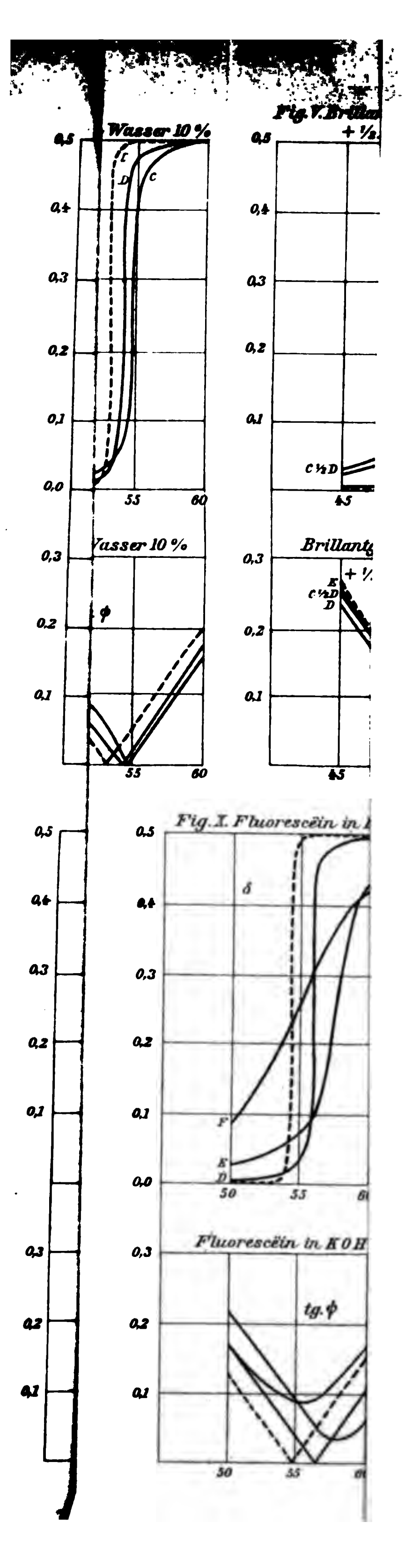
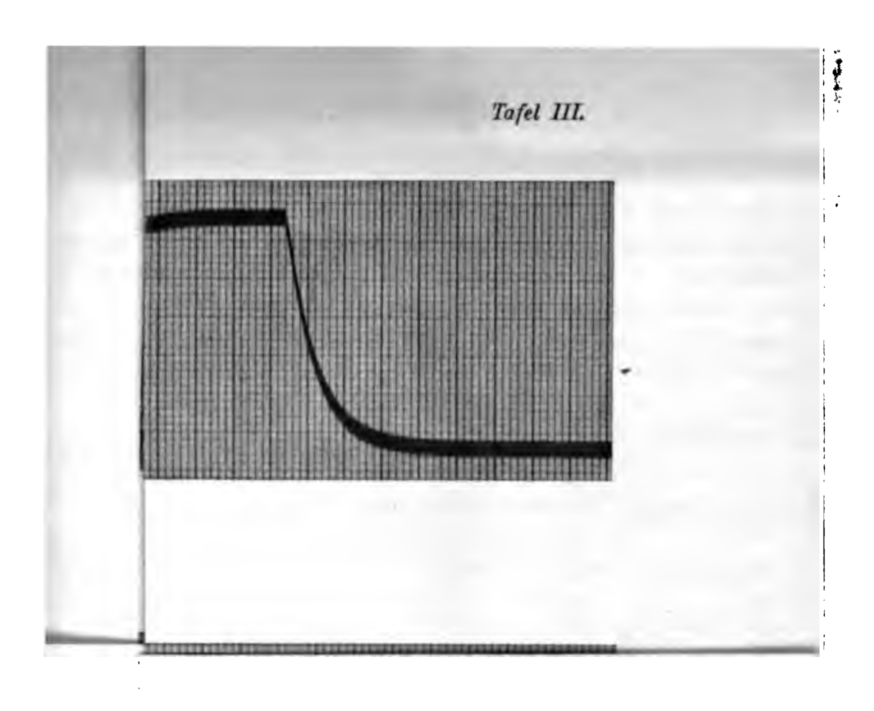
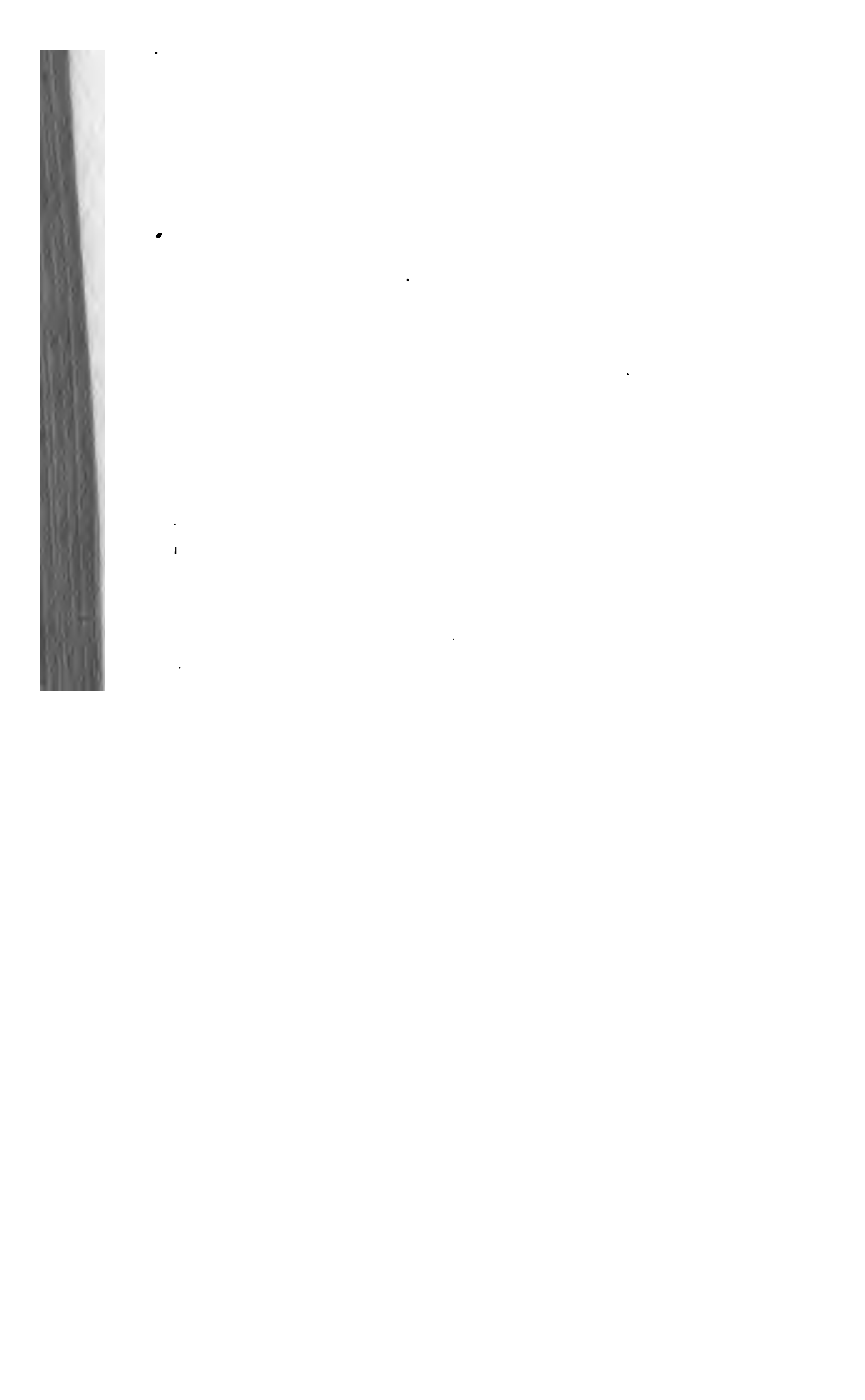


Fig. V. Brillan
Wasser 10 %
Wasser 10 %
Brillant
Fig. X. Fluorescëin in
Fluorescëin in KOH
tg.φ







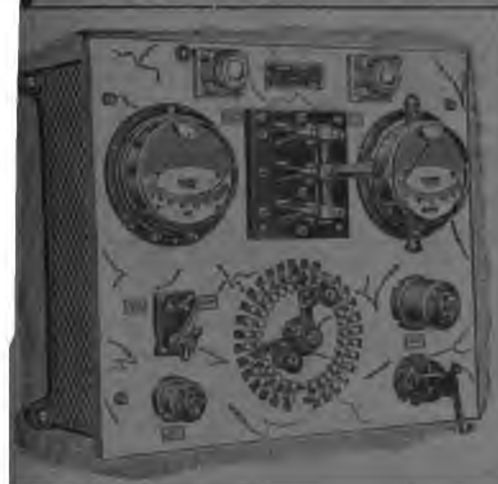

SIEMENS & HALSKE A.-G.
Berliner Werk
Berlin SW., Markgrafenstrasse 94.
Kompensationsapparat für genaue Strom- und Spannungsmessungen.
Normalwiderstände für Strommessungen.
Messbrücken für Thomson'sche und Wheatstone'sche Schaltung.
Widerstände aus Manganindraht von 1 und 10 Megohm in je 10 Stufen.
Spiegelgalvanometer nach Deprez-d'Arsonval.
Spiegel-Elektrodynamometer.
Panzergalvanometer.
Apparate für Eisenuntersuchungen.

Max Kohl, Chemnitz i. S.

Werkstätte für Präzisionsmechanik,

fertigt als Spezialität:

Funkeninduktoren für Gleichstrom mit veränderlicher Selbstinduktion für jede Spannung bis 250 Volt durch Induktionskommutator nach Kohl; für **Wehnelt-Unterbrecher** mit einem oder **mehreren Kontaktstiften; gleichgut** geeignet für **Anwendung weicher, mittelweicher** oder **harter** Röntgenröhren; für **ganz langsame** und **allerschnellste** Unterbrechungen verwendbar; die Einrichtung ermöglicht größte **Schonung** der Röntgenröhren bei sehr geringem Stromverbrauch und liefert **großartige Durchleuchtungen.** Bei Anwendung der **Schaltung** für **mittelweiche Röhren** kann **jeder rotierende Unterbrecher** in **voller Leistung** betrieben werden.



Experimentier-Schalttafeln!

A) zum Anschluß an 110—160 Volt für Stromstärken bis 12 bezw. 24 Ampere.

B) zum Anschluß an 220 Volt für Stromstärken bis 10 bezw. 20 Ampere.

☛ *Man verlange ausführlichen Spezial-Prospekt!*

Neu! **Wechselstrom-Gleichrichter** *Neu!*

zum direkten Laden von Akkumulatoren an einer **Wechselstrom-Anlage** und **zum Betrieb von Funkeninduktoren** durch **Wechselstrom, ohne daß ein weiterer Unterbrecher nötig ist.**

Projektionsapparate für Bogenlicht, Gleich- oder Wechselstrom, Kalklicht, Acetylen- oder Zirkonbeleuchtung, mit angesetzter optischer Bank.

Durch Aufsetzen einzelner Ansätze ist es möglich, die Projektions-Apparate für alle Polarisations-, Doppelbrechungs-, Interferenz- und Lichtbrechungsversuche zu verwenden!

Fabrikation physikalischer Instrumente. Apparate nach Tesla, Hertz, Marconi.

Vollständige Einrichtungen von physikalischen u. chem. Auditorien

in gediegener, zweckmäßiger Ausführung.

Neu! **Spinthariskope,** Neu!

mit Fluoreszenzschirm und einer kleinen Menge Radium auf beweglichem Zeiger, um die außerordentlichen radioaktiven Eigenschaften des Radiums zu zeigen: **Preis Mk. 24.—**

Spezial-Listen auf Wunsch.

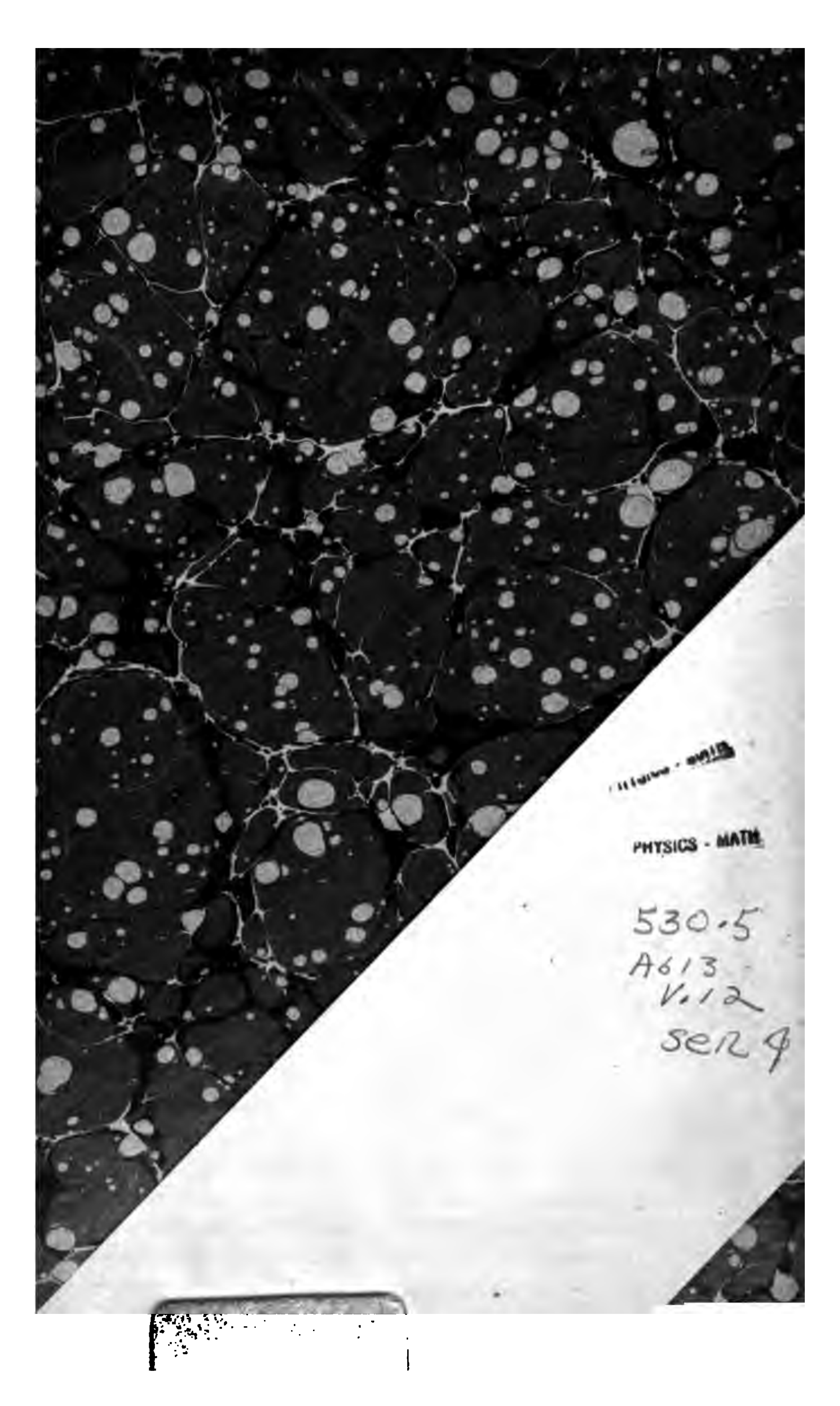
[illegible] durch: **Max Gelsdorf, Leipzig-Gohlis, Böhmestr.** [illegible]

[illegible] **Reuther & Reichard, Berlin**

[illegible] in Leipzig.






PHYSICS - MATH
PHYSICS - MATH
530.5
A613
V.12
ser 4